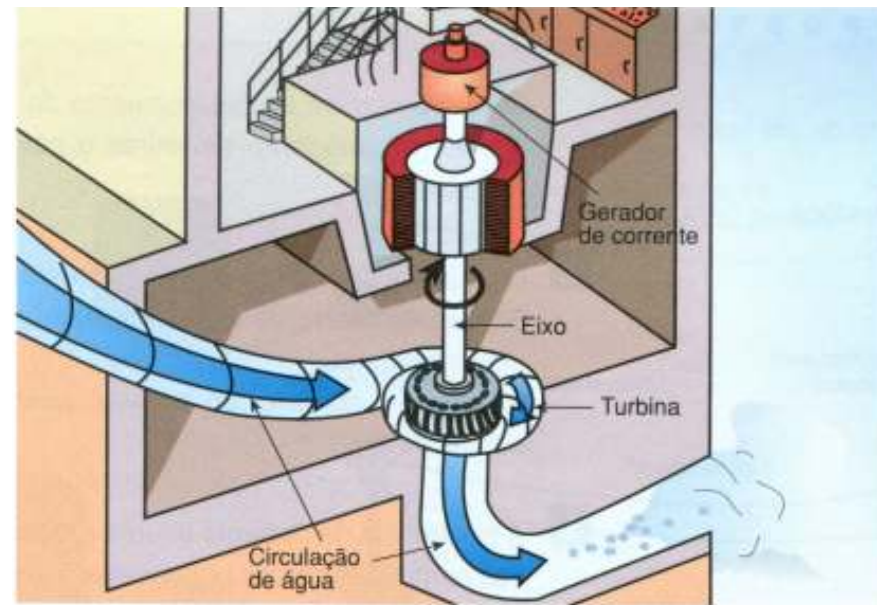
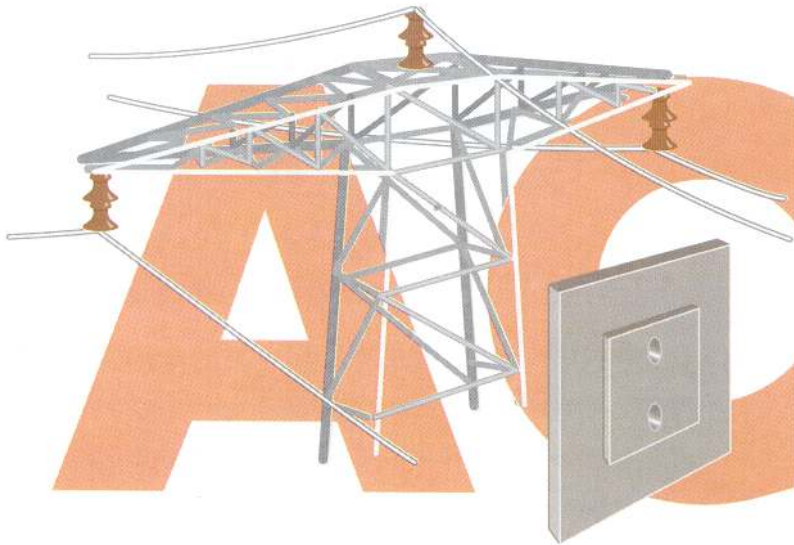


Electricidade

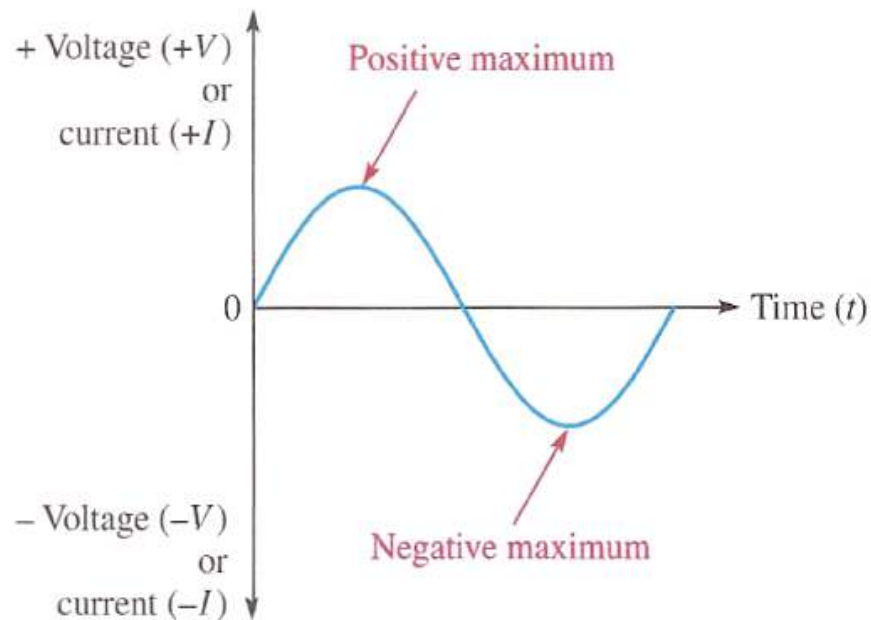
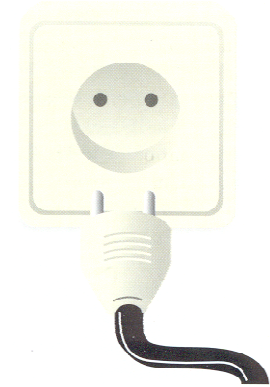
Capítulo 7.1. Introdução à Corrente Alternada



Pedro Guimarães . 2010. psg@isep.ipp.pt

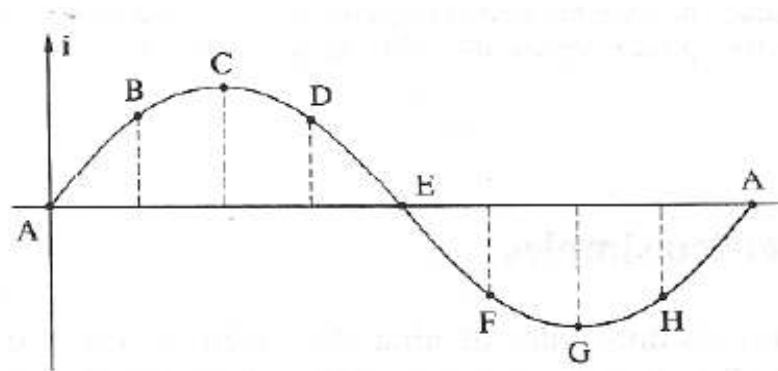
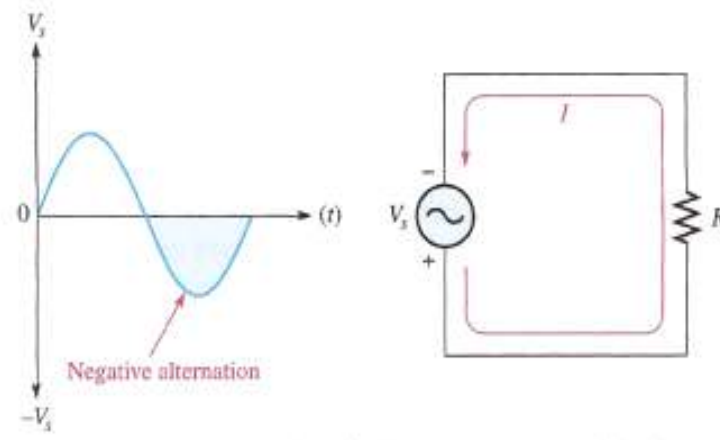
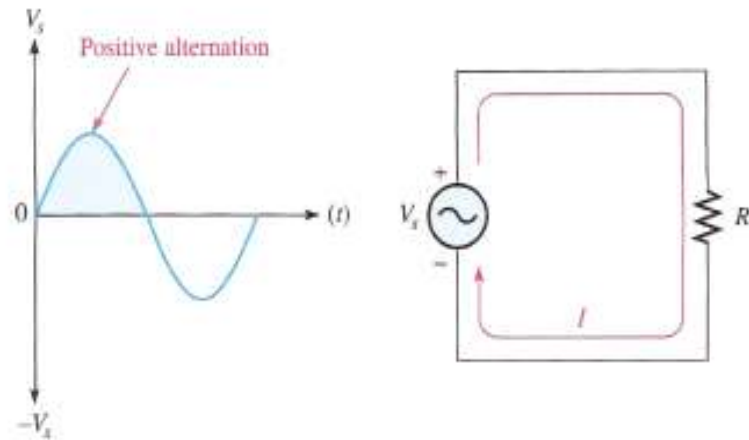
■ Corrente Alternada

- A **rede eléctrica** fornece às resistências e indústrias a **corrente alternada**.
 - Abrevia-se **CA** ou **AC-Alternate Current-inglês**.
- A **corrente** no circuito **circula ora num sentido, ora no outro**.



▪ Corrente alternada

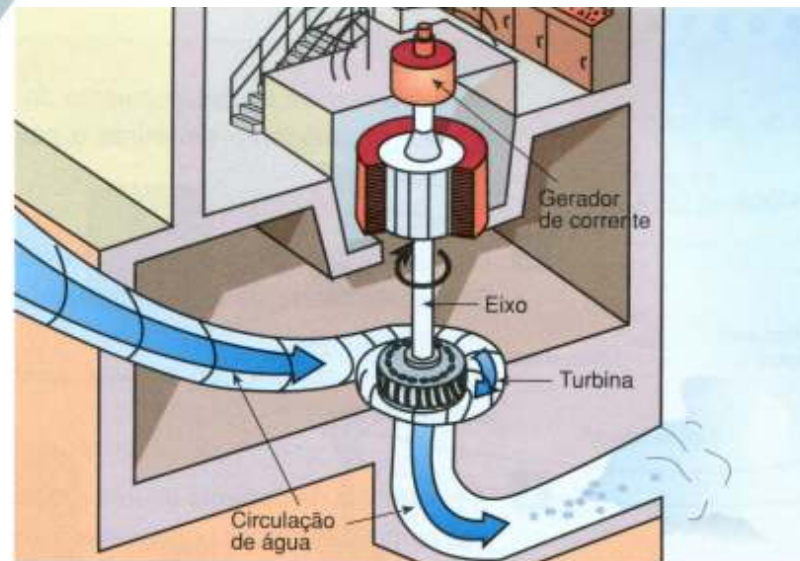
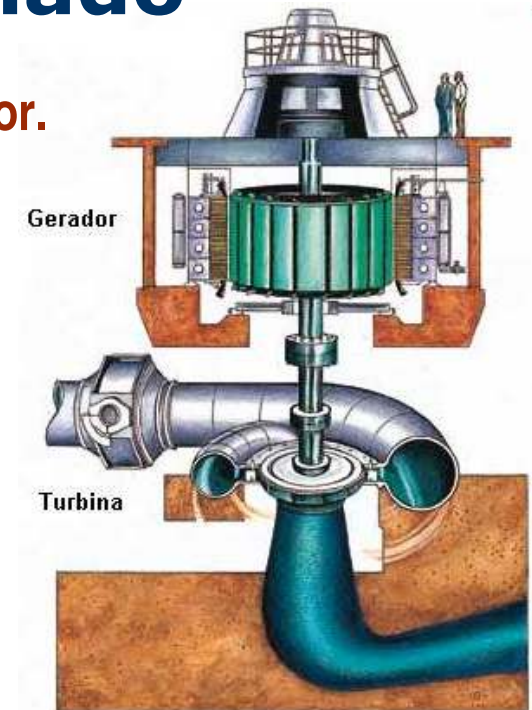
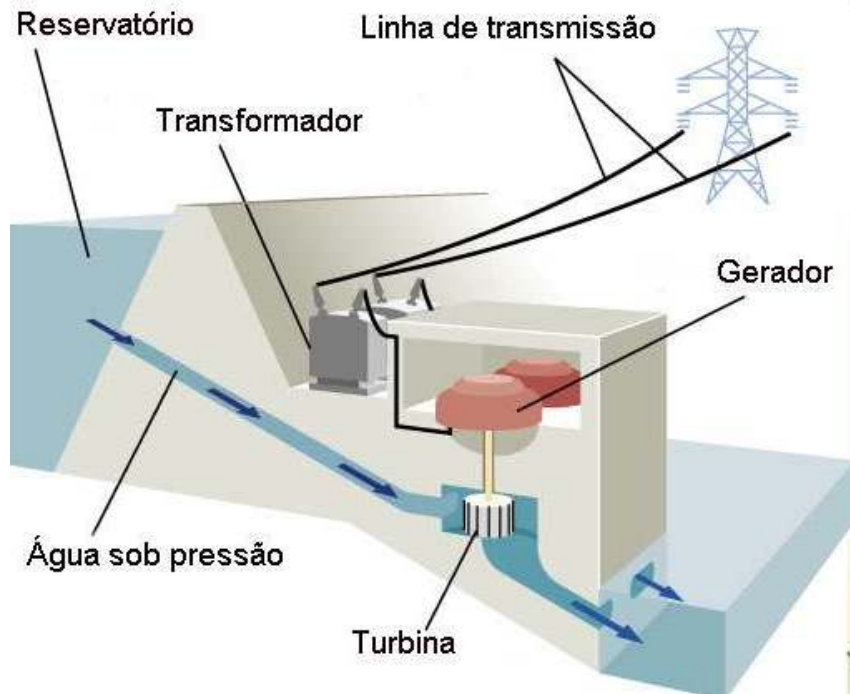
- A **tensão AC** é aquela cuja **polaridade é invertida** periodicamente



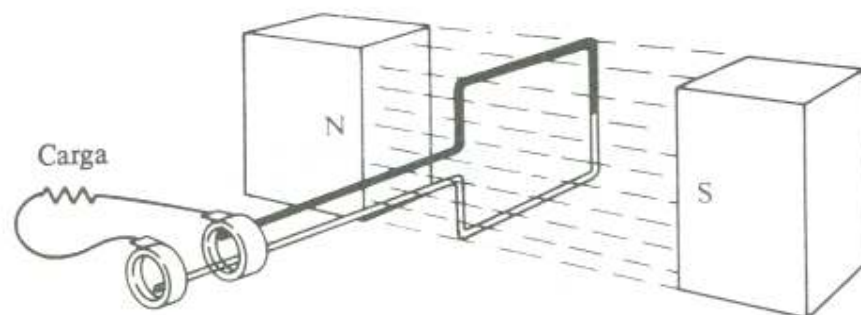
- | | | |
|---|--|--|
| A | | ▪ Electrão parado |
| B | | ▪ Electrão acelerando para a direita |
| C | | ▪ Electrão com velocidade máxima para a direita |
| D | | ▪ Electrão desacelerando |
| E | | ▪ Electrão parado |
| F | | ▪ Electrão acelerando para a esquerda |
| G | | ▪ Electrão com velocidade máxima para a esquerda |
| H | | ▪ Electrão desacelerando |
| A | | |

▪ Geração de um sinal alternado

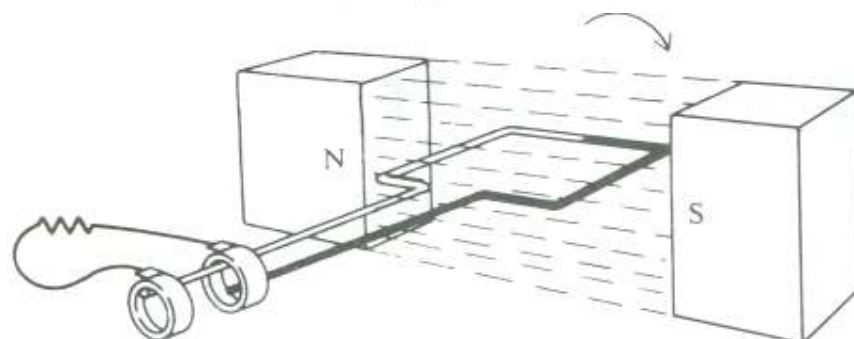
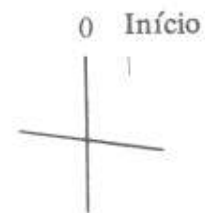
- A **tensão AC** é pode ser produzida por um **gerador**, chamado **alternador**.



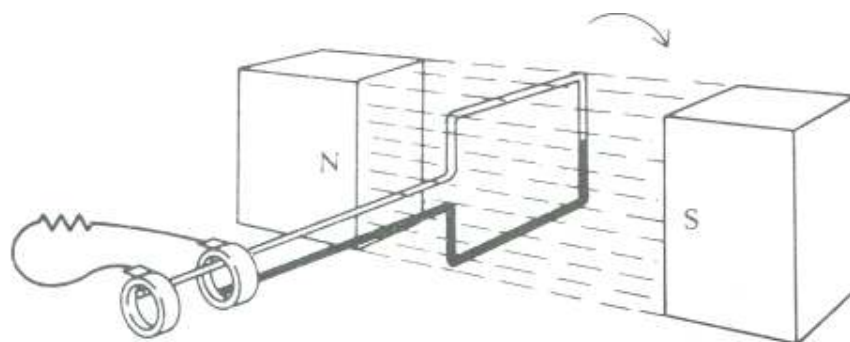
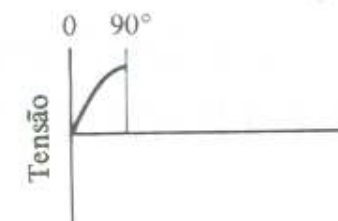
▪ Geração de um sinal alternado



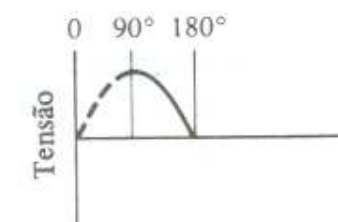
Posição 1



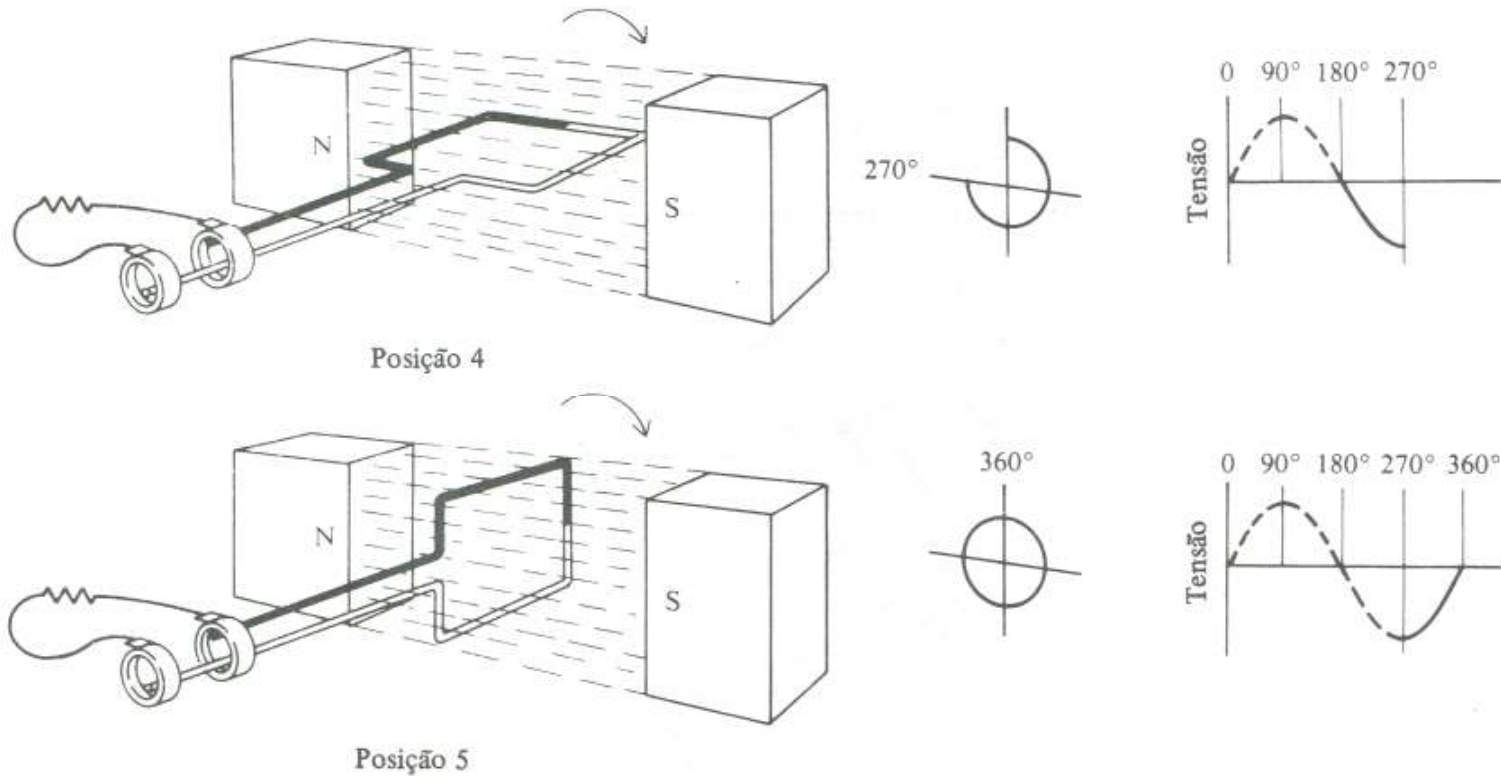
Posição 2



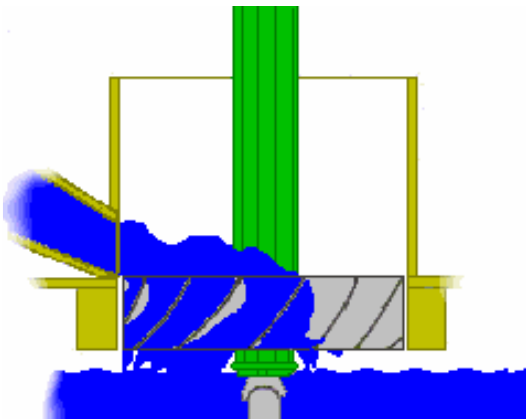
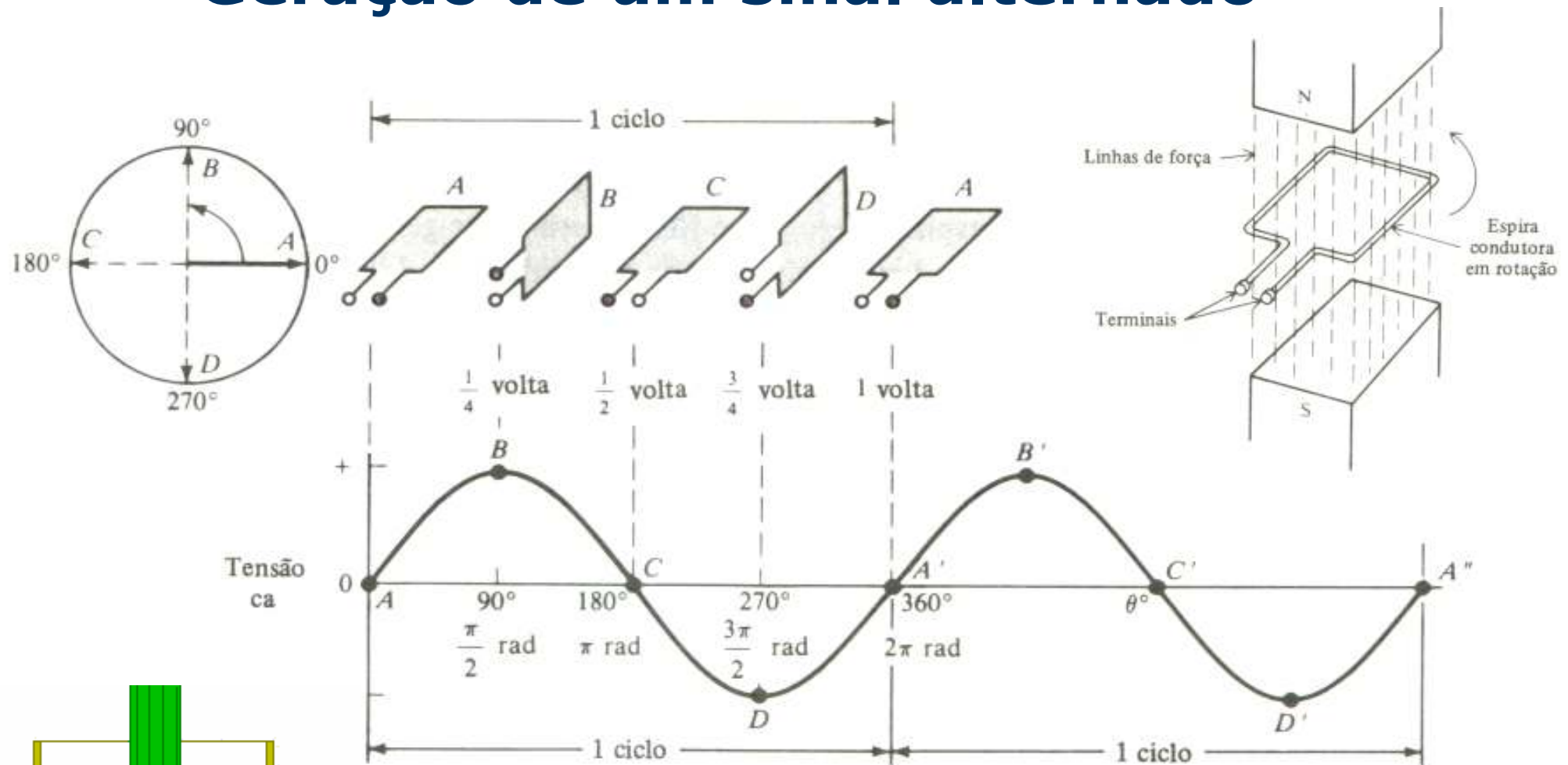
Posição 3



▪ Geração de um sinal alternado



▪ Geração de um sinal alternado



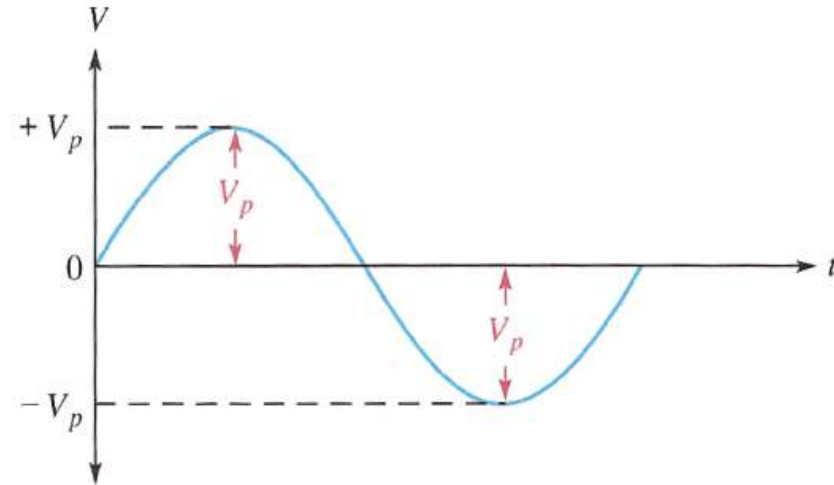
▪ Sinal sinusoidal

— Representação genérica de tensão sinusoidal

- Uma **tensão sinusoidal** genérica é **representada matematicamente** pela seguinte expressão:

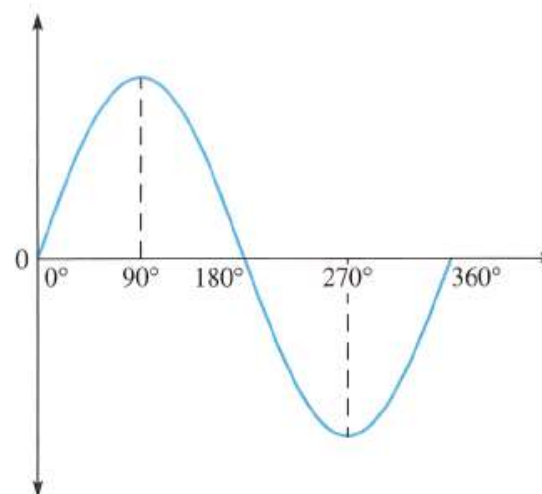
$$v(t) = V_p \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

- $v(t)$ – tensão no instante t
- V_p – Valor de pico ou amplitude
- ω – frequência angular

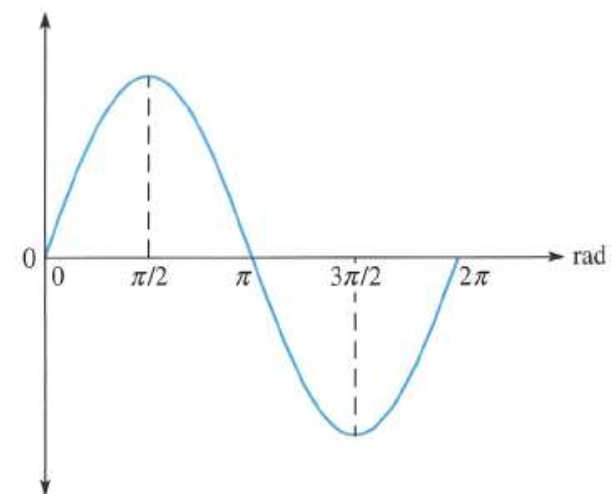


$$v(\theta) = V_p \cdot \sin \theta$$

- $v(t)$ – tensão para o ângulo
- V_p – Valor de pico ou amplitude
- ω – frequência angular



(a) Degrees



(b) Radians

▪ Parâmetros de um Sinal alternado

▪ Frequência

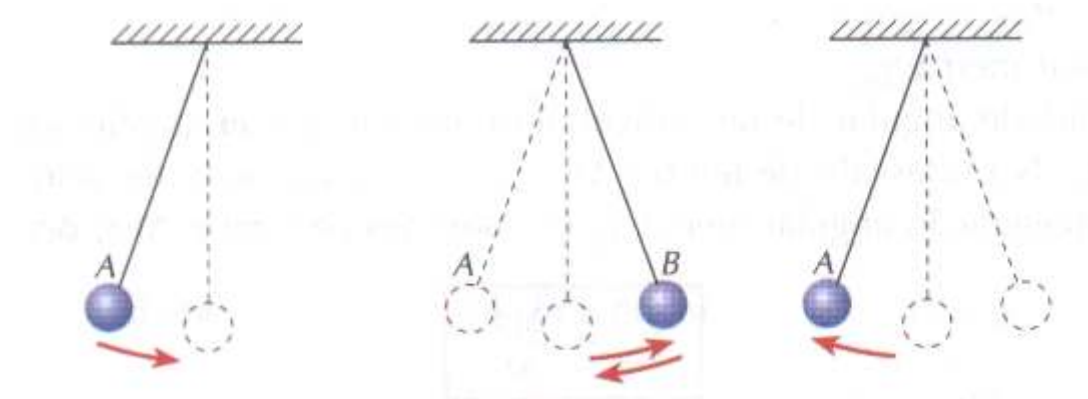
- Serve para analisar fenómenos periódicos
 - A frequência do metro é boa
 - A frequência do autocarro 304 é má

▪ Fenómeno periódico

- Quando o fenómeno se repete, em intervalos de tempo sucessivos e iguais
- **Período T** é o menor intervalo de tempo da repetição do fenómeno

▪ Exemplos

- Pêndulo
- Relógio
- Movimento de rotação da terra



▪ Período e Frequência

▪ Frequência (f)

- Número de vezes que o fenómeno se repete na unidade de tempo

▪ Exemplo

- Numero de composições por hora
 - Frequência (f): 20 composições / hora
- Tempo de espera:
 - Período (T): 3 m



▪ Relação e unidades

- Período (T) mede-se em unidade de tempo (s,h,min,dia)
- Frequência (f) mede-se em Hz = ciclos/s, rpm

$$f = \frac{1}{T}$$

▪ Período e Frequência

▪ MCU é um movimento circular

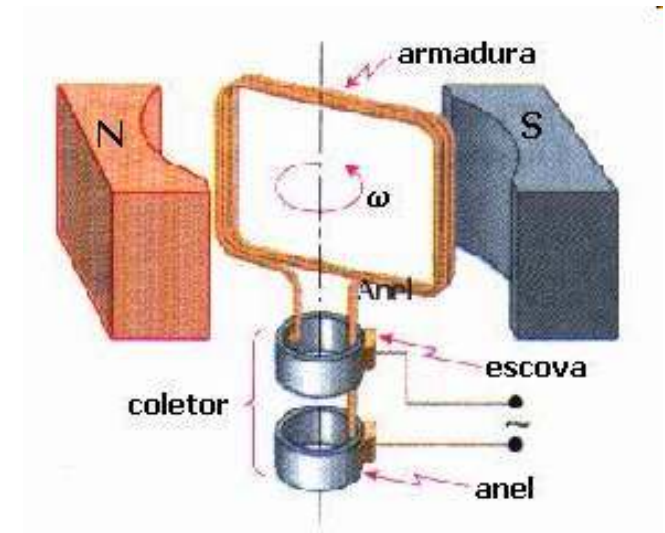
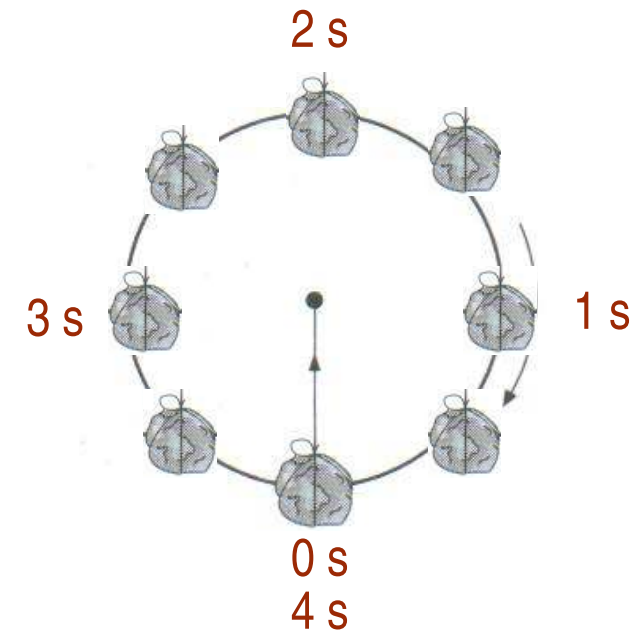
- Período (T): Intervalo de tempo de uma volta completa
- Frequência (f): Número de voltas por unidade de tempo

$$f = \frac{1}{T}$$

▪ Relação entre a velocidade angular e o período/frequência

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

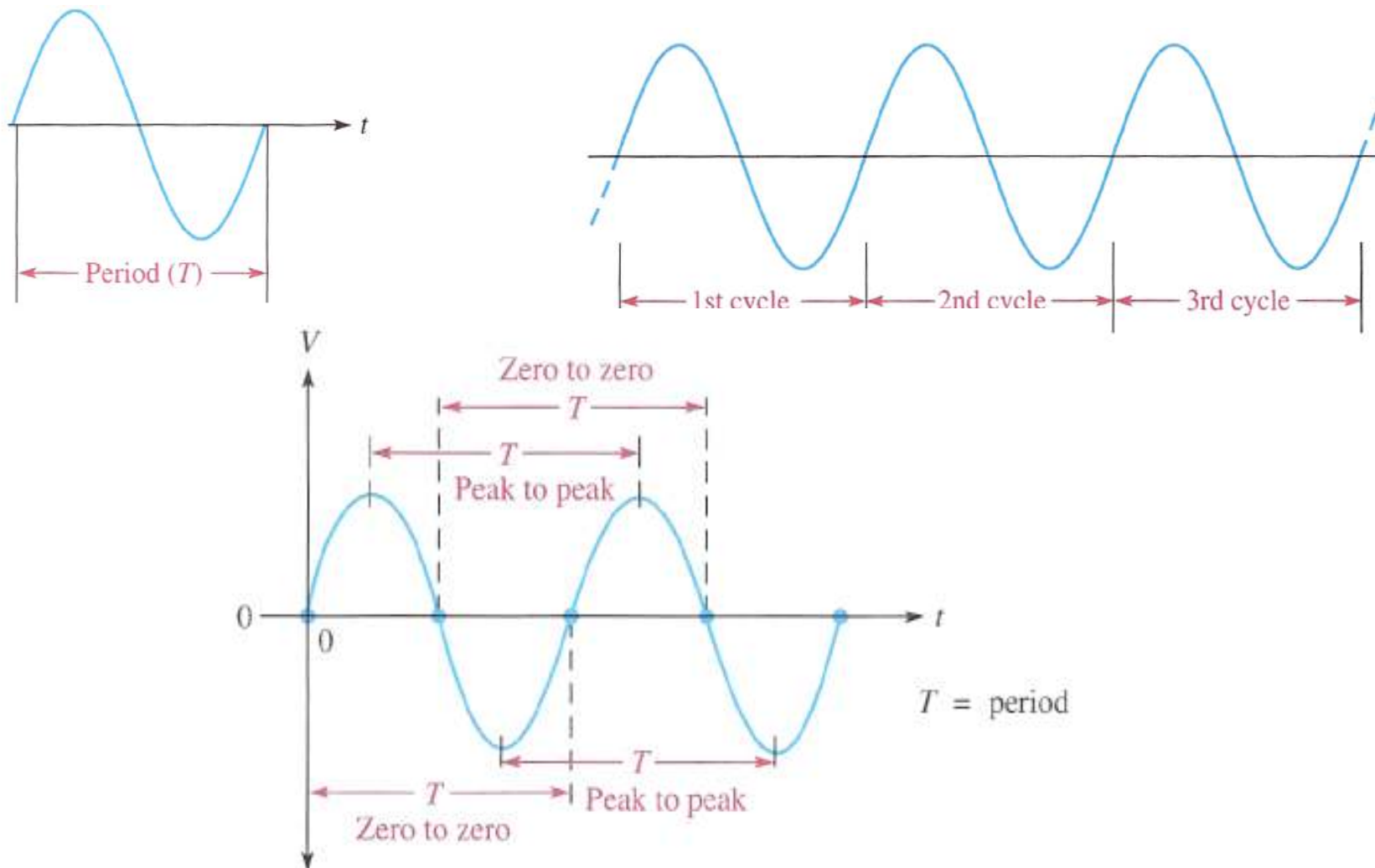
$$\omega = 2\pi f$$



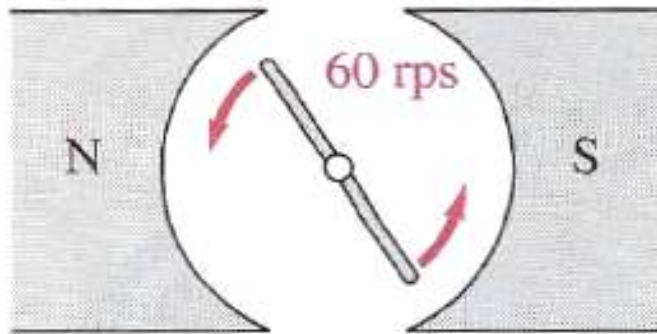
▪ Período e Frequência

— Período de uma onda sinusoidal —

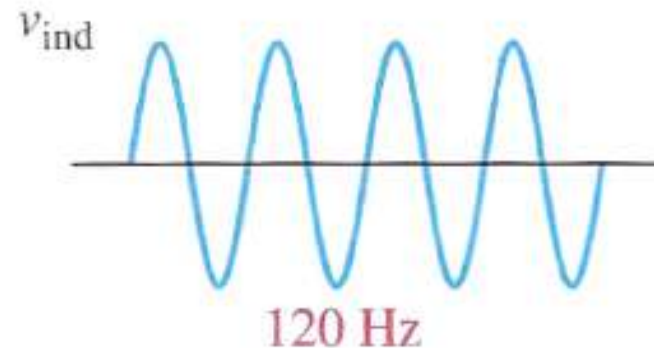
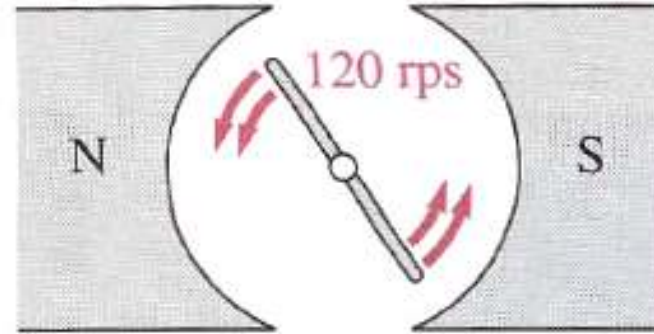
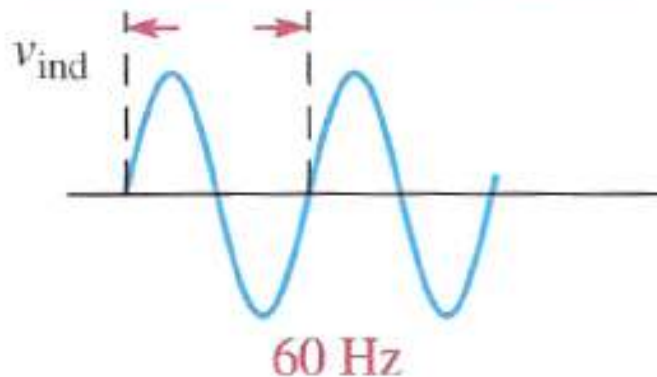
- O **período T** , em segundos [s], representa o tempo necessário para que a tensão complete um ciclo.



▪ Sinal sinusoidal



One cycle = one revolution



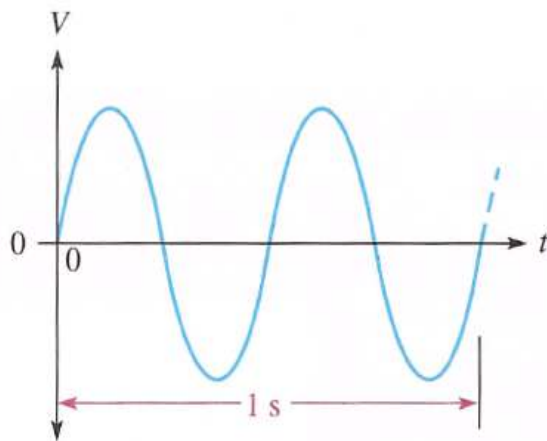
▪ Sinal sinusoidal

— Frequência de uma onda sinusoidal

▪ A **frequência f** , em hertz [Hz], e a frequência angular ω , em radianos por segundos [rad/s], representam o número de ciclos por segundo.

▪ Baixa frequência :

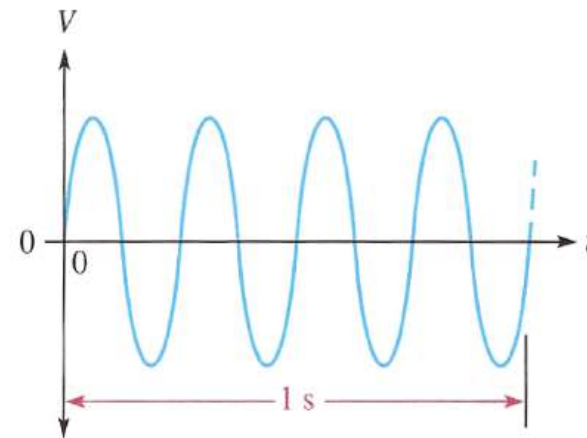
- Poucos ciclos por segundo



$$f = \frac{1}{T}$$

▪ Alta frequência :

- Muitos ciclos por segundo

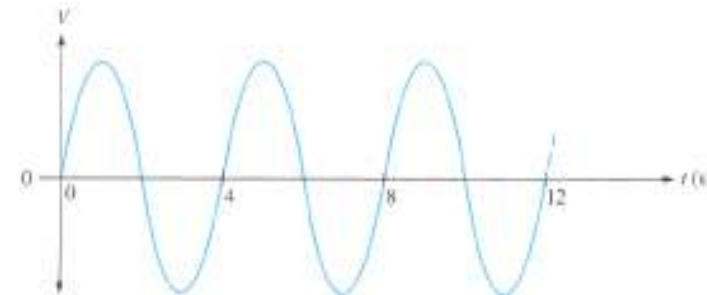


$$\omega = 2.\pi.f$$

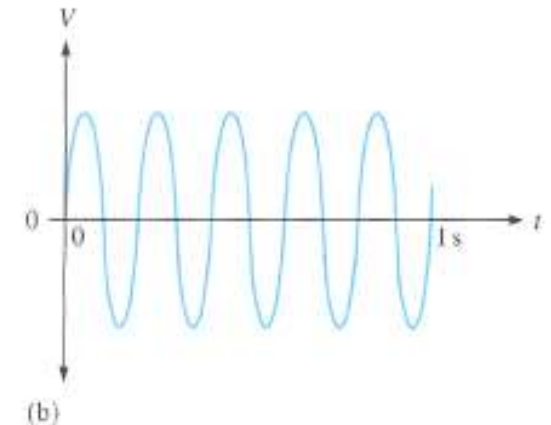
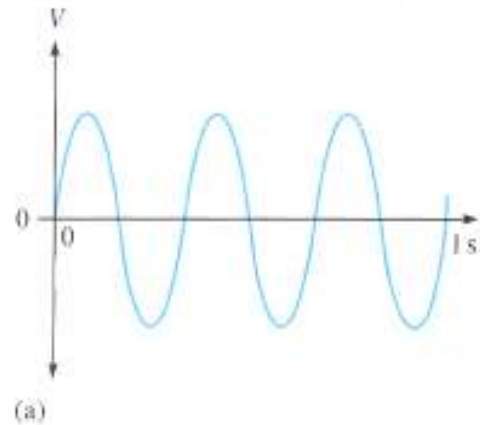
Exercícios Propostos

1. O período de uma onda sinusoidal é 10 ms . Qual a frequência ?
2. A frequência de uma onda é 50 Hz. Qual é o período ?

3. Qual o período da onda sinusoidal da figura seguinte ?



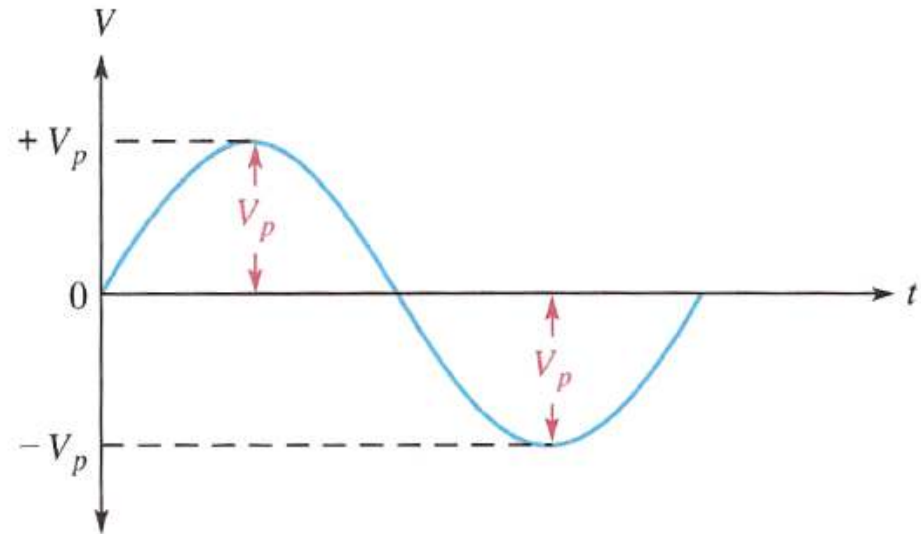
4. Qual das seguintes formas de onda tem uma frequência ? Determine a frequência e o período de ambas ?



▪ Valores de tensão e corrente

— Valor de pico

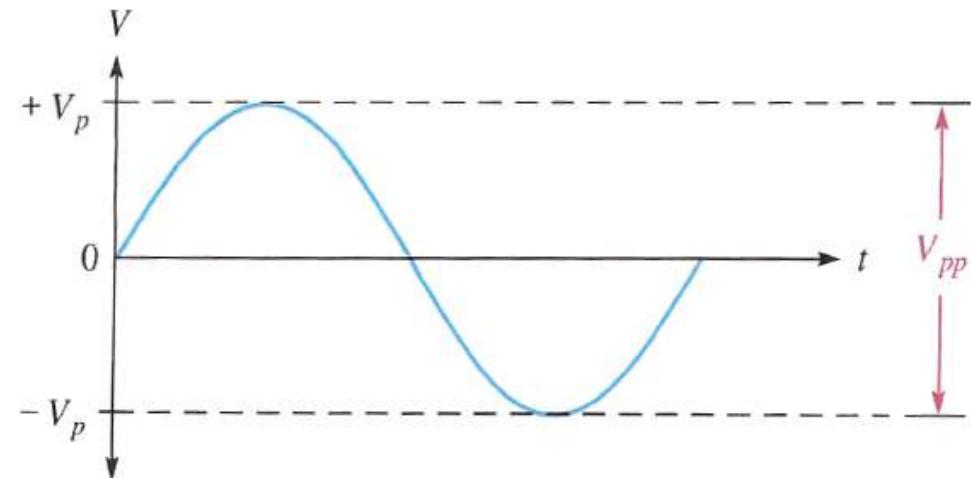
- Valor máximo que uma onda pode atingir



— Valor de pico a pico

- Diferença entre o valor máximo e o valor mínimo algébrico

$$V_{PP} = 2 \cdot V_p$$



Valores de tensão e corrente

— Valor instantâneo —

$$v(t) = V_p \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$v(t) = 10 \cdot \sin(2\pi \cdot t)$$

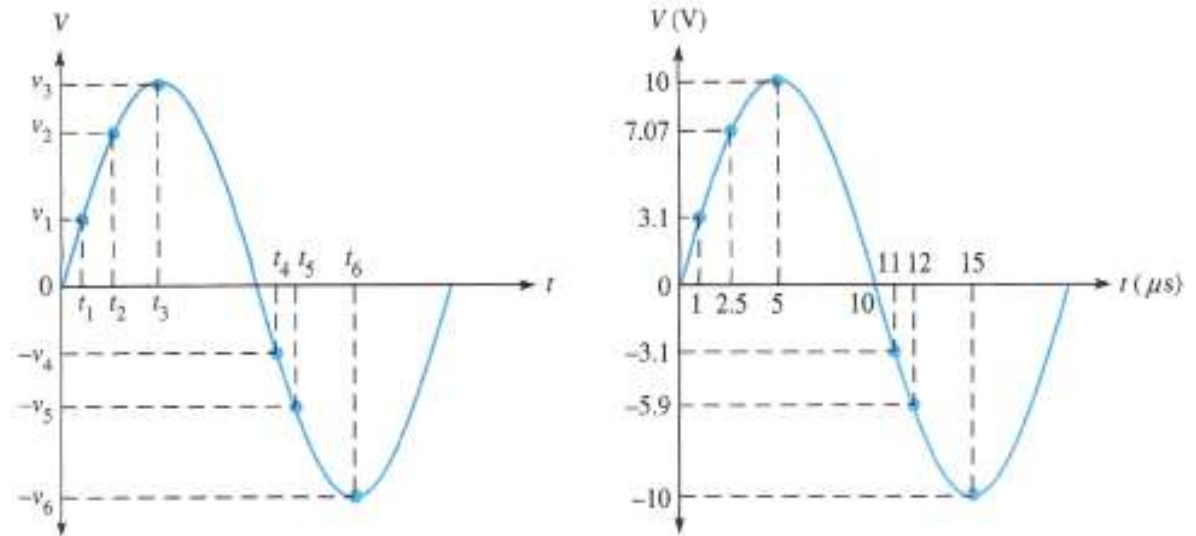
$$v(0) = 10 \cdot \sin(0) \Leftrightarrow v = 0 \text{ V}$$

$$v(0,25) = 10 \cdot \sin(2\pi \cdot 0,25) \Leftrightarrow v = 10 \text{ V}$$

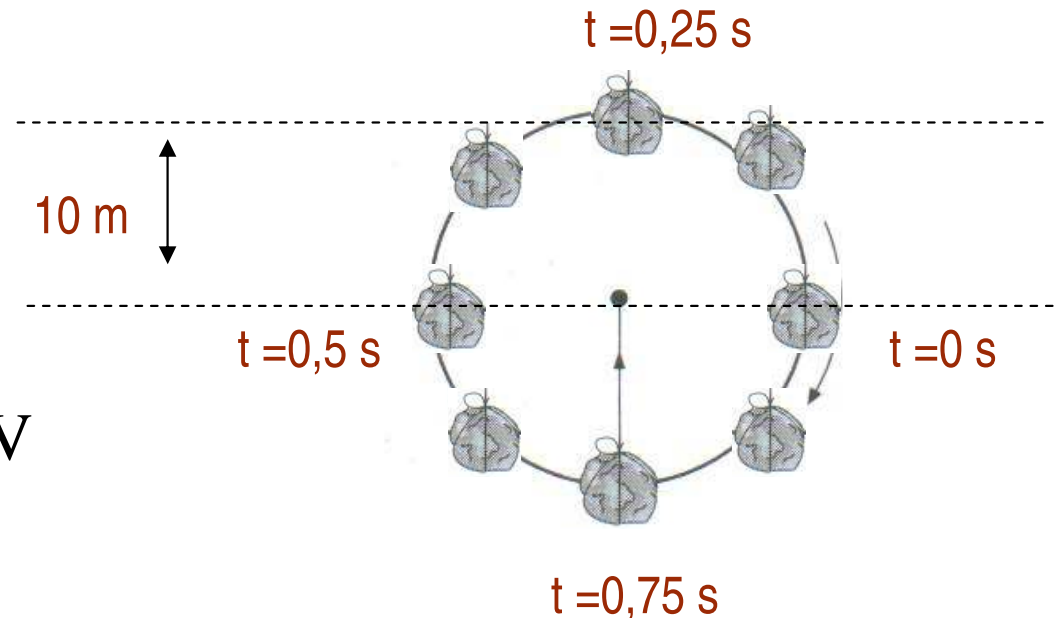
$$v(0,5) = 10 \cdot \sin(2\pi \cdot 0,5) \Leftrightarrow v = 0 \text{ V}$$

$$v(0,75) = 10 \cdot \sin(2\pi \cdot 0,75) \Leftrightarrow v = -10 \text{ V}$$

$$v(1) = 10 \cdot \sin(2\pi) \Leftrightarrow v = 0 \text{ V}$$

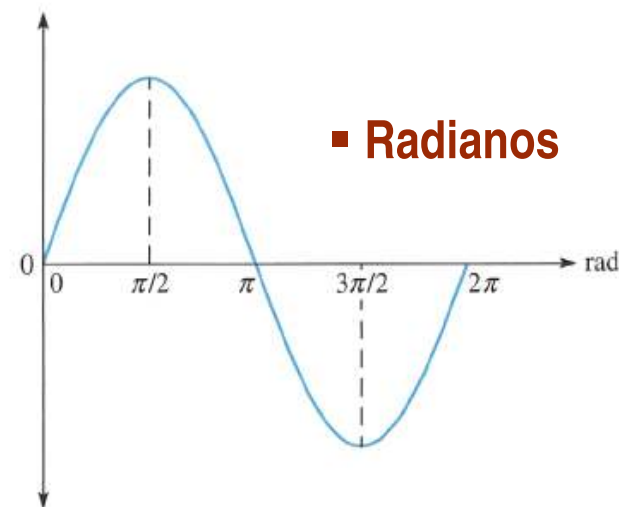
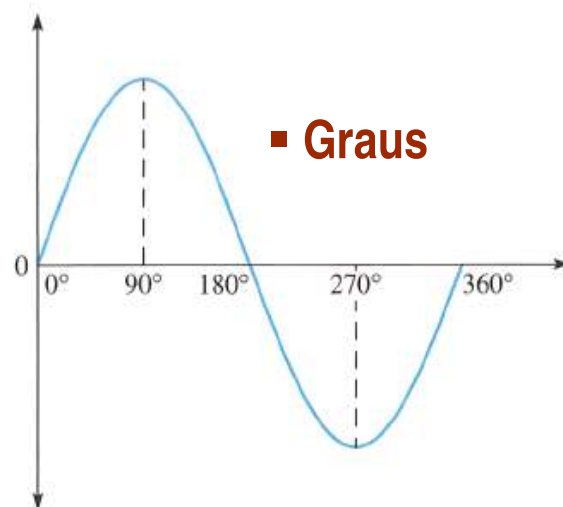
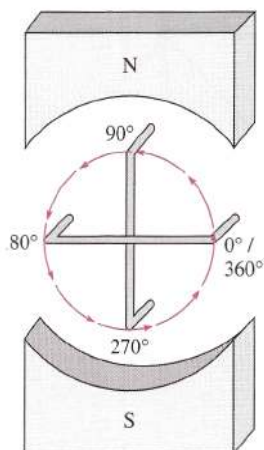


▪ Analogia



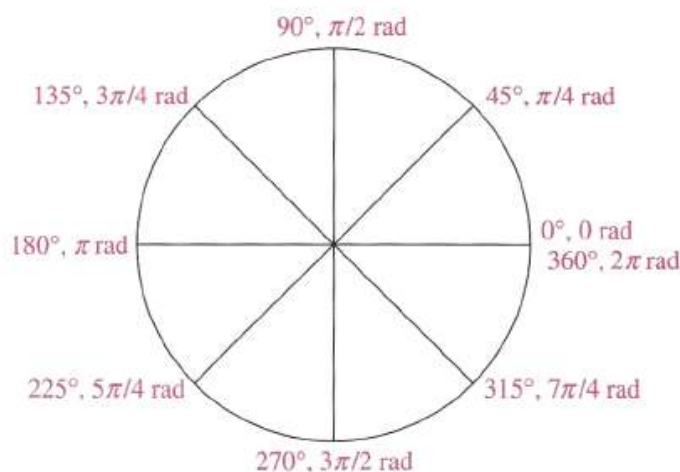
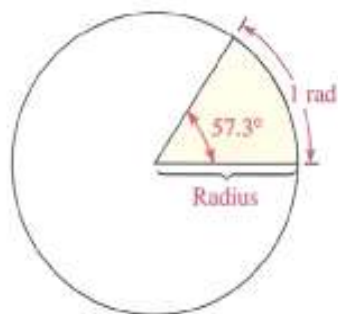
▪ Graus Vs Radianos

— Ângulos de uma onda sinusoidal



— Conversão Graus \ Radianos

$$\text{rad} = \left(\frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ} \right) \times \text{graus}$$



DEGREES (°)	RADIANS (RAD)
0	0
45	$\pi/4$
90	$\pi/2$
135	$3\pi/4$
180	π
225	$5\pi/4$
270	$3\pi/2$
315	$7\pi/4$
360	2π

▪ Graus Vs Radianos

$$v(\theta) = V_P \cdot \sin \theta$$

$$v = 10 \cdot \sin(0^\circ) \Leftrightarrow v = 0 \text{ V}$$

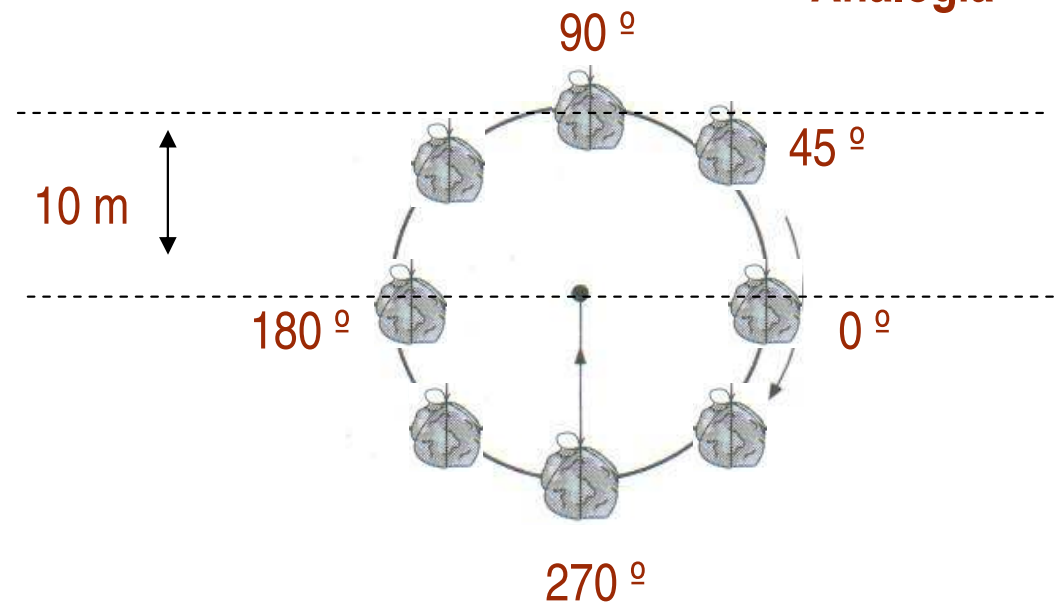
$$v = 10 \cdot \sin(45^\circ) \Leftrightarrow v = 8,66 \text{ V}$$

$$v = 10 \cdot \sin(90^\circ) \Leftrightarrow v = 10 \text{ V}$$

$$v = 10 \cdot \sin(180^\circ) \Leftrightarrow v = 0 \text{ V}$$

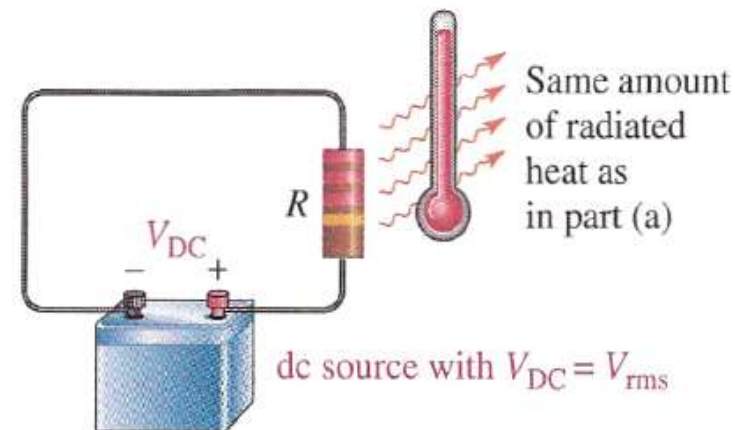
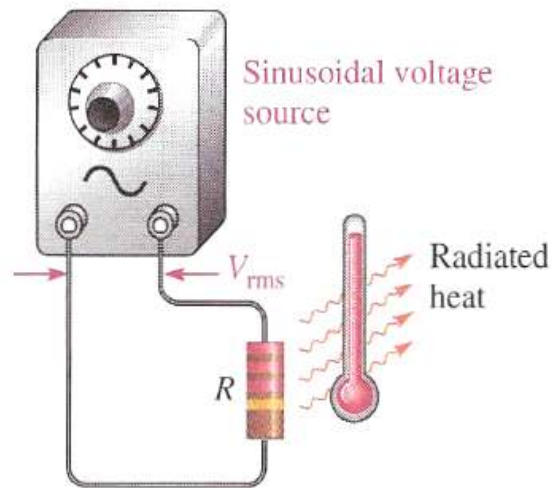
$$v = 10 \cdot \sin(270^\circ) \Leftrightarrow v = -10 \text{ V}$$

▪ Analogia



▪ Valor eficaz (RMS)

- O valor médio quadrático (valor RMS - Root Mean Square) de um sinal, é uma medida directa da energia nele contida e define-se na prática como sendo o **valor DC necessário para produzir uma dissipação de calor igual á que esse sinal produziria numa carga resistiva.**



— Relação Valor de pico e Valor eficaz —

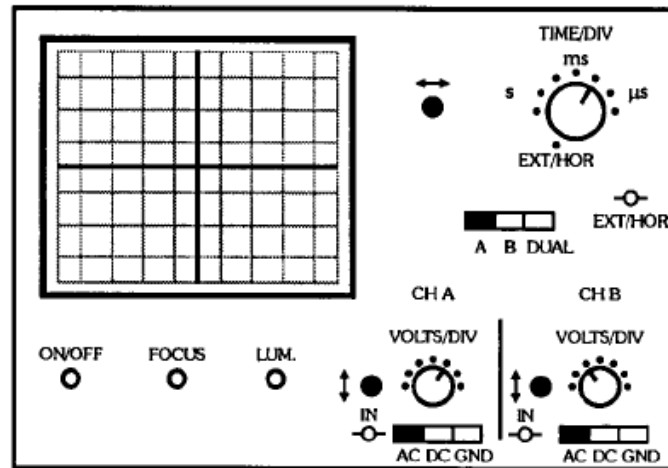
$$V_{RMS} = \frac{V_P}{\sqrt{2}}$$

$$V_{RMS} = 0,707 \cdot V_P$$

Instrumentos de Medida de Sinais AC

- A chave AC do multímetro permite medir **valores eficazes**
- O osciloscópio permite medir **valores de pico, pico a pico e períodos**

Osciloscópio



Multímetro



— Osciloscópio

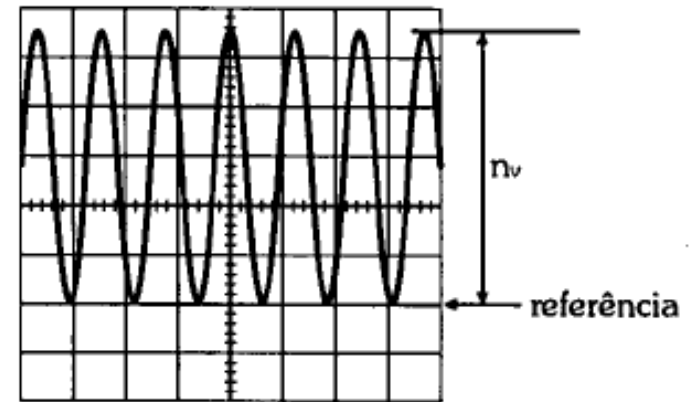
- Ao lado vemos o painel frontal simplificado de um **osciloscópio de dois canais A e B**
- Cada canal possui um conjunto de **controlos verticais** manualmente independentes
 - Posição ⇕
 - Tipo de sinal **AC/DC/GND**
 - Atenuação **VOLTS/DIV**
- Já os **controlos horizontais** actuam simultaneamente nos canais A e B
 - Posição ⇕
 - Base de Tempo **TIME/DIV**

■ Instrumentos de Medida de Sinais AC

— Medida de V_{PP} , V_p e V

- Através do controlo de posição vertical do canal, o sinal é ajustado no visor de modo que os pontos máximos inferiores coincidam com as linhas horizontais escolhida como referência
- A tensão de pico-a-pico é o produto do **numero de divisões verticais** n_v pelo valor seleccionado no controlo de atenuação vertical ou seja

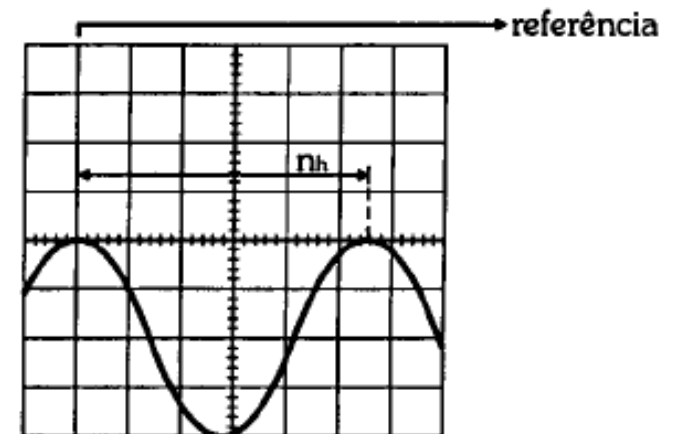
$$V_{PP} = n_v \times \text{VOLT/DIV}$$



— Medida de T , f e ω

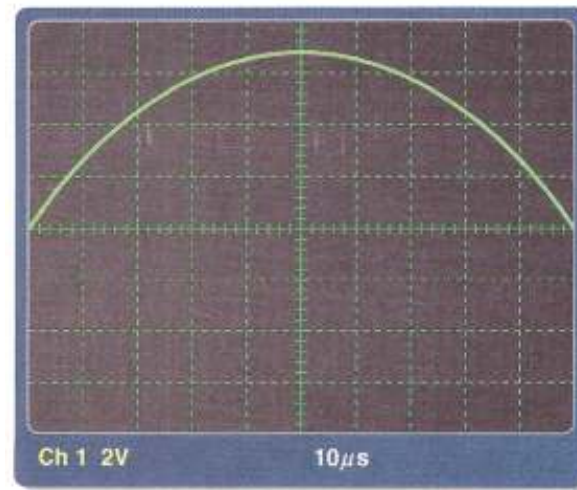
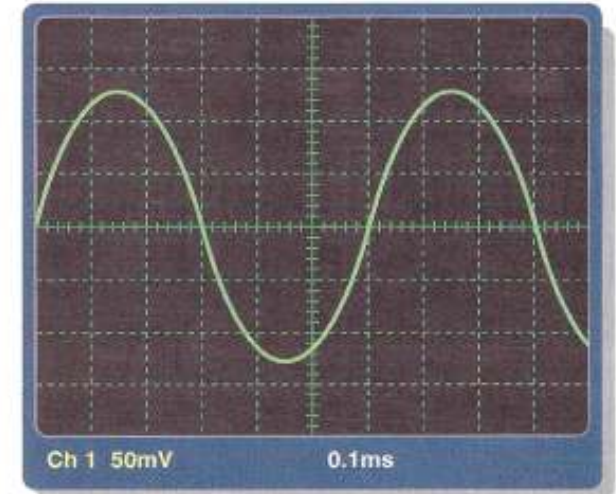
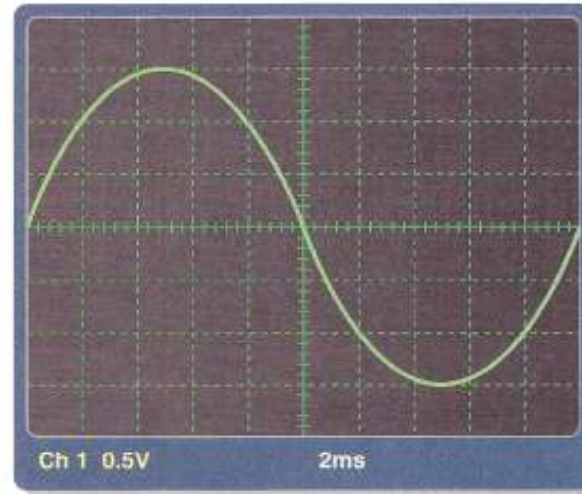
- o sinal deve ser ajustado no visor de modo que os pontos máximos superiores ou inferiores coincidam com a linha horizontal graduada e pelo menos um deles coincida com uma das linhas verticais escolhida como referência.
- Isto pode ser feito através dos botões de posição vertical e horizontal
- O período T é o produto do número de divisões horizontais n_h pelo valor seleccionado no controlo de base de tempo ou seja

$$T = n_h \times \text{TIME/DIV}$$

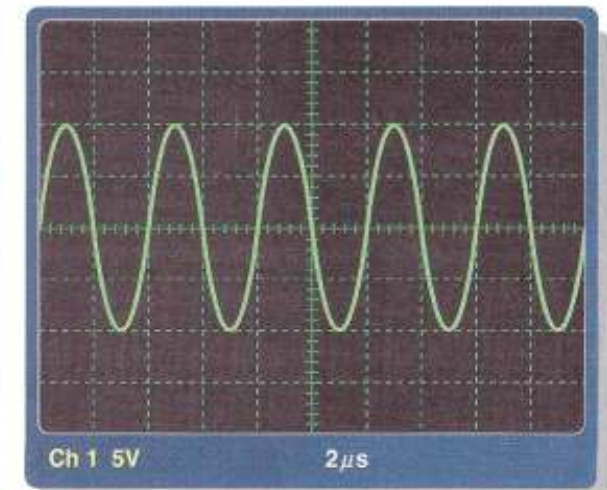


▪ Exercícios Propostos

5. Determine os valores de pico, pico a pico, período de cada forma de onda da figura seguintes obtida através de um osciloscópio e cujos valores de VOLT/DIV e TIME/DIV, são mostrados por baixo dos ecrãs. As formas de onda encontram-se centradas



(c)

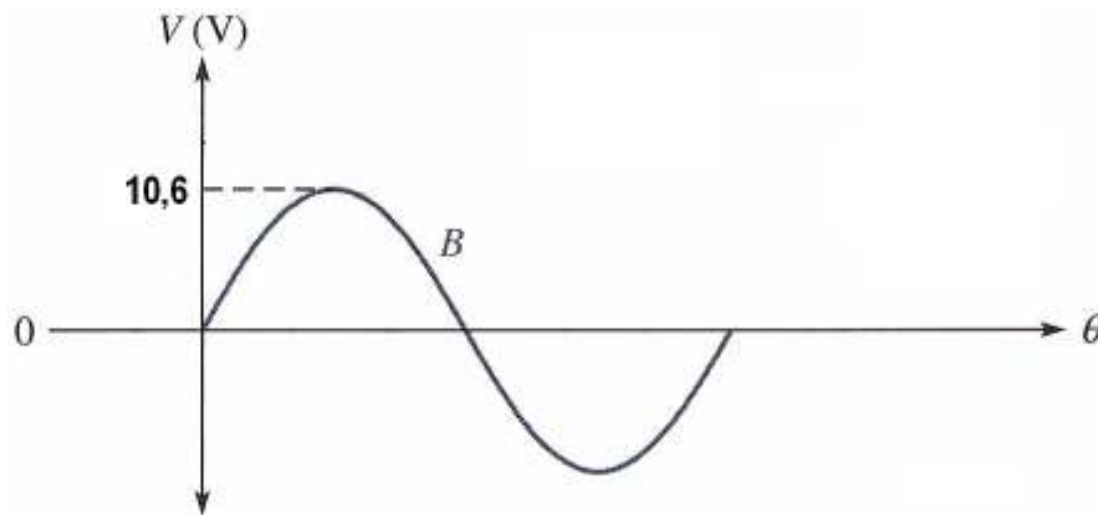


(d)

▪ Fase inicial de uma onda sinusoidal

- O **diagrama fasorial** é um “retrato” do sinal no **instante inicial**. Ele é formado por um **fasor** igual ao **valor eficaz do sinal** representado, **afastado de um ângulo igual à sua fase inicial** e acrescido da informação relativa à sua **frequência angular**.
- Portanto, ele contém todas as **informações necessárias para caracterizar completamente o sinal** representado.

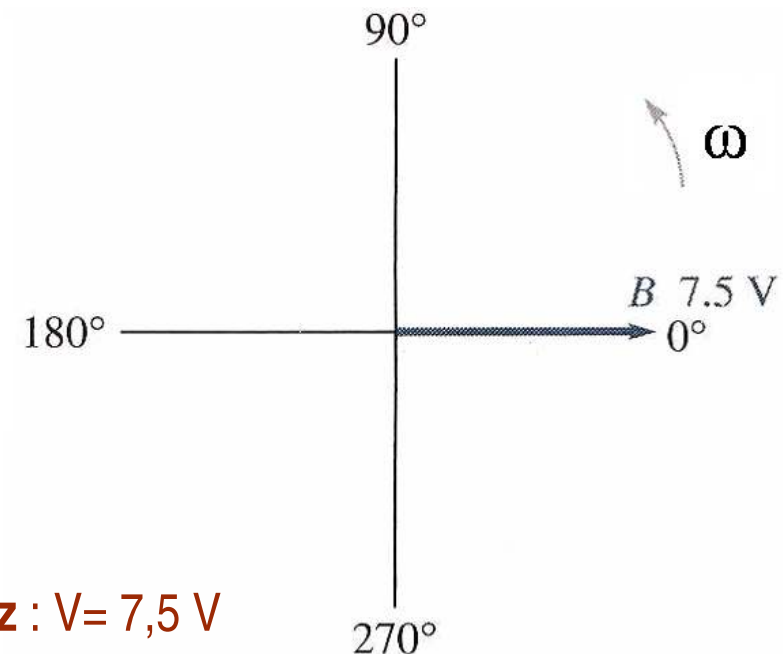
— **Forma de onda** —



$$v(t) = 7,5\sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + 0^\circ)$$

$$v(t) = 10,6 \cdot \sin(\omega \cdot t + 0^\circ)$$

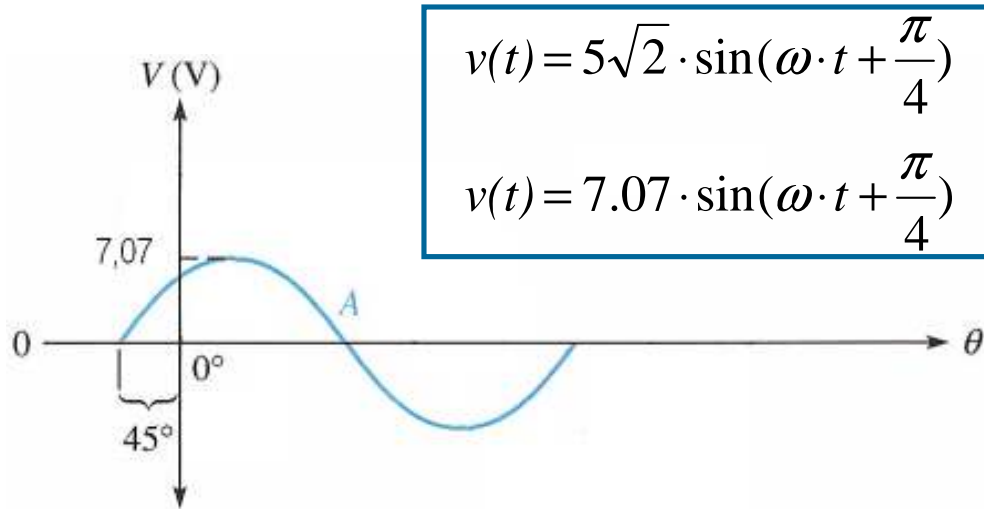
— **Diagrama fasorial** —



- **Tensão Eficaz** : $V = 7,5 \text{ V}$
 $\theta = 0^\circ$

▪ Fase inicial de uma onda sinusoidal

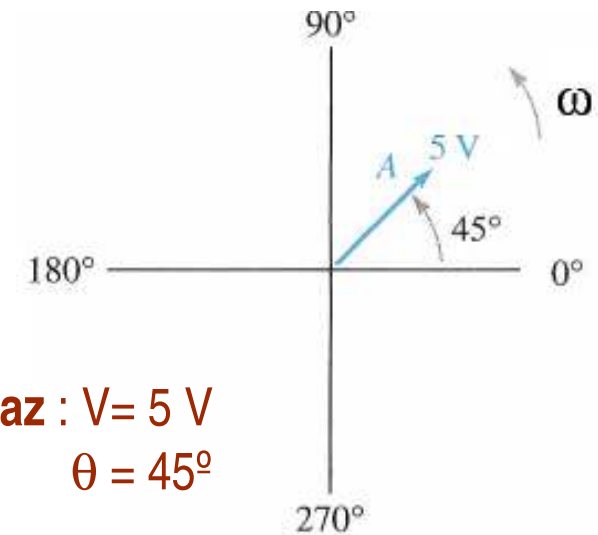
— Forma de onda



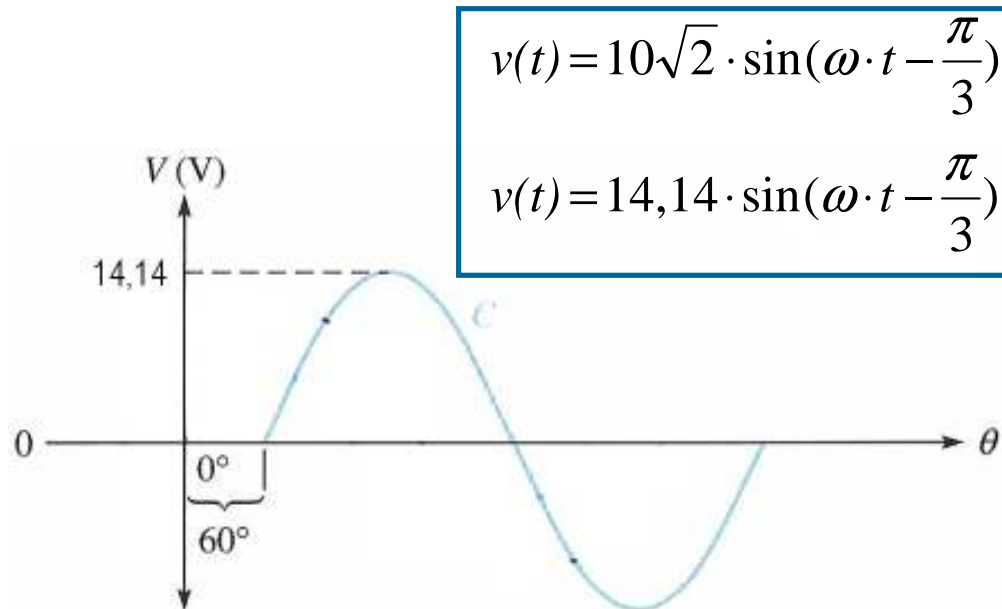
$$v(t) = 5\sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \frac{\pi}{4})$$

$$v(t) = 7.07 \cdot \sin(\omega \cdot t + \frac{\pi}{4})$$

— Diagrama fasorial

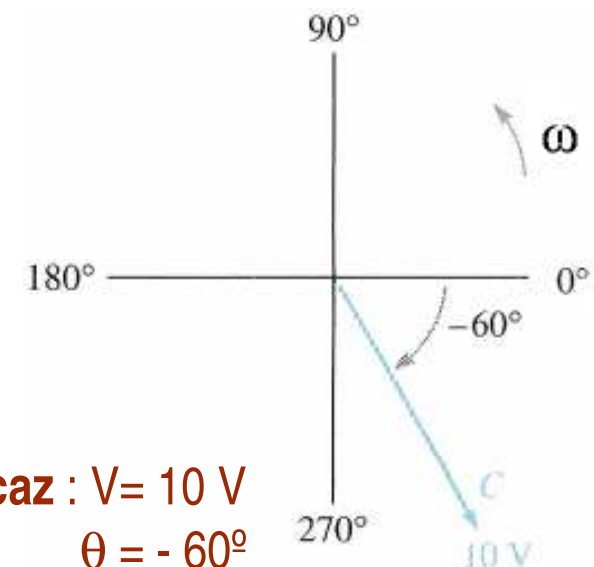


- Tensão Eficaz : $V = 5 \text{ V}$
 $\theta = 45^\circ$



$$v(t) = 10\sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t - \frac{\pi}{3})$$

$$v(t) = 14,14 \cdot \sin(\omega \cdot t - \frac{\pi}{3})$$

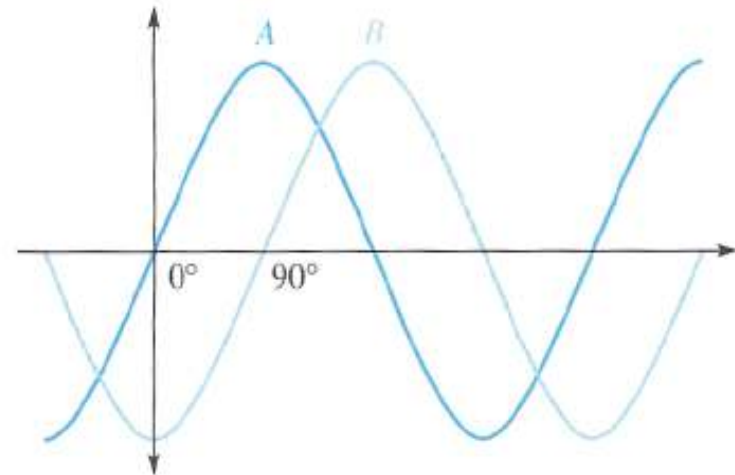


- Tensão Eficaz : $V = 10 \text{ V}$
 $\theta = -60^\circ$

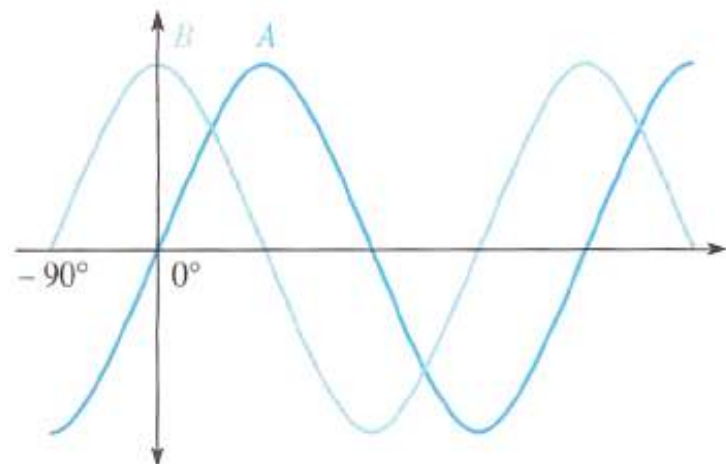
▪ Desfasamento entre sinais alternados

▪ A **diferença de fase** entre dois sinais com a **mesma frequência** é designado **desfasamento**. Para que o desfasamento possa ser utilizada matematicamente de um modo mais fácil, é importante estabelecer **um dos sinais como referência**.

▪ **Onda B** está **atrasada** 90° em **relação a A**

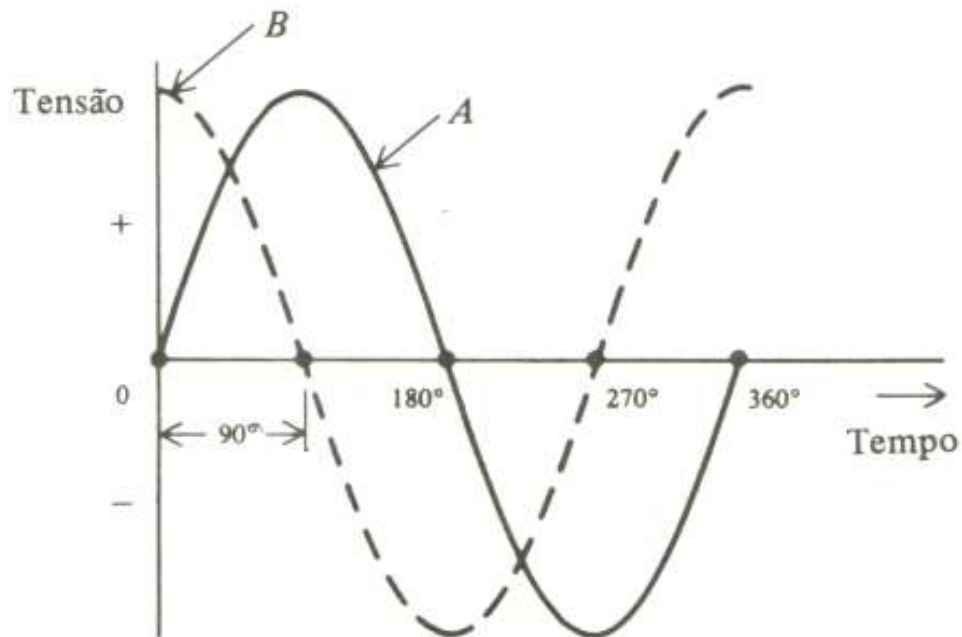


▪ **Onda B** está **adiantada** 90° em **relação a A**



▪ Desfasamento entre sinais alternados

— Forma de onda —

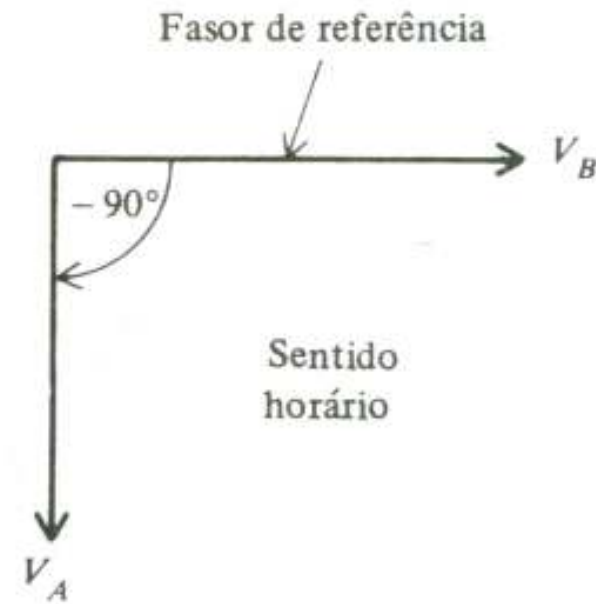
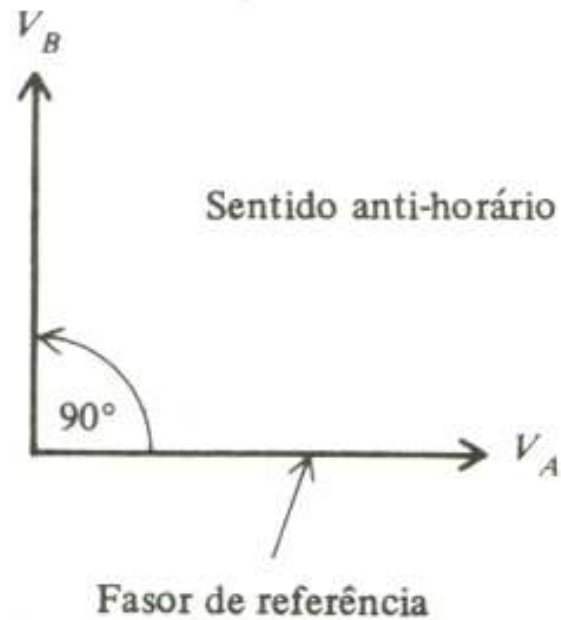


— Diagrama fasorial —



- A **onda B** está **adiantada** em relação à **onda A** e tem um ângulo de fase de 90°

Desfasamento entre sinais alternados

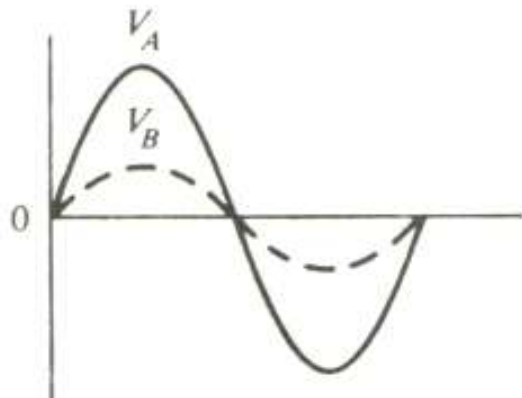


▪ V_B está **adiantado** de V_A 90°

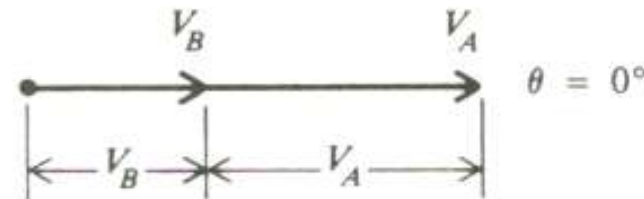
▪ V_A está **atrasado** em relação a V_B 90°

▪ Desfasamento entre sinais alternados

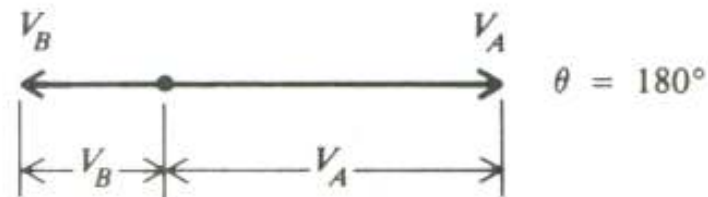
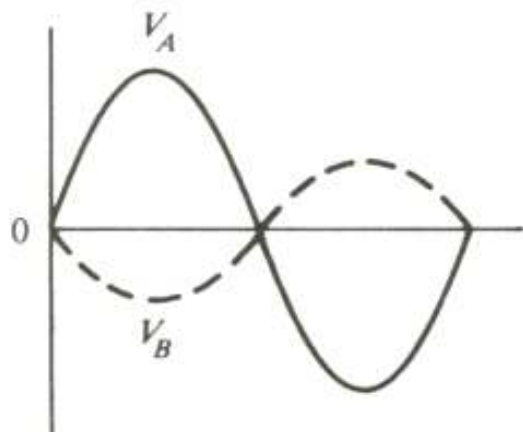
— Forma de onda —



— Diagrama fasorial —



- Duas formas de onda em fase (ângulo de desfasamento de 0°)



- Duas formas de onda em oposição de fase (ângulo de desfasamento de 180°)

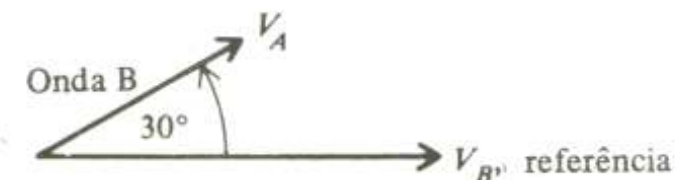
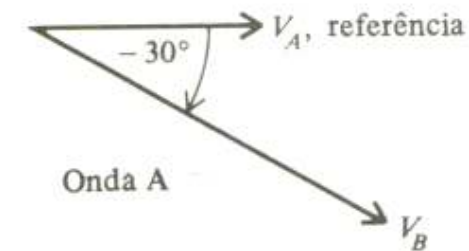
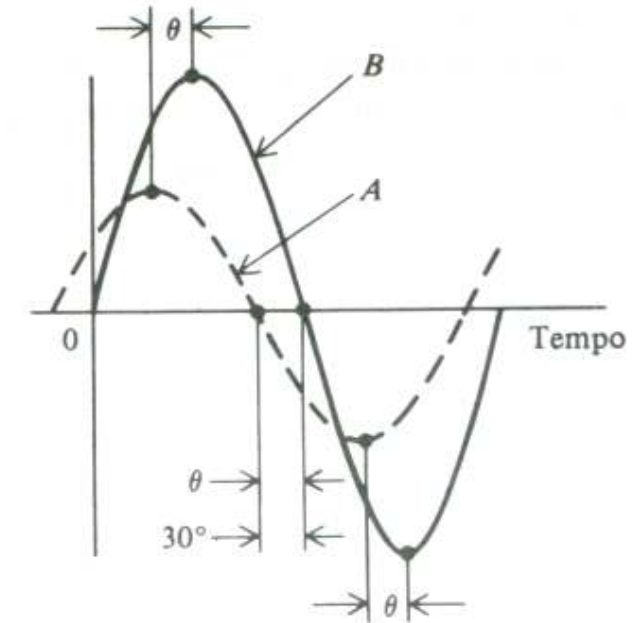
▪ Desfasamento entre sinais alternados

6 . Qual o ângulo de fase entre as ondas A e B ? Faça o diagrama de fasores com a onda A como referência e depois com a onda B como referência ?

Resolução:

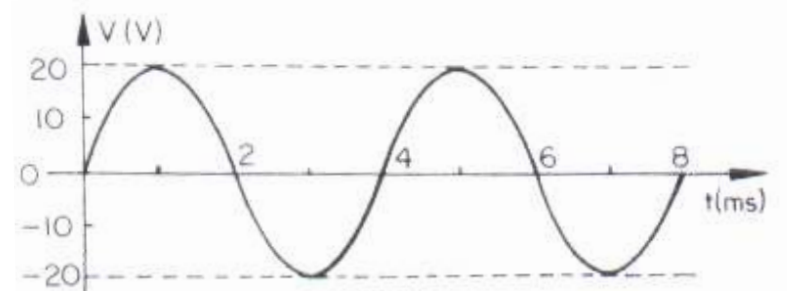
Onda A como referência: V_B está atrasada relativamente a V_A de 30°

Onda B como referência: V_A está adiantada relativamente a V_B de 30°



▪ Exercícios Propostos

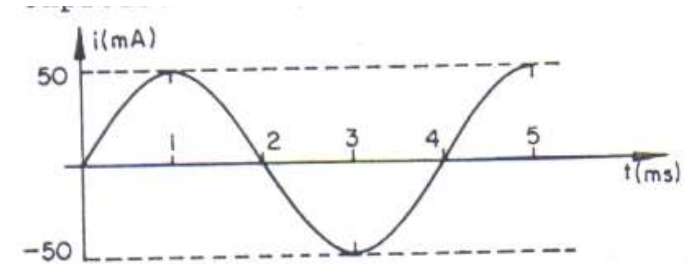
7. Converta: a) 60° em radianos b) $\pi/6$ em graus c) 15° em radianos d) $5\pi/8$ em graus
8. Escreva as expressões dos sinais sinusoidais com as seguintes características:
 - a) Amplitude de 10 V de pico e frequência de 10 kHz
 - b) $120 V_{\text{RMS}}$ e frequência de 60 Hz
 - c) $0,2 V_{\text{PP}}$ e frequência de 100 rad/s
 - d) 100 mV de pico e período de 1 ms
9. Um sinal sinusoidal, obedece à seguinte equação: $v(t) = 110 \sin 120\pi t$ (V) Determine
 - a) O valor de pico da sinusóide;
 - b) A frequência em Hz;
 - c) O período em ms
 - d) O valor eficaz da tensão
10. Um sinal alternado sinusoidal, tem as seguintes características: $V_p = 156 \text{ V}$, $T = 20 \text{ ms}$ Determine
 - a) A equação do sinal alternado, sabendo que $\alpha = 0^\circ$
 - b) O valor da tensão instantânea para $t_1 = 0$, $t_2 = 1 \text{ ms}$, $t_3 = 10 \text{ ms}$
11. Um aluno de electrónica, mediu com um osciloscópio o seguinte sinal
Determine
 - a) O período;
 - b) O valor de pico;
 - c) O valor pico a pico;
 - d) O valor da tensão eficaz;
 - e) A equação do sinal



▪ Exercícios Propostos

12. Dado o gráfico de uma corrente em função do tempo, Determine:

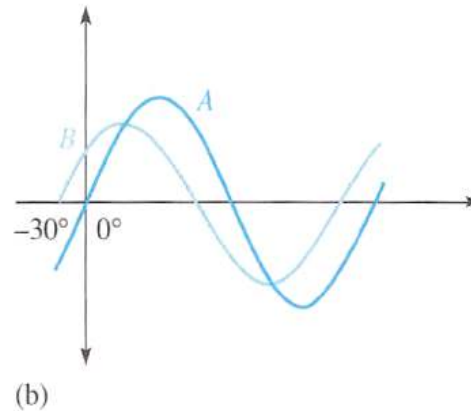
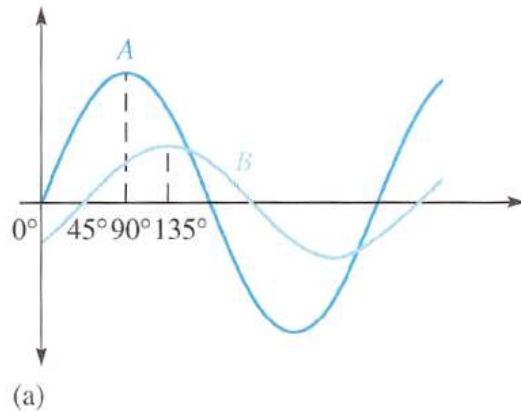
- período e frequência
- valor pico a pico e valor eficaz
- expressão de $i(t)$



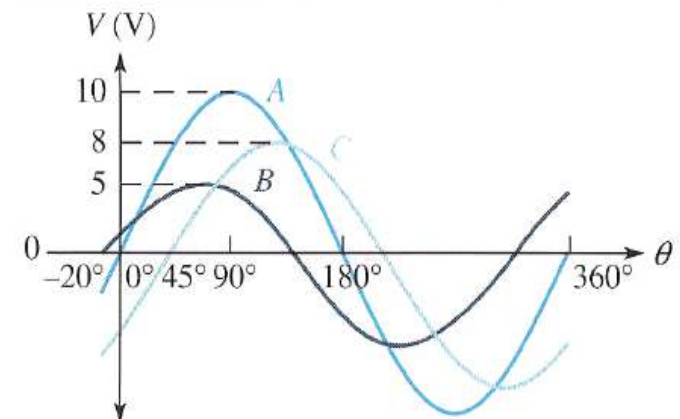
13. Um ventilador tem as seguintes características 2400 W/220 V (Eficazes). Determine:

- tensão de pico e corrente eficaz no ventilador
- corrente de pico do ventilador

14. Qual a fase inicial e o desfasamento entre as formas de onda A e B em cada uma das figuras

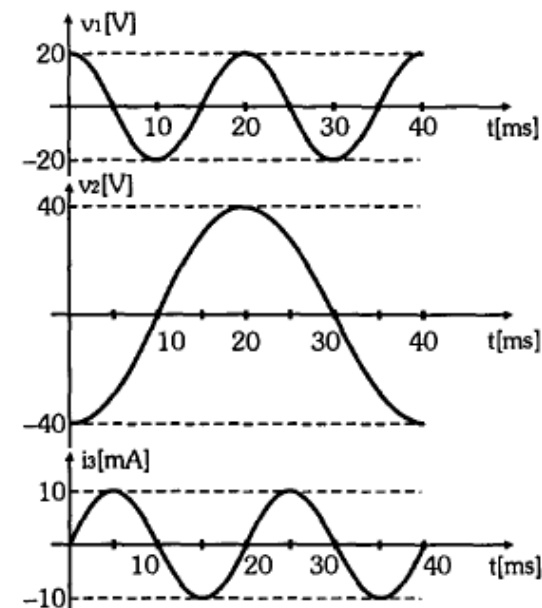


15. Determine o valor instantâneo da tensão para 90° para cada uma das formas de onda da figura seguinte



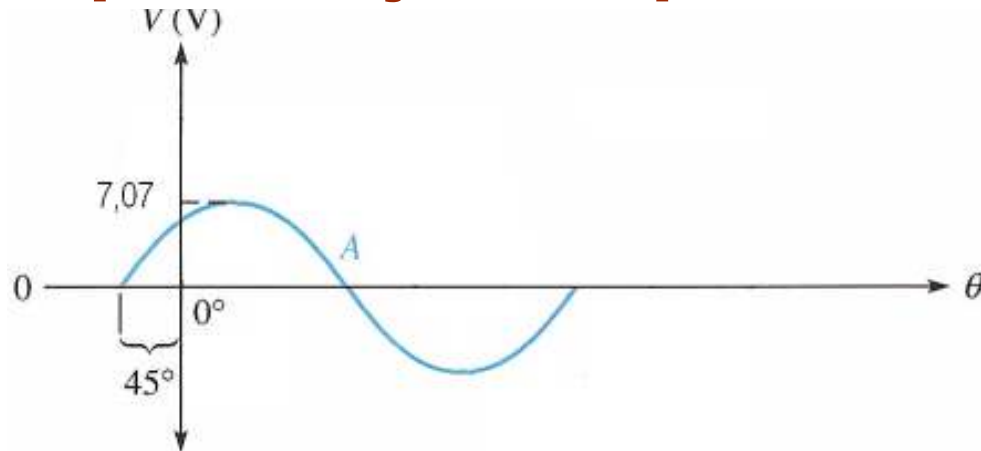
Exercícios Propostos

- 16 . Considere as formas de onda representados ao lado.
- Determine T , f e ω para cada sinal.
 - Determine os valores de pico, de pico a pico e eficaz de cada sinal
 - Determine as expressões temporais de cada sinal
 - Esboce o diagrama fasorial de cada sinal
 - Determine os valores instantâneos de cada sinal nos instantes $t_1 = 8\text{ms}$ e $t_2 = 12\text{ms}$.



▪ Operações Matemáticas com sinais AC

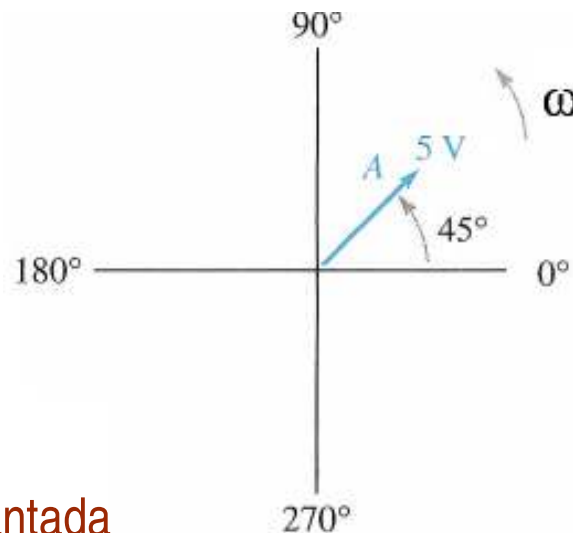
— Representação Temporal Sinal AC —



$$v(t) = 5\sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + 45^\circ)$$

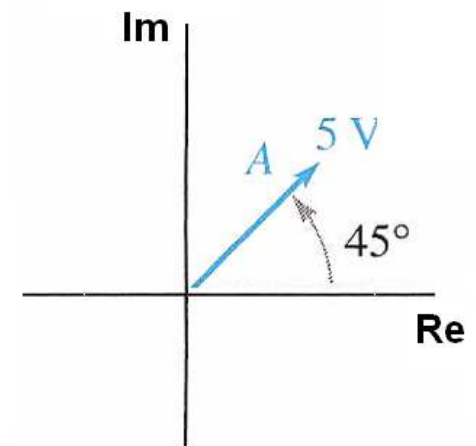
$$v(t) = 7.07 \cdot \sin(\omega \cdot t + 45^\circ)$$

— Representação fasorial — — Representação Complexa —



▪ Tensão Eficaz :

- $V = 5 \text{ V}$
- $\theta = 45^\circ$ adiantada
- $\omega = \dots \text{ rad/s}$



▪ Tensão Eficaz :

- $V = 110 \angle 60^\circ [\text{V}]$
- $\omega = \dots \text{ rad/s}$

▪ Operações Matemáticas com sinais AC

— Adição entre sinais AC —

— Representação Temporal

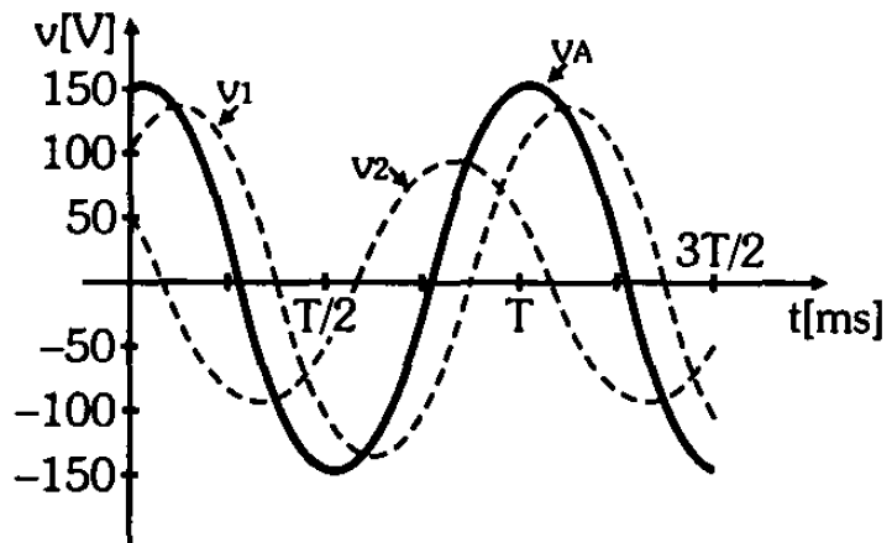
— Representação Fasorial

— Representação Complexa

$$v_1(t) = 141 \cdot \cos(377t - \frac{\pi}{4}) \quad \equiv \quad V_1 = 100V; \theta_1 = -45^\circ \quad \equiv \quad \dot{V}_1 = 100 \angle 45^\circ [V]$$

$$v_2(t) = 99 \cdot \cos(377t + \frac{\pi}{3}) \quad \equiv \quad V_2 = 70V; \theta_2 = 60^\circ \quad \equiv \quad \dot{V}_2 = 70 \angle 60^\circ [V]$$

— Resolução Temporal —



▪ Adição Gráfica

$$v_A(t) = v_1(t) + v_2(t)$$

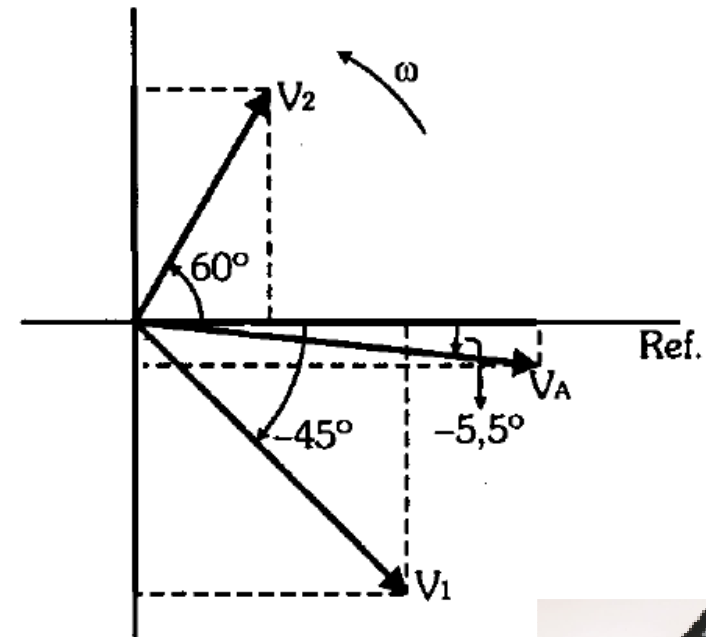
▪ Cálculos muito trabalhosos !!!

▪ Operações Matemáticas com sinais AC

— Resolução Fasorial

▪ Adição Gráfica

$$V_A = V_1 + V_2$$



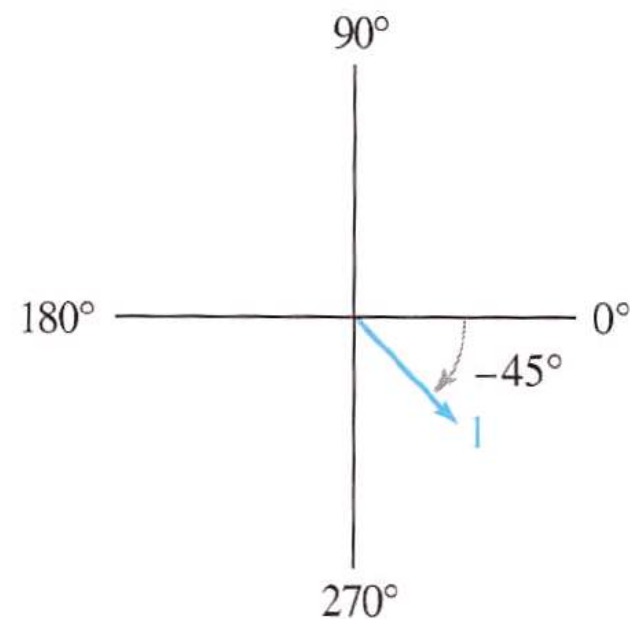
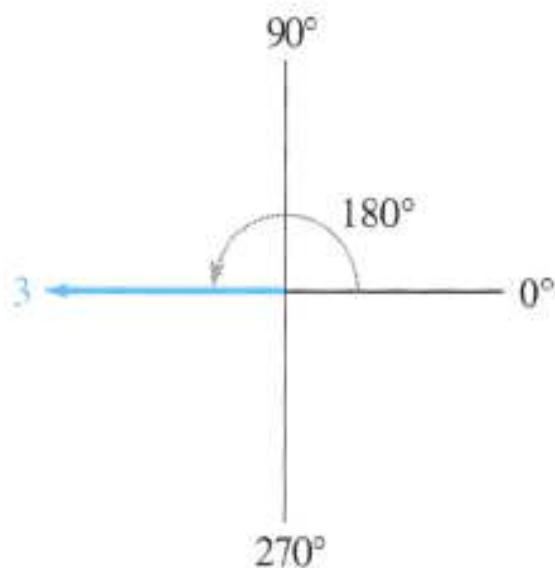
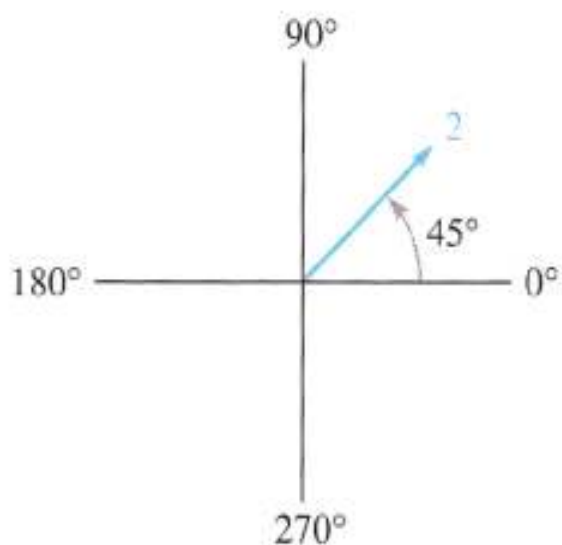
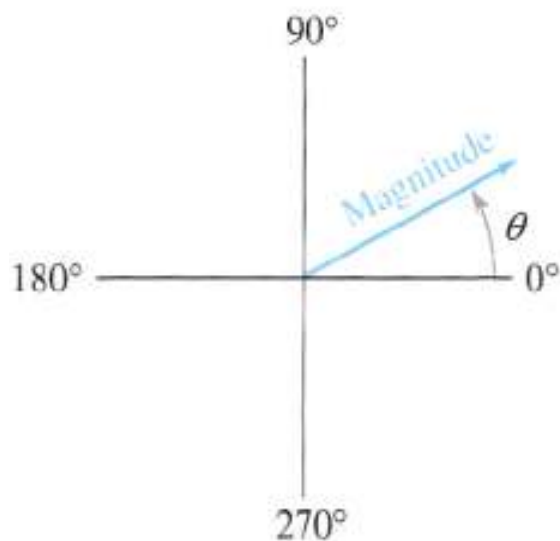
— Resolução por números complexos



	Forma Polar		Forma Rectangular
$\dot{V}_A = \dot{V}_1 + \dot{V}_2$	$\dot{V}_1 = 100 \angle 45^\circ [\text{V}]$	\equiv	$\dot{V}_1 = 70,7 - j70,7$
	$\dot{V}_2 = 70 \angle 60^\circ [\text{V}]$	\equiv	$\dot{V}_2 = 35 + j60,6$

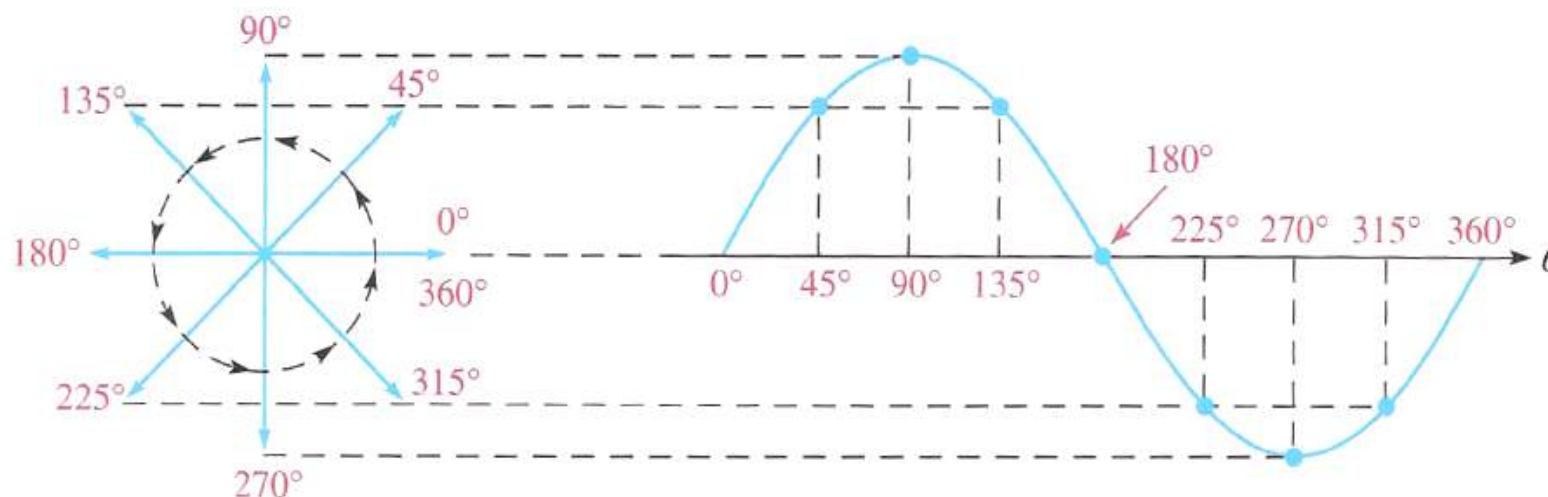
$$\dot{V}_A = 70,7 - j70,7 + 35 + j60,6 \Rightarrow \dot{V}_A = 105,7 - j10,1 \Rightarrow \dot{V}_A = 106,2 \angle -5,5^\circ$$

▪ Apêndice A - Fasores

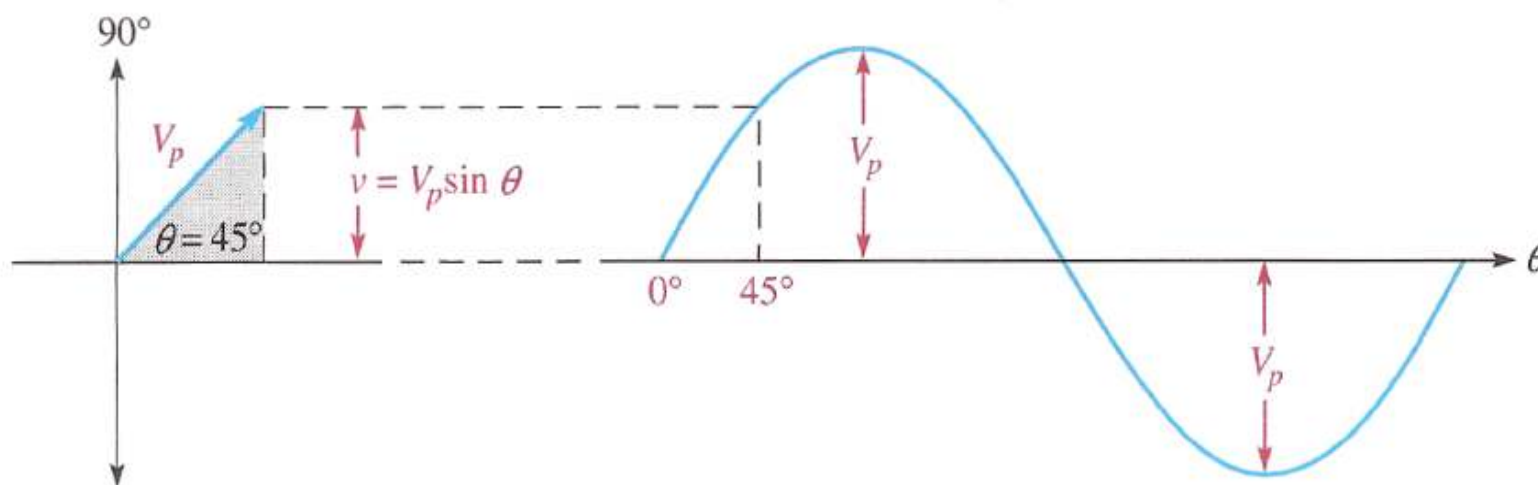


▪ Apêndice A - Fasores

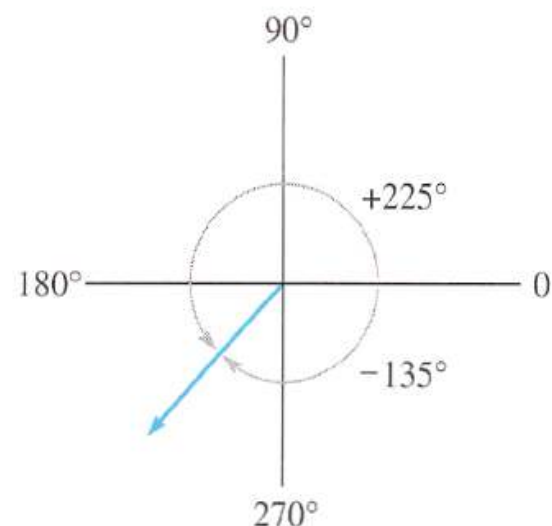
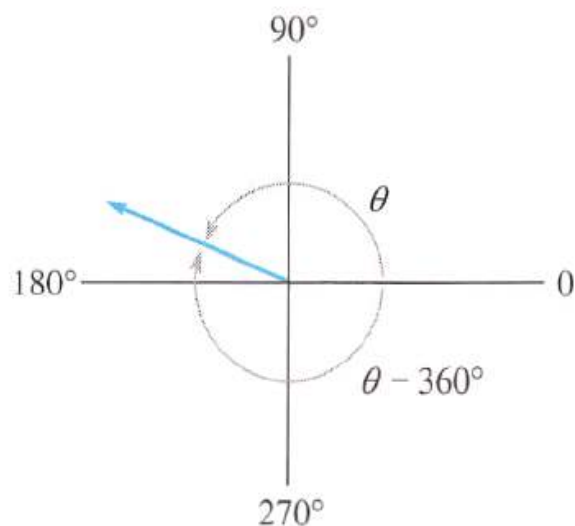
— Fator representado numa onda sinusoidal



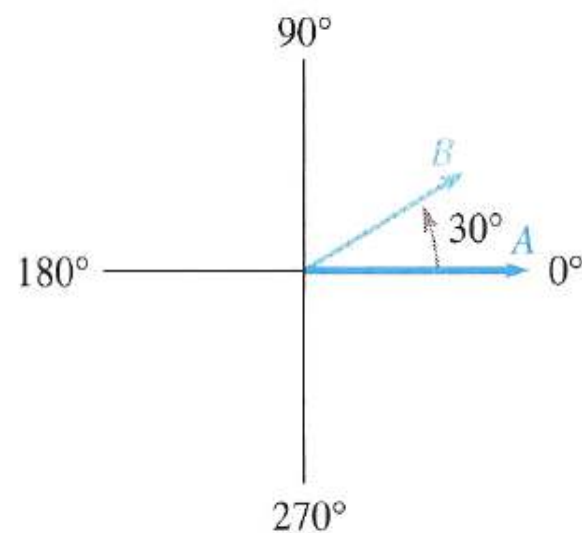
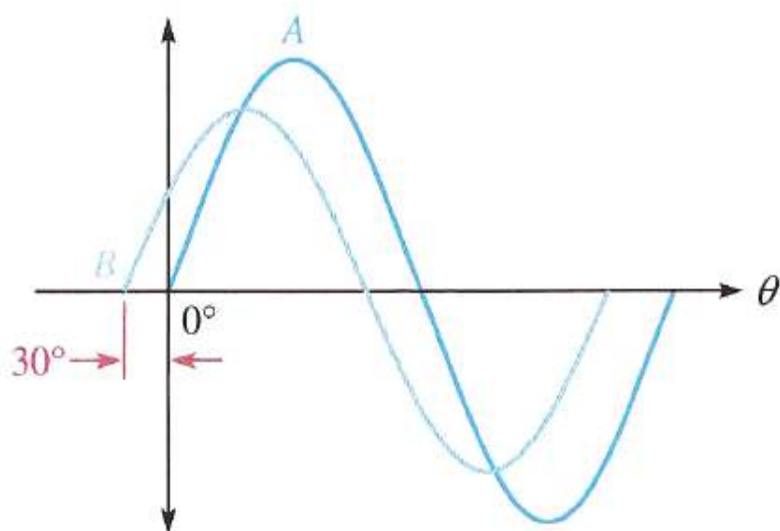
— Fator e a formula de onda sinusoidal



▪ Apêndice A - Fasores

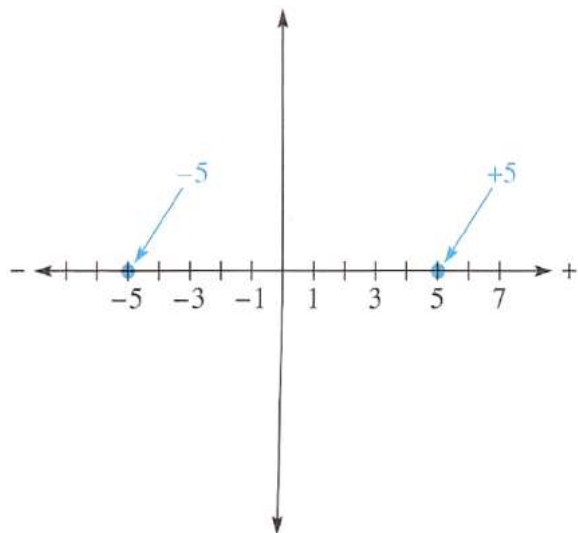


— Diagrama de fasores —

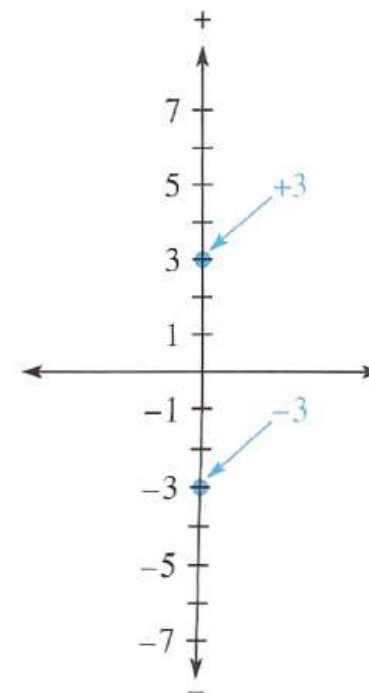
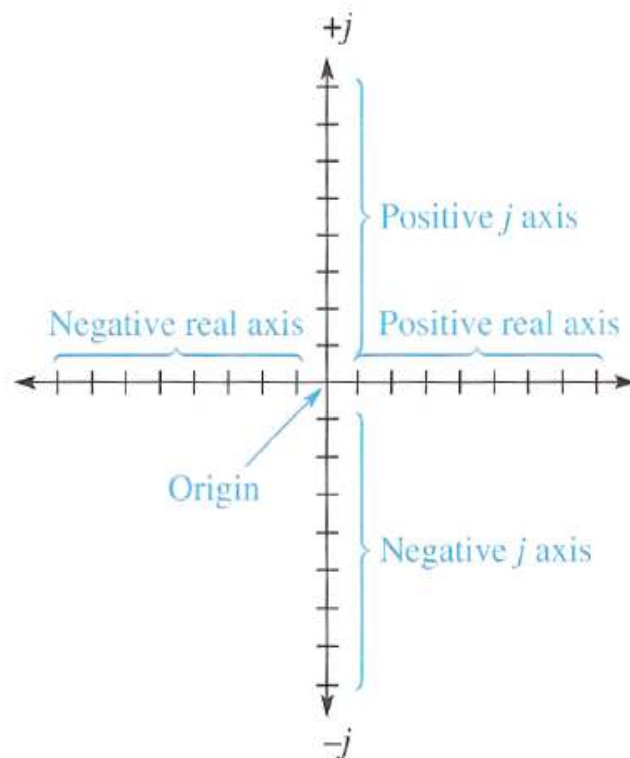


▪ Apêndice B -Números Complexos

— Números positivos e negativos —

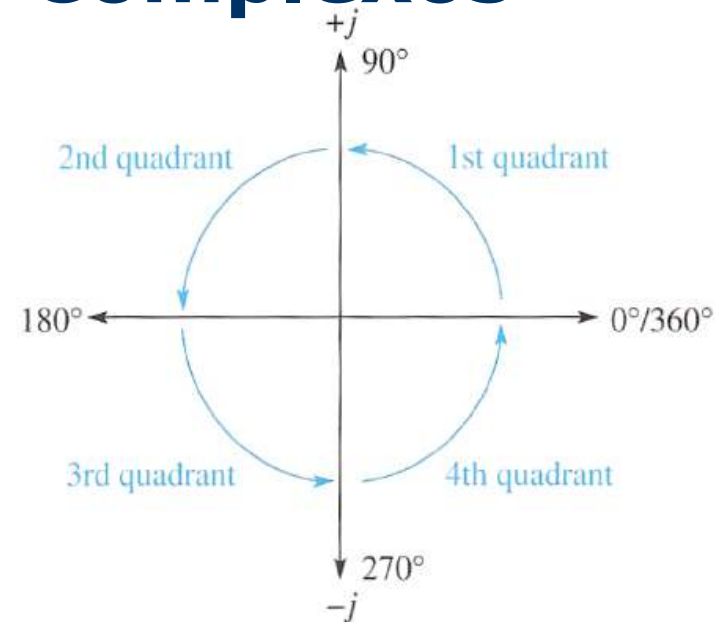


— Plano complexo —

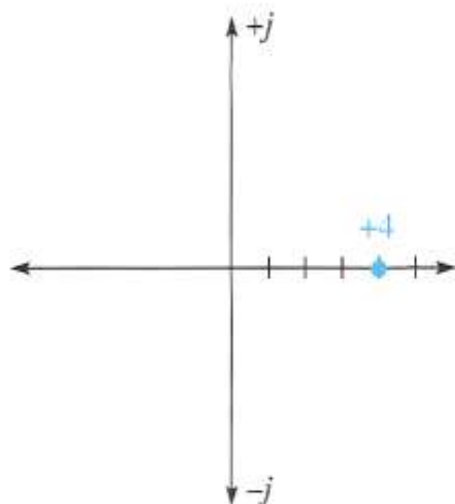


▪ Apêndice B -Números Complexos

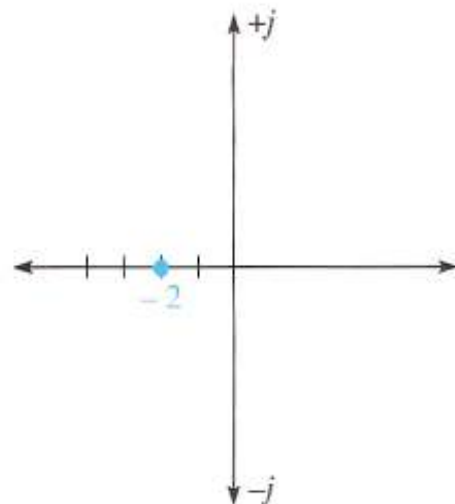
— Posição angular —



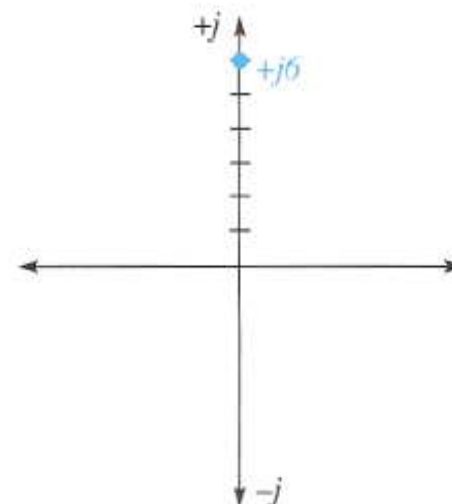
— Representação de um ponto no plano complexo —



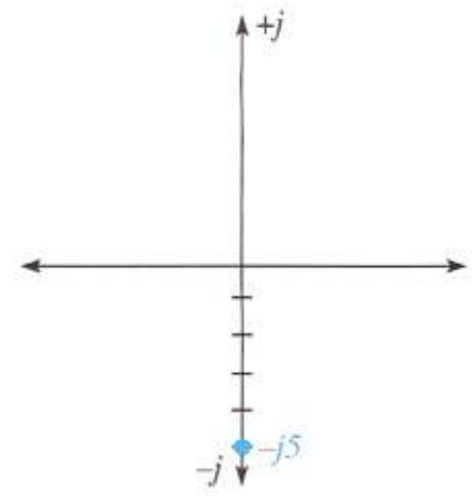
(a) Real number, +4



(b) Real number, -2



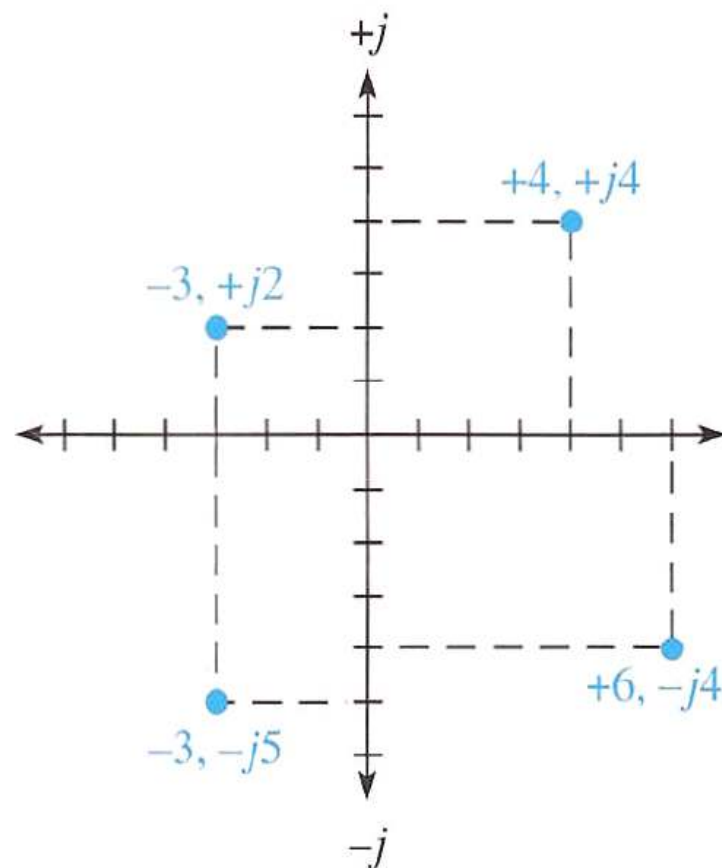
(c) Imaginary number, $+j6$



(d) Imaginary number, $-j5$

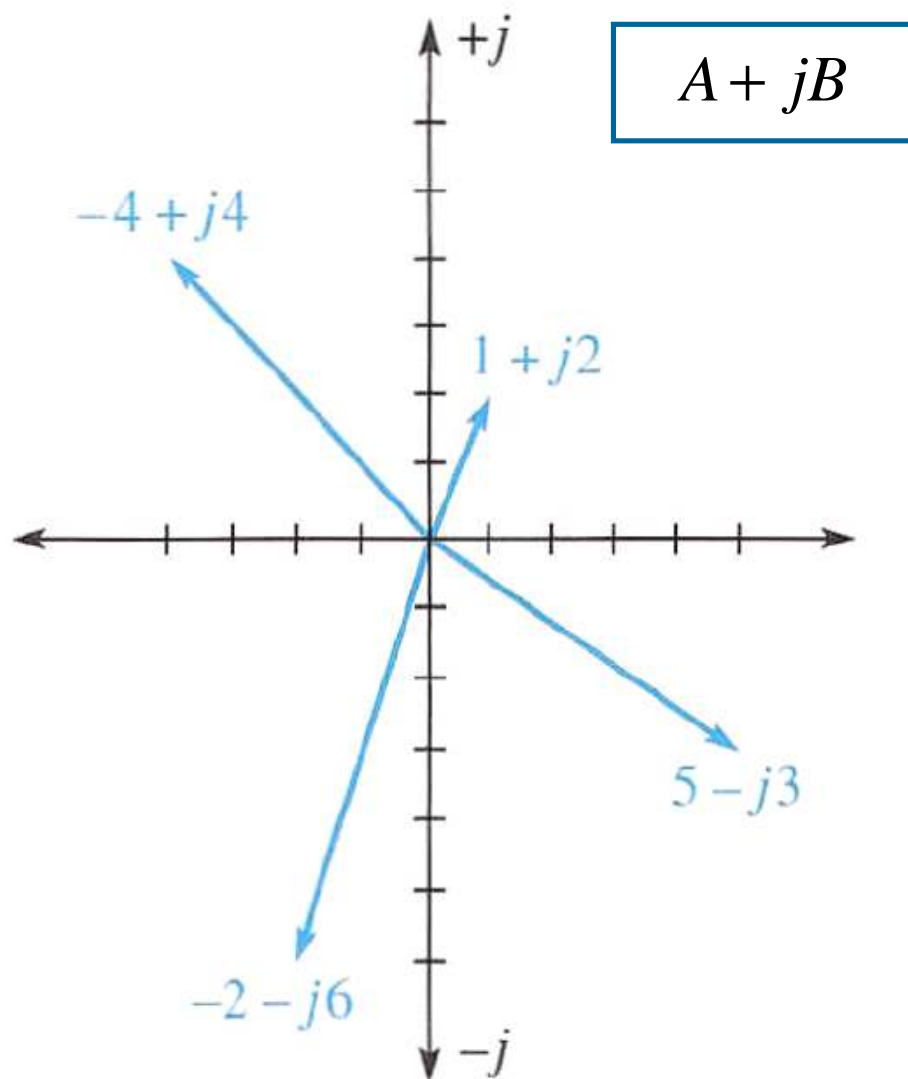
▪ Apêndice B -Números Complexos

— Representação de um ponto no plano complexo —

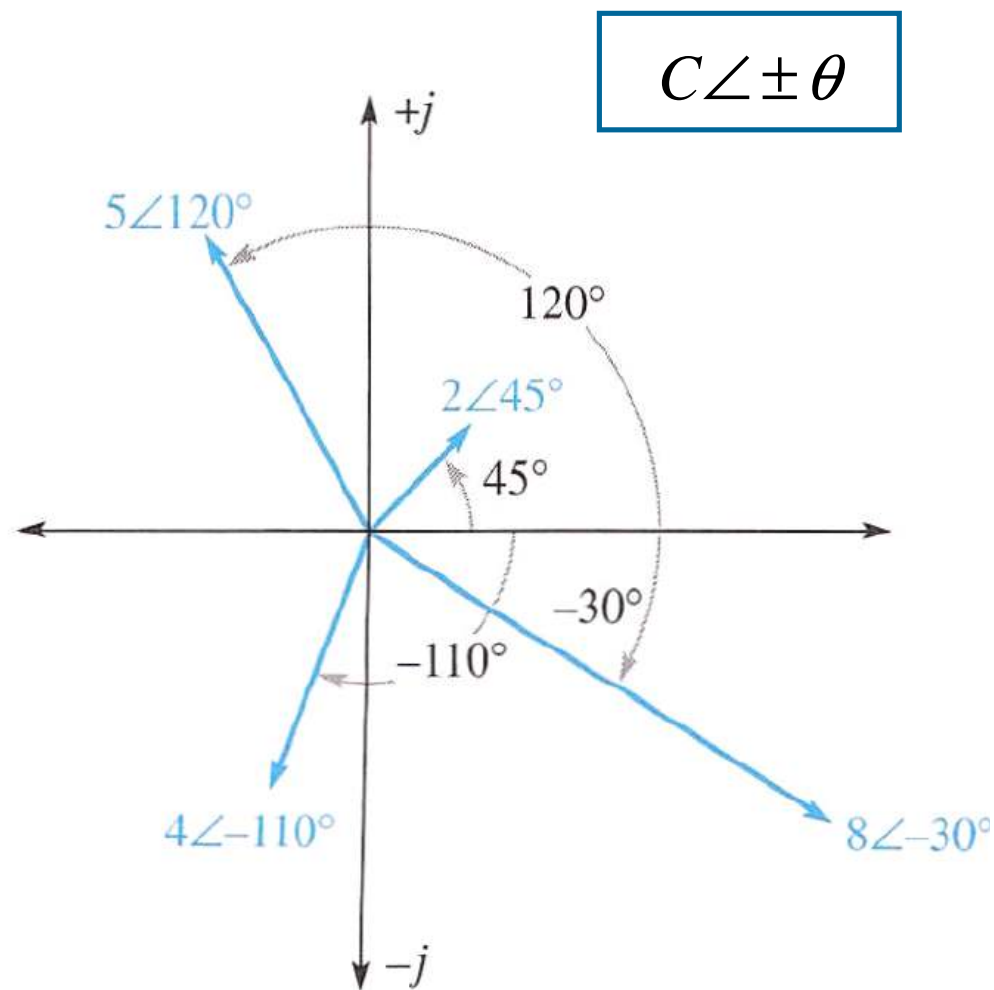


▪ Apêndice B -Números Complexos

— **Forma rectangular** —



— **Forma polar** —

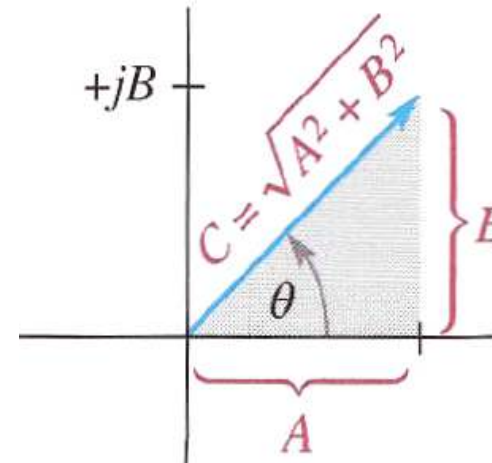


▪ Apêndice B -Números Complexos

— Conversão forma rectangular para polar —

$$C = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\pm B}{A}\right)$$

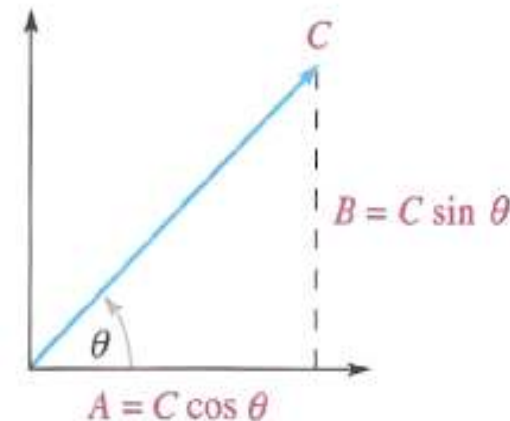


— Conversão forma polar para rectangular —

$$A = C \cos \theta$$

$$B = C \sin \theta$$

$$C \angle \theta = A + jB$$



▪ Apêndice B -Números Complexos

— Adição —

$$(8 + 5j) + (2 + j) = (8 + 2) + j(5 + 1) = 10 + j6$$

— Subtracção —

$$(3 + 4j) - (1 + j2) = (3 - 1) + j(4 - 2) = 2 + j2$$

— Forma rectangular —

— Multiplicação —

$$(10 \angle 45^\circ)(5 \angle 20^\circ) = (10)(5) \angle (45^\circ + 20^\circ) = 50 \angle 65^\circ$$

— Divisão —

$$\frac{(100 \angle 50^\circ)}{(25 \angle 20^\circ)} = \left(\frac{100}{25} \right) \angle (50^\circ - 20^\circ) = 4 \angle 30^\circ$$

— Forma polar —

▪ Exercícios Propostos

17 . Localize os seguintes pontos no plano complexo

- a) 7 b) $j5$ c) $5-j2$

18 . Determine as coordenadas de cada ponto na figura seguinte

19 . Converta os seguintes números complexos da forma rectangular para a forma polar

- a) $8 + j6$ b) $10 - j5$

20 . Converta os seguintes números complexos da forma polar para a forma rectangular

- a) $10 \angle 30^\circ$ b) $200 \angle 45^\circ$

21 . Adicione os seguintes números complexos

- a) $5-j1$ e $-6+j3$ b) $20-j10$ e $12+j6$

22 . Subtraia os seguintes números complexos $10-j8$ e $15+j15$

23 . Faça as seguintes operações

- a) $2 \angle 60^\circ$ multiplicar $4 \angle -30^\circ$ b) $15 \angle 10^\circ$ dividir b) $3 \angle -30^\circ$

