Física Experimental

- Rotação -

Momento de uma Força
Momento de Inércia
Equilíbrio

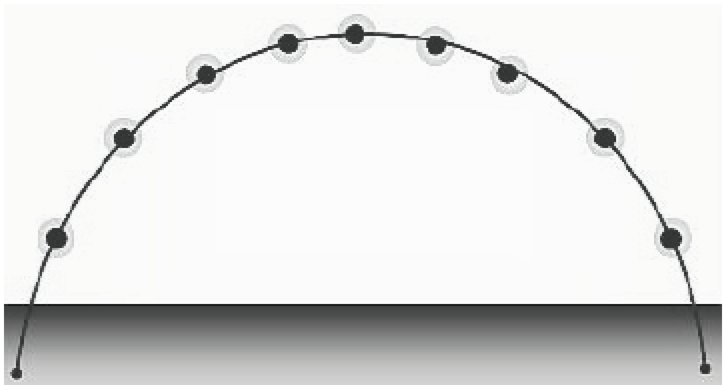
ISEP 2016/17 1ºsemestre

Modelo do Corpo Rígido

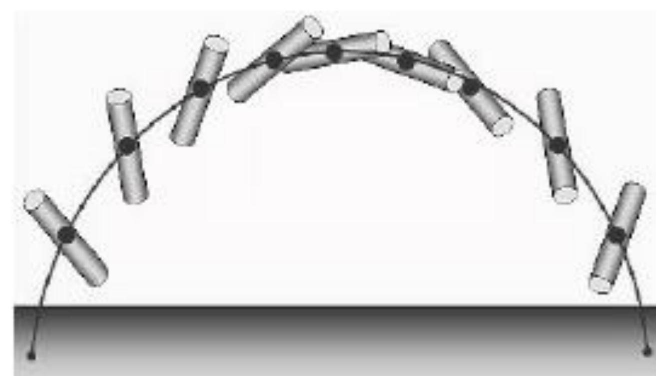
Quando um corpo não roda, podemos dizer que todos os seus pontos se movem da mesma maneira, daí podermos tratar o seu movimento como o de um ponto material - **Modelo da partícula pontual.**

Agora vamos analisar o que acontece quando existe rotação dos objetos, em torno de um eixo – **Modelo do corpo rígido.**

Modelo do Corpo Rígido

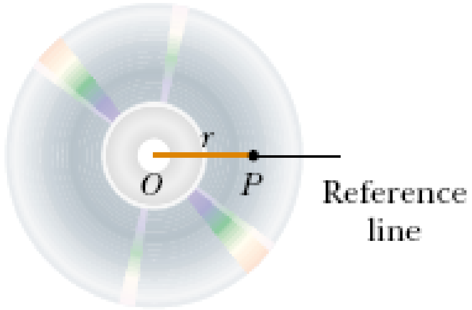


- …além do movimento de translação definido pelo seu centro de massa, vamos agora estudar o movimento das diferentes partes do objeto que se encontram a rodar…
- Para já vamos pensar no que provoca este movimento de rotação…

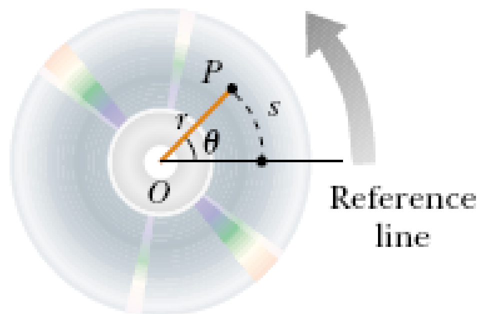


Rotação de corpos rígidos

<u>Corpo rígido</u>: corpo não deformável; as posições relativas das partículas que constituem o corpo não se alteram no tempo.



Na prática, todos os corpos são em certa medida deformáveis, mas se essa deformação for desprezável relativamente à dimensão do fenómeno em estudo, o corpo pode considerar-se rígido.



$\longrightarrow$ um elemento de massa do CD localizado em ***P***, descreve um arco de circunferência de comprimento s e amplitude angular θ (todos os pontos do CD descrevem trajectórias circulares centradas em ***O***).

$$s = r\theta \qquad \theta = \frac{s}{r}$$

Momento de uma força

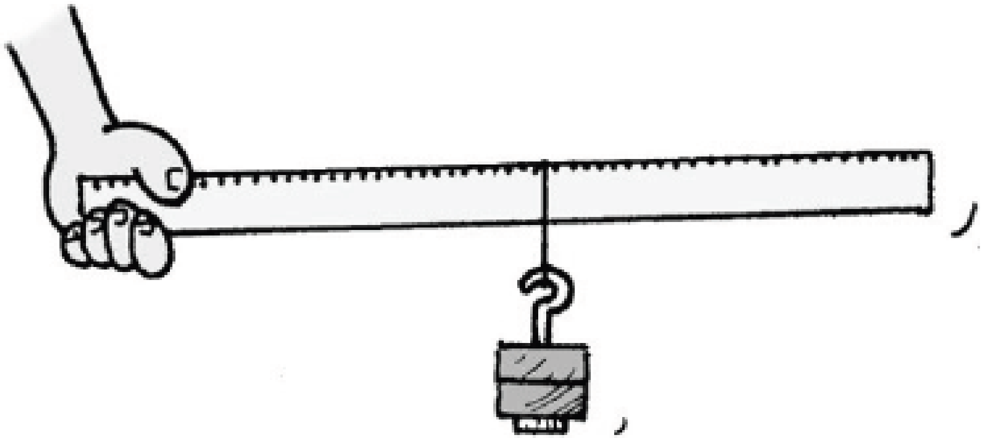
Ao segurar uma régua (de massa desprezável) como mostra a figura e fazendo deslocar uma massa ao longo dela, o que sentimos na mão?

A força é sempre a mesma…

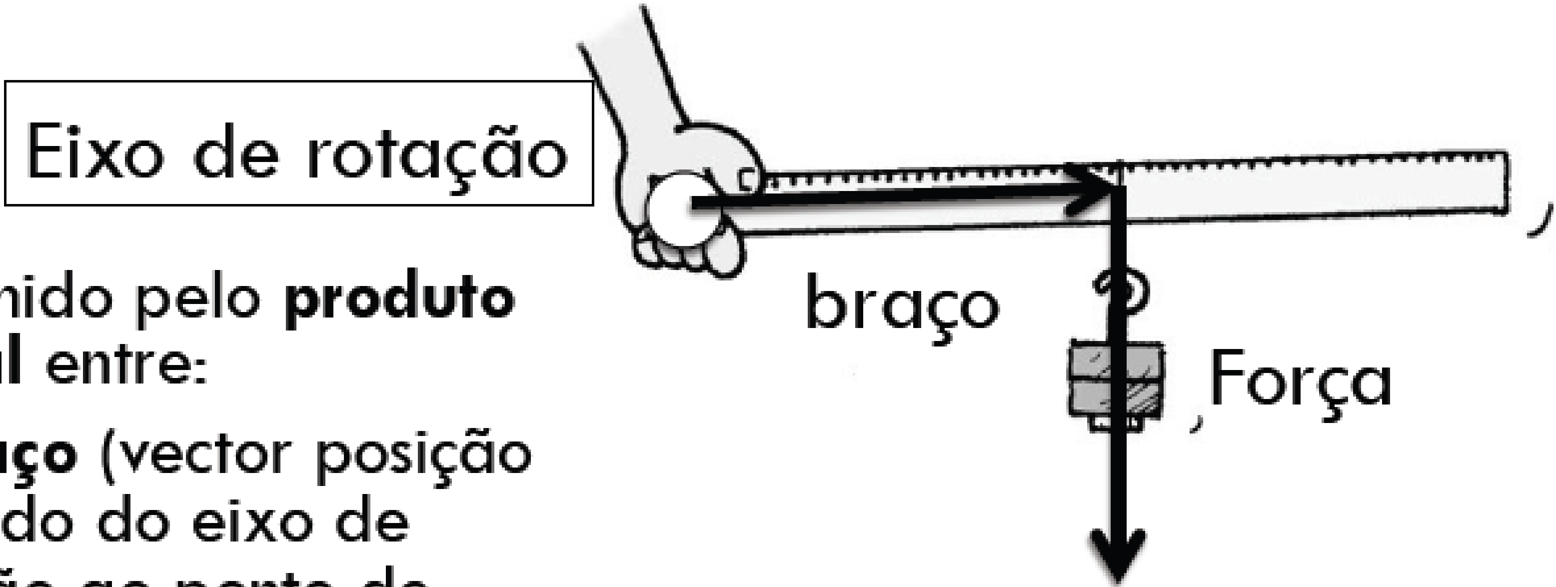
Então o que varia?

Que grandeza será esta?

Qual é o efeito?



Momento de uma força



* é definido pelo **produto vectorial** entre:

- o **braço** (vector posição definido do eixo de rotação ao ponto de aplicação da força)

e

- a **força**

$$\vec{M} = \vec{b} \times \vec{F}$$

Momento de uma força

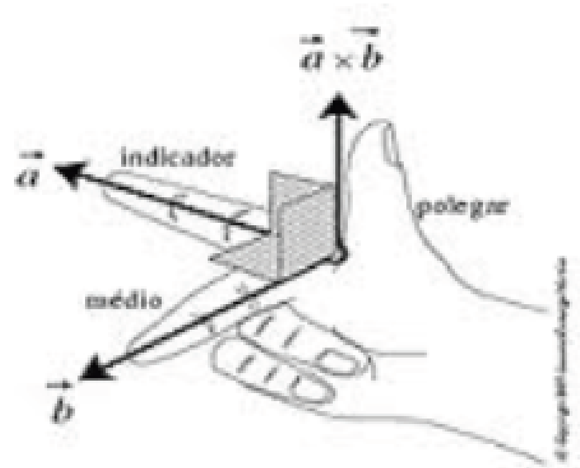
É uma grandeza vectorial!

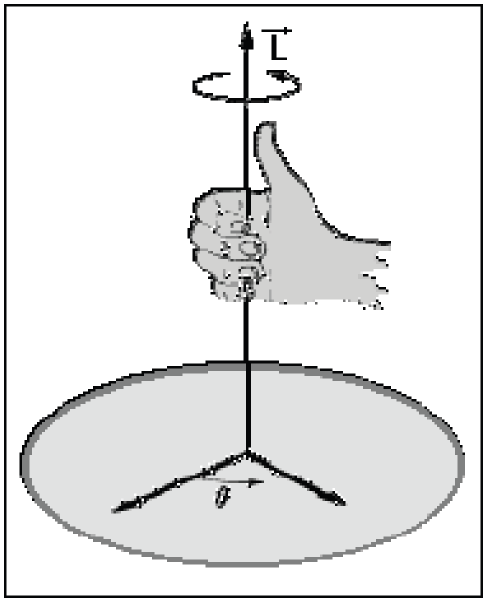
$$\vec{M} = \vec{b} \times \vec{F}$$

- Módulo dado por:

$$\left|\vec{M}\right| = \left|\vec{b}\right| \cdot \left|\vec{F}\right| \cdot sen\,\alpha$$

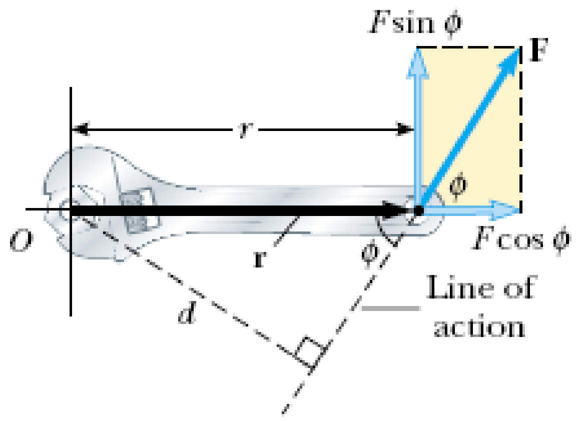
- A direção e sentido é determinado pela regra da mão direita



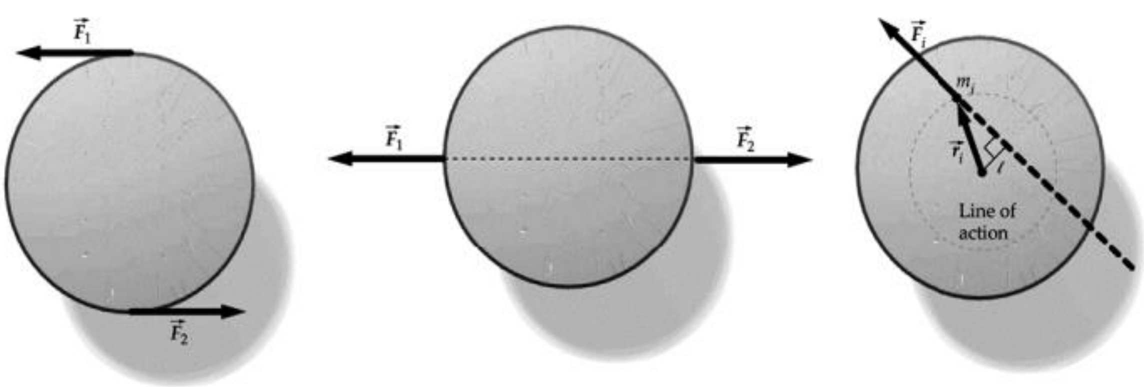


Momento de uma força

<u>Momento de uma força (relativamente a um ponto)</u>: é a capacidade que a força tem de produzir (ou influenciar) a rotação de um objecto. Depende da intensidade da força e da distância e orientação relativamente ao eixo de rotação (ou pivot, no caso de esta ser em torno de um ponto).
Unidade SI: Nm



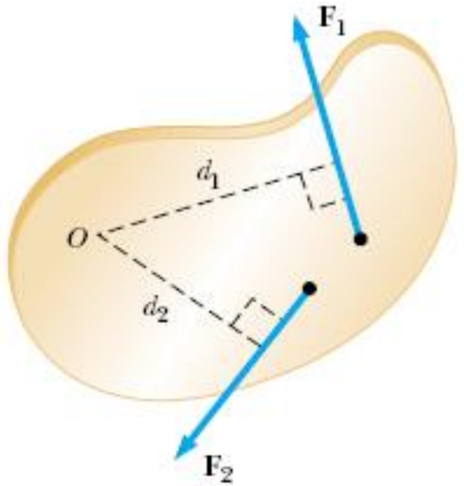
$$\boxed{\tau \equiv rF\sin\phi = Fd}$$



<u>Notas</u>: $\boldsymbol{d}$ é o braço da força; a expressão do momento pode ainda ser escrita como $\tau = F_t r$, em que F_t é a componente da força tangencial ao movimento.

Momento de uma força

<u>Natureza vectorial do momento de uma força</u>: apesar de o momento ser uma grandeza vectorial (producto externo vectorial do vector **r** pelo vector **F** – perpendicular ao plano formado pelos 2 vectores), podemos trabalhar apenas com o seu valor algébrico.



→ quando várias forças tendem a provocar rotação em torno de um mesmo ponto ou eixo, o valor do momento resultante é a soma algébrica dos momentos das várias forças.

$$\sum \tau = \tau_1 + \tau_2 = F_1 d_1 - F_2 d_2$$

→ os momentos que produzem rotação no sentido horário são considerados negativos e os momentos que produzem rotação no sentido anti-horário são considerados positivos.

<u>Nota</u>: o momento resultante num objecto não é, em geral, igual ao momento da força resultante que actua no objecto (ponto de aplicação!)

Aplicação – exemplos práticos

Momento de Inércia

Esta dependência relaciona-se com:

- a massa
- a sua distribuição relativamente ao eixo de rotação

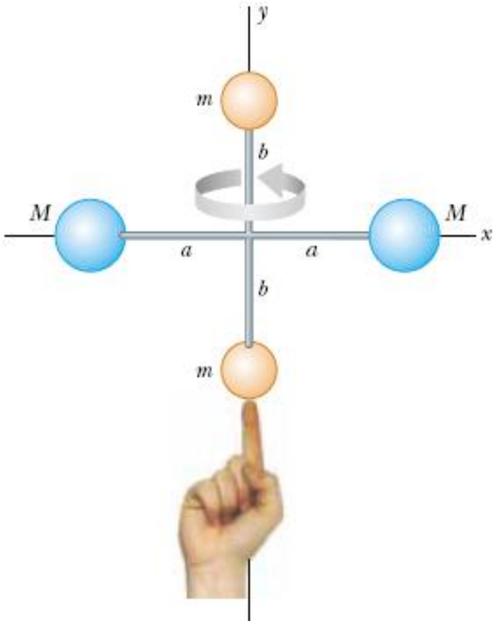
Assim, como:

a inércia significava a resistência em alterar o estado de movimento (de translação)...

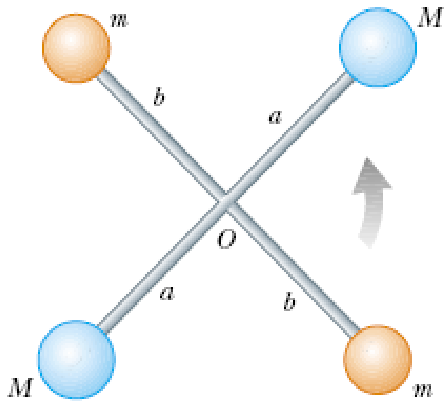
...esta nova grandeza física, o momento de inércia significa a resistência em alterar o seu estado de rotação!

Momento de inércia

<u>Momento de inércia de um sistema discreto de partículas</u> (relativamente a um eixo): somatório dos momentos de inércia de todas as partículas relativamente a esse eixo.



$$I \equiv \sum_i m_i r_i^2$$



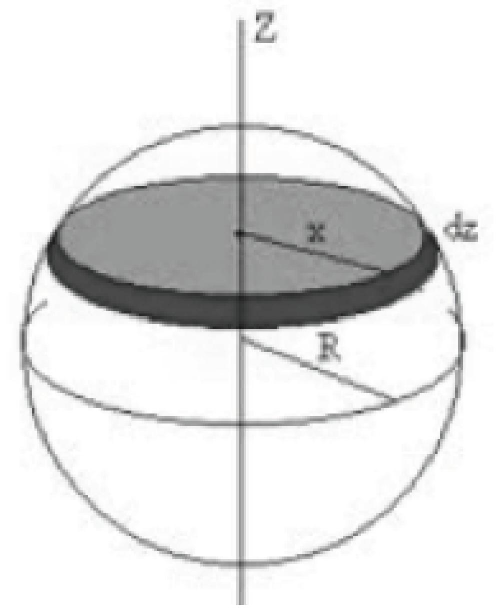
$$I_z = \sum_i m_i r_i^2$$
$$= Ma^2 + Ma^2 + mb^2 + mb^2$$
$$= \boxed{2Ma^2 + 2mb^2}$$

$$I_y = \sum_i m_i r_i^2$$
$$= Ma^2 + Ma^2$$
$$= \boxed{2Ma^2}$$

Momento de inércia

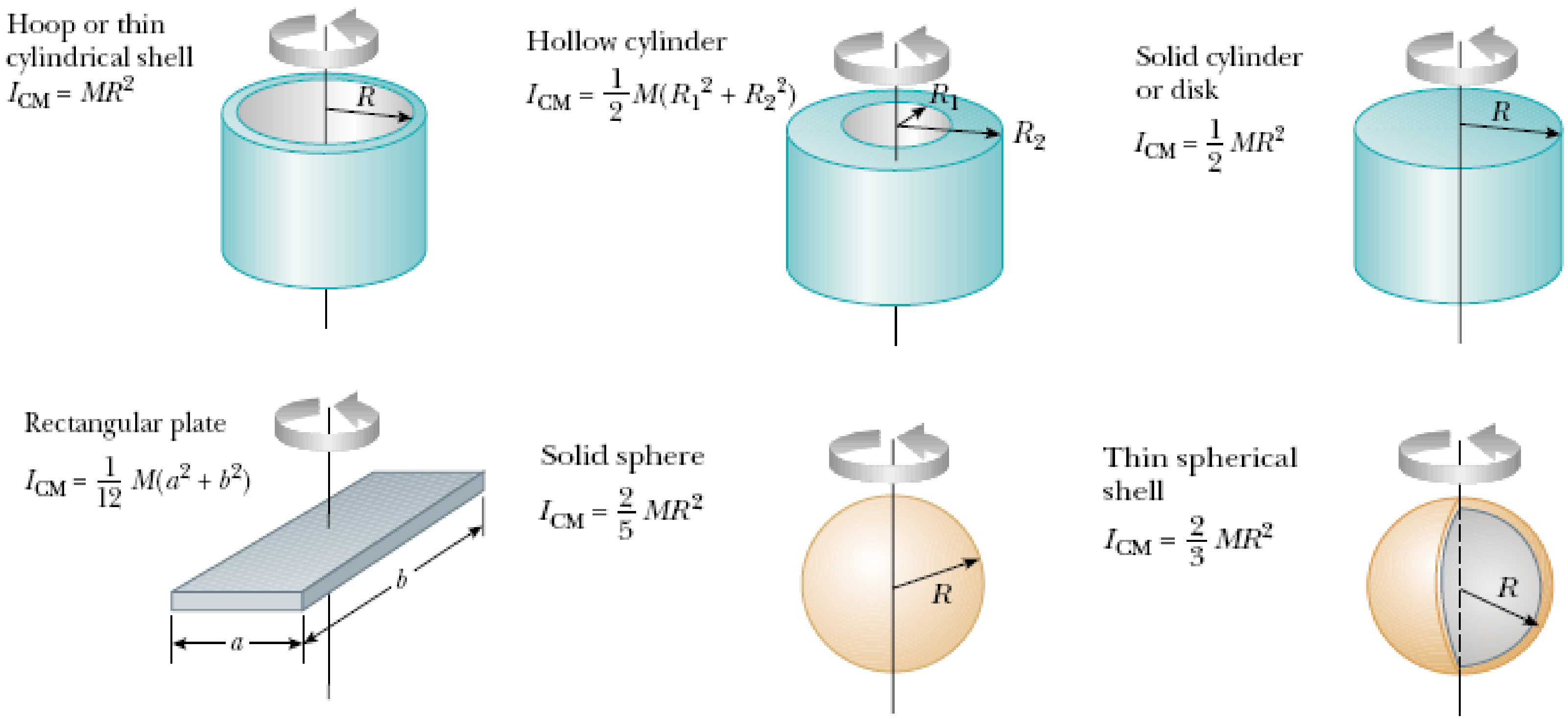
Num corpo contínuo ("real") o somatório da infinidade de elementos de massa infinitesimal *dm*, cada um distando r do eixo de rotação, resulta no somatório passar a contínuo transformando-se no integral:

$$\boxed{I = \int r^2 \cdot dm}$$



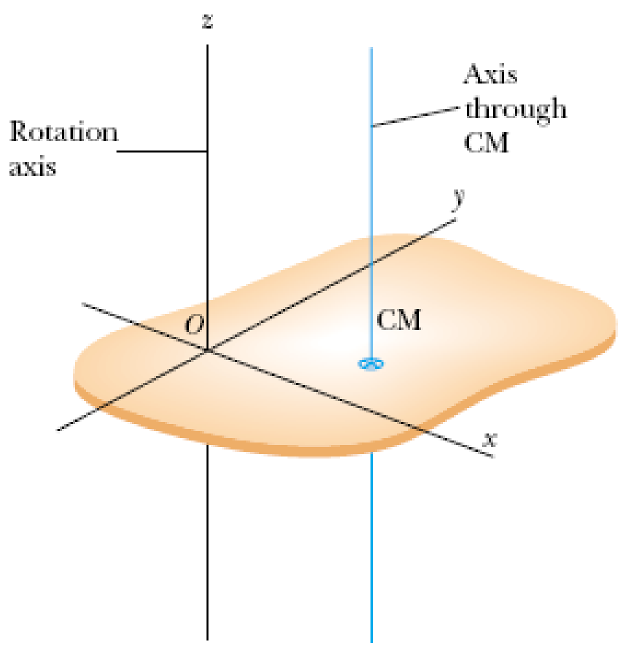
Momento de inércia

Momento de inércia de corpos rígidos relativamente ao CM:

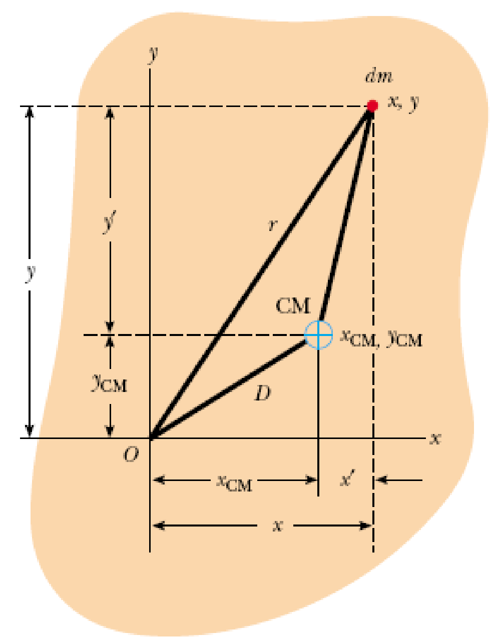


Momento de inércia

Teorema de Steiner (ou dos eixos paralelos): conhecido o momento de inércia de um sistema de partículas de massa M relativamente a um eixo que passa pelo seu centro de massa (I_{CM}), o momento de inércia relativamente a qualquer outro eixo paralelo a esse e a uma distância D do primeiro, é dado por:



$$\boxed{I = I_{CM} + MD^2}$$



1ª lei de Newton

Já tinha sido estudado o que era necessário para o corpo não ter aceleração linear: $\boxed{\sum \vec{F} = \vec{0}}$

... um corpo parado tende a permanecer parado e um corpo em movimento, tende a permanecer em movimento rectilíneo uniforme

Agora acrescentamos a condição para que o corpo não varie o seu movimento de rotação: $\boxed{\sum \vec{M} = \vec{0}}$

...um corpo em rotação (2° um eixo), tende a permanecer nesse estado de rotação (uniforme)!...

Condições de Equilíbrio

Condições necessárias para o equilíbrio

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

$$e$$

$$\sum \vec{M} = \vec{0}$$