

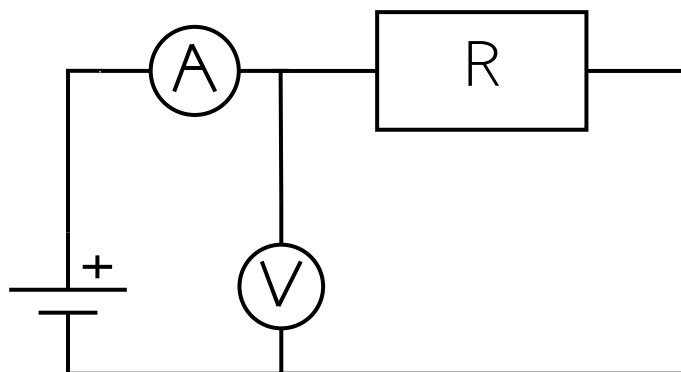
Wydział	Dzień Data		Nr zespołu
Nazwisko i Imię: 1. 2. 3.	Ocena z przygotowania	Ocena ze sprawozdania	Ocena Końcowa
Prowadzący		Podpis prowadzącego	

## Sprawozdanie nr 1

### 1. Prawo Ohma

#### 1.1. Opis ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie rezystancji oporników  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  oraz  $R_4$ . Obwód złożony jest z szeregowo podłączonego amperomierza cyfrowego, równolegle podłączonego woltomierza analogowego, rezystora oraz z zasilacza.



Tablica 1: Schemat układu pomiarowego

#### 1.2. Wstęp teoretyczny

##### Prawo Ohma

Prądem nazywamy uporządkowany ruch ładunków elektrycznych. W obwodzie elektrycznym stosunek napięcia do natężenia prądu jest stały:

$$\frac{U}{I} = \text{const}$$

Powyższa zależność jest nazywana *prawem Ohma*. Współczynnik proporcjonalności nazywamy *rezystancją* (oporem), mierzymy ją w omach ( $\Omega$ ) i zwyczajowo oznaczamy za pomocą litery  $R$ .

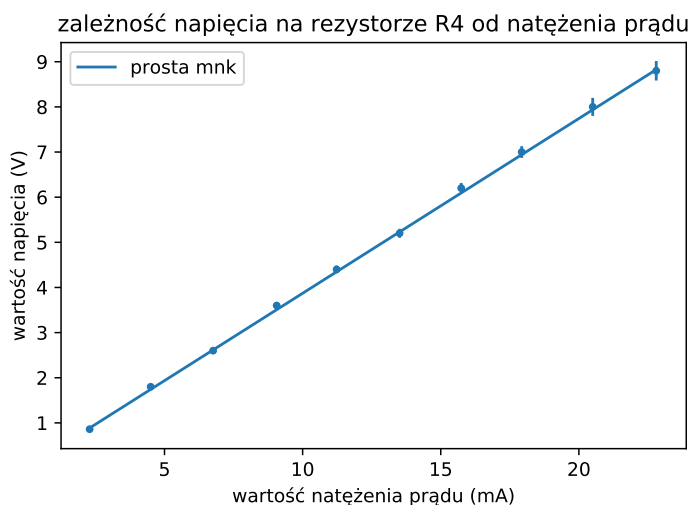
### Niepewności pomiarowe

Niepewnością pomiarową nazywamy miarę dokładności wykonanego pomiaru. Wśród pomiarów bezpośrednich wyróżniamy dwa rodzaje metod wyliczania niepewności.

- Metody typu A – jest to klasa metod, która oblicza niepewność za pomocą statystycznych technik analizy ciągu wyników pomiarów;
- Metody typu B – klasa metod, które opierają się na innych metod niż metody typu A, np. metody biorące pod uwagę własności przyrządów pomiarowych.

### 1.3. Analiza wyników

Pierwsze ćwiczenie polegało na zbadaniu relacji między napięciem a natężeniem prądu. W tym celu dokonaliśmy 10 pomiarów napięcia na rezystorze  $R_4$  oraz 10 pomiarów natężenia prądu płynącego w obwodzie. Uzyskane wyniki zostały przedstawione w tabeli (Rysunek 1) oraz na wykresie zależności napięcia na  $R_4$  od natężenia prądu (Tablica 2).



Rysunek 1: Wyliczona prosta regresji liniowej zestawiona wraz ze zmierzonymi wartościami napięcia oraz natężenia prądu.

Lp.	$U$ (V)	$Z(U)$ (V)	$u_U$ (V)	$I$ (mA)	$Z(I)$ (mA)	$u_I$ (mA)
1	8.800	10	0.058	22.80	200	0.22
2	8.000	10	0.058	20.50	200	0.20
3	7.000	10	0.058	17.930	20	0.058
4	6.200	10	0.058	15.740	20	0.051
5	5.200	10	0.058	13.510	20	0.045
6	4.400	10	0.058	11.230	20	0.038
7	3.600	10	0.058	9.060	20	0.032
8	2.600	3	0.017	6.760	20	0.025
9	1.800	3	0.017	4.500	20	0.019
10	0.8600	1	0.0058	2.290	20	0.012

Tablica 2: Wielokrotne pomiary prądu  $I_{R_4}$  i napięcia  $U_{R_4}$  na rezystorze  $R_4$ .

Dla użytego woltomierza, przy zakresie  $Z(U)$ , niepewność wyznaczenia napięcia wynosi:

$$u_U = \frac{1\% \cdot Z(U)}{\sqrt{3}}$$

Niepewność wyznaczenia natężenia prądu (przy użytym amperomierzu) jest zależna od odczytanej wartości i wynosi:

$$u_I = \frac{1.2\% \text{rdg} + 1 \text{dgt}}{\sqrt{3}}$$

Na podstawie pomiarów napięcia i natężenia – oraz uwzględniając błędy pomiarowe – możemy stwierdzić, że natężenie prądu rośnie wprost proporcjonalnie do napięcia. Stosunek napięcia do natężenia jest stały. Wyniki doświadczenia potwierdzają słuszność prawa Ohma.

#### 1.4. Regresja liniowa

Używając metody najmniejszych kwadratów można wyznaczyć współczynnik kierunkowy prostej  $y = ax + b$ . Ponieważ napięcie i natężenie prądu są powiązane postacią  $U = RI$ , to przyjmujemy  $b = 0$ . Zatem dopasowywana prosta będzie postaci  $y = ax$ .

Współczynnik kierunkowy szukanej prostej będzie szukaną rezystancją opornika. Ponadto, rezystancja ta będzie wyrażona wzorem:

$$R = a = \frac{\sum_{i=1}^{10} \frac{I_i U_i}{u_{U_i}^2}}{\sum_{i=1}^{10} \frac{I_i^2}{u_{U_i}^2}}$$

Z niepewnością wynoszącą:

$$u_a = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^{10} \frac{I_i^2}{u_{U_i}^2}}}$$

W celu wyznaczenia powyższych wartości pomocna będzie tabela z pośrednimi wartościami obliczeń (Tablica 3). Zachowano w niej dodatkowe cyfry znaczące, aby uniknąć błędów numerycznych przy kolejnych obliczeniach.

Otrzymujemy  $a = \frac{313502.546}{805575.221} \approx 0.3892 \text{ k}\Omega = 389.2 \text{ }\Omega$

oraz  $u_a = \sqrt{\frac{1}{805575.221}} \approx 0.0011 \text{ k}\Omega = 1.1 \text{ }\Omega$ .  
 Zatem opór  $R_4 = 389.2 (1.1) \text{ }\Omega$ .

	$U$	$u_U$	$I$	$u_I$	$IU$	$u_U^2$	$I^2$	$\frac{I^2}{u_U^2}$	$\frac{IU}{u_U^2}$
1	8.80	0.0577350	22.80	0.215698	200.64	0.00333	519.84	155953.560	60192.602
2	8.00	0.0577350	20.50	0.199763	164.00	0.00333	420.25	126076.261	49200.492
3	7.00	0.0577350	17.93	0.057533	125.51	0.00333	321.4849	96446.434	37653.377
4	6.20	0.0577350	15.74	0.051211	97.588	0.00333	247.7476	74325.023	29276.693
5	5.20	0.0577350	13.51	0.044774	70.252	0.00333	182.5201	54756.578	21075.811
6	4.40	0.0577350	11.23	0.038192	49.412	0.00333	126.1129	37834.248	14823.748
7	3.60	0.0577350	9.06	0.031928	32.616	0.00333	82.0836	24625.326	9784.898
8	2.60	0.0173205	6.76	0.025288	17.576	0.00030	45.6976	152325.333	58586.667
9	1.80	0.0173205	4.50	0.018764	8.1	0.00030	20.25	67500.000	27000.000
10	0.86	0.0057735	2.29	0.012384	1.9694	0.00003	5.2441	15732.457	5908.259
suma								805575.221	313502.546

Tablica 3: Wartości pośrednie obliczeń, które pozwalają wyznaczyć wartość współczynnika kierunkowego w zagadnieniu regresji liniowej

### 1.5. Obliczenia wartości $R_1$ , $R_2$ , $R_3$

Wyniki pomiarów umieszczono w tablicy 4.

Niepewności napięcia oraz natężenia prądu są liczone jak wyżej.

Niepewność rezystancji wyznaczonej za pomocą wzoru  $R = \frac{U}{I}$  wynosi:

$$u_R = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial U}\right)^2 \cdot u_U^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial I}\right)^2 \cdot u_I^2} = \sqrt{\frac{1}{I^2} \cdot u_U + \frac{U^2}{I^2} \cdot u_I}$$

Zatem wartości  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  wynoszą (zapis na trzy sposoby):

- $R_1 = 51.537 \text{ }\Omega$ ,  $u_{R_1} = 0.035 \text{ }\Omega$   
 $R_2 = 103.90 \text{ }\Omega$ ,  $u_{R_2} = 0.06 \text{ }\Omega$   
 $R_3 = 103.90 \text{ }\Omega$ ,  $u_{R_3} = 0.06 \text{ }\Omega$
- $R_1 = 51.537 (35) \text{ }\Omega$   
 $R_2 = 103.90 (6) \text{ }\Omega$   
 $R_3 = 103.90 (6) \text{ }\Omega$
- $R_1 = 51.537 (0.035) \text{ }\Omega$   
 $R_2 = 103.90 (0.06) \text{ }\Omega$   
 $R_3 = 103.90 (0.06) \text{ }\Omega$

Rezystor	$U$ (V)	$u_U$ (V)	$I$ (mA)	$u_I$ (mA)	$R$ ( $\Omega$ )	$u_R$ ( $\Omega$ )
$R_1$	2.85	0.018	55.30	0.45	51.537	0.035
$R_2$	4.0	0.06	38.50	0.33	103.90	0.06
$R_3$	4.0	0.06	38.50	0.33	103.90	0.06

Tablica 4: Wyniki pojedynczych pomiarów na rezystorach  $R_1$ ,  $R_2$  oraz  $R_3$

## 2. Pomiary wielkości mechanicznych

### 2.1. Opis ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest pomiar trzech wymiarów metalowej płytki oraz wyznaczenie jej objętości, wraz z niepewnościami.

### 2.2. Pomiary za pomocą suwmiarki

Przy użyciu suwmiarki dokonano dwukrotnego pomiaru długości ( $l_1$ ,  $l_2$ ) oraz jednokrotnego pomiaru szerokości ( $l_3$ ).

Rozdzielczość suwmiarki wynosi  $\Delta x = 0.02$  mm, zatem niepewność typu B wynosi:

$$u_B(x) = \frac{\Delta x}{\sqrt{3}} \approx 0.01154700 \approx 0.012 \text{ mm.}$$

Uzyskane pomiary w serii wyniosły kolejno: 36.600 mm, 37.420 mm, 30.700 mm.

Zatem wartości  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$  wynoszą (zapis na trzy sposoby):

- $l_1 = 36.600 \text{ mm}, u_B = 0.012 \text{ mm}$

$$l_2 = 37.420 \text{ mm}, u_B = 0.012 \text{ mm}$$

$$l_3 = 30.700 \text{ mm}, u_B = 0.012 \text{ mm}$$

- $l_1 = 36.600(12) \text{ mm}$

$$l_2 = 37.420(12) \text{ mm}$$

$$l_3 = 30.700(12) \text{ mm}$$

- $l_1 = 36.600(0.012) \text{ mm}$

$$l_2 = 37.420(0.012) \text{ mm}$$

$$l_3 = 30.700(0.012) \text{ mm}$$

### 2.3. Pomiary za pomocą śruby mikrometrycznej

W tym ćwiczeniu, za pomocą śruby mikrometrycznej, badana była grubość metalowej płytki. Wykonane pomiary ( $n = 60$ ) przedstawione zostały w tablicy 5 oraz za pomocą histogramu (tablica 6).

*Uwaga:* pomiar wynoszący 2.97 uznajemy za *błąd gruby*. W tabeli ten fakt został zaznaczony poprzez skreślenie, zaś w histogramie (oraz wszelkich obliczeniach) pomiar ten został pominięty.

Oznaczmy pomiary jako  $x_i$ ,  $i = 1, \dots, 59$ .

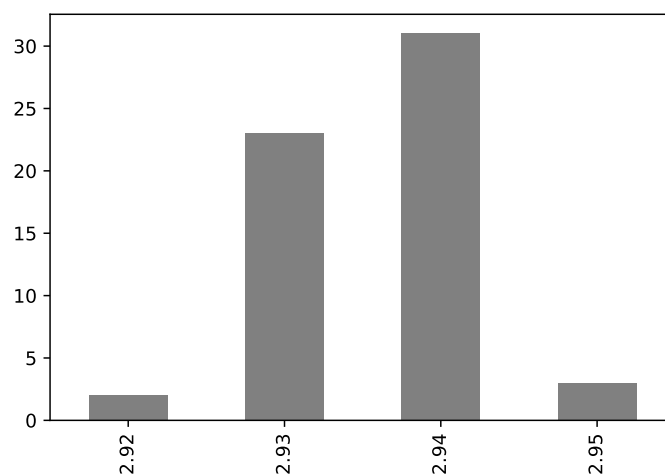
Średnia wartość wszystkich pomiarów wynosi:  $\bar{x} = \frac{1}{59} \sum_{i=1}^{59} x_i = \frac{1}{59} \cdot 173.22 \approx 2.935932203389$ .

Odchylenie standardowe:  $s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{59} (x_i - \bar{x})^2}{59-1}} \approx 0.0064643969$ .

Niepewność typu A:  $u_x(\text{typ A}) = \frac{s_x}{\sqrt{59}} \approx 0.00084159279 \text{ mm} \approx 0.00084 \text{ mm}$ .

2.94	2.93	2.94	2.92	2.94	2.95
2.93	2.93	2.97	2.94	2.93	2.93
2.93	2.94	2.93	2.93	2.94	2.93
2.94	2.93	2.94	2.92	2.93	2.94
2.93	2.94	2.94	2.93	2.94	2.94
2.94	2.95	2.95	2.93	2.93	2.94
2.94	2.93	2.94	2.94	2.94	2.93
2.94	2.94	2.94	2.94	2.94	2.93
2.94	2.93	2.93	2.94	2.93	2.94
2.94	2.94	2.94	2.94	2.93	2.93

Tablica 5: Wyniki wielokrotnych pomiarów grubości płytki za pomocą śruby mikrometrycznej.



Tablica 6: Histogram pomiarów grubości płytki za pomocą śruby mikrometrycznej.

Niepewność typu B:  $u_x(\text{typ B}) = \sqrt{\frac{(\Delta x)^2}{3} + \frac{(\Delta x_e)^2}{3}} = \sqrt{\frac{(0.01)^2}{3} + \frac{(0.005)^2}{3}} \approx 0.006454972 \approx 0.00645 \text{ mm}$ .

Niepewność całkowita:  $u_x = \sqrt{(u_x(\text{typ A}))^2 + (u_x(\text{typ B}))^2} \approx 0.006504467695 \approx 0.0065 \text{ mm}$ .  
Ostatecznie, grubość płytki wynosi (zapis na 3 sposoby):

- $d = 2.9365 \text{ mm}$ ,  $u_x = 0.0065 \text{ mm}$
- $d = 2.9365(65) \text{ mm}$
- $d = 2.9365(0.0065) \text{ mm}$

## 2.4. Wyznaczanie objętości płytki

Zmierzone zostały trzy wymiary metalowej płytki. Jako pierwszy wymiar ( $x$ ) przyjmujemy średnią arytmetyczną dwóch pomiarów z niepewnością typu B. Oznaczmy objętość  $V = x \cdot y \cdot z$ , gdzie  $x = 37.510(0.012) \text{ mm}$ ,  $y = 30.700(0.012) \text{ mm}$ ,  $z = 2.9365(0.0066) \text{ mm}$ . Zauważmy, że  $x$

oraz  $y$  są obarczone niepewnościami typu B, zaś  $z$  niepewnością typu A oraz B. W celu wyznaczenia objętości  $V$  wraz z niepewnością całkowitą, posłużymy się następującymi oznaczeniami oraz wzorami:

$$V = x \cdot y \cdot z = 37.010 \cdot 30.700 \cdot 2.9365 \text{ mm}^3 = 3336.4718555 \text{ mm}^3 \approx 3336 \text{ mm}^3$$

$$\begin{aligned} u_V &= \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 \cdot u_x^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 \cdot u_y^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2 \cdot (u_z(\text{typ A}))^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2 \cdot (u_z(\text{typ B}))^2} \\ &= \sqrt{(yz \cdot u_x)^2 + (xz \cdot u_y)^2 + (xy \cdot u_z(\text{typ A}))^2 + (xy \cdot u_z(\text{typ B}))^2} \\ &= \sqrt{(30.7 \cdot 2.9365 \cdot 0.012)^2 + (37.01 \cdot 2.9365 \cdot 0.012)^2 + (37.01 \cdot 30.7 \cdot 0.0009)^2 + (37.01 \cdot 30.7 \cdot 0.0065)^2} \text{ mm}^3 \\ &\approx 58.4370490542980344 \text{ mm}^3 \\ &\approx 58 \text{ mm}^3 \end{aligned}$$

Ostatecznie, objętość płytki wynosi (zapis na 3 sposoby):

- $V = 3336 \text{ mm}^3$ ,  $u_V = 58 \text{ mm}^3$
- $V = 3336(58) \text{ mm}^3$
- $V = 3336(58) \text{ mm}^3$