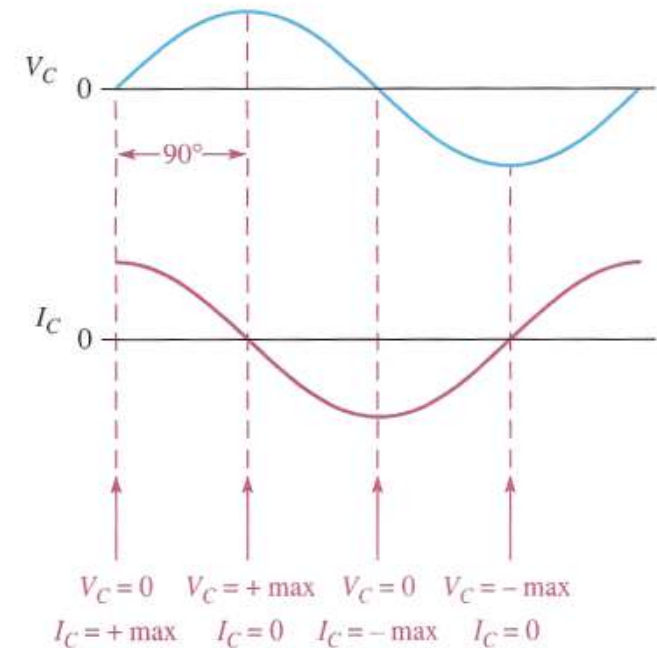
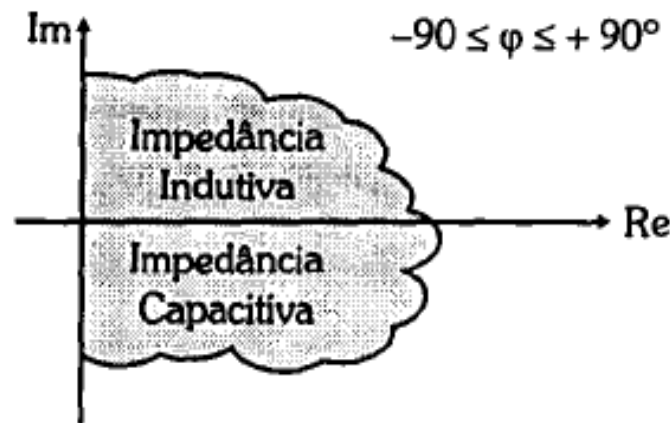
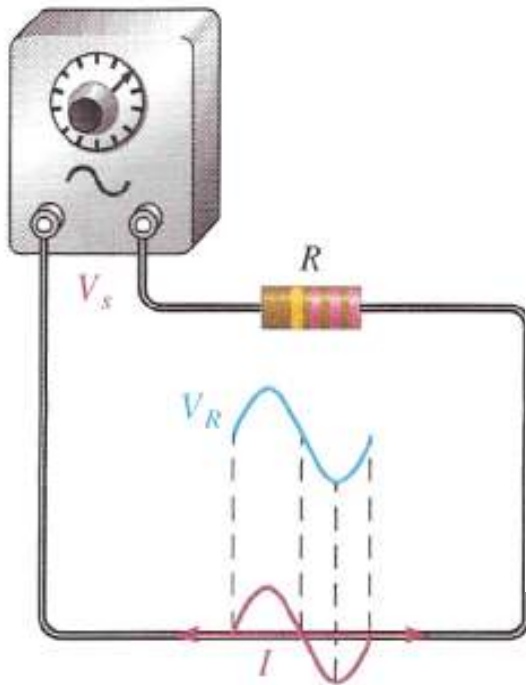


# Electricidade

## Capítulo 7.2. Fundamentos de circuitos em AC

Sine wave generator



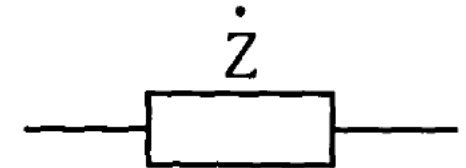
**Pedro Guimarães . 2010. [psg@isep.ipp.pt](mailto:psg@isep.ipp.pt)**

# Fundamentos de circuitos AC

## — Impedância

▪ A impedância  $Z$ , em ohm ( $\Omega$ ) é um número complexo que caracteriza um dispositivo ou circuito e reflecte:

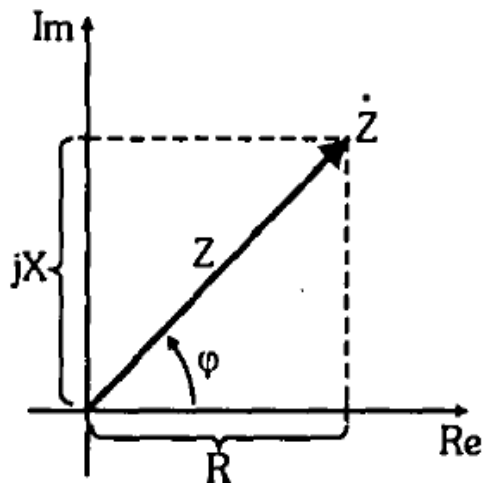
- A **oposição total** que ela impõe à **passagem de corrente alternada**
- **Desfasamento** total entre a **tensão e a corrente**.



▪ A impedância  $Z$ , é composta por uma componente real denominada **resistência  $R$**  e uma componente imaginária denominada **reactância  $X$** .

$$\dot{Z} = R + jX \quad (\text{forma rectangular})$$

$$\dot{Z} = Z \angle \varphi \quad (\text{forma polar})$$



$$\dot{Z} = \sqrt{R^2 + X^2} \Rightarrow \text{Módulo da impedância } \dot{Z}$$

$$\varphi = \arctg \frac{X}{R} \Rightarrow \text{Fase da impedância } \dot{Z}$$

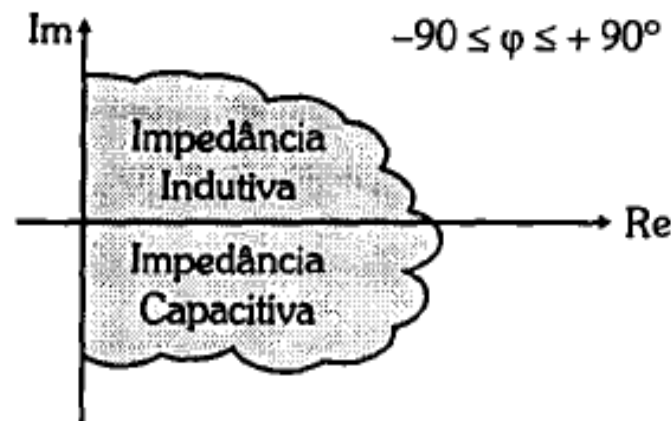
$$R = Z \cdot \cos \varphi \quad \text{e} \quad X = Z \cdot \sin \varphi$$

# ▪ Fundamentos de circuitos AC

## — Impedância

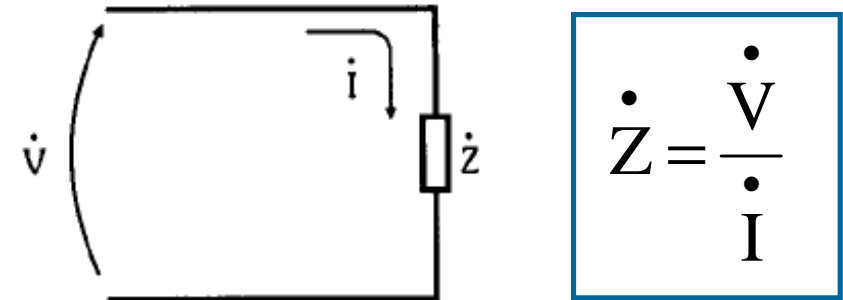
- **Resistência  $R$**  (verbo resistir): **Oposição à passagem de corrente**
  - Só pode assumir valores positivos
- **Reactância  $X$**  (verbo reagir) : **Oposição à variação da corrente**
  - Característica das **bobinas e condensadores**
  - A reactância pode assumir valores positivos (  $+jX$  ) e negativos (  $-jX$  )
- **Impedância** (verbo impedir): **Opôr-se tanto à passagem como à variação de corrente**
  - Característica de um circuito formado por **resistências, bobinas e condensadores**.

$$\dot{Z} = R + jX$$



## ▪ Lei de Ohm em AC

- A **Lei de ohm** pode ser aplicada aos circuitos que operam em corrente alternada
- Para operação em corrente alternada, a **Lei e Ohm** é dada por:



- Considerando uma tensão complexa  $\dot{V} = V \angle \theta_v$  e uma corrente genérica  $\dot{I} = I \angle \theta_i$

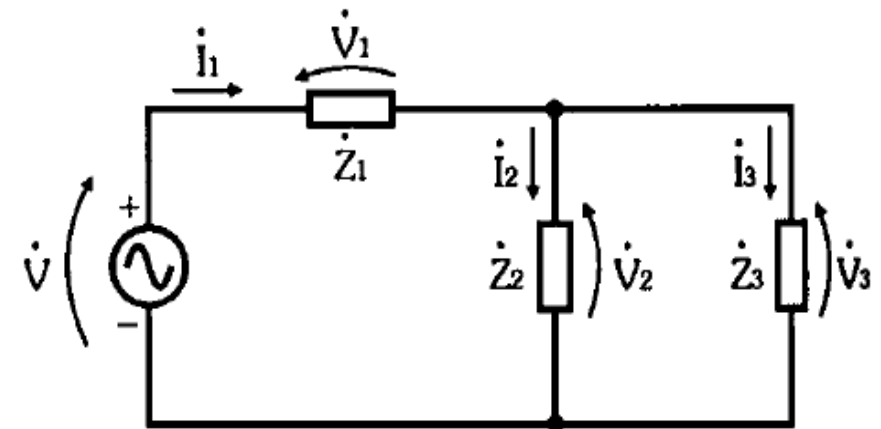
$$\dot{Z} = \frac{V \angle \theta_v}{I \angle \theta_i} = \frac{V}{I} \angle (\theta_v - \theta_i) \Rightarrow \dot{Z} = Z \angle \varphi$$

$$Z = \frac{V}{I} \Rightarrow \text{Módulo da impedância } \dot{Z}$$

$$\varphi = (\theta_v - \theta_i) \Rightarrow \text{Fase da impedância } \dot{Z}$$

## — Leis de Kirchhoff para AC —

- Considerando as **impedâncias**, formadas por elementos passivos (resistências, bobines e condensadores), do ponto de vista eléctrico, elas serão vistas como receptores.

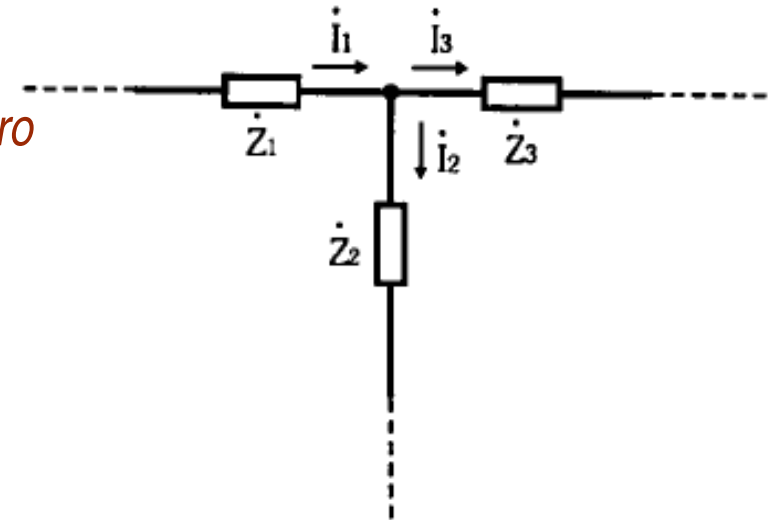


## ▪ Leis de Kirchhoff em AC

### — Lei dos nós

- A soma algébrica das correntes complexas num nó é igual a zero
- A soma das correntes complexas que **chegam** a um nó é **igual** à soma das correntes complexas que **saem** desse nó

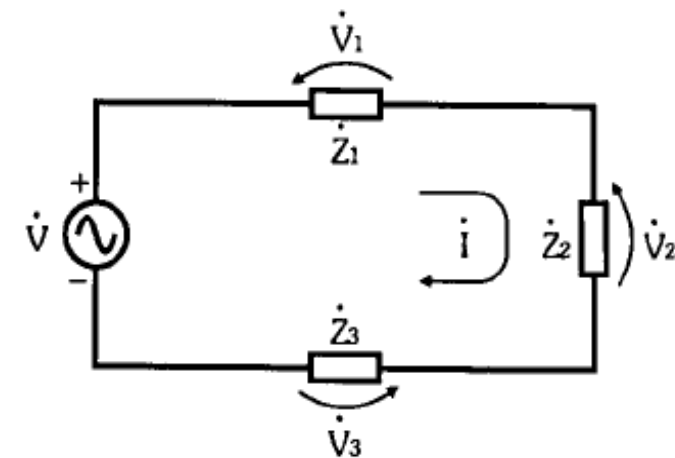
$$\dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0 \quad \text{ou} \quad \dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3$$



### — Lei das malhas

- A soma algébrica das **tensões complexas** numa **malha** é igual a zero
- A soma das **tensões complexas** com polaridade no sentido horário é igual à soma das **tensões complexas** no sentido anti-horário

$$\dot{V} - \dot{V}_1 - \dot{V}_2 - \dot{V}_3 = 0 \quad \text{ou} \quad \dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \dot{V}_3$$

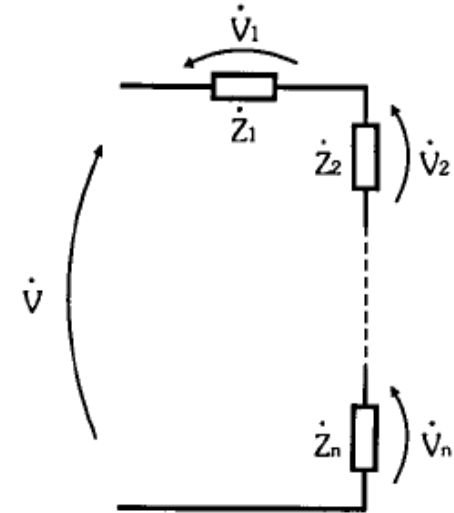


# ▪ Associação de Impedâncias

## — Associação série de impedâncias —

$$\dot{Z}_{eq} = \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 + \dot{Z}_3 + \dots + \dot{Z}_n$$

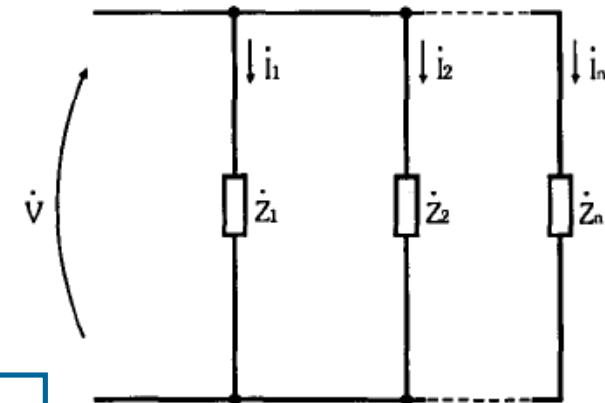
Se  $\dot{Z}_1 = \dot{Z}_2 = \dots \dot{Z}_n = \dot{Z}$   $\dot{Z}_{eq} = n \dot{Z}$



## — Associação paralelo de impedâncias —

$$\frac{1}{\dot{Z}_{eq}} = \frac{1}{\dot{Z}_1} + \frac{1}{\dot{Z}_2} + \frac{1}{\dot{Z}_3} + \dots + \frac{1}{\dot{Z}_n}$$

Se  $\dot{Z}_1 = \dot{Z}_2 = \dots \dot{Z}_n = \dot{Z}$   $\dot{Z}_{eq} = \frac{\dot{Z}}{n}$



▪ Se o circuito for formado por duas impedâncias:

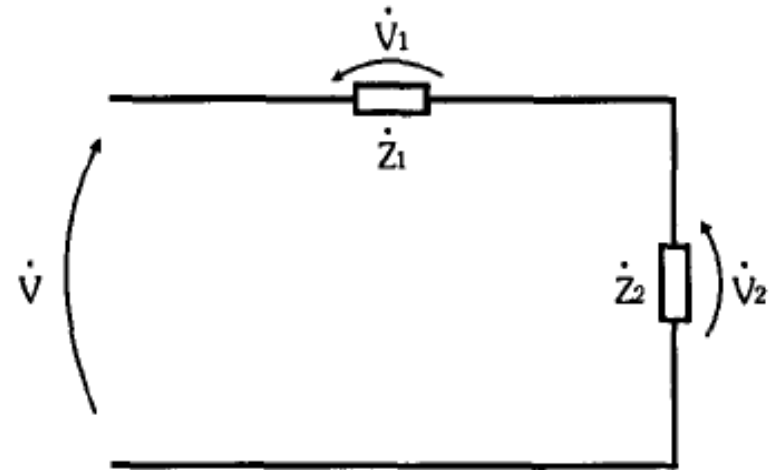
$$\dot{Z}_{eq} = \frac{\dot{Z}_1 \cdot \dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}$$

## ▪ Divisores de Tensão e corrente

### — Divisor de tensão

$$\dot{V}_1 = \frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} \cdot \dot{V}$$

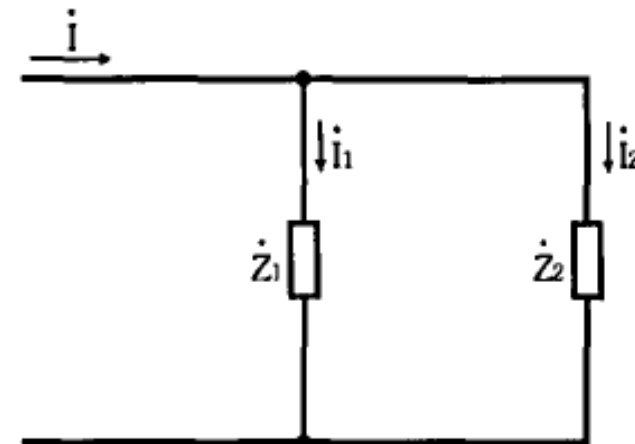
$$\dot{V}_2 = \frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} \cdot \dot{V}$$



### — Divisor de corrente

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} \cdot \dot{I}$$

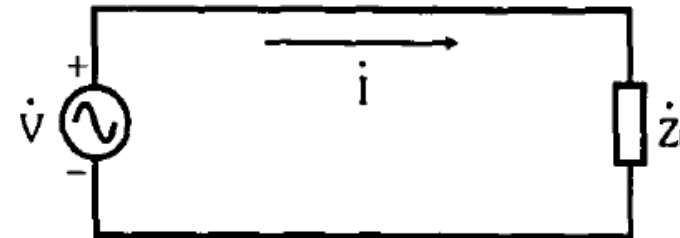
$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} \cdot \dot{I}$$



## ▪ Exercícios Propostos

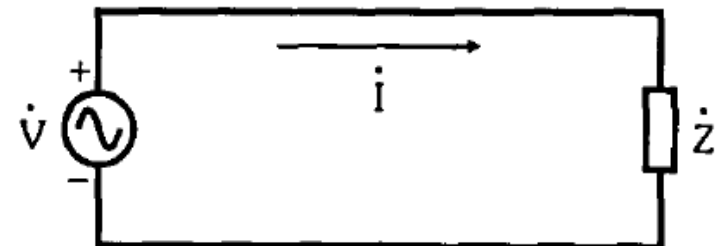
**13.1)** Considere o circuito ao lado, em que o gerador  $\dot{V}$  alimenta uma impedância  $\dot{Z}_i$  com uma corrente  $\dot{I}$ . Determine a defasagem  $\varphi_i$  entre a tensão e a corrente provocada por cada impedância abaixo:

- |  |                                     |
|--|-------------------------------------|
| a) $\dot{Z}_1 = 50 \angle 45^\circ [\Omega]$   | e) $\dot{Z}_5 = 20 + j100 [\Omega]$ |
| b) $\dot{Z}_2 = 100 \angle -60^\circ [\Omega]$ | f) $\dot{Z}_6 = 80 [\Omega]$        |
| c) $\dot{Z}_4 = 50 + j80 [\Omega]$             | g) $\dot{Z}_7 = j30 [\Omega]$       |
| d) $\dot{Z}_4 = 100 - j30 [\Omega]$            | h) $\dot{Z}_8 = -j40 [\Omega]$      |



**13.2)** Considere o circuito ao lado e as três situações abaixo em que são conhecidas duas das três variáveis envolvidas. Para cada situação, determine pela Lei de Ohm a variável desconhecida.

- a)  $\dot{V} = 100 \angle 50^\circ [V]$  ;  $\dot{I} = 4 \angle 80^\circ [A]$  ;  $\dot{Z} = ?$
- b)  $\dot{V} = 300 \angle -60^\circ [V]$  ;  $\dot{Z} = 30 + j40 [\Omega]$  ;  $\dot{I} = ?$
- c)  $\dot{I} = 100 \angle 15^\circ [mA]$  ;  $\dot{Z} = 20 - j20 [\Omega]$  ;  $\dot{V} = ?$

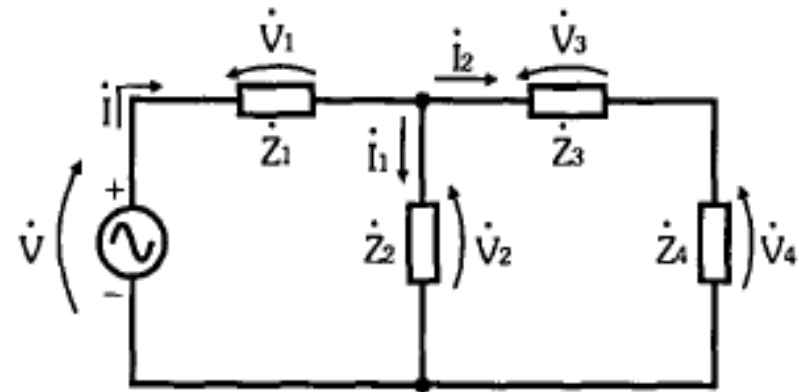




## Exercícios Propostos

**13.3)** Considere o circuito ao lado e determine:

- $\dot{I}$  e  $\dot{I}_2$  pela Lei de Ohm;
- $\dot{I}_1$  pela Lei dos Nós;
- $\dot{V}_2$  e  $\dot{V}_3$  pela Lei de Ohm;
- $\dot{V}$  pela Lei das Malhas.

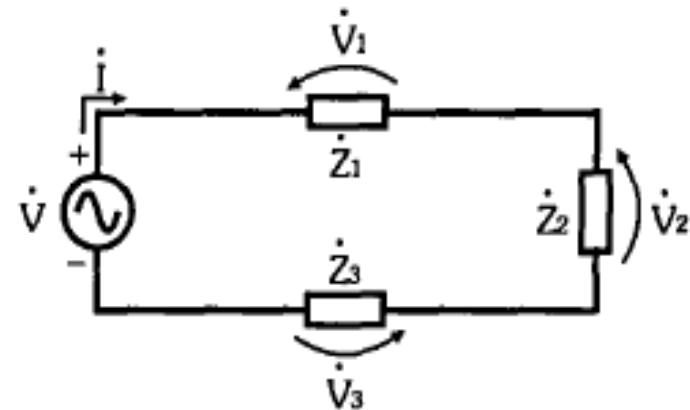


$$\begin{aligned}\dot{Z}_1 &= 20 \angle 45^\circ [\Omega] & \dot{Z}_2 &= 10 \angle -45^\circ [\Omega] \\ \dot{Z}_3 &= 20 \angle 60^\circ [\Omega] & \dot{Z}_4 &= 10 \angle -30^\circ [\Omega] \\ \dot{V}_1 &= 90 \angle 79^\circ [V] & \dot{V}_4 &= 17 \angle -53^\circ [V]\end{aligned}$$

### Associação de Impedâncias

**13.4)** Considere o circuito ao lado e determine:

- $\dot{Z}_{eq}$ ;
- $\dot{I}$ ;
- $\dot{V}_1, \dot{V}_2$  e  $\dot{V}_3$ .

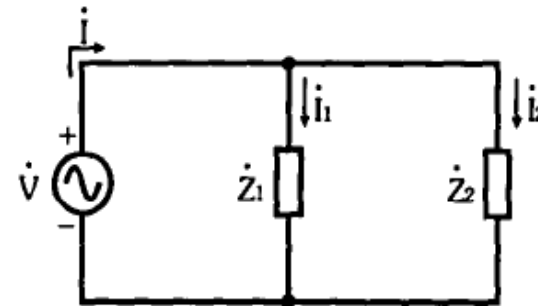


$$\begin{aligned}\dot{V} &= 20 \angle 60^\circ [V] & \dot{Z}_1 &= 2 \angle 30^\circ [k\Omega] \\ \dot{Z}_2 &= 4 \angle -20^\circ [k\Omega] & \dot{Z}_3 &= 3 \angle 70^\circ [k\Omega]\end{aligned}$$

## Exercícios Propostos

13.5) Considere o circuito ao lado e determine:

- a)  $\dot{Z}_{eq}$ ;
- b)  $\dot{I}$ ;
- c)  $\dot{I}_1$  e  $\dot{I}_2$ .

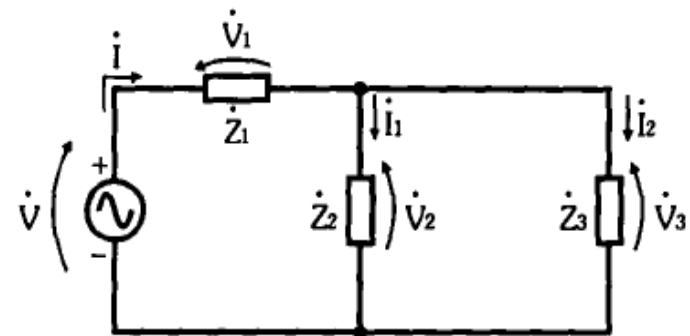


$$\dot{V} = 110 \angle 0^\circ [V] \quad \dot{Z}_1 = 200 \angle 60^\circ [\Omega]$$

$$\dot{Z}_2 = 400 \angle -30^\circ [\Omega]$$

13.6) Considere o circuito ao lado e determine:

- a)  $\dot{Z}_{eq}$ ;
- b)  $\dot{I}$  e  $\dot{V}_1$ ;
- c)  $\dot{V}_2$  e  $\dot{V}_3$ ;
- d)  $\dot{I}_1$  e  $\dot{I}_2$ .



$$\dot{V} = 40 \angle 45^\circ [V] \quad \dot{Z}_2 = 220 - j285 [\Omega]$$

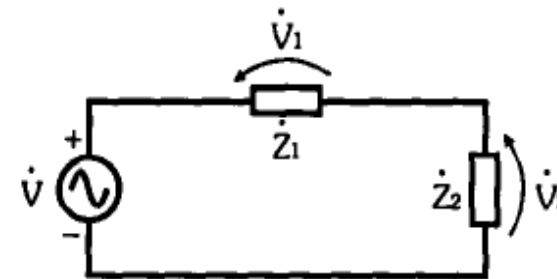
$$\dot{Z}_1 = 22 + j63 [\Omega] \quad \dot{Z}_3 = 150 + j560 [\Omega]$$

## Exercícios Propostos

### Divisores de Tensão e de Corrente Alternadas

13.7) Considere o circuito ao lado.

- Determine  $\dot{V}_1$  e  $\dot{V}_2$ , usando as fórmulas do divisor de tensão;
- Confirme os resultados obtidos anteriormente aplicando a Lei de Kirchhoff para Tensões CA.

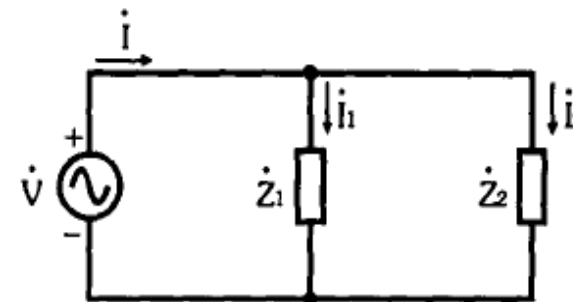


$$\dot{V} = 50 \angle 60^\circ [V] \quad \dot{Z}_1 = 100 \angle -30^\circ [\Omega]$$

$$\dot{Z}_2 = 80 \angle 20^\circ [\Omega]$$

13.8) Considere o circuito ao lado.

- Determine  $\dot{I}_1$  e  $\dot{I}_2$ , usando as fórmulas do divisor de corrente;
- Confirme os resultados obtidos anteriormente aplicando a Lei de Kirchhoff para Correntes CA.

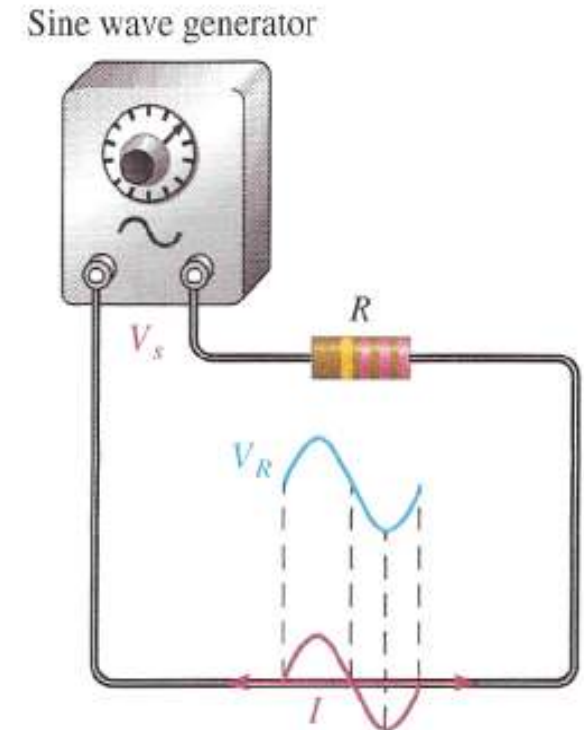
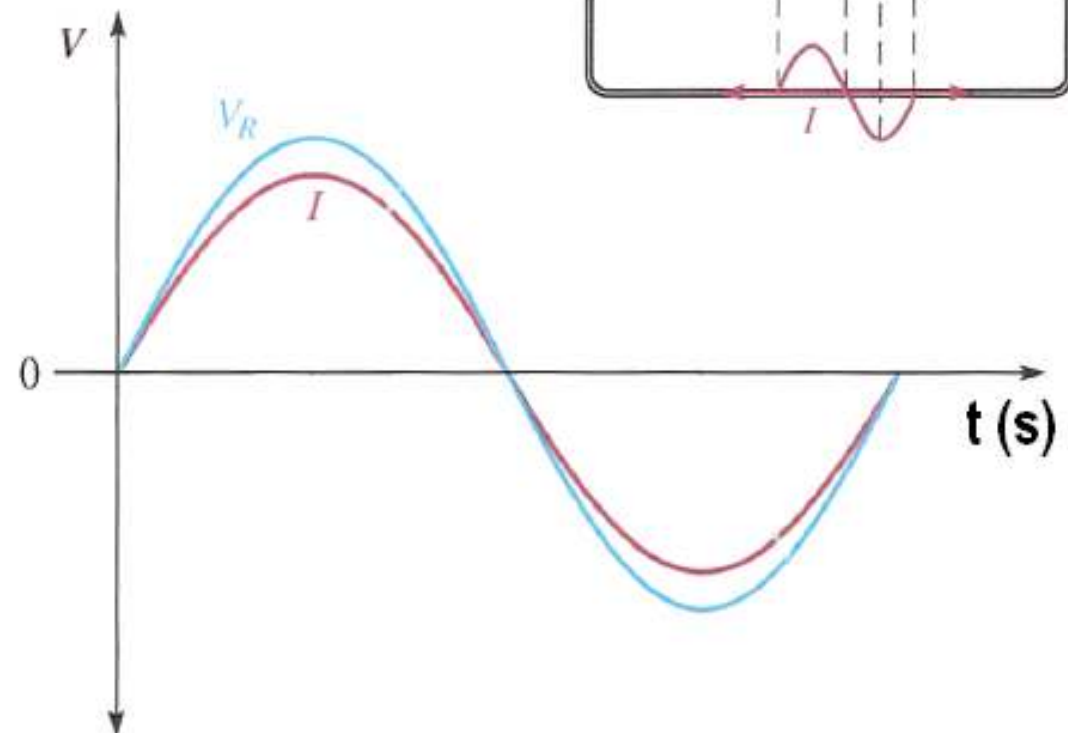
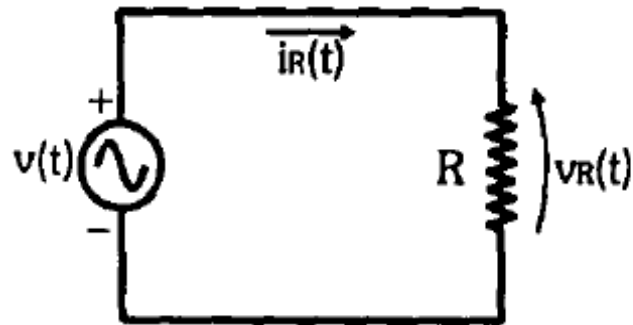


$$\dot{I} = 20 \angle 0^\circ [mA] \quad \dot{Z}_1 = 1 \angle 45^\circ [k\Omega]$$

$$\dot{Z}_2 = 2 \angle -60^\circ [k\Omega]$$

## ■ Resistência em AC

- Uma tensão sinusoidal produz uma corrente sinusoidal.
- A resistência possui um comportamento **resistivo e não reactivo**
  - A resistência é constante  **$R$  ( $\Omega$ )**

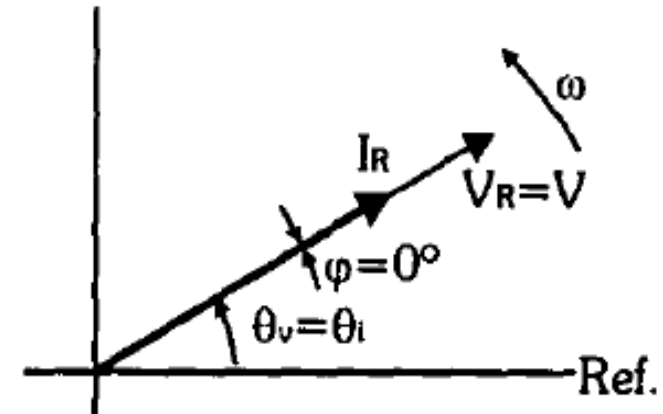
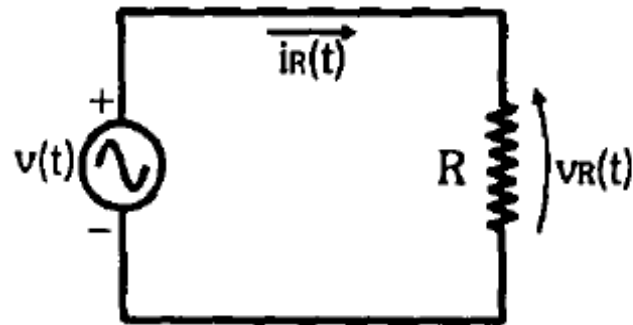


- **Desfasamento** entre tensão e corrente é  **$0^\circ$**

## ▪ Resistência em AC

### — Representação fasorial —

- A representação fasorial da tensão e da corrente na resistência consiste em **dois fasores  $V_R$  e  $I_R$  girando em fase ( $\varphi = 0^\circ$ )** e uma frequência angular  $\omega$

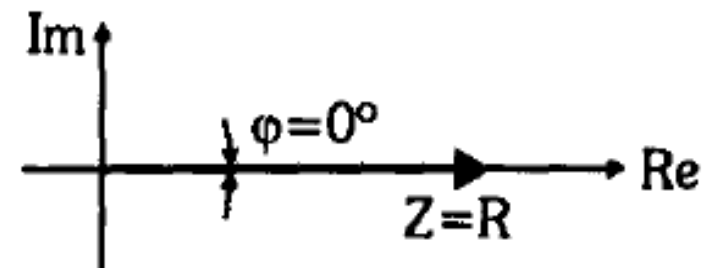


### — Representação complexa —

$$\dot{Z} = \frac{\dot{V}_R}{\dot{I}_R} = \frac{V_R \angle \theta_v}{I_R \angle \theta_i} = \frac{V_R}{I_R} \angle (\theta_v - \theta_i)$$

$$\dot{Z} = R + j0 \quad (\text{forma rectangular})$$

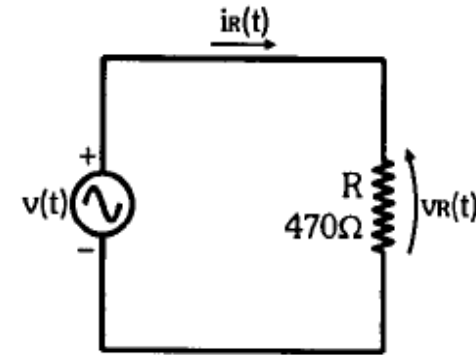
$$\dot{Z} = R \angle 0^\circ \quad (\text{forma polar})$$



## ▪ Exercícios Propostos

13.9) Considere o circuito ao lado.

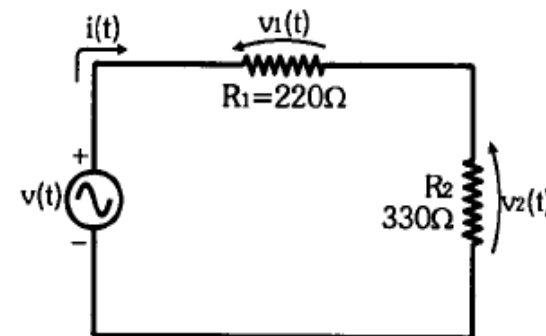
- Determine as frequências  $\omega$  e  $f$ , a fase inicial  $\theta_v$  e o período  $T$  da tensão do gerador;
- Determine as tensões de pico, pico a pico e eficaz no resistor;
- Determine as correntes de pico, pico a pico e eficaz no resistor e a sua expressão temporal;
- Determine  $\dot{V}$ ,  $\dot{V}_R$  e  $\dot{I}_R$  na forma polar e esboce o diagrama fasorial do circuito por meio dessas grandezas;
- Esboce as formas de onda de  $v(t)$ ,  $v_R(t)$  e  $i_R(t)$ ;
- Se a fase inicial da tensão do gerador fosse  $\theta = 60^\circ$ , isto é,  $v(t) = 40.\sin(1000\pi t + \pi/3)$  [V], haveria alteração nos valores encontrados nos itens\_b e\_c deste exercício?



$$v(t) = 40.\cos 1000\pi t \text{ [V]}$$

13.10) Considere o circuito ao lado.

- Determine as frequências  $\omega$  e  $f$ , a fase inicial  $\theta_v$  e o período  $T$  da tensão do gerador;
- Determine a impedância  $\dot{Z}_{eq} = R_{eq}$ , a tensão  $\dot{V}$  do gerador e a corrente  $\dot{I}$  que ele fornece ao circuito;
- Determine as tensões  $\dot{V}_1$  e  $\dot{V}_2$  nos resistores;
- Esboce o diagrama fasorial com a corrente e as tensões envolvidas no circuito;
- Esboce as formas de onda de  $v(t)$ ,  $v_1(t)$ ,  $v_2(t)$  e  $i(t)$ .



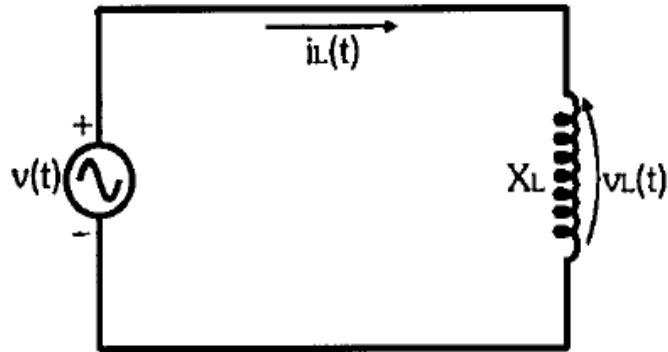
$$v(t) = 156.\cos (377t - \pi/4) \text{ [V]}$$

## ▪ Exercícios Propostos

- 13.11) Um gerador de áudio com resistência interna de  $600\Omega$  foi ajustado para fornecer, em vazio, uma tensão de  $20V_{PP}$  na frequência de  $40kHz$ . Em seguida, ele foi conectado a dois resistores,  $R_1 = 12k\Omega$  e  $R_2 = 6k8\Omega$ , ligados em paralelo. Considerando a tensão do gerador com fase inicial de  $90^\circ$ , determine:
- a) as tensões  $\dot{V}_1$  e  $\dot{V}_2$ , respectivamente, nos resistores  $R_1$  e  $R_2$ ;
  - b) as correntes  $\dot{I}_1$  e  $\dot{I}_2$ , respectivamente, nos resistores  $R_1$  e  $R_2$ ;
  - c) a corrente  $\dot{I}$  que o gerador fornece ao circuito.

## ■ Bobinas em AC

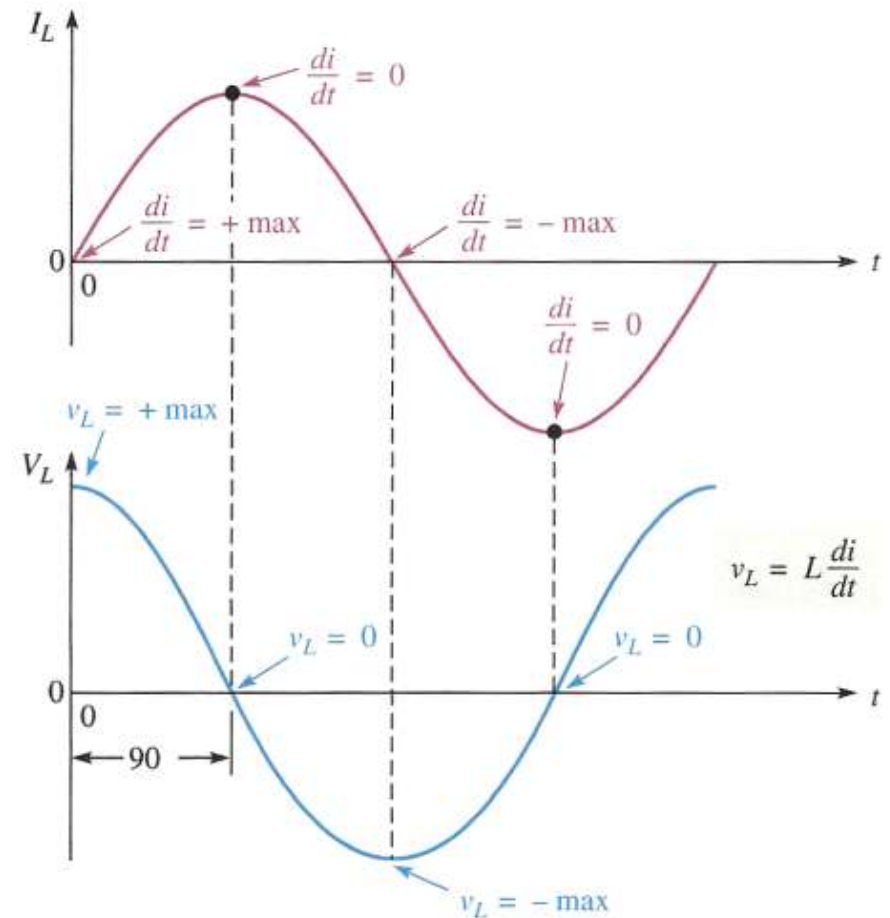
- A bobina  $L$  em *henry* (H) possui um comportamento reactivo sendo a sua reactância  $X_L$  ( $\Omega$ ) e depende da velocidade com que a tensão varia ou seja com a frequência



- Na bobina a reactância  $X_L$  é directamente proporcional à frequência e à indutância

$$X_L = \omega L \quad \text{ou} \quad X_L = 2\pi \cdot f \cdot L$$

- $X_L$  – Reactância Indutiva em [ $\Omega$ ]
- $L$  - Indutância, em [H]
- $\omega$  - Frequência angular, em [rad/s]
- $f$  – Frequência, em [Hz]



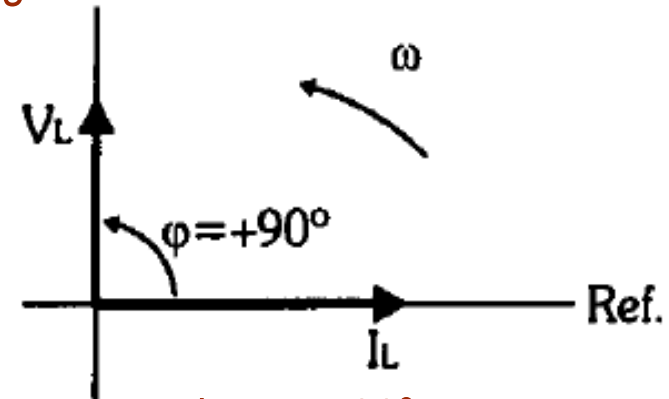
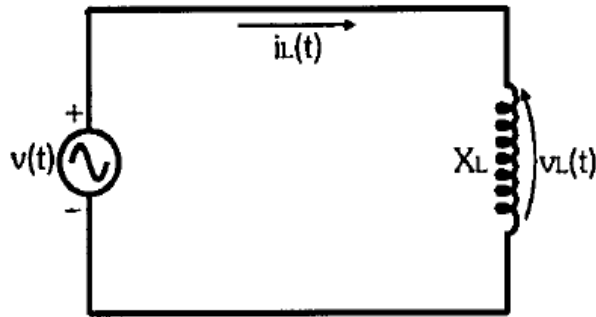
(a)



## ■ Bobinas em AC

### — Representação fasorial —

- A representação fasorial da tensão e da corrente na bobina consiste em **dois fasores  $V_L$  e  $I_L$  girando em quadratura de fase ( $\varphi = 90^\circ$ )** e uma frequência angular  $\omega$



- Na bobina ideal a tensão adianta  $90^\circ$  em relação à corrente ou seja  $\varphi = +90^\circ$

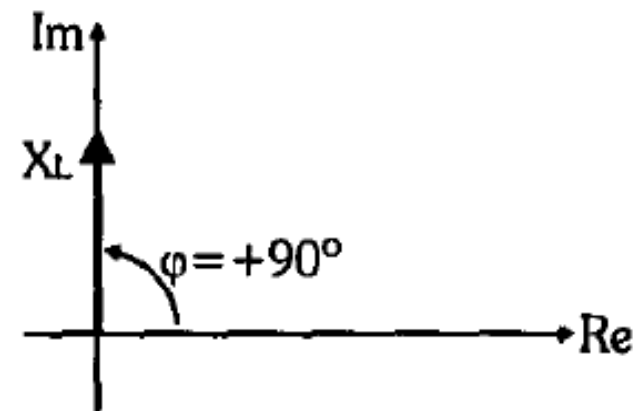
### — Representação complexa —

$$\dot{Z} = \frac{\dot{V}_L}{\dot{I}_L} = \frac{V_L \angle \theta_v}{I_L \angle \theta_i} = \frac{V_L}{I_L} \angle (\theta_v - \theta_i)$$

$$\dot{Z} = +jX_L \quad (\text{forma rectangular})$$

$$\dot{Z} = X_L \angle +90^\circ \quad (\text{forma polar})$$

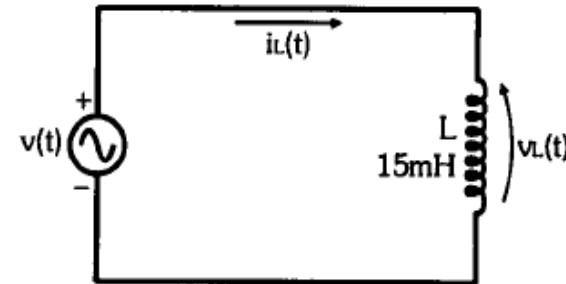
- Na bobina a **parte imaginária é sempre positiva**



## Exercícios Propostos

13.12) Considere o circuito ao lado.

- Determine as frequências  $\omega$  e  $f$ , a fase inicial  $\theta_v$  e o período  $T$  da tensão do gerador;
- Determine a reatância  $X_L$  e as tensões de pico, pico a pico e eficaz no indutor;
- Determine as correntes de pico, pico a pico e eficaz no indutor e a sua expressão temporal;

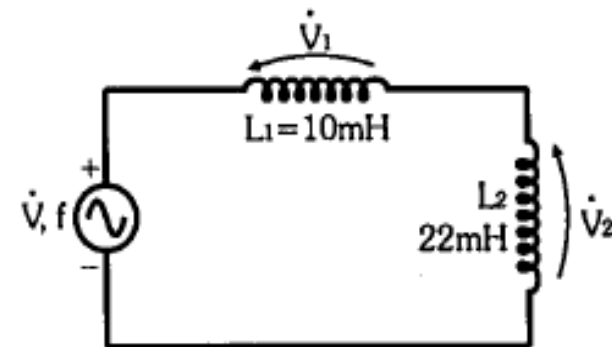


$$v(t) = 50 \cos 31,4kt \text{ [V]}$$

- Determine  $\dot{V}$ ,  $\dot{V}_L$  e  $\dot{I}_L$  na forma polar e esboce o diagrama fasorial do circuito por meio dessas grandezas;
- Esboce as formas de onda de  $v(t)$ ,  $v_L(t)$  e  $i_L(t)$ .

13.14) Considere o circuito ao lado, no qual a indutância mútua é desprezível.

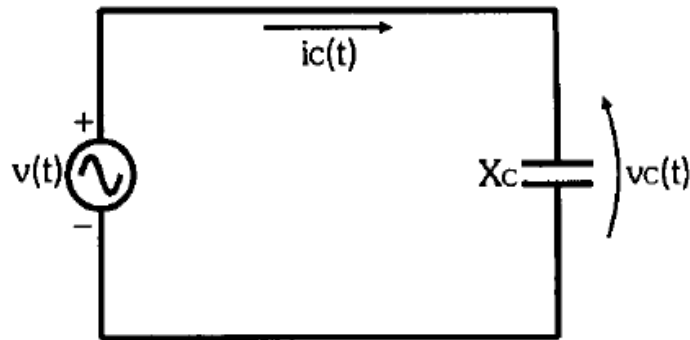
- Determine a impedância equivalente  $\dot{Z}_{eq}$ ;
- Determine a corrente  $\dot{I}$  e as tensões  $\dot{V}_1$  e  $\dot{V}_2$  nos indutores;
- Esboce o diagrama fasorial com a corrente e as tensões envolvidas no circuito.



$$\dot{V} = 200 \angle 30^\circ \text{ [V]} \quad \text{e} \quad f = 50 \text{ kHz}$$

## ▪ Condensadores em AC

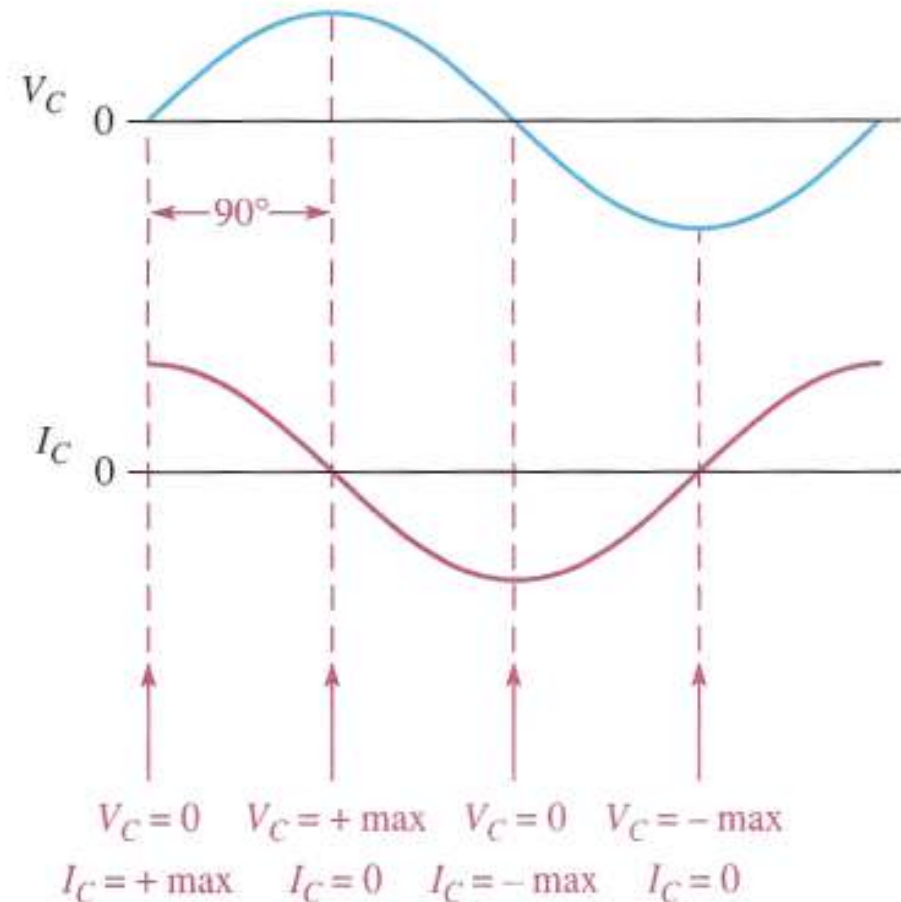
- O condensador  $C$  em *farad* (F) possui um comportamento reactivo sendo a sua reactância  $X_C$  ( $\Omega$ ) e depende da velocidade com que a tensão varia ou seja com a frequência



- Na bobina a reactância  $X_C$  é inversamente proporcional à frequência e à capacidade

$$X_C = \frac{1}{\omega.C} \quad \text{ou} \quad X_C = \frac{1}{2\pi.f.C}$$

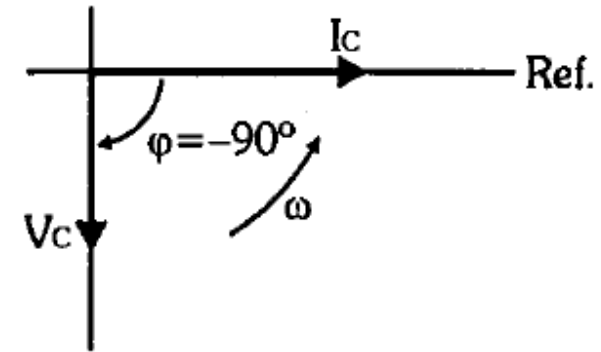
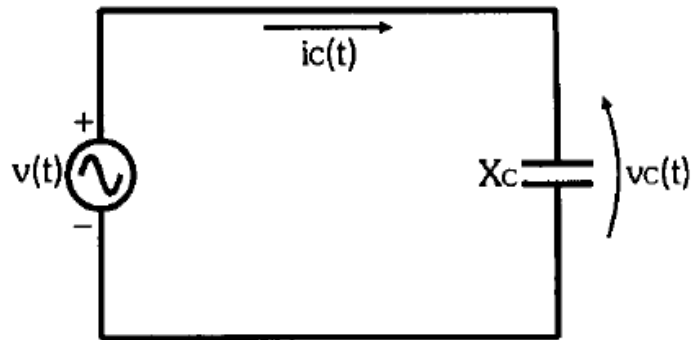
- $X_C$  – Reactância Capacitiva em [ $\Omega$ ]
- $C$  - Capacidade, em [F]
- $\omega$  - Frequência angular, em [rad/s]
- $f$  – Frequência, em [Hz]



## ▪ Condensadores em AC

### — Representação fasorial —

- A representação fasorial da tensão e da corrente na bobina consiste em **dois fasores  $V_R$  e  $I_R$**  girando em quadratura de fase ( $\varphi = -90^\circ$ ) e uma frequência angular  $\omega$



- No condensador ideal a tensão atrasa  $90^\circ$  em relação à corrente ou seja  $\varphi = -90^\circ$

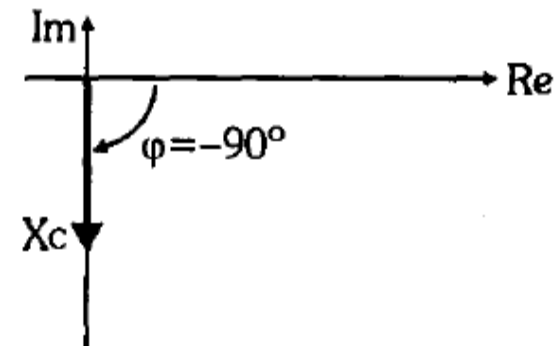
### — Representação complexa —

$$\dot{Z} = \frac{\dot{V}_C}{\dot{I}_C} = \frac{V_C \angle \theta_v}{I_C \angle \theta_i} = \frac{V_C}{I_C} \angle (\theta_v - \theta_i)$$

- Na bobina a **parte imaginária é sempre negativa**

$$\dot{Z} = -jX_C \quad (\text{forma rectangular})$$

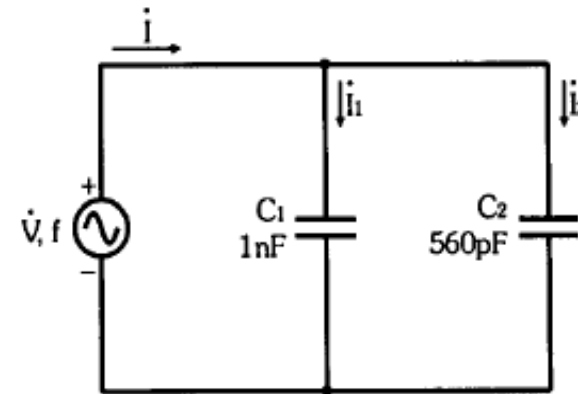
$$\dot{Z} = X_C \angle -90^\circ \quad (\text{forma polar})$$



## Exercícios Propostos

13.15) Considere o circuito ao lado.

- Determine a impedância equivalente  $\dot{Z}_{eq}$ ;
- Determine as correntes  $\dot{I}$ ,  $\dot{I}_1$  e  $\dot{I}_2$ ;
- Esboce o diagrama fasorial com a tensão e as correntes envolvidas no circuito.



$$\dot{V} = 20\angle 180^\circ [V] \quad \text{e} \quad f = 1 \text{ MHz}$$

- 13.16) Dois indutores  $L_1$  e  $L_2$  são ligados em paralelo e alimentados por um gerador ideal operando em  $25\text{kHz}$ . A tensão nos indutores é  $\dot{V}_1 = \dot{V}_2 = 18\angle 60^\circ [V]$  e a corrente total fornecida pelo gerador é  $\dot{I} = 25\angle -30^\circ [mA]$ . Determine  $L_1$  e  $L_2$ , sabendo que  $L_1 = 2.L_2$  e a indutância mútua é desprezível.
- 13.17) Determine a impedância equivalente  $\dot{Z}_{eq}$  de dois capacitores  $C_1 = 10\mu F$  e  $C_2 = 4,7\mu F$ , ligados em série e submetidos a uma corrente alternada de  $18\text{kHz}$ .
- 13.18) Qual deve ser a indutância de um choque usado para limitar em  $10\text{mA}$  uma corrente de  $12\text{MHz}$ , quando ele estiver submetido a uma tensão de  $20\text{V}$ ?