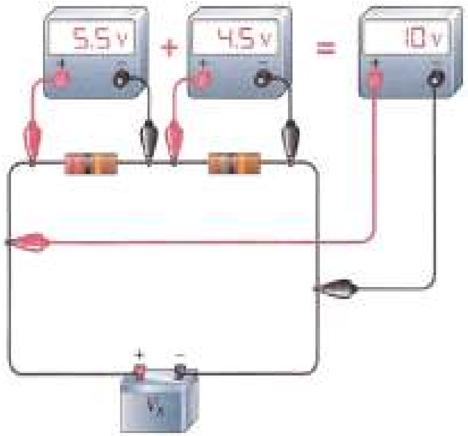
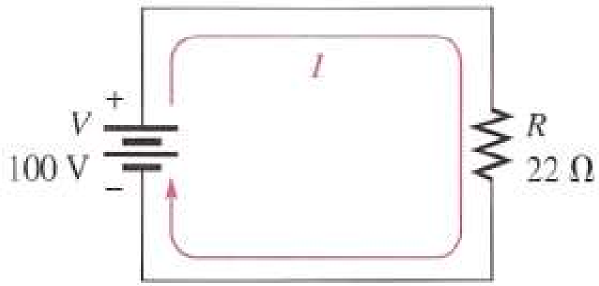
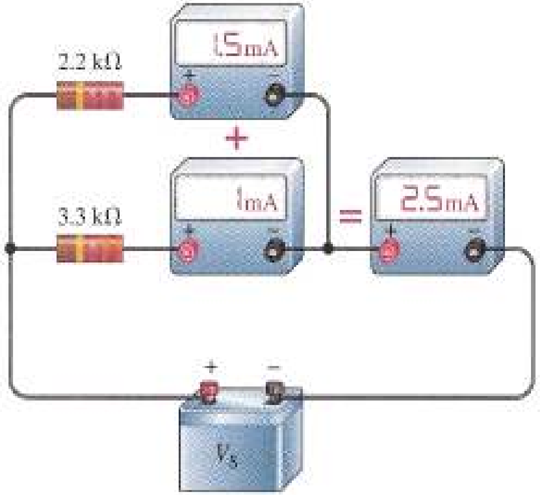
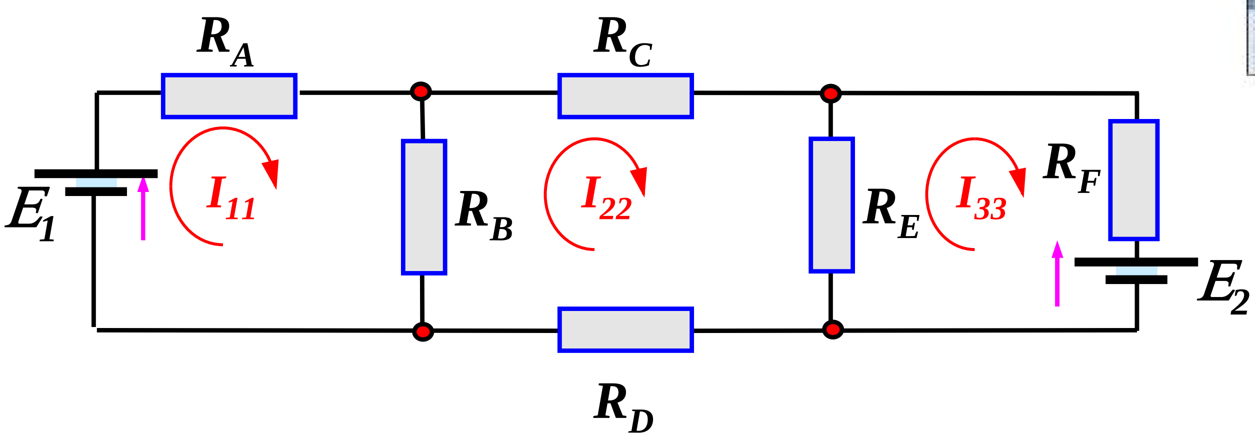
Electricidade

Capítulo 5. Métodos Gerais de Análise









Pedro Guimarães . 2010. psg@isep.ipp.pt

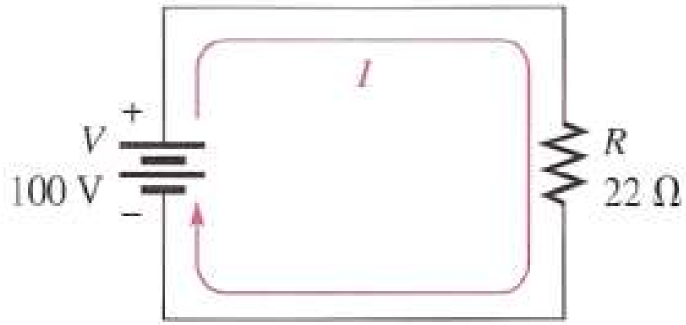
▪ Métodos Gerais de Análise

— Análise de circuitos

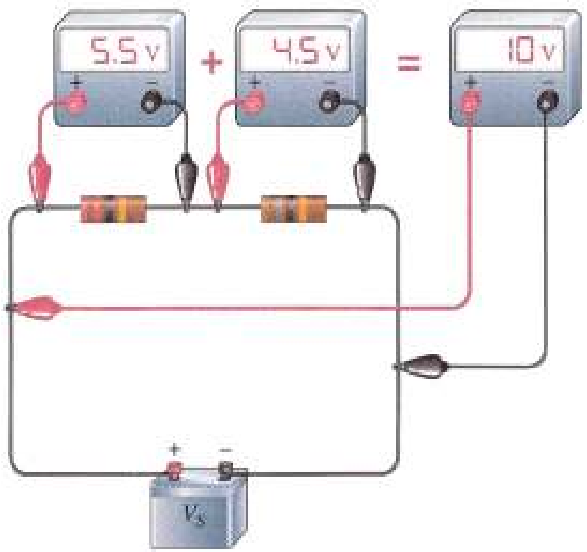
- **Para que serve ? Qual o objectivo ?**
  - Calcular a **tensão** e a **corrente** em **cada elemento** do circuito.

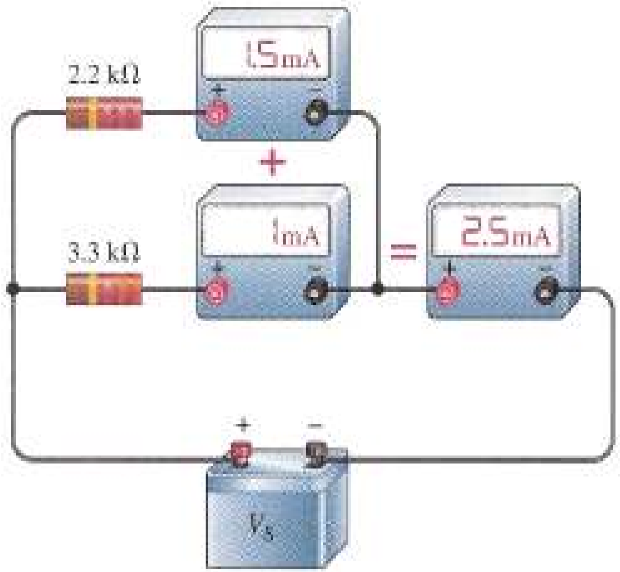
— Lei de Ohm

$$\boxed{V = R \cdot I}$$



— Leis de Kirchhoff

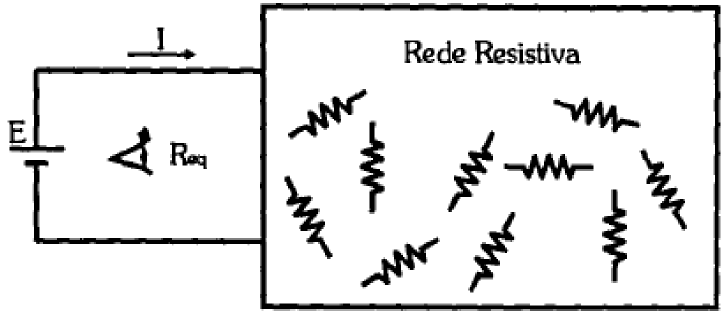




▪ Métodos Gerais de Análise - Circuitos Mistos

— Método da resistência equivalente

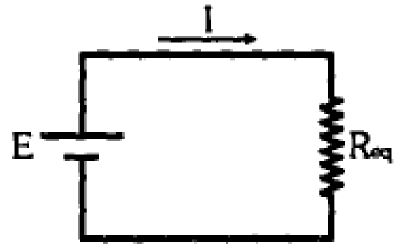
▪ Utilizada em circuitos formados por diversas resistências ligadas em série e paralelo, alimentadas por uma **única fonte de alimentação E**



Passos

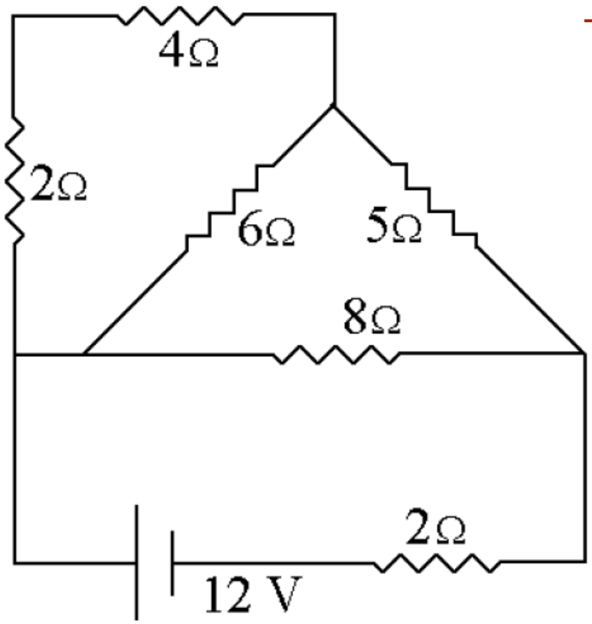
▪ **1º Passo:** Calcular a **resistência equivalente** do circuito **vista** dos terminais **da fonte** única.

▪ **2º Passo:** Calcular a **corrente que passa pela fonte**, por aplicação da **lei de Ohm** (dividindo o valor da f.e.m. da fonte pelo valor da resistência obtido no passo anterior).



▪ **3º Passo**: Aplicando criteriosamente as **leis de Kirchhoff** e de **Ohm**, calcular todas as **outras tensões e correntes**

▪ Método da resistência equivalente



Exemplo

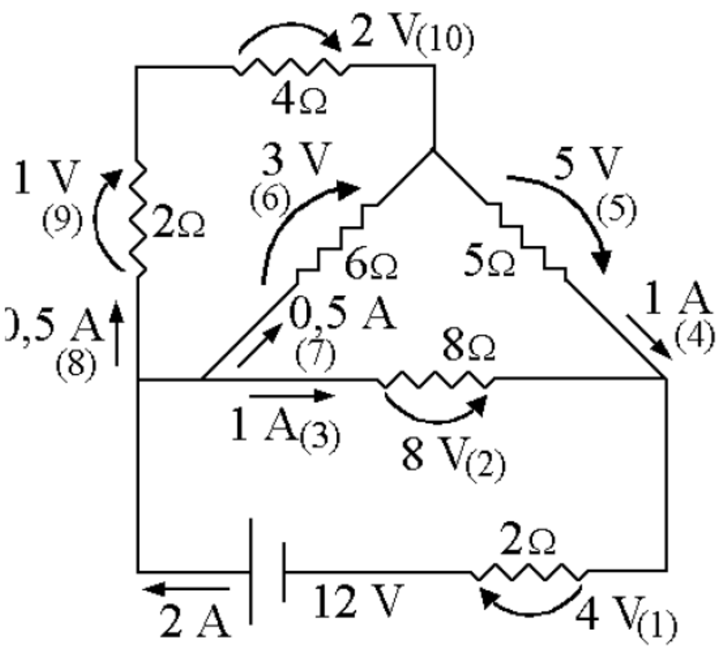
▪ **1º Passo :** Calcular a **resistência equivalente** do circuito **vista** dos terminais **da fonte** única.

$$R_{equivalente} = \{[(2+4)//6]+5\}//8+2 = 6\,\Omega$$

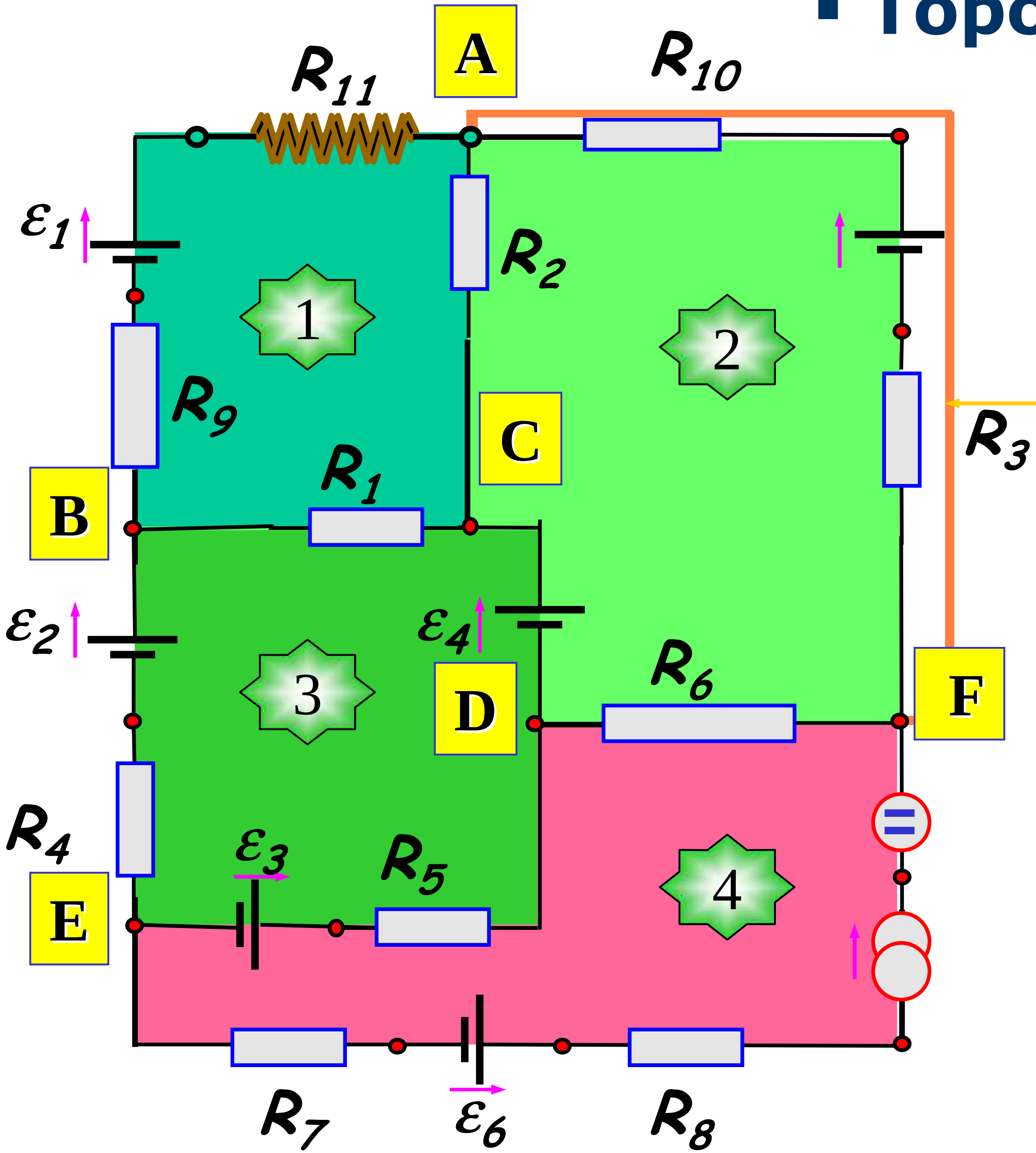
▪ **2º Passo**: Calcular a **corrente que passa pela fonte**, por aplicação da **lei de Ohm**.

$$I_{fonte} = \frac{12\text{V}}{6\Omega} = 2\text{A}$$

▪ **3º Passo:** Aplicação das **leis de Kirchhoff** e de **Ohm**



▪ Topologia



Nó: Ponto comum a três ou mais condutores.

Ramo: conjunto de elementos (resistências e geradores) ligados em série entre dois nós

Malha: Conjunto de ramos constituindo umpercurso fechado

Malha independente: Malha qe não contem outra malha no seu interior

▪ Método das malhas independentes

— 1º Passo: Identificar as incógnitas fictícias

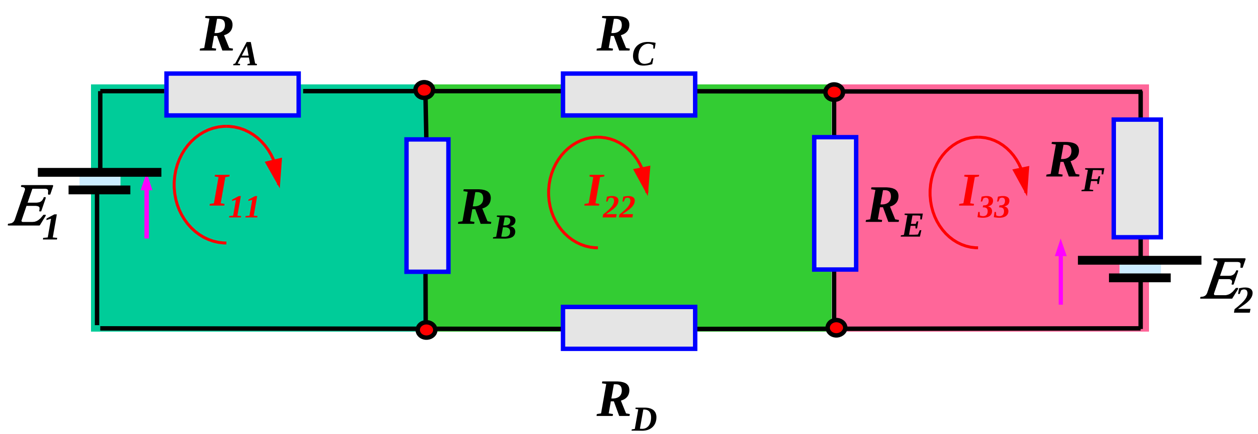
▪ Escolher **M malhas linearmente independentes** no circuito, preferencialmente fazendo a escolha ideal de malhas.

$$M = R - (N - 1)$$

▪ **N** – número de nós
▪ **R** – número de ramos

▪ **Escolha ideal de malhas**: **malhas que cobrem áreas não sobrepostas** do diagrama do circuito e que, no conjunto, **cobrem toda a área do diagrama** (o seu número é sempre igual a M= R-(N-1)

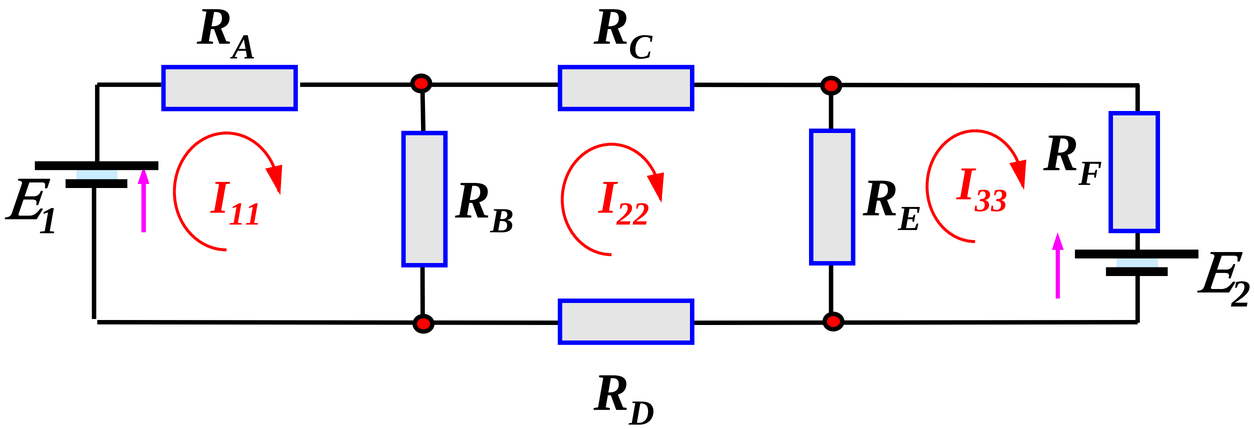
▪ **Atribuir** a **cada malha uma corrente fictícia** de circulação (sem existência física), designada por corrente de malha (I_{11}, I_{22}, ..., I_{MM}), **atribuindo um sentido.**



▪ Método das malhas independentes

2º Passo: Resolver o sistema - base (Forma analítica)

- **Estabelecer as M equações** de malha, em função das correntes de malha.
- **Resolver este sistema-base** de M equações a M incógnitas.



1. $$I_{11}(R_A + R_B) - I_{22} \cdot R_B - I_{33} \cdot 0 = E_1$$

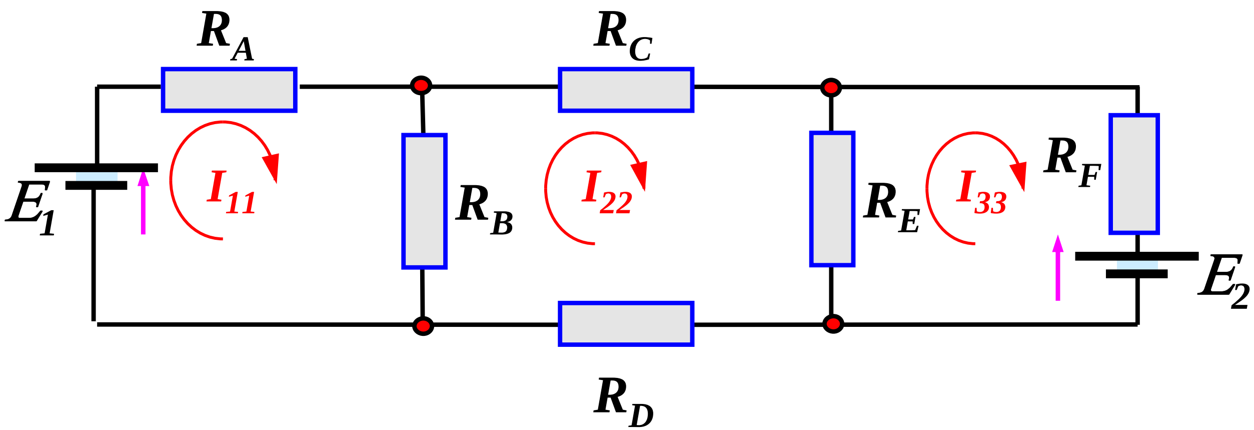
2. $$-I_{11} \cdot R_B + I_{22}(R_C + R_D + R_B + R_E) - I_{33} \cdot R_E = 0$$

3. $$-I_{11} \cdot 0 - I_{22} \cdot R_E + I_{33}(R_F + R_E) = -E_2$$

▪ Método das malhas independentes

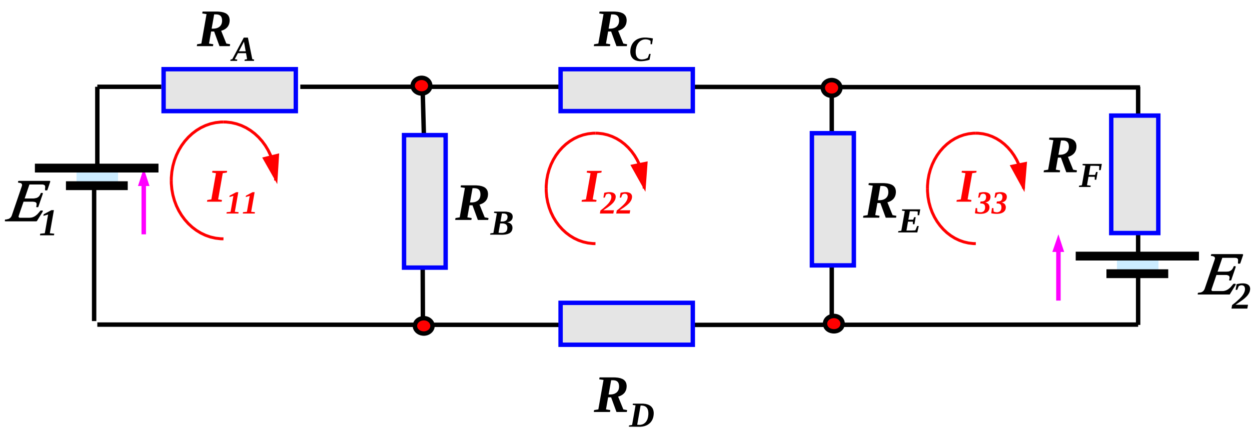
2º Passo: Resolver o sistema - base (Forma matricial)

- Construir a matriz de forças electromotrizes e resistências



$$\begin{bmatrix} E_{11} \\ E_{22} \\ E_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & -R_{12} & -R_{13} \\ -R_{21} & R_{22} & -R_{23} \\ -R_{31} & -R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{11} \\ I_{22} \\ I_{33} \end{bmatrix}$$

Método das malhas independentes



$$\begin{bmatrix} E_{11} \\ E_{22} \\ E_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & -R_{12} & -R_{13} \\ -R_{21} & R_{22} & -R_{23} \\ -R_{31} & -R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{11} \\ I_{22} \\ I_{33} \end{bmatrix}$$

$R_{ii} \quad (1 \leq i \leq M)$

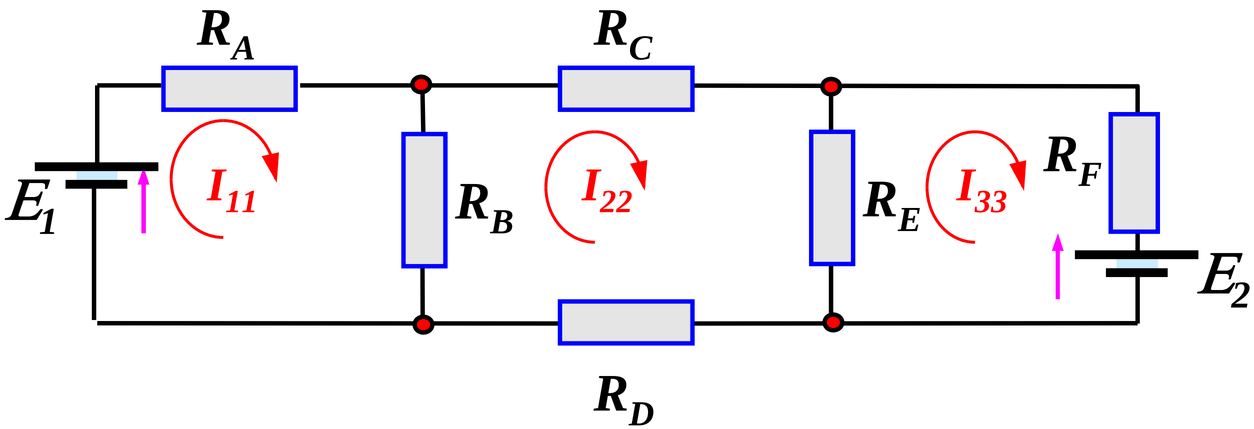
- São os coeficientes da **diagonal principal** da matriz do sistema.
- Representam a resistência própria da malha i, ou seja, a **soma de todas as resistências pertencentes à malha i.**
- Têm sempre **sinal positivo**

$R_{ij} = R_{ji}$

- Estes dois coeficientes representam ambos **a resistência comum entre as malhas i e j (soma** de todas as **resistências** pertencentes, simultaneamente, às malhas i e j).

$$\begin{bmatrix} E_{11} \\ E_{22} \\ E_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_A + R_B & -R_B & 0 \\ -R_B & R_C + R_D + R_B + R_E & -R_E \\ 0 & -R_E & R_E + R_F \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{11} \\ I_{22} \\ I_{33} \end{bmatrix}$$

▪ Método das malhas independentes



$$\begin{bmatrix} E_{11} \\ E_{22} \\ E_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & -R_{12} & -R_{13} \\ -R_{21} & R_{22} & -R_{23} \\ -R_{31} & -R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{11} \\ I_{22} \\ I_{33} \end{bmatrix}$$

E_{ii}

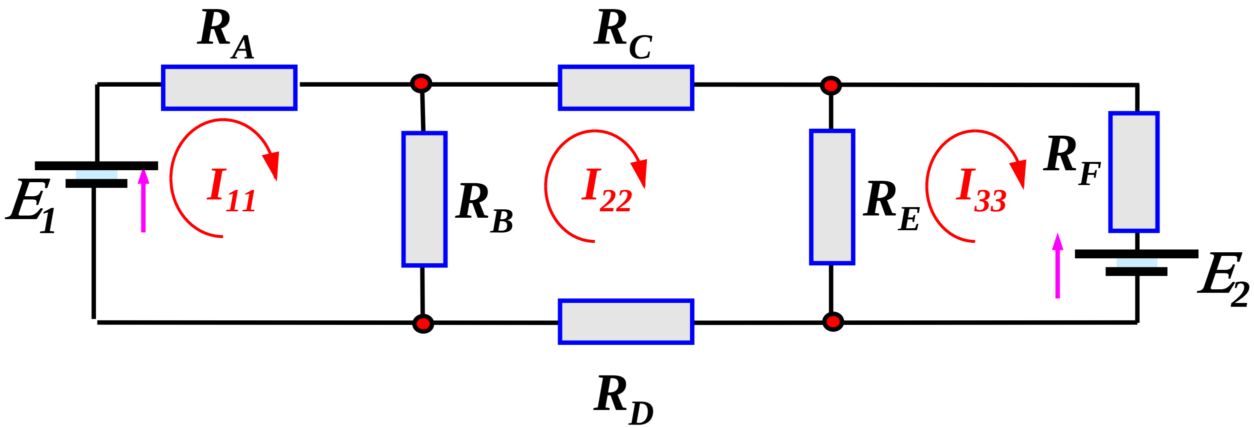
- Representam a **soma algébrica das f.e.ms.**
- Da malha i (cada f.e.m. Aparece com o sinal + ou – **conforme o seu sentido coincida ou não com o sentido de circulação** da corrente I_{ii}, ou seja, com o sentido arbitrado de circulação na malha).

I_{ii}

- São as **M incógnitas fictícias** que pretendemos calcular.
- Representam a **corrente fictícia** de cada malha.

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ 0 \\ -E_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_A + R_B & -R_B & 0 \\ -R_B & R_C + R_D + R_B + R_E & -R_E \\ 0 & -R_E & R_E + R_F \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{11} \\ I_{22} \\ I_{33} \end{bmatrix}$$

Método das malhas independentes



- Calcular a intensidade das malhas aplicando o **método de Cramer**

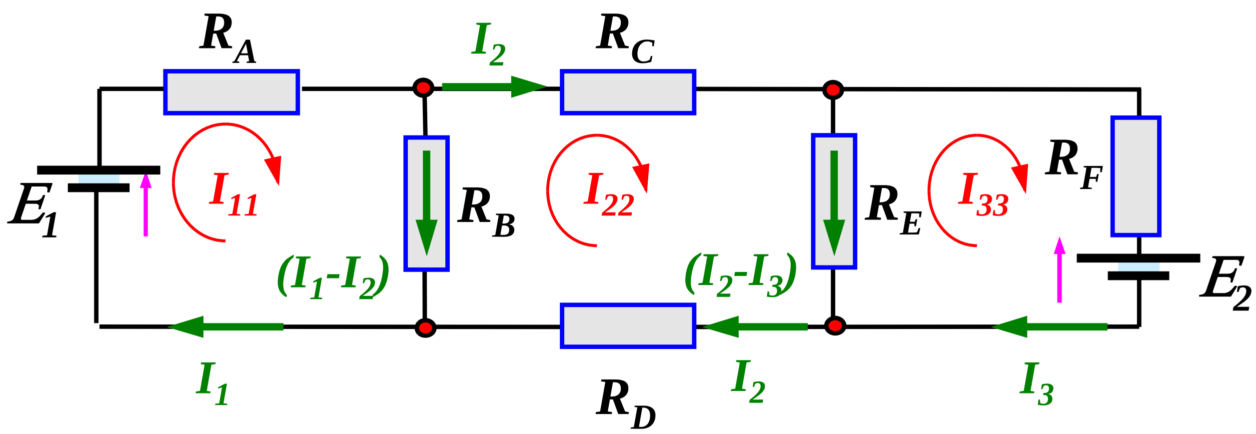
$$\begin{bmatrix} E_1 \\ 0 \\ -E_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_A + R_B & -R_B & 0 \\ -R_B & R_C + R_D + R_B + R_E & -R_E \\ 0 & -R_E & R_E + R_F \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{11} \\ I_{22} \\ I_{33} \end{bmatrix}$$

$$I_{11} = \frac{\begin{vmatrix} E_1 & -R_B & 0 \\ 0 & R_C + R_D + R_B + R_E & -R_E \\ -E_2 & -R_E & R_E + R_F \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_A + R_B & -R_B & 0 \\ -R_B & R_C + R_D + R_B + R_E & -R_E \\ 0 & -R_E & R_E + R_F \end{vmatrix}}$$

▪ Método das malhas independentes

3º Passo: Obter as correntes nos ramos

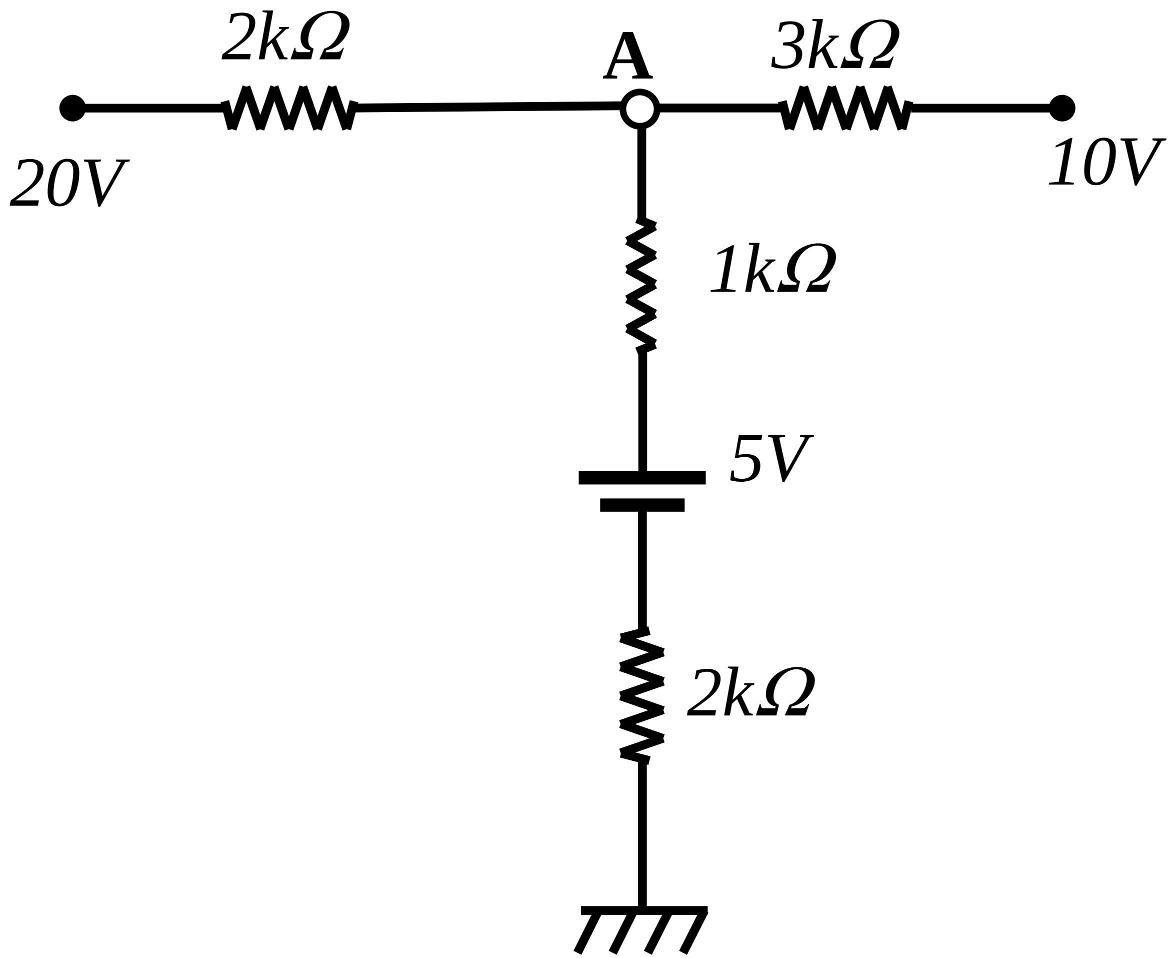
- Em cada ramo a **corrente real** será igual à **soma algébrica** das correntes de malha que **passam por esse ramo.**
- A corrente em cada ramo será a **soma algébrica das correntes fictícias** que **passam nesse ramo.** Se for feita a escolha ideal de malhas, é fácil constatar que:
  - Cada ramo só pode pertencer a **uma ou a duas malhas** (conforme for um ramo da periferia ou do interior do diagrama do circuito, respectivamente).
  - Se pertencer a duas malhas, os sentidos arbitrados para as duas correntes fictícias são contrários.



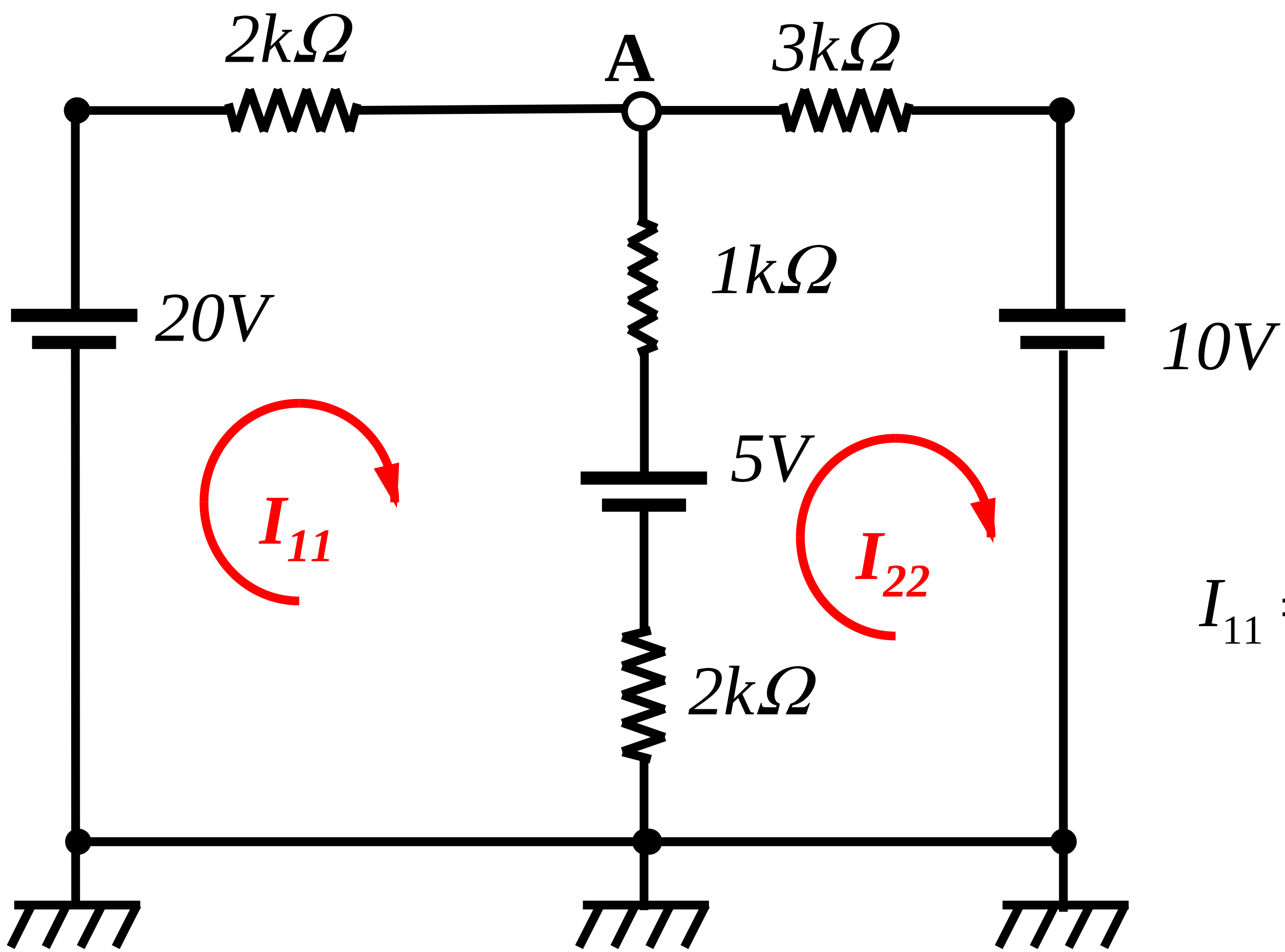
▪ Método das malhas independentes

Exercício

- Calcular a intensitade de corrente que circula na resistência de 2kΩ.



▪ Método das malhas independentes

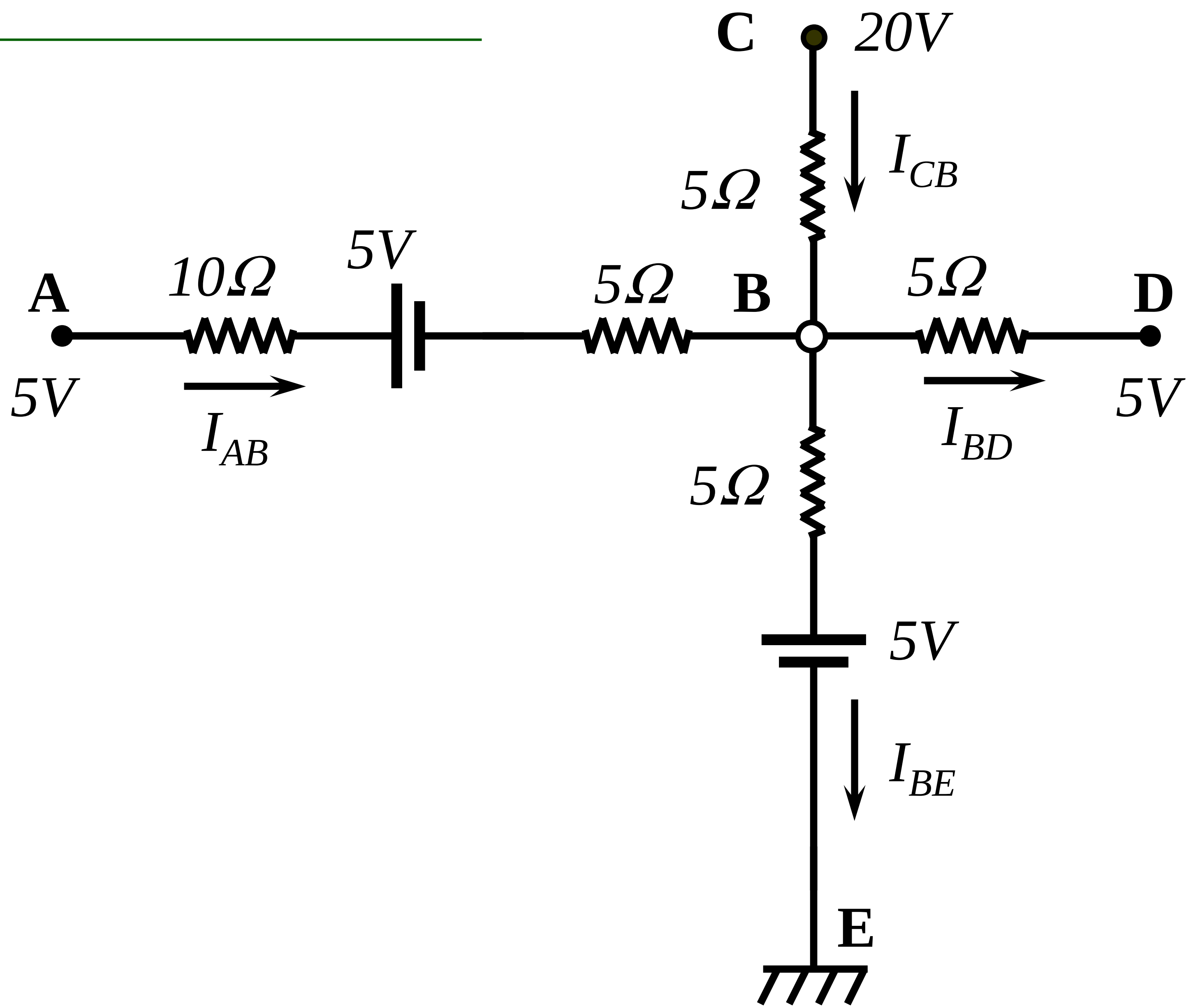


$$I_{11}=\frac{\begin{vmatrix}15 & -3k\\ -5 & 6k\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}5k & -3k\\ -3k & 6k\end{vmatrix}}=\frac{25}{7}mA$$

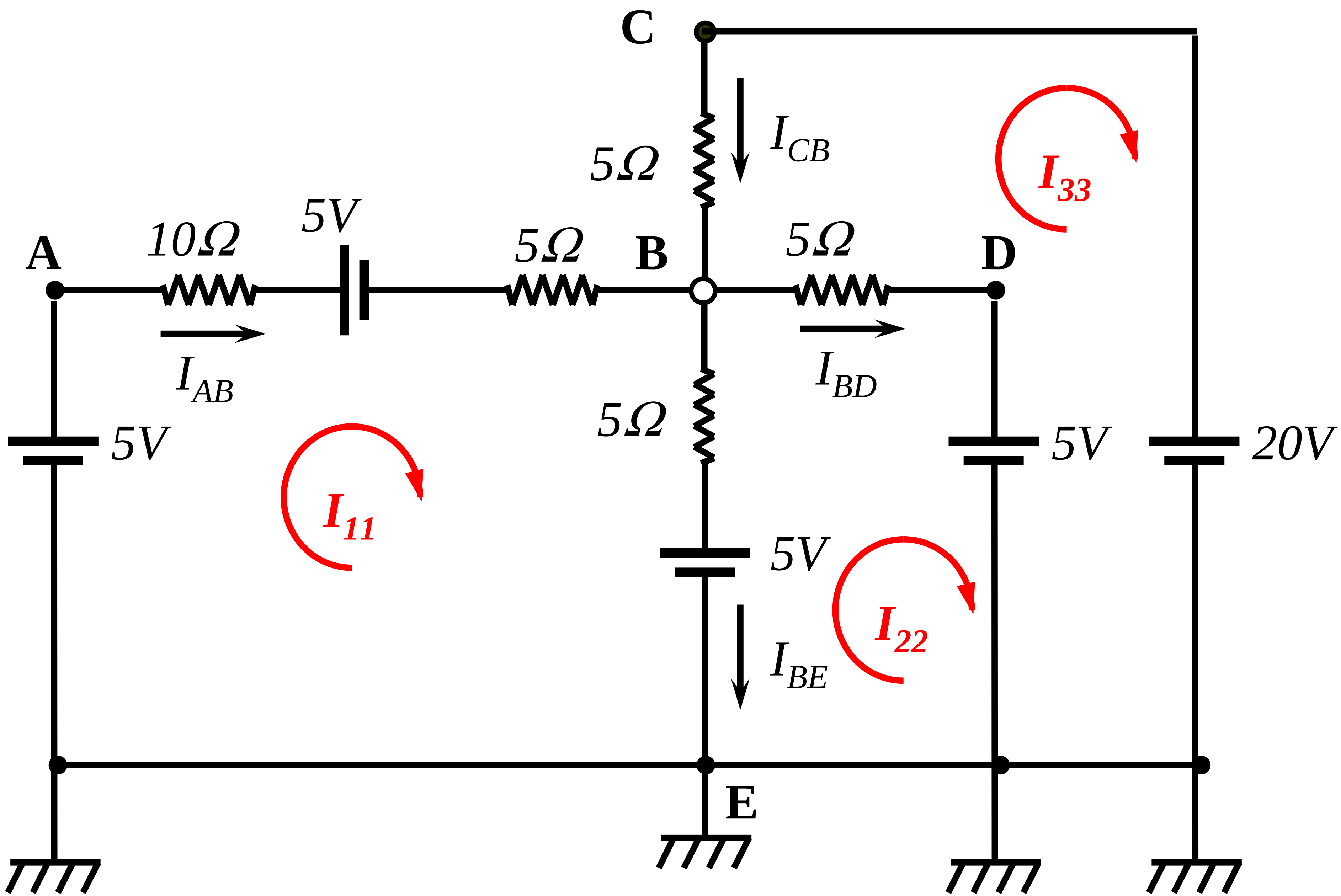
$$\begin{bmatrix}20-5\\ 5-10\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2k+1k+2k & -1k-2k\\ -1k-2k & 2k+1k+3k\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}I_{11}\\ I_{22}\end{bmatrix}$$

▪ Método das malhas independentes

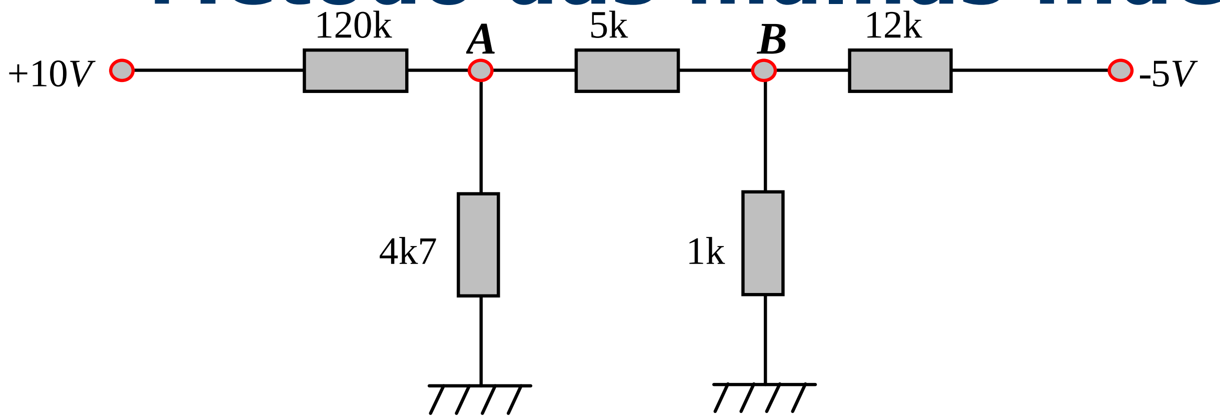
– Exercício

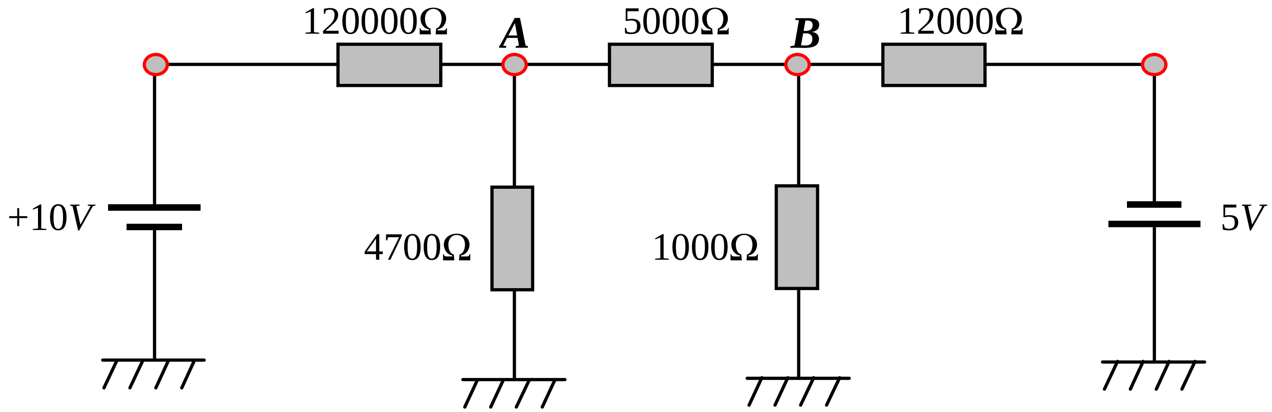


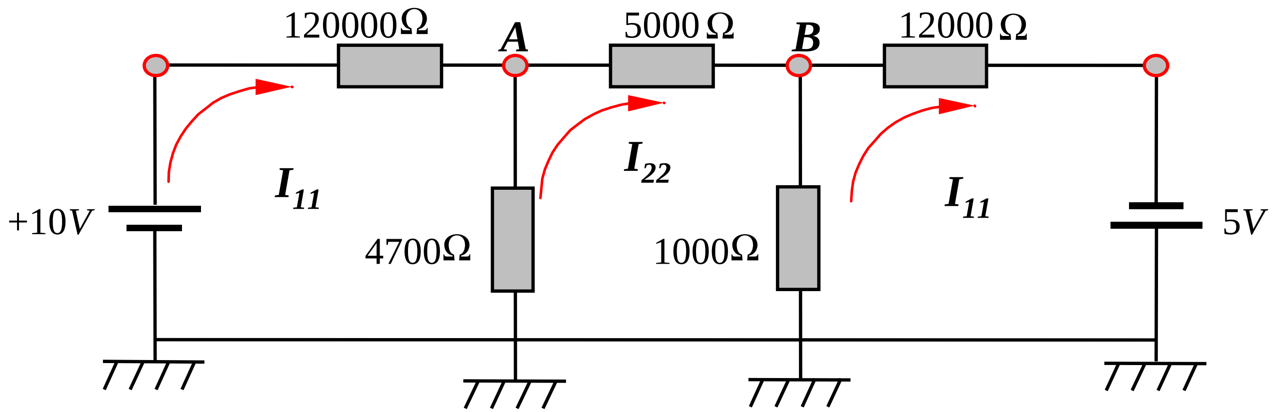
▪ Método das malhas independentes



▪ Método das malhas independentes





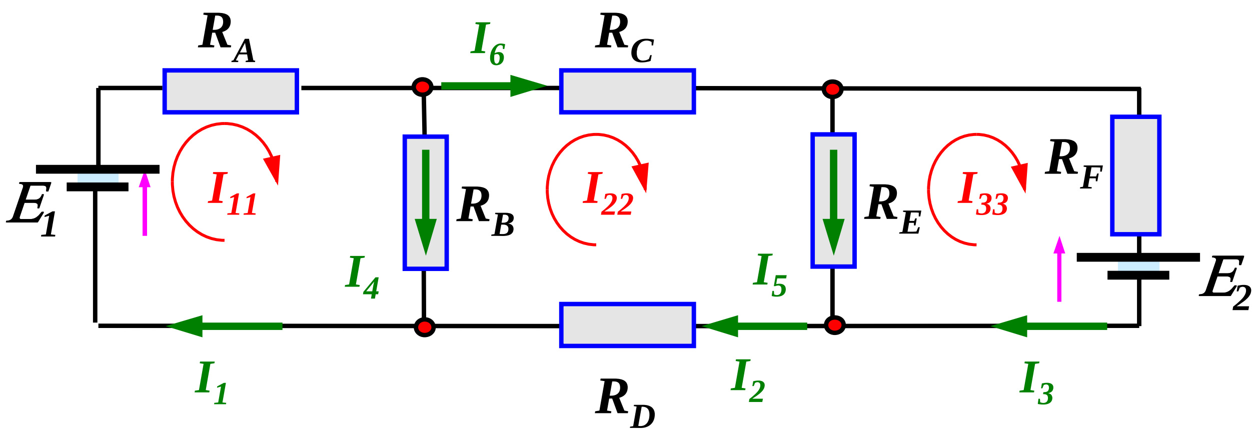


▪ Método das malhas independentes

Resumo

▪ Um **resultado positivo da corrente** significa que o **sentido arbitrado está correcto** e portanto deve **ser mantido**

▪ Um **resultado negativo de corrente** significa que o **sentido arbitrado está incorrecto** e, portanto dever ser **invertido.**

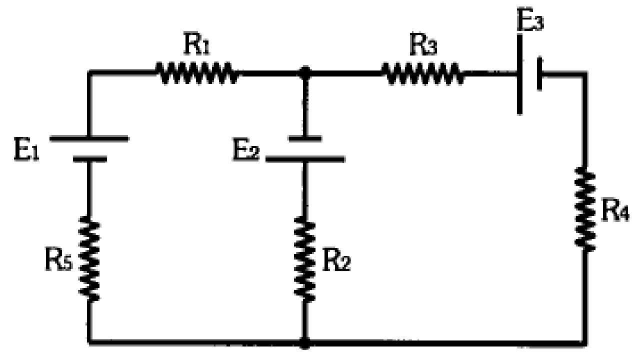


▪ Nos **ramos comuns** a duas malhas, a **corrente total corresponde à soma algébrica das correntes fictícias encontradas**, já com o sentido corrigido

▪ Com as **correntes** nos ramos **determinadas**, calcula-se as **tensões** nos diversos bipolos receptores do circuito.

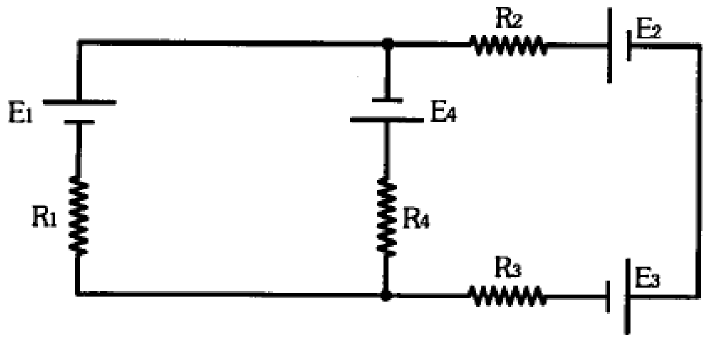
Exercícios

1. No circuito abaixo, determinar as correntes e tensões em todos os bipolos



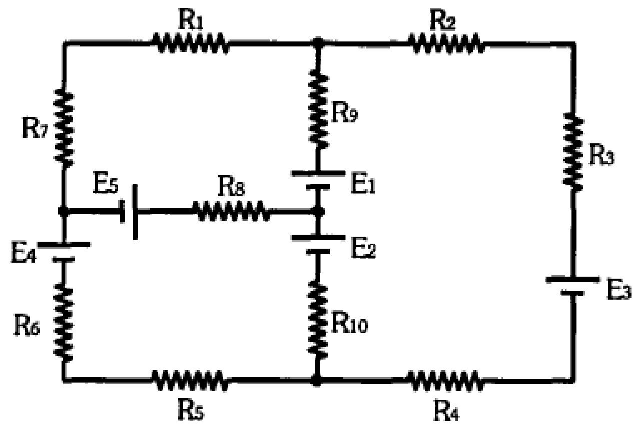
Dados: $E_1 = 20$ V
$E_2 = 10$ V
$E_3 = 5$ V
$R_1 = R_3 = R_5 = 100\ \Omega$
$R_2 = R_4 = 330\ \Omega$

2. Determinar as correntes e as tensões em todos os bipolos do circuito ao lado pelo método mais adequado



Dados: $E_1 = E_3 = 20$ V
$E_2 = E_4 = 10$ V
$R_1 = R_2 = 22\ \Omega$
$R_3 = R_4 = 47\ \Omega$

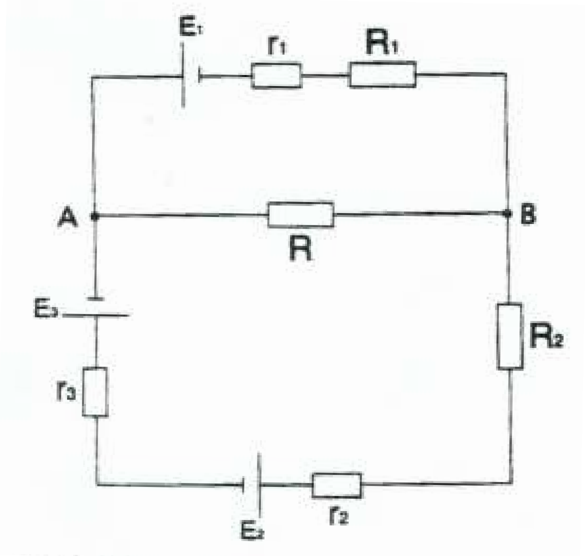
3. Determine as correntes e as tensões em todos os bipolos do circuito da figura seguinte



Dados: $E_1 = E_3 = E_5 = 9$ V
$E_2 = E_4 = 6$ V
$R_1 = R_3 = R_5 = R_7 = R_9 = 100\ \Omega$
$R_2 = R_4 = R_6 = R_8 = R_{10} = 200\ \Omega$

▪ Exercícios

4. Observe a figura seguinte em que : E_1= 24 V, E_2 = 12V, E_3=6V , r_1= 0,6 Ω, r_2= 0,5 Ω , r_3=0,4 Ω , R =2 Ω , R_1= 1,5 Ω , R_2= 2,3 Ω



a) Calcule as correntes no circuito. Indique, no final, os sentidos correctos das correntes

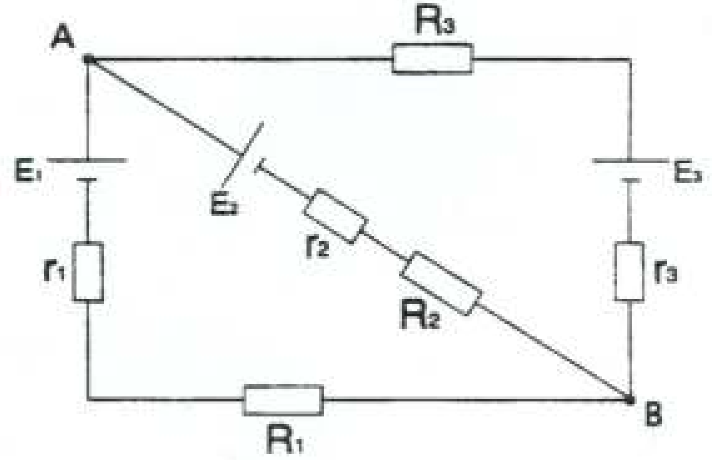
b) Calcule a diferença de potencial entre A e B

c) Calcule a potência dissipada em R

d) Indique os geradores e os receptores de força contra-electromotriz

R: a) 9,284 A; 7,032 A; 2,252 A; b) 4,5 V; c) 10,1 W; d) E_1, E_2 e E_3 são geradores

5. O circuito representado tem os seguintes valores: E_1= 3 V, E_2 = 6 V, E_3= 9V , r_1= 0,15 Ω, r_2= 0,2 Ω , r_3=0,35 Ω , R_1 = 0,3 Ω , R_2= 0,4 Ω , R_3= 0,5 Ω



a) Calcule as correntes no circuito. Indique, no final, os sentidos correctos das correntes

b) As quedas de tensão em R_1, R_2 e R_3

c) A diferença de potencial entre A e B

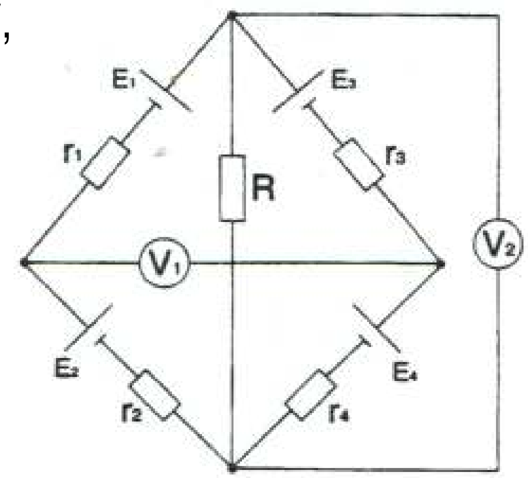
d) A potência dissipada em cada resistência

e) A potência total dissipada no circuito

R: a) 5,29 A; 1,03 A; 4,26 A; b) 1,59 V; 0,41 V; 2,13 V; c) 5,38 V; d) 8,4 W; 0,42 W; 9,1 W; 4,2 W; 0,21 W; 6,4 W; e) 28,7 W

▪ Exercícios

6. O circuito representado tem os seguintes valores: E_1= 9 V, E_2 = 2 V, E_3= 4,5V , E4= 6V, r_1= 0,25 Ω, r_2= 0,2 Ω , r_3=0,15 Ω , r_4 = 0,1 Ω , R= 5 Ω



Calcule

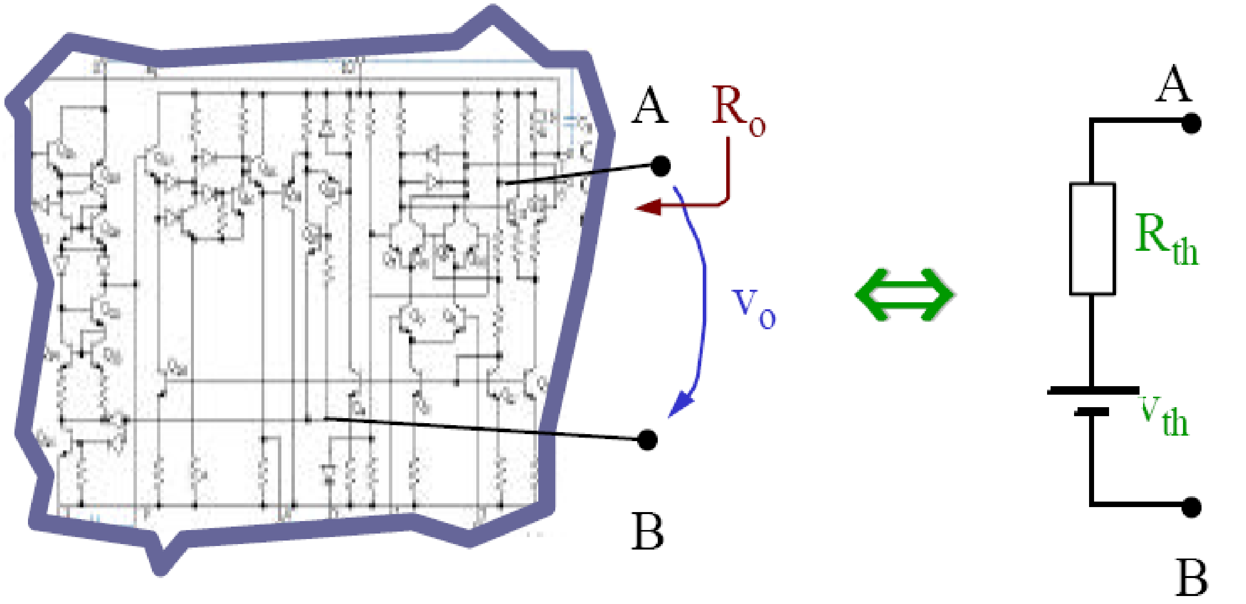
a) As correntes no circuito. Indique, no final, os sentidos correctos das correntes

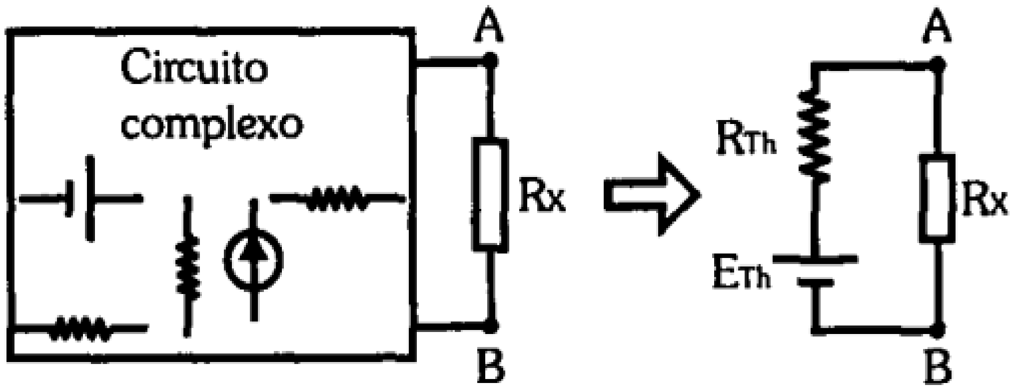
b) As tensões medidas pelos dois voltímetros.

R: a) 2,91 A; 2,14 A; 0,77 A; b) 3,66 V; 10,7 V

▪ Teorema de Thevenin

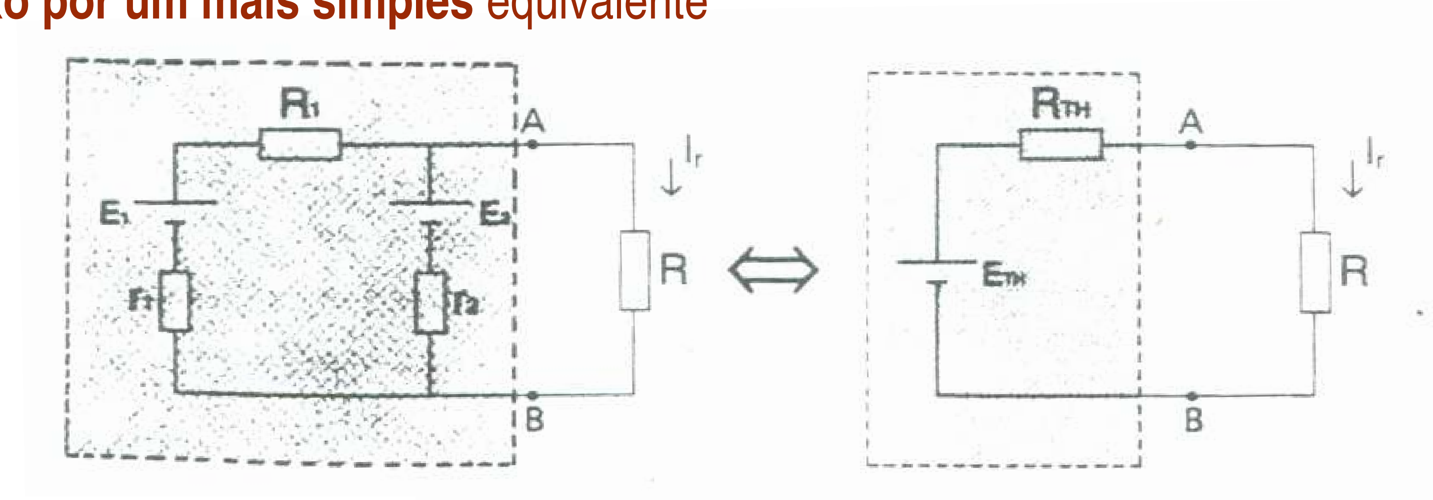
▪ O **teorema de Thevenin** aplica-se nos casos em que **desejamos simplificar** um **circuito complexo por um mais simples** equivalente





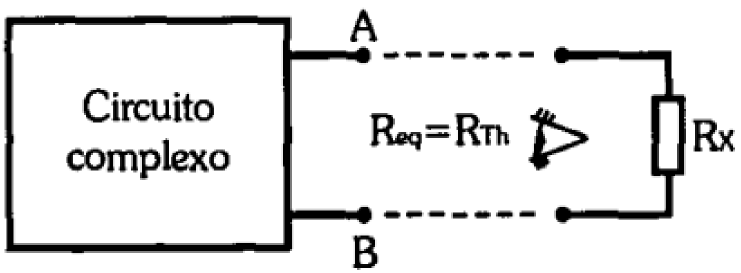
▪ Teorema de Thevenin

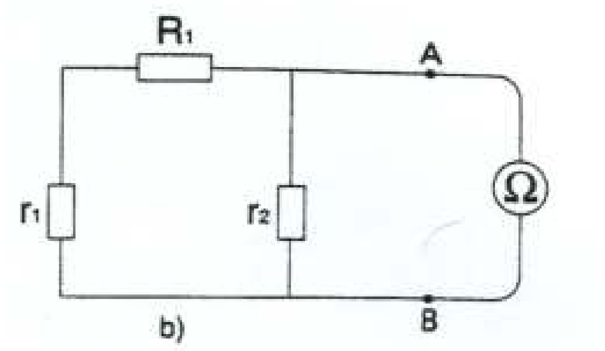
▪ O **teorema de Thevenin** aplica-se nos casos em que **desejamos simplificar** um **circuito complexo por um mais simples** equivalente



— Calculo de R_{TH}

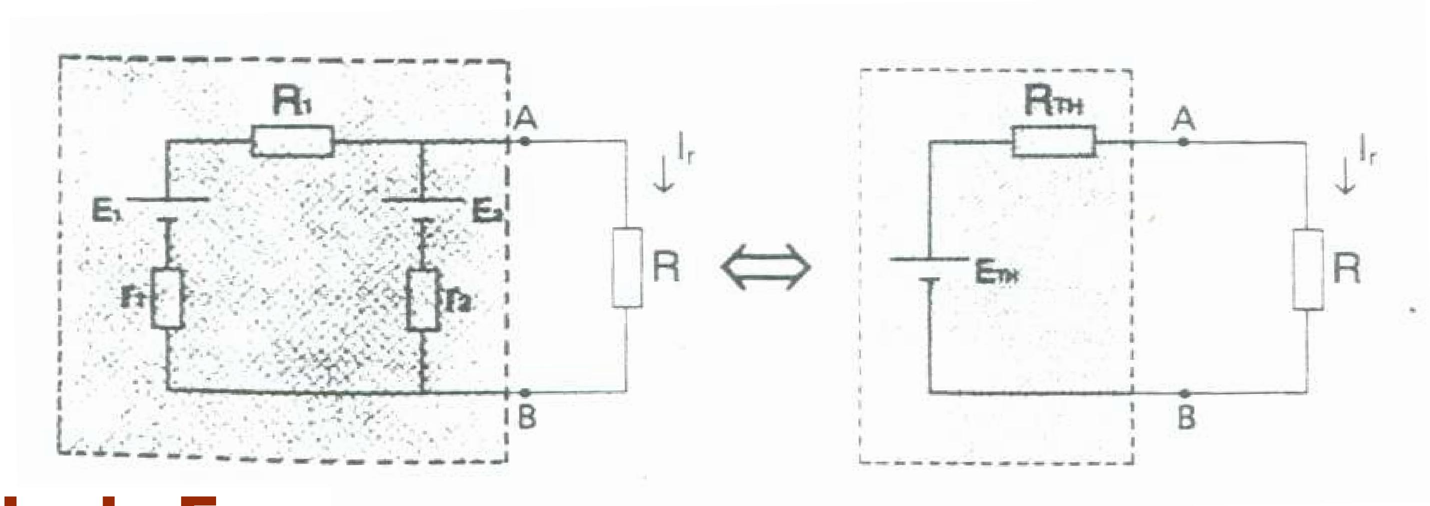
▪ Para **calcularmos o R_{TH}**, devemos considerar todos os **geradores de tensão** (entre os pontos A e B) em **curto-circuito** e o **geradores de corrente** em **aberto**, calculando assim a **resistência equivalente entre os pontos A e B**





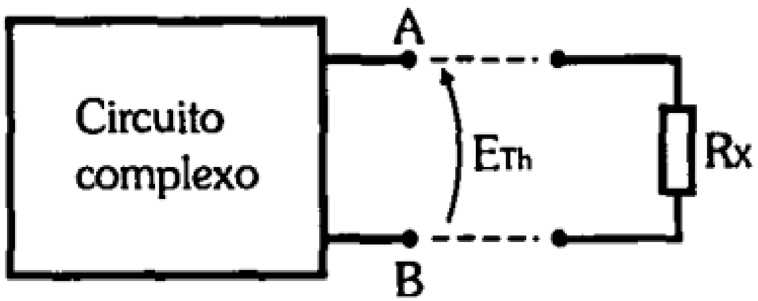
▪ Teorema de Thevenin

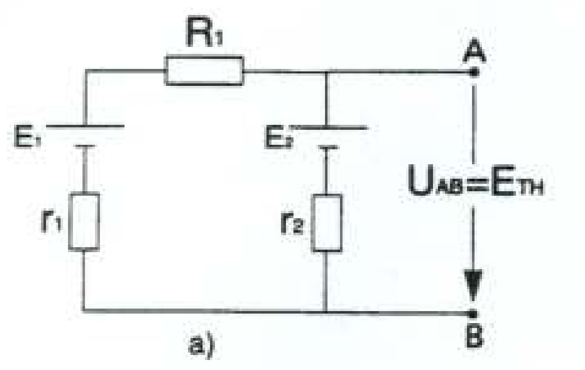
▪ O **teorema de Thevenin** aplica-se nos casos em que **desejamos simplificar** um **circuito complexo por um mais simples** equivalente



Calculo de E_{TH}

▪ Para **calcular o E_{TH}** , devemos utilizar os métodos estudados para obter uma **tensão entre os pontos A e B** (estes em vazio)



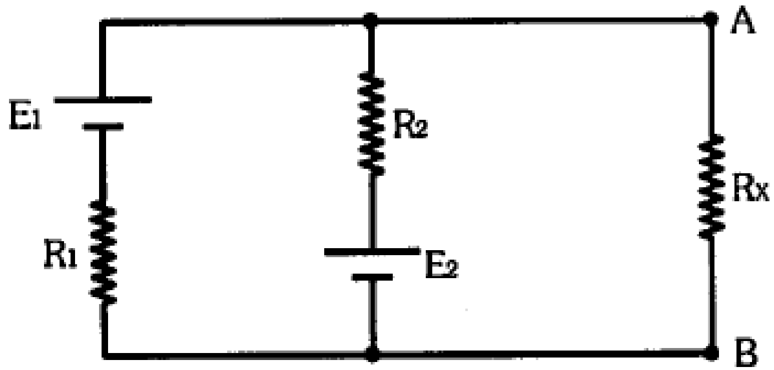


▪ Teorema de Thevenin

Exemplo

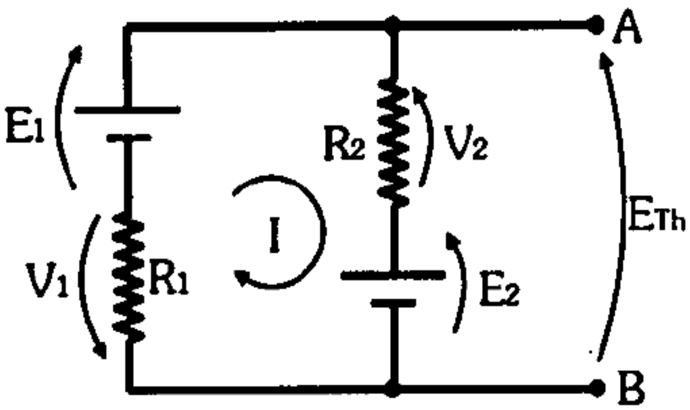
▪ No circuito abaixo, determine a corrente e tensão na resistência R_X :

$$V = R \cdot I$$



Dados: E_1= 15 V
E_2 = 10 V
R_1= 150 Ω
R_2= 100 Ω
R_X= 1kΩ

▪ Primeiro, retiramos R_X e calculamos a tensão E_{TH} entre A e B:



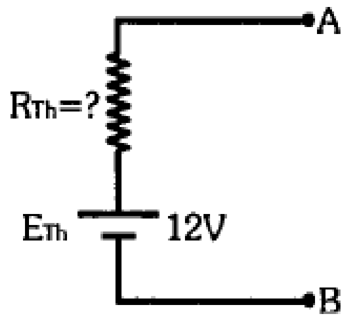
$$E_1 - E_2 = V_1 + V_2 \Rightarrow E_1 - E_2 = R_2 I + R_1 I$$

$$15 - 10 = (100 + 150) I \Rightarrow I = \frac{5}{250} = 20\,\text{mA}$$

$$E_{TH} = E_2 + V_2$$

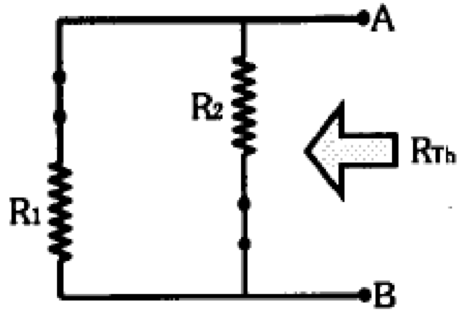
$$E_{TH} = 10 + 100.200 \times 10^{-3}$$

$$E_{TH} = 12\text{ V}$$



▪ Teorema de Thevenin

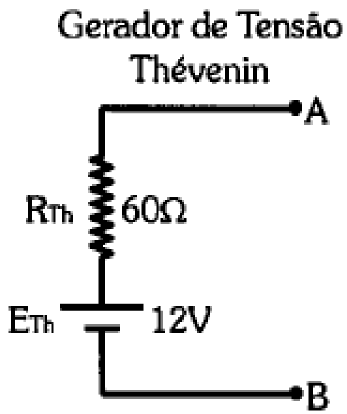
▪ De seguida substitui-se os geradores de tensão E_1 e E_2 por curto-circuitos e calcula-se a resistência R_{TH} entre A e B, visto pela resistência R_X



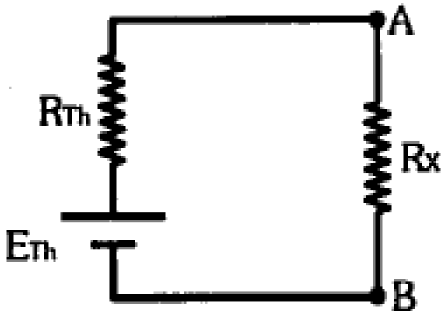
$$R_{TH} = \frac{R_1.R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_{TH} = \frac{(150).(100)}{150+100}$$

$$R_{TH} = 60\ \Omega$$



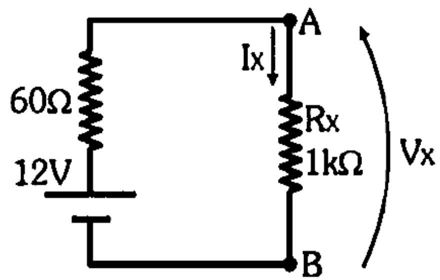
▪ Com o gerador de Thévenin determinado, liga-se novamente R_X entre A e B e calcula-se a tensão V_X e I_X



$$V_X = \frac{R_X}{R_{TH} + R_X} \cdot E_{TH}$$

$$V_X = \frac{1000}{60+1000} \cdot 12$$

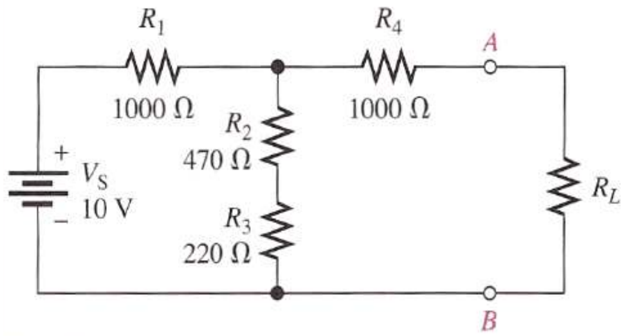
$$V_X = 11{,}32\ \text{V}$$



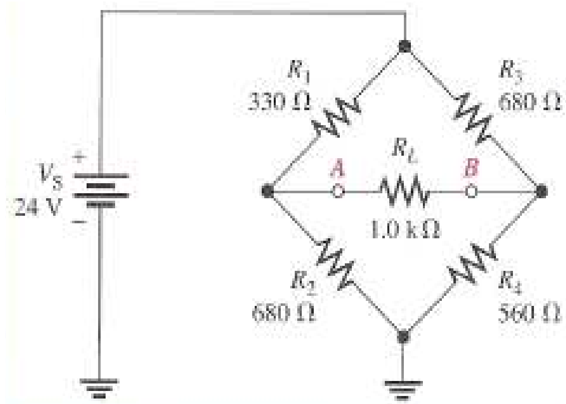
$$I_X = \frac{V_X}{R_X} = \frac{11{,}32}{1000}$$

$$I_X = 11{,}32\ \text{mA}$$

▪ Exercícios



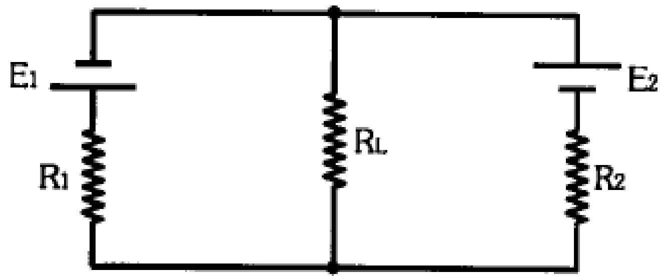
7. Determine o equivalente de Thevenin entre os pontos A e B para o circuito da figura seguinte.



8. Determine o equivalente de Thevenin entre os pontos A e B para o circuito da figura seguinte.

9. Dado o circuito, determine a corrente e a tensão na carga R_L, pelo método de Thevenin, para cada um dos valores seguintes que ela pode assumir: $R_{L1} = 100\ \Omega$; $R_{L2} = 500\ \Omega$; $R_{L3} = 1K5\ \Omega$

Dados: $E_1 = 20$ V
$E_2 = 40$ V
$R_1 = 1$ kΩ
$R_2 = 470\ \Omega$



▪ Apêndice

Máquina de calcular

$$7V_1 + 2V_2 + 4V_3 = 10$$
$$-5V_1 + 6V_2 + 9V_3 = 7$$
$$1V_1 + 2V_2 - 6V_3 = 8$$

a1,1=7	a1,2=2	a1,3=4	b1=10
a2,1=-5	a2,2=6	a2,3=9	b2=7
a3,1=1	a3,2=2	a3,3=-6	b3=8

SOLVE

V1=0.926 V2=-2.47 V3=-0.355

▪ Apêndice

Máquina de calcular

$$8I_1 + 4I_2 + 1I_3 = 7$$
$$2I_1 - 5I_2 + 6I_3 = 3$$
$$3I_1 + 3I_2 - 2I_3 = -5$$

a1,1X1+a1,2X2+a1,3X3=b1

	a1	a2	a3	b1
1	8	4	1	7
2	2	-5	6	3
3	3	3	-2	-5

Solution

X1=-56/15

X2=109/15

X3=39/5

▪ Apêndice

— Métodos para solução analítica de sistemas de equações—

Método das Substituições: Partindo de uma das equações do sistema, isola-se uma das incógnitas, substituindo-a em outras equações até que se chegue a uma equação com uma única incógnita, possibilitando a determinação dessa e das demais incógnitas.

Exemplo: $\begin{cases} x_1 - x_2 = -3 & (\ I\ ) \\ 2.x_1 + 3.x_2 = 4 & (\ II\ ) \end{cases}$

Da equação I, tem-se: $x_1 = -3 + x_2$

Substituindo x_1 na equação II: $2.(-3 + x_2) + 3.x_2 = 4 \Rightarrow -6 + 2.x_2 + 3.x_2 = 4 \Rightarrow 5.x_2 = 10 \Rightarrow x_2 = 2$

Substituindo x_2 na equação I: $x_1 - 2 = -3 \Rightarrow x_1 = -1$

Portanto, a solução do sistema é: $(x_1\ ;\ x_2) = (-1\ ;\ 2)$

Método das Adições: Multiplica-se uma ou mais equações por valores tais que a adição delas resulte em novas equações até que uma delas tenha uma única incógnita, possibilitando a determinação dessa e das demais incógnitas.

Exemplo: $\begin{cases} x_1 - x_2 = -3 & (\ I\ ) \\ 2.x_1 + 3.x_2 = 4 & (\ II\ ) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 - x_2 = -3 & .(\ -2\ ) \\ 2.x_1 + 3.x_2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2.x_1 + 2.x_2 = 6 & (\ I\ ) \\ 2.x_1 + 3.x_2 = 4 & (\ II\ ) \end{cases}$

Somando as equações I e II, tem-se: $\begin{cases} 5.x_2 = 10 & (\ III\ ) \\ 2.x_1 + 3.x_2 = 4 & (\ II\ ) \end{cases}$

Da equação III, tem-se: $5.x_2 = 10 \Rightarrow x_2 = 2$

Substituindo x_2 na equação II: $2.x_1 + (3.2) = 4 \Rightarrow 2.x_1 = -2 \Rightarrow x_1 = -1$

Portanto, a solução do sistema é: $(x_1\ ;\ x_2) = (-1\ ;\ 2)$

▪ Apêndice

— Métodos para solução matricial de sistemas de equações—

Matrizes de Sistemas Lineares

Considere o seguinte sistema linear genérico:

$$\begin{cases} a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2 + \ldots + a_{1j}.x_j = b_1 \\ a_{21}.x_1 + a_{22}.x_2 + \ldots + a_{2j}.x_j = b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{i1}.x_1 + a_{i2}.x_2 + \ldots + a_{ij}.x_j = b_i \end{cases}$$

Em que:

a_{ij} = coeficiente das equações

$b_1, b_2, \ldots, b_i$ = termos independentes

$x_1, x_2, \ldots, x_j$ = incógnitas

Esse sistema de equações pode ser representado matricialmente da seguinte forma:

$$\underbrace{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & . & a_{1j} \\ a_{21} & a_{22} & . & a_{2j} \\ . & . & . & . \\ a_{i1} & a_{i2} & . & a_{ij} \end{vmatrix}}_{matriz\ I} \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ x_j \end{vmatrix}}_{matriz\ II} = \underbrace{\begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \\ . \\ b_i \end{vmatrix}}_{matriz\ III}$$

Em que:

matriz I $\Rightarrow$ matriz de coeficientes ou matriz incompleta

matriz II $\Rightarrow$ matriz de variáveis ou matriz de incógnitas

matriz III $\Rightarrow$ matriz de termos independentes

Além dessa representação, interessa-nos também a ***matriz completa*** que corresponde à matriz incompleta acrescida de uma coluna com os termos independentes, conforme mostramos ao lado:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & . & a_{1j} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & . & a_{2j} & b_2 \\ . & . & . & . & . \\ a_{i1} & a_{i2} & . & a_{ij} & b_i \end{vmatrix} \Rightarrow \text{matriz completa}$$

▪ Apêndice

— Métodos para solução matricial de sistemas de equações—

Método de Solução por Determinantes

Calcula-se o determinante D da matriz incompleta:

Matriz 2 x 2	$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$	$\Rightarrow$	$D = + a_{11}.a_{22} - a_{12}.a_{21}$
Matriz 3 x 3	$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ Produtos Positivos Produtos Negativos	$\Rightarrow$	$D = + a_{11}.a_{22}.a_{33} + a_{12}.a_{23}.a_{31} + a_{21}.a_{32}.a_{13}$ $- a_{13}.a_{22}.a_{31} - a_{23}.a_{32}.a_{11} - a_{12}.a_{21}.a_{33}$

Calculam-se os determinantes D_{xj} das matrizes incompletas, substituindo cada coluna de índice j pela matriz de termos independentes. Vejamos, como exemplo, esse procedimento para uma matriz 2 x 2:

Matriz 2 x 2	$\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}$	$\Rightarrow$	$D_{x1} = + b_1.a_{22} - a_{12}.b_2$
	$\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}$	$\Rightarrow$	$D_{x2} = + a_{11}.b_2 - b_1.a_{21}$

Calculam-se as variáveis x_j por meio da seguinte expressão:

$$\boxed{x_j = \frac{D_{xj}}{D}}$$

Apêndice

Exemplo

Exemplo: Sistema de Equações

$$\begin{cases} 3.x_1 - 2.x_2 = 0 \\ x_1 + 4.x_2 = 1 \end{cases}$$

Sistema matricial

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} x \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix}$$

Determinante da matriz incompleta:

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} \Rightarrow D = (3)x(4) - (-2)x(1) = 12 + 2 \Rightarrow D = 14$$

Determinante de x_1:

$$\begin{vmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} \Rightarrow Dx_1 = (0)x(4) - (-2)x(1) = 0 + 2 \Rightarrow Dx_1 = 2$$

Determinante de x_2:

$$\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \Rightarrow Dx_2 = (3)x(1) - (0)x(1) = 3 - 0 \Rightarrow Dx_2 = 3$$

Cálculo de x_1 e x_2:

$$x_1 = \frac{Dx_1}{D} = \frac{2}{14} = 0{,}143 \quad \text{e} \quad x_2 = \frac{Dx_2}{D} = \frac{3}{14} = 0{,}214$$

Portanto, a solução do sistema é: $(x_1 \,;\, x_2) = (0{,}143 \,;\, 0{,}214)$