# 模型设计

## 投资者个体偏好测算

### 时间偏好测算

时间偏好是指对于相同的消费束，行为主体总是偏好现在甚于将来，即当前消费会比未来消费带给消费者更高的主观价值。时间偏好率为总效用不变的条件下不同时点消费量的边际替代率，这是影响投资者进行跨期决策的重要因子。

由时间偏好理论可知，不同的行为主体对于消费延期、收益延期的忍耐度不同，且个体的自我控制能力越差，其不耐心程度就表现得越明显。为准确描述投资者在多个时期的跨期选择行为，平台使用了萨缪尔森的DU模型，将影响时间偏好的心理动机简化为固定贴现率，以指数贴现函数反应人性不耐的心理与行为特征。DU模型的简洁性与人们长期的复利实践相吻合，是研究跨期选择的标准模型。

问卷设计上，首先为投资者提供多个时间-收益的组合，根据其选择推导出相应的贴现率；后根据二分法的思想设置问题，测算出投资者对于某段固定时间的最低预期收益率，计算出相应的贴现率。最终，根据与的均值推导出该投资者时间偏好的指数贴现函数。

### 风险偏好测算

投资者的风险偏好以自身客观的风险承受能力为基础，能够反映其对于风险的主观态度。目前，测算风险偏好的主流方法为问卷调查法，先为每个选项赋分，再以投资者的最终得分为依据，将他们划分为若干个风险偏好类型。然而此类方法的类型划分过程较为主观，其结果在准确度上稍有欠缺。针对此类问题，平台问卷包含风险态度、风险认知、抗风险能力等多个维度，并采用数据包络分析模型（DEA）进行数据处理，力求从多角度评估投资者的风险承受能力。

DEA模型通常被用于评定与比较决策单位的相对性能。平台将DEA模型应用于风险偏好的测算中。在此背景下，个人投资者可以被视为决策单元，所衡量的相对性能就是他们的风险偏好值。每个指标下，人群中最能承受风险的个体构成数据包络模型的边界，其他个体位于边界以内，二者的距离大致可由松弛变量表示。假设共有n个影响个人风险承受能力的指标，投资者风险偏好值为：

其中，表示该投资者在第j个风险促进指标下的值；表示第j个风险促进指标的松弛变量；表示第r个个体的权重

## 基于目标替代率的生命周期模型（大类资产配置模型）

由于投资者在不同生命时期的收入情况、资产状况、时间偏好与风险承受能力呈现异质性，且各属性的变化在时间上具有连续性，因此平台将生命周期模型应用于大类资产的动态配置过程中，为投资者提供终生的资产配置方案，从而实现养老资产保值增值的目标。

本模型考虑股票型开放式基金与债券型开放式基金两类资产，认为这两类资产的收益率服从相关系数为的二维正态分布。若投资者在t=0时开始使用本平台进行投资，每年的缴费率为c，缴费行为一直持续到退休年份（t=N）。根据当前基金组合净值与先验目标的差值与平方差构建出损失函数，通过损失函数的最小化，最终得到大类资产动态最优的配置方案。

* 基本假设：
  1. t + 1 时刻的基金净值满足： [[1]](#footnote-0)
  2. t 时刻的投资目标为
  3. 定义基金在 t 时刻产生的损失:

其中

第期及以前的损失函数由实际收益与目标收益偏差的平方以及惩罚项构成。由于惩罚项的存在，当净值低于目标值时，损失函数会增大，反之则减小。此外，若净值与目标值偏离过大时，即便是正向的偏离，其实际收益也会因为风险的伴随而变得不确定，因此偏差平方项的存在使得风险因子也被纳入了损失函数的考量。

第期损失函数的权重的经济学解释为：将较于其他年份，退休时净值达目标值才是最终目标，因此其重要性胜于前者。

* 1. t 时刻的未来总损失为

该值是通过对未来直到第N期的损失进行折现得到的，其中为投资者的主观跨期折现因子。

* 1. 定义是由 t 时刻所有可得信息产生的 σ 域:，t时刻的价值函数定义为:

是未来资产配置的集合,。由于模型存在卖空限制，因此 t 时刻高风险资产的配置比例在 0 ~ 1 之间。

* 1. 在 t 时刻，组合最优投资策略的配置比例：  
     其中，{ } {}通过下列递归关系给出：  
     与的初始条件为：满足以下条件：  
     其中，与是和的矩生成函数，是的矩生成函数。
* 参数设定
  1. 预期目标

为养老金替代率,是指劳动者退休时的养老金领取水平与退休前工资收入水平之间的比率，是衡量劳动者退休前后生活保障水平差异的基本指标之一。替代率越高，越能保证老年生活的品质。根据世界银行组织的建议，要维持退休前的生活水平不下降，养老替代率需不低于，此可由投资者自定义。r 为折现率，此处选取一年期定期存款利率，令。为退休时的投资者年龄，该值由投资者自定义。为经验生命表中各年龄死亡率，此处参照《中国人身保险业经验生命表( 2010 ~ 2013) 》提供的养老类业务死亡率数据。

满足以下递推关系 :

其中，是为保证投资者退休后保持一定生活水平，基金组合每年需要达到的基金资产总值水平； 是折现率，其取值介于低风险资产收益率和高风险资产收益率之间，这里令它等于低风险资产收益率均值 μ。

* 1. 资产收益率及波动率
     1. 收益率

选取三年内每日基金净值的数据，通过滚动法计算出的年收益率。

设为三年内基金的每日净值，则有

将按数值大小排序，取下四分位数与上四分位数之间所有年收益率值，其均值则为近三年的平均收益率。

* + 1. 波动率

平台采用GARCH模型计算高风险资产与低风险资产的波动率。该模型认为波动率是由长期平均方差、、计算得出的，表达式为：

其中，是长期波动率，是前一天相对于第k天的变化率（此处k取365），是前一天更新的波动率。为对应的权重，；权重之和为1，故。

如果时间允许的话，用机器学习的方法训练得到α，β，γ的最佳取值。

如果时间不太够了，取α≈0.02，β≈0.96，γ≈0.02，最好手动调参一下。

* 1. 缴费年限及缴费比例

假设投资者自本年开始缴款，至退休时停止缴款，缴费年限为N年。缴费比例为c,表示每年缴费额度与工资之比，由投资者自行设置。

* 1. 权重参数θ、惩罚参数α及跨期折现因子β

对最终期的损失赋予权重θ = 2；通过将风险偏好率将其线性映射到更大范围，可以得出对低于预期目标的惩罚参数α，即衡量投资者风险承受能力的参数；主观的跨期折现因子β 由上方的时间偏好模型得出。

插图，配文

不同目标替代率下，随着时间推移逐步调整两类基金的权重，绘制高风险资产占比的下滑轨道

## 基于风险平价策略、历史移动平均价格信息的Black-Litterman模型（基金组合配置模型）

平台在对用户进行个性化投资推荐时，引入行为经济学理论设计问卷测算不同投资者的风险与时间偏好，绘制出基于投资者个体差异且随时间变动调整的高风险资产占比下滑轨道。同时，为了更为精准地测算各支基金在组合中的占比，我们对传统Black-Litterman模型进行改进。

1. **传统Black-Litterman模型**

1991年高盛公司的Fisher Black和Robert Litterman以经典Markowitz模型为基础，采用贝叶斯变换理论，提出Black-Litterman模型。Black-Litterman模型首先利用市场均衡组合通过逆最优化方法得出各资产的先验期望收益率，接着引入投资者对资产收益率及信心水平的主观观点，再用贝叶斯方法将先验期望收益率与投资者的主观观点组成后验观点，最后将后验观点代入Markowitz模型得到资产组合权重。

Black-Litterman模型的特点是融入投资者主观观点，与市场历史数据计算的收益率相结合。该模型显著降低经典Markowitz模型对输入参数（收益、风险等）的敏感性；有效缓解经典Markowitz模型对历史数据的过分依赖，弱化其对历史高收益或低风险资产的强偏好；更贴合实际，引入投资者观点，因而该模型在资产配置和投资实践中被较广泛应用。

Black-Litterman模型也有局限，一是投资者主观观点对模型求解的影响大，主观观点的误判会对造成较大误差；二是资产风险分散有限。于是我们改进传统模型，构建基于风险平价策略、历史移动平均价格信息的Black-Litterman模型。

1. **Black-Litterman模型的改进**
2. 采用风险平价模型确定先验分布

全天候策略已包含风险平价的思想，但“风险平价”直到 2005 年才由磐安资产管理公司（PanAgora）的首期投资官钱恩平（Edward Qian）提出。风险平价模型是对资产风险的配置，利于风险的分散。我们采用风险平价模型而非市值大小作为市场均衡配置比例，具体模型如下。

设有n种基金构成基金组合，各支基金权重为。为第i个基金的收益率，R为n支基金收益率构成的向量，。为n支基金收益率的协方差矩阵，基金组合收益率。

第i支基金的边际风险贡献率为 ，第i支基金的总风险贡献率为。由风险平价的定义，即每支基金的总风险贡献率相同：。这可转化为各支基金总风险贡献率的平方距离之和最小，模型求解如下：





风险平价模型求出的各支基金比重记为。先验收益期望由逆优化反解得到，公式为，是先验期望收益率，为投资者的风险厌恶系数（由问卷结果经过SBM模型等处理得出）。先验收益的协方差矩阵为，为协方差矩阵，为缩放系数。为了简化模型，这里取为1。于是先验收益分布可被求解出。

1. 利用历史移动平均价格信息形成主观观点

新息收益分布View Distribution 假设满足一个正态分布，且主观观点之间相互独立。



P为一个K×N矩阵（K是观点的个数，N是资产类别的个数），是新息期望收益率。Q是投资者的主观判断结果向量，我们采取绝对观点判断。Ω描述主动判断的不确定性，是（K × K矩阵）是一个对角阵，对角线上的元素表示对这 K 个观点的置信水平。（N × N 矩阵）是新息的协方差矩阵。

我们参考中信证券《资产配置专题系列之十二——BL模型的改进与应用探讨》，综合考虑过去一个月、一年、一年半的短、中、长期历史移动平均价格信息，同时在每个月末形成更新预测时，使用过去12个截面（1年）的回归拟合系数的平均值作为投资者的主观观点Q。在观点的方差设定方面，将过去12个截面的回归模型可决系数的平均数映射成观点的置信水平，并作为对角线上的元素构成对角矩阵Ω。

利用贝叶斯公式，我们得到后验收益率。

（3）加入约束条件求解

在经典Markowitz模型加入禁止卖空的限制、债券类基金的投资比例不低于30％的限制进行求解，得出各支基金的权重（小数点后几位可近似为0）。

1. 是t时刻基金净值；c为缴费率；是[t，t+1]年投资于高风险资产的比例；是低风险资产在[t，t+1]年的真实收益率，假定在[ t，t+1] 年保持不变；是高风险资产在[ t，t+1]年的真实收益率，假定在[t，t+1]年保持不变。假定实际工资不增长，为了简化，每年工资设为1。序列{}、序列{}都是独立同分布的正态分布序列，而对任意年度t，年度收益率、的相关系数都为。其中，，，，。 [↑](#footnote-ref-0)