Wydział	Dzień	poniedziałek $17^{15} - 19^{30}$	Nr zespołu
Matematyki i Nauk Informatycznych	Data		18
Nazwisko i Imię: 1. Jasiński Bartosz 2. Sadłocha Adrian 3. Wódkiewicz Andrzej	Ocena z przygotowania	Ocena ze sprawozdania	Ocena Końcowa
Prowadzący		Podpis prowadzącego	

Sprawozdanie nr 5

1. Opis ćwiczenia

Ćwiczenie złożone było z następujących części:

1. Badanie prawa Malusa
2. Badanie prawa Snella
3. Wyznaczenie kąta granicznego
4. Wyznaczenie kąta Brewstera

1.1. Wstęp teoretyczny

1.2. Układ pomiarowy

2. Pomiary i obliczenia

2.1. Badanie prawa Malusa

Przy pomocy obu polaryzatorów oraz fotodetektora została zmierzona wartość natężenia światła spolaryzowanego. Wpierw odnaleziony został taki kąt obrotu analizatora, przy którym mierzona wartość natężenia światła była maksymalna ($\alpha_0 = 176°$). Następnie, siedmiokrotnie dokonano obrotu analizatora o $15°$ i pomiaru wartości natężenia. Wyniki zostały przedstawione w tablicy 1. Na rysunku 1 przedstawione zostały 2 próby jak najlepszego dopasowania wykresu funkcji $\cos^2$ uwzględniając wszystkie niepewności standardowe, przy założeniach:

- kąt α_0 jest kątem, dla którego natężenie jest maksymalne – kolor czerwony
- kąty obrotu analizatora zostały odczytane z przesunięciem $10°$, pomiar $k = 1$ jest błędem grubym, a kąt α_0 **nie** jest kątem maksymalnego natężenia – kolor zielony

k	α_k (°)	I (μA)	u_I (μA)
0	176	260.0	3.662877
1	*161*	*240.0*	*3.662877*
2	146	225.0	3.662877
3	131	160.0	3.662877
4	116	94.0	1.414214
5	101	32.0	1.414214
6	86	2.2	0.036629
7	71	13.0	0.366288

Tabela 1: Pomiary natężenia światła spolaryzowanego

Biorąc pod uwagę trudności podczas przeprowadzania ćwiczenia, pomimo większej ilości założeń prawdziwy zdaje się być przypadek drugi (kolor zielony na wykresie).

Wykres funkcji $266 \cdot \cos^2(\alpha + 9)$ (gdzie argument funkcji cosinus: $(\alpha + 9)$ jest podany w stopniach) zdaje się dobrze odzwierciedlać uzyskane wyniki pomiarów, potwierdzając tym samym, że natężenie światła spolaryzowanego liniowo jest proporcjonalne do kwadratu cosinusa kąta między płaszczyzną polaryzacji światła padającego a płaszczyzną polaryzacji światła po przejściu przez polaryzator.

2.2. Badanie prawa Snella

Następnie, wykonano pomiary prowadzące do wyznaczenia współczynnika załamania światła dla płytki z pleksiglasu. W tym celu zmierzono kąty padania światła, jak i kąty odbicia. Wyniki zostały przedstawione w tabeli 2. Niepewność pomiaru typu B wyniosła 1.5°, stąd standardowa niepewność pomiarowa, podana w radianach jest równa $u_x = \frac{1.5 \cdot 2\pi}{360 \cdot \sqrt{3}} = 0.015115$. Korzystając z metody propagacji błędu dla pomiarów pośrednich, jakimi są sinusy mierzonych kątów, otrzymujemy, że:

$$u_{\sin(x)} = \sqrt{\left(\frac{\partial \sin(x)}{\partial x} u_x\right)^2} = |\cos(x) u_x|$$

Pomiary wraz z niepewnościami na iksach i igrekach zostały naniesione na wykresie (rysunek 2). Następnie, korzystając z metody najmniejszych kwadratów, zostało odnalezione najlepsze dopasowanie funkcji liniowej, przedstawione na wykresie kolorem czerwonym. Skorzystano z poniższych wzorów:

$$a = \frac{n\Sigma XY - \Sigma X \Sigma Y}{n\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2}$$

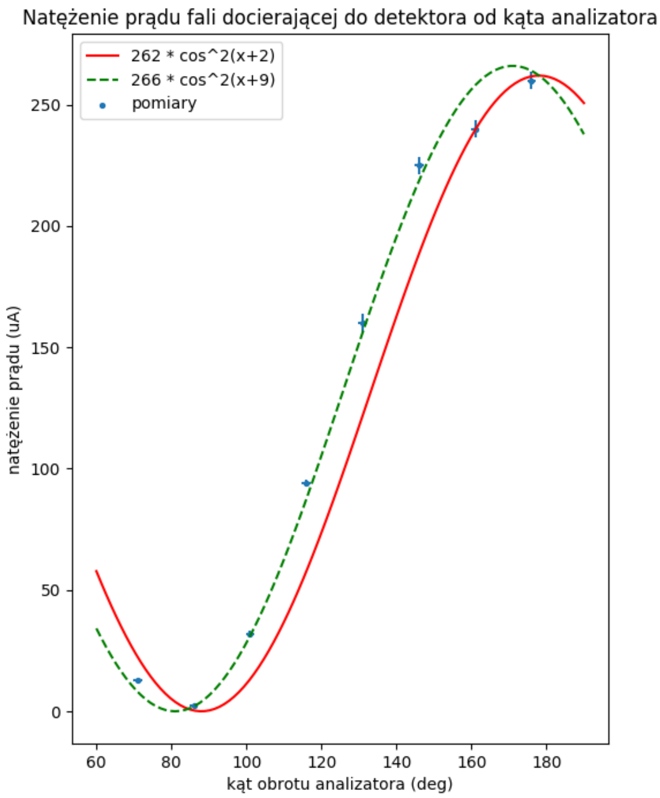
$$b = \frac{1}{n}\left(\Sigma Y - a\Sigma X\right)$$

$$u(a) = \sqrt{\frac{n}{n-2} \frac{\Sigma Y^2 - a\Sigma XY - b\Sigma Y}{n\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2}}$$

$$u(b) = u(a) \cdot \sqrt{\frac{\Sigma X^2}{n}}$$

gdzie $X = \sin\alpha,\ Y = \sin\beta,\ n = 7$.

Współczynnik nachylenia prostej wyniósł $a = 0.66688$, a wyraz wolny: $b = 0.00415$. Niepewności uzyskanych wartości to odpowiednio: $u_a = 0.00591,\ u_b = 0.00411$



Rysunek 1: Prawo Malusa

Zatem, korzystając z prawa Snella:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$$
$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin\alpha}{a \cdot \sin\alpha + b}$$

Zakładając, że $n_1 \approx 1,\ b \approx 0$ otrzymujemy:

$$n_2 = \frac{1}{a}$$

Stąd: $n_2 = \frac{1}{0.66688} \approx 1.49952$

Niepewność standardową otrzymanego wyniku otrzymamy ponownie ze wzoru na propagację błędu:

$$u(n_2) = \sqrt{\left(\frac{\partial n_2(a)}{\partial a} u_a\right)^2} = \left|\frac{1}{a^2} u_a\right| = \frac{1}{0.66688^2} \cdot 0.00591 \approx 0.01329$$

l.p.	α (°)	β (°)	α (rad)	β (rad)	$\sin(\alpha)$	$\sin(\beta)$	$u_{\sin(\alpha)}$	$u_{\sin(\beta)}$
0	5	3.5	0.087266	0.061087	0.087156	0.061049	0.015057	0.015087
1	15	10.5	0.261799	0.183260	0.258819	0.182236	0.014600	0.014862
2	30	19.5	0.523599	0.340339	0.500000	0.333807	0.013090	0.014248
3	45	28.0	0.785398	0.488692	0.707107	0.469472	0.010688	0.013346
4	60	36.0	1.047198	0.628319	0.866025	0.587785	0.007557	0.012228
5	70	39.0	1.221730	0.680678	0.939693	0.629320	0.005170	0.011747
6	75	40.5	1.308997	0.706858	0.965926	0.649448	0.003912	0.011494

Tabela 2: Pomiary zależności kąta odbicia (β) od kąta padania (α)

Zatem uwzględniając niepewność standardową, współczynnik załamania światła płytki wykorzystanej w ćwiczeniu (obliczony przy użyciu metody wykorzystującej prawo Snella) wynosi

$$n_2 = 1.500(13)$$

2.3. Wyznaczenie kąta granicznego

Kolejnym ćwiczeniem było wyznaczenie kąta granicznego zadanej przezroczystej płytki. Obserwując załamaną wiązkę światła, przechodzącą przez granicę "szkło/powietrze", szukany był kąt α_{gr}, powyżej którego wiązka światła zanikała. Wartość tego kąta została wyznaczona eksperymentalnie na:

$$\alpha_{gr} = 43^\circ \approx 0.7504916 \text{ rad}$$

Standardowa niepewność pomiaru została oszacowana na

$$u(\alpha_{gr}) = \sqrt{\left(\frac{0.0349}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{0.0175}{\sqrt{3}}\right)^2} \approx 0.02254 \text{ rad}$$

Ponieważ z definicji kąta granicznego mamy:

$$\frac{\sin \alpha_{gr}}{\sin 90^\circ} = \frac{n_{powietrze}}{n_{plytka}},$$

a zakładamy, że

$$n_{powietrze} = 1,$$

stąd:

$$n_{plytka} = \frac{1}{\sin \alpha_{gr}} \approx 1.4662792$$

Propagacja niepewności:

$$u(n_{plytka}) = \sqrt{\left(\frac{\partial n_{plytka}}{\partial \alpha_{gr}} u(\alpha_{gr})\right)^2} = \left|\frac{2\cos(\alpha_{gr})}{\cos(2\alpha_{gr}) - 1}\, u(\alpha_{gr})\right| \approx 0.03544$$

Zatem współczynnik załamania światła obliczony za pomocą wyznaczenia kąta granicznego wynosi:

$$n_{plytka} = 1.466(35)$$

2.4. Wyznaczenie kąta Brewstera

Ostatnim ćwiczeniem było wyznaczenie kąta Brewstera. W tym celu szukano takiego kąta padania światła, dla którego wiązka odbita będzie tworzyła wraz z wiązką załamaną kąt 90°. Kąt ten został wyznaczony eksperymentalnie na ...? stopni, a niepewność standardowa została oszacowana na

$$u(\alpha_B) = \sqrt{\left(\frac{0.0175}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{0.0175}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{0.009}{\sqrt{3}}\right)^2} \approx 0.015 \text{ rad}$$

Korzystając z zależności:

$$\mathrm{tg}\alpha_B = \frac{n_{plytka}}{n_{powietrze}}$$

i ponownie stosując podstawienie $n_{powietrze} = 1$, otrzymujemy:

$$n_{plytka} = \mathrm{tg}... \approx ...$$

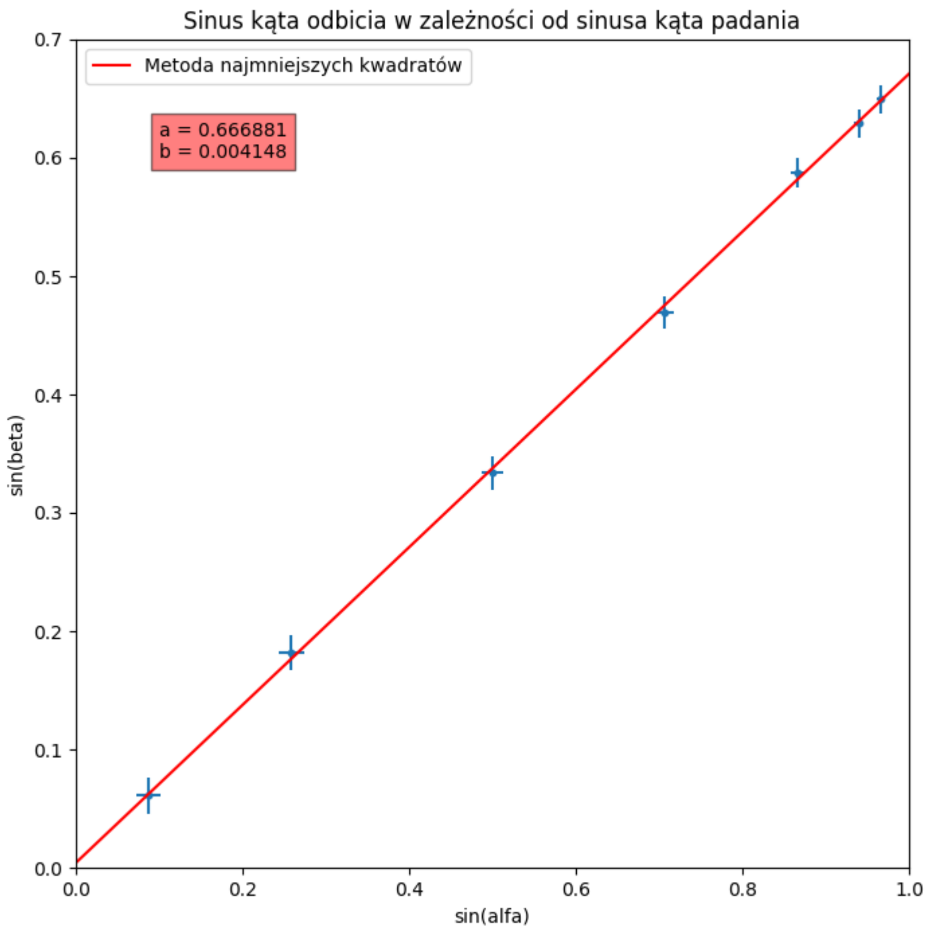
Propagacja niepewności:

$$u(n_{plytka}) = \sqrt{\left(\frac{\partial n_{plytka}}{\partial \alpha_B} u(\alpha_B)\right)^2} = \left|\frac{1}{\cos^2 \alpha_B} u(\alpha_B)\right| \approx ...$$

Zatem współczynnik załamania światła obliczony za pomocą wyznaczenia kąta Brewstera wynosi:

$$n_{plytka} = ...$$

2.5. Wnioski



Rysunek 2: Prawo Snella