Lab2

通过本实验掌握了：

1.使用 **conv** 和 **filter** 函数实现离散信号的卷积与系统响应计算，直观验证了LTI系统的交换律、分配律等性质

2.设计回声消除系统，利用逆滤波（如 `filter(b,a,y)`）从含回声信号中还原原始信号

3.结合自相关函数估计未知回声参数（延迟N和衰减α），掌握遍历法与方程求解两种实用方法；

2.4a

要求

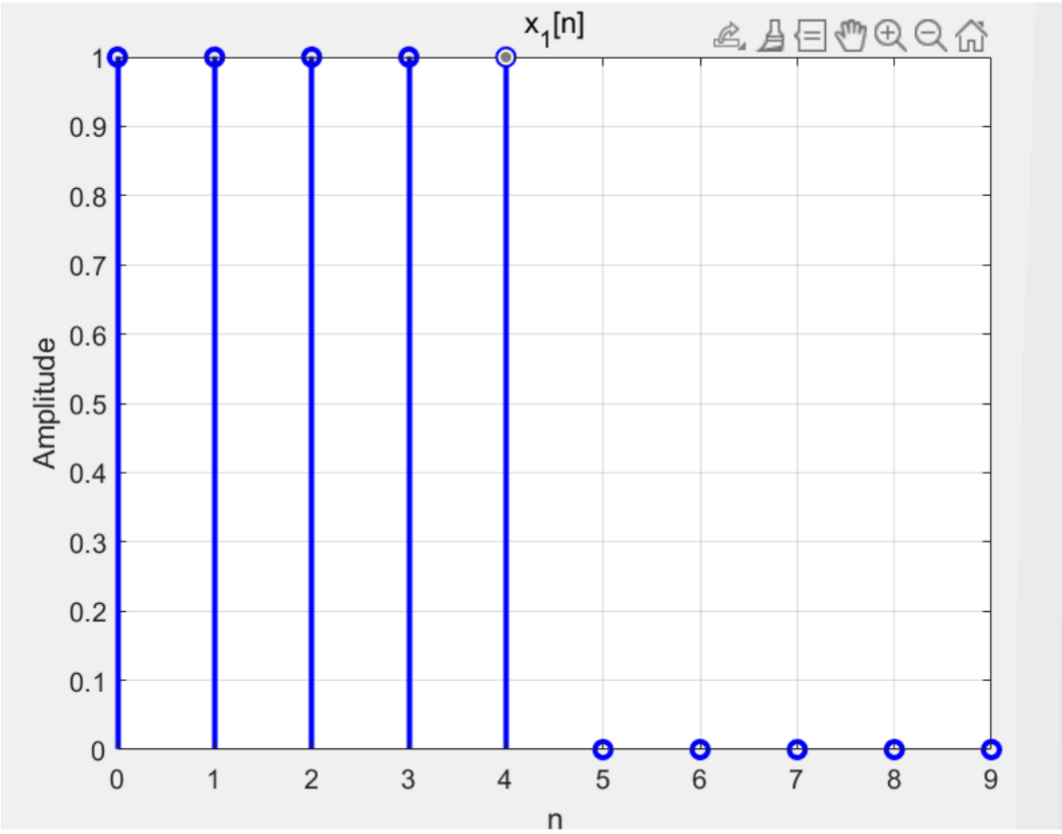
定义向量 x1、h1 和 h2，并创建对应的索引向量 nx1、nh1 和 nh2。使用 stem 函数绘制这三个信号的图形。

分析

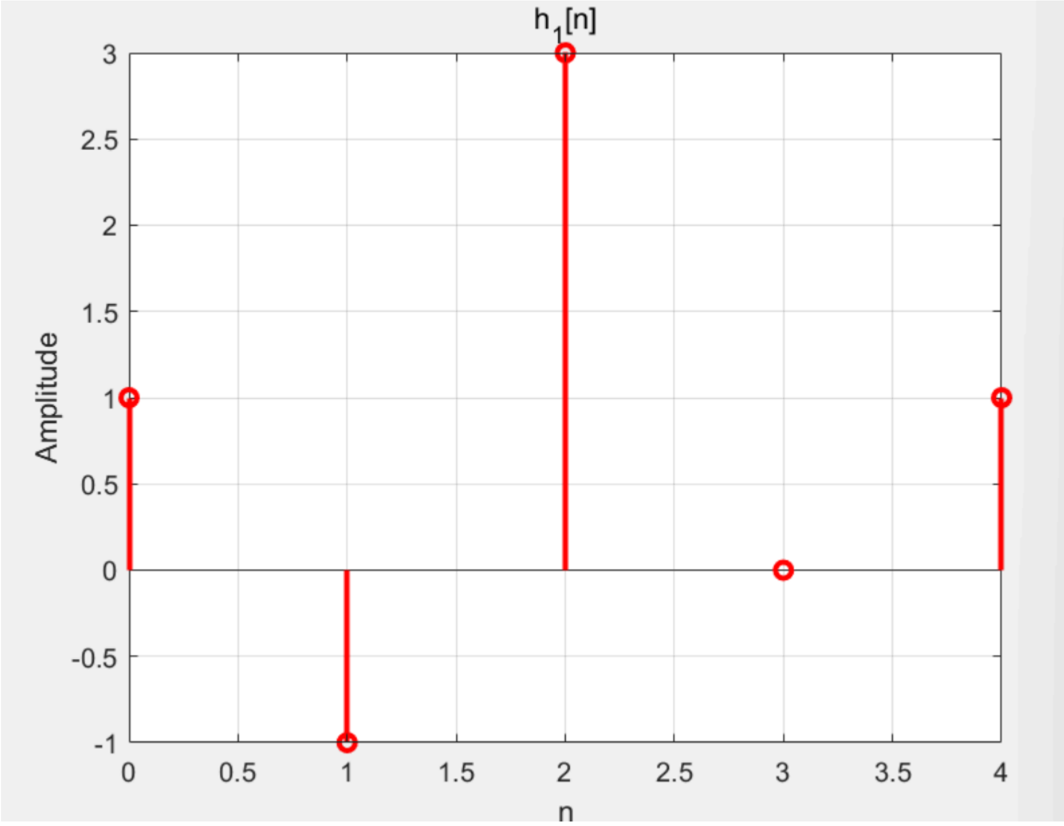
因为要表示的函数离散且自变量较少，直接用矩阵表示函数，再用stem呈现

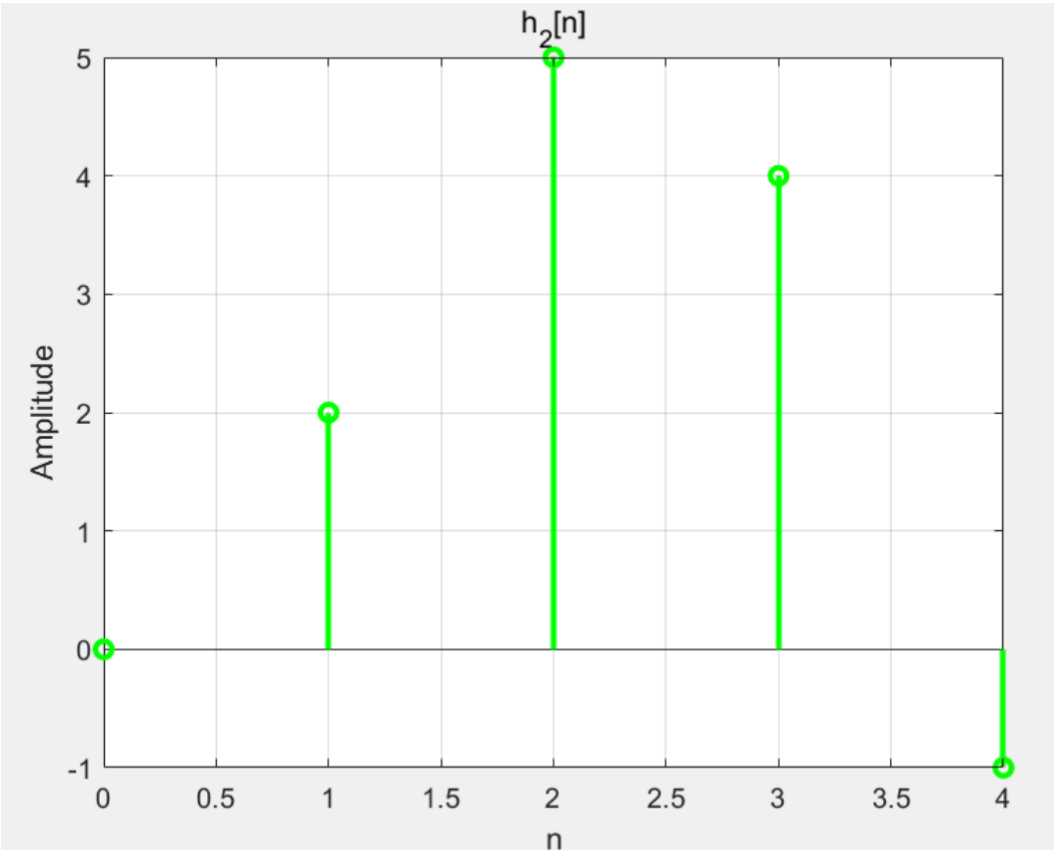
```
x1 = [1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0];
h1 = [1, -1, 3, 0, 1];
h2 = [0, 2, 5, 4, -1];
nx1 = 0:9;
nh1 = 0:4;
figure;
stem(nx1, x1, 'b', 'LineWidth', 2);
title('x_1[n]');
xlabel('n');
ylabel('Amplitude');
grid on;

% Plot h1[n]
figure;
stem(nh1, h1, 'r', 'LineWidth', 2);
title('h_1[n]');
xlabel('n');
ylabel('Amplitude');
```

```
grid on;

% Plot h2[n]
figure;
stem(nh1, h2, 'g', 'LineWidth', 2);
title('h_2[n]');
xlabel('n');
ylabel('Amplitude');
grid on;
```



结论





结论

如图所示

2.4b

要求

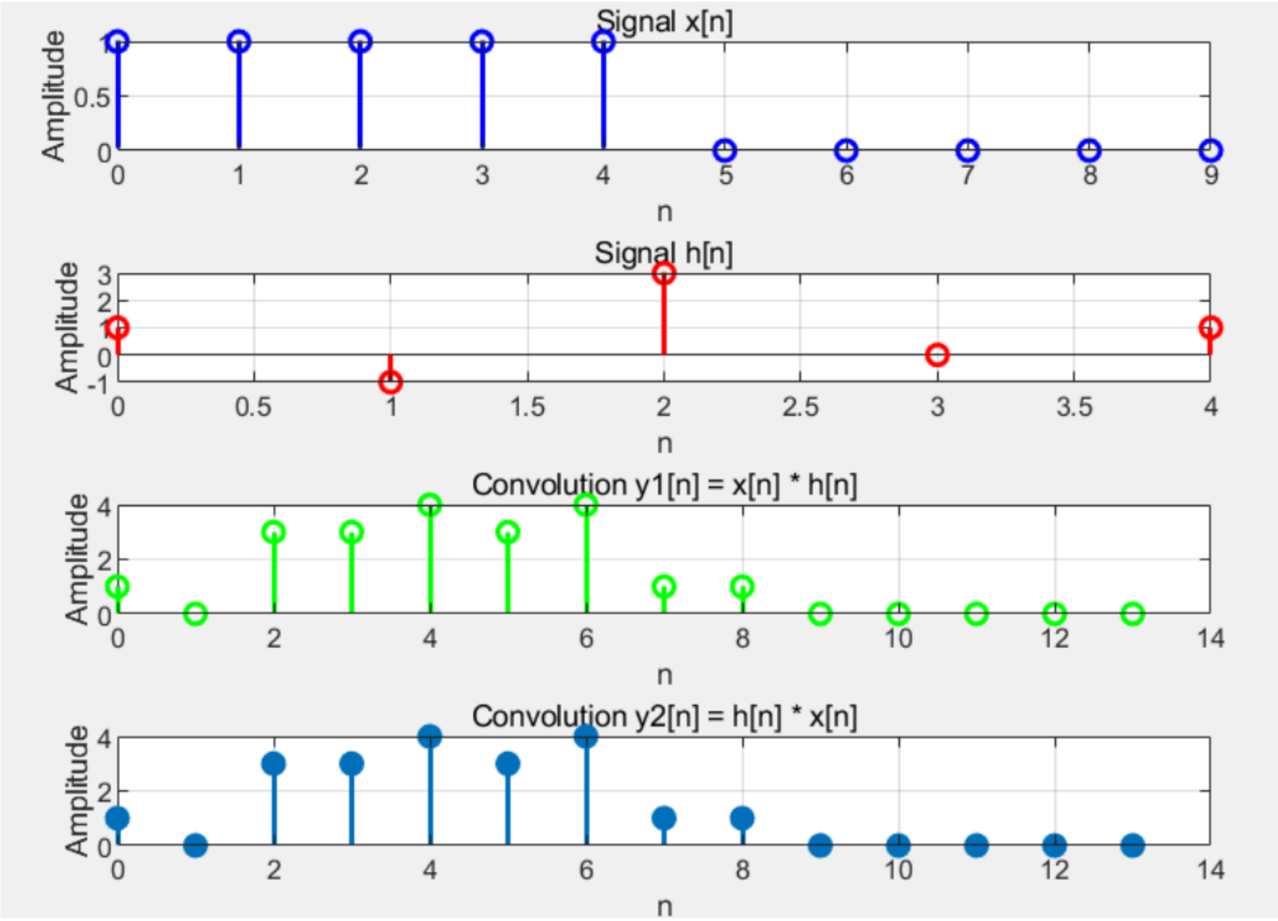
用 conv 函数对给定的 h1 和 x1 进行验证，并验证输入参数的顺序不同时conv 的输出是否相同。

分析

列出不同顺序相乘的卷积并直观用图像表示

```matlab
x1 = [1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0];
h1 = [1, -1, 3, 0, 1];
y1=conv(x1,h1);
y2=conv(h1,x1);
nx = 0:length(x1)-1;
nh = 0:length(h1)-1;
ny = 0:length(y1)-1;
figure;

subplot(4, 1, 1);
stem(nx, x1, 'b', 'LineWidth', 1.5);
title('Signal x[n]');
xlabel('n');
ylabel('Amplitude');
grid on;

subplot(4, 1, 2);
stem(nh, h1, 'r', 'LineWidth', 1.5);
title('Signal h[n]');
xlabel('n');
ylabel('Amplitude');
grid on;

subplot(4, 1, 3);
stem(ny, y1, 'g', 'LineWidth', 1.5);
title('Convolution y1[n] = x[n] * h[n]');
xlabel('n');
ylabel('Amplitude');
grid on;

subplot(4, 1, 4);
stem(ny, y2, 'filled', 'LineWidth', 1.5);
title('Convolution y2[n] = h[n] * x[n]');
```

```
xlabel('n');
ylabel('Amplitude');
grid on;
```



结论

卷积的结果与顺序无关，故成功验证了卷积的交换律。

2.4c

要求

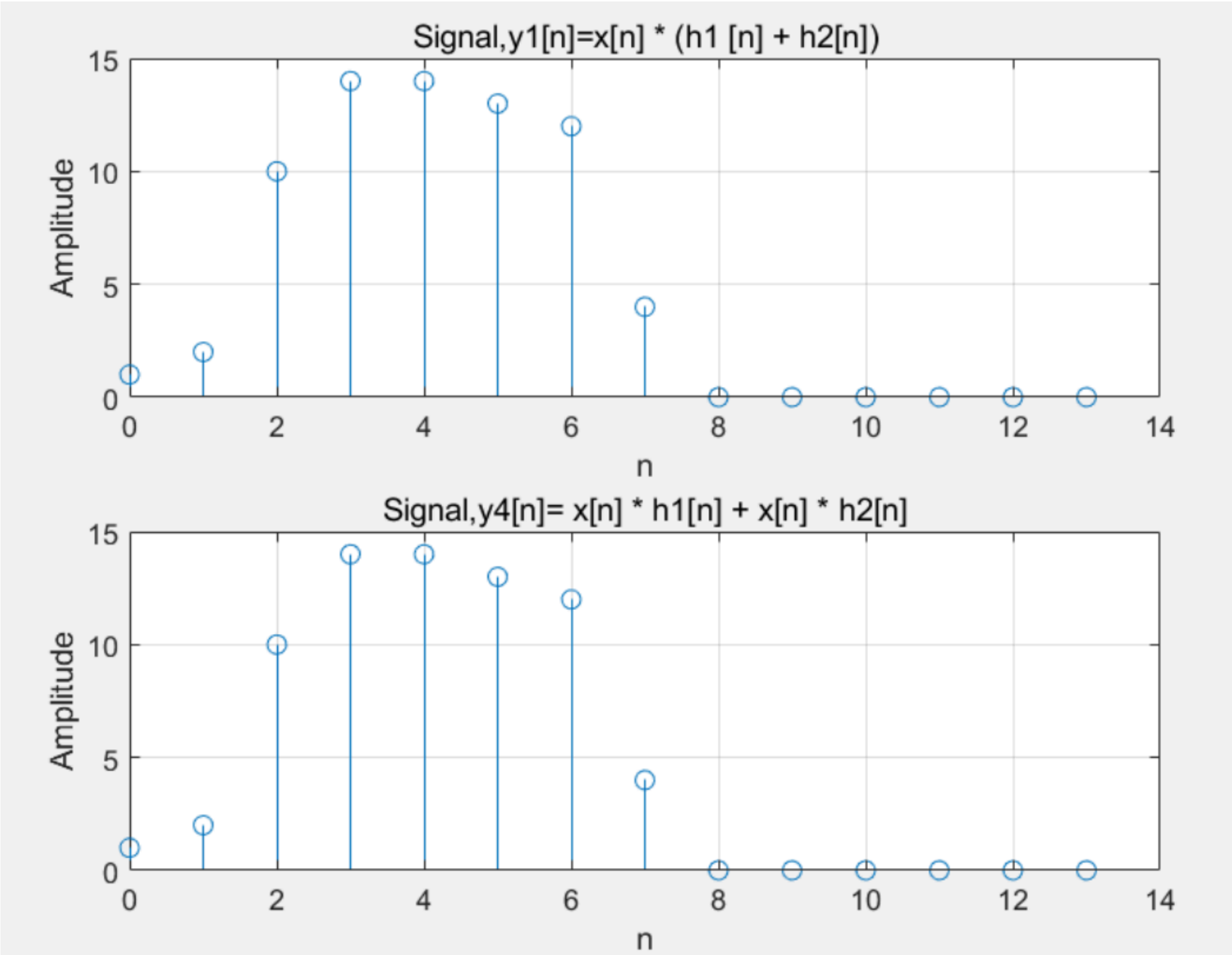
使用给定的x1[n]、h1[n] 和 h2[n]，验证卷积运算的分配律。

分析

计算x[n] * (h1 [n] + h2[n])和x[n] * h1[n] + x[n] * h2[n]，随后用图像直观表示出来。

```
x1 = [1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0];
h1 = [1, -1, 3, 0, 1];
h2 = [0, 2, 5, 4, -1];
```

```
t1=h1+h2;
y1=conv(x1,t1);
y2=conv(x1,h1);
y3=conv(x1,h2);
y4=y2+y3;

nx = 0:length(y1)-1;
nh = 0:length(y2)-1;
ny = 0:length(y3)-1;

figure;
subplot(2,1,1);
stem(nx,y1);
title('Signal,y1[n]=x[n] * (h1 [n] + h2[n])');
xlabel('n');
ylabel('Amplitude');
grid on;

subplot(2,1,2);
stem(nh,y4);
title('Signal,y4[n]= x[n] * h1[n] + x[n] * h2[n]');
xlabel('n');
ylabel('Amplitude');
grid on;
```



结论

由于前后两次运算的结果相同，故成功验证了卷积运算的分配律。

2.4d

要求

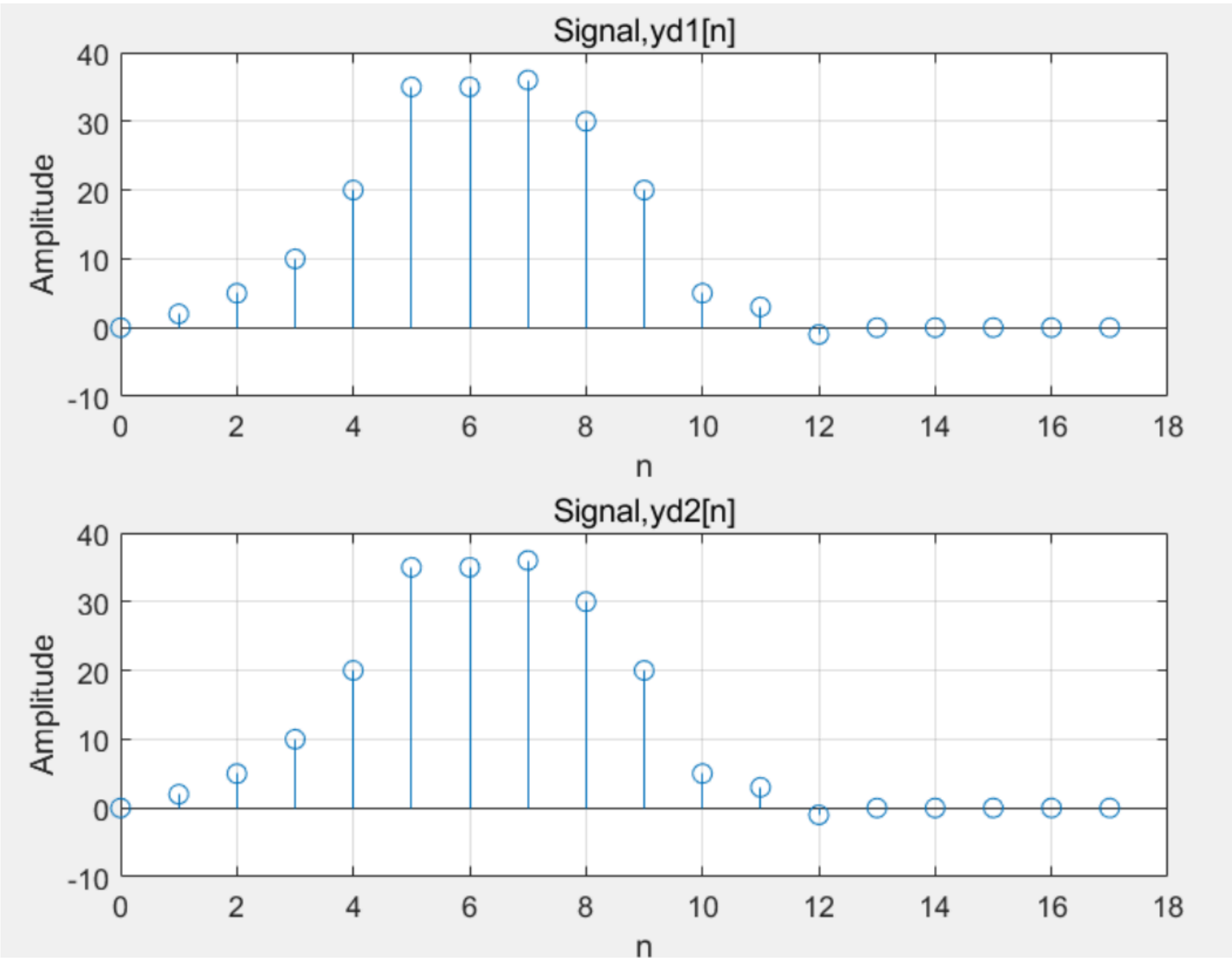
利用信号 x1[n], h1[n]和 h2[n]验证卷积运算的结合律。

分析

通过比较conv(w,h2)和conv(x1,hs)的结果来验证卷积的结合性。

```
x1 = [1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0];
h1 = [1, -1, 3, 0, 1];
h2 = [0, 2, 5, 4, -1];
w=conv(x1,h1);
yd1=conv(w,h2);
hs=conv(h1,h2);
yd2=conv(x1,hs);
```

```
nw = 0:length(w)-1;
ny1= 0:length(yd1)-1;
nh = 0:length(hs)-1;
ny2 = 0:length(yd2)-1;

figure;
subplot(2,1,1);
stem(ny1,yd1);
title('Signal,yd1[n]');
xlabel('n');
ylabel('Amplitude');
grid on;
subplot(2,1,2);
stem(ny2,yd2);
title('Signal,yd2[n]');
xlabel('n');
ylabel('Amplitude');
grid on;
```



结论

由于前后两次运算的结果相同，故成功验证了卷积运算的结合律。

2.4e

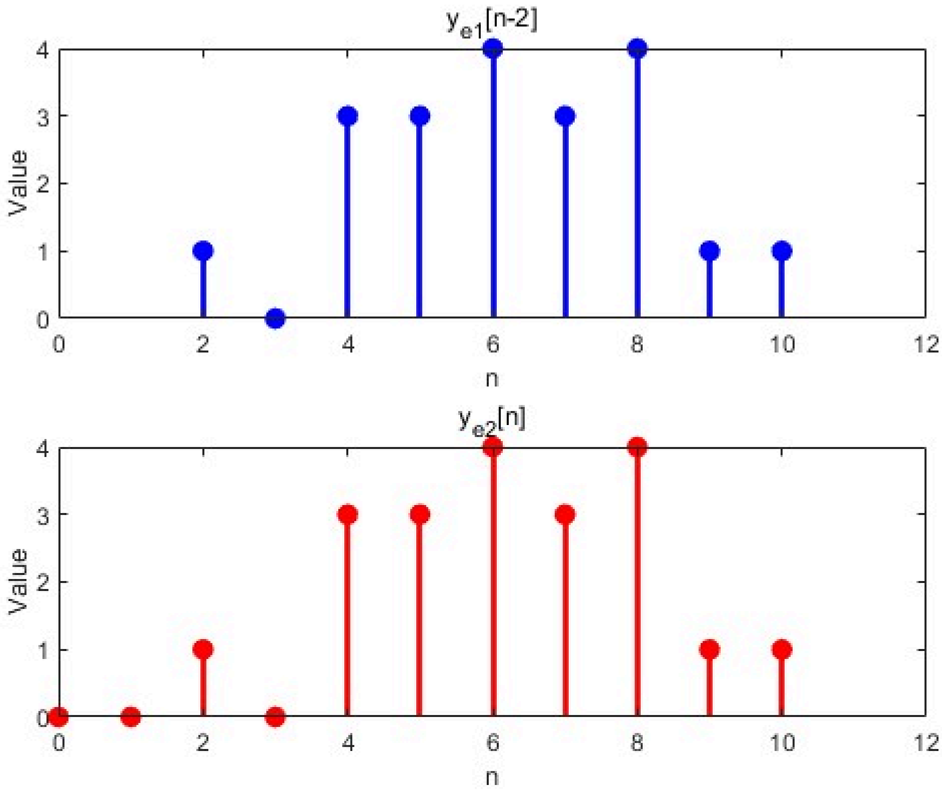
要求

验证当LTI系统的冲激响应延迟n~0~ 时，其输出信号也会相应延迟n~0~。

分析

- 若系统冲激响应为$h[n]$，输入$x[n]$ 的输出为$y[n]=x[n]*h[n]$，则当冲激响应延迟为h[n−n~0~] 时，输出应满足y[n−n~0~]。
- 系统1的冲激响应为$h1[n]$。系统2的冲激响应为$h1[n-2]$。若时不变性成立，则y~e2~[n]=y~e1~[n−2]。

```
x1 = [1, 1, 1, 1, 1];
he1 = [1, -1, 3, 0, 1];
he2 = [0,0,he1];

%计算卷积
ye1 = conv(x1, he1);
ye2 = conv(x1, he2);

%生成时间轴
nx1 = 0:4;
nhe1 = 0:4;
nhe2 = 0:6;
nye1 = nx1(1)+nhe1(1):nx1(end)+nhe1(end);
nye2 = nx1(1)+nhe2(1):nx1(end)+nhe2(end);

% 绘制图片
figure;
subplot(2,1,1);
stem(nye1+2, ye1, 'b','filled', 'LineWidth', 2);
title('y_{e1}[n-2]');xlabel('n');ylabel('Value');xlim([0,
max(nye2)+2]);
subplot(2,1,2);
stem(nye2, ye2, 'r', 'filled', 'LineWidth', 2);
title('y_{e2}[n]');xlabel('n');ylabel('Value');xlim([0,
max(nye2)+2]);
```



结论

MATLAB验证显示 y~e2~[n]=y~e1~[n−2]，LTI系统的时不变性成立，冲激响应延迟导致输出信号相同延迟。

2.4f

要求

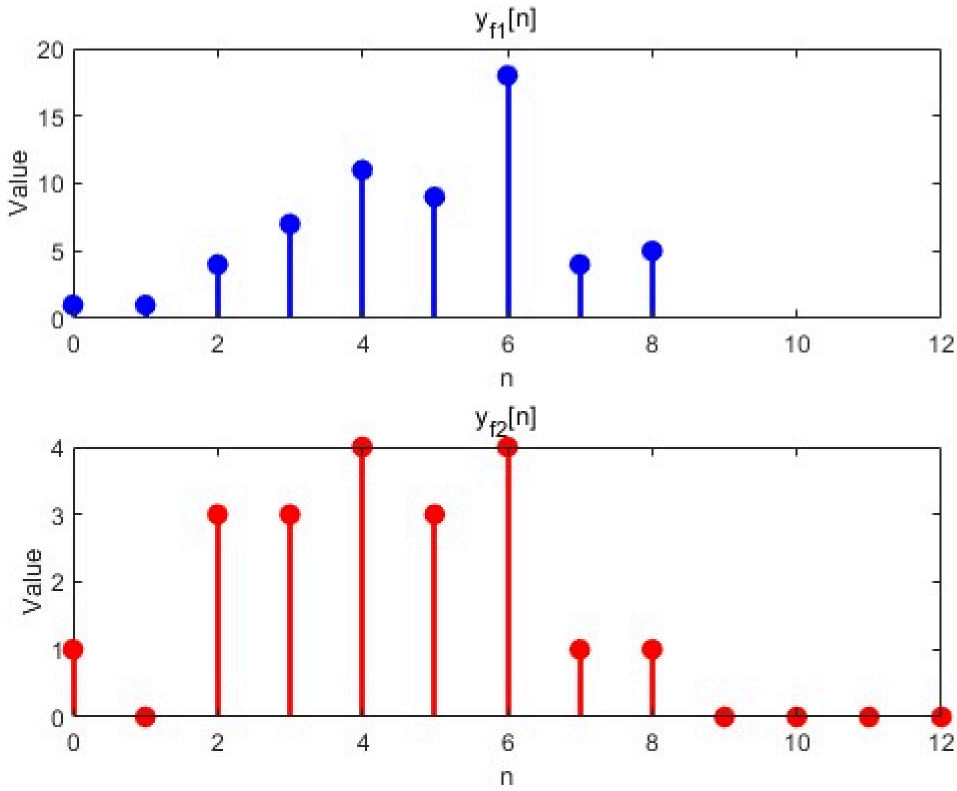
验证时变系统与LTI系统级联时，卷积的结合律是否成立。

分析

- 对于LTI系统，(x∗h~1~)∗h~2~=x∗(h~1~∗h~2~)。
- 系统1为时变系统，其输出为w[n]=(n+1)x[n]。系统2为LTI系统，冲激响应为h1[n]。级联后的等效冲激响应为h~series~[n]=h~f1~[n]∗h~f2~[n]，但由于系统1的时变性，等效性被破坏。

```
x1 = [1, 1, 1, 1, 1];
h1 = [1, -1, 3, 0, 1];

n = 0:4;
w = (n+1).*x1;        %计算w[n]
nw = 0:4;
```

```
nh1 = 0:4;

yf1 = conv(w,h1);        %计算yf1
nyf1 = nw(1)+nh1(1):nw(end)+nh1(end);

n = 0:4;
hf1 = [1,0,0,0,0];       %计算hf1
nhf1 = 0:4;

hseries = conv(hf1,h1);          %计算hseries
nhseries = nh1(1)+nhf1(1):nh1(end)+nhf1(end);

yf2 = conv(x1,hseries);          %计算yf2
nyf2 = n(1)+nhseries(1):n(end)+nhseries(end);

%绘制图片
figure;
subplot(2,1,1);
stem(nyf1,yf1,'b','filled','LineWidth',2);
xlabel('n');ylabel('Value');xlim([0 max([nyf1,nyf2])]);title('y_{f1}[n]');
subplot(2,1,2);
stem(nyf2,yf2,'r','filled','LineWidth',2);
xlabel('n');ylabel('Value');xlim([0 max([nyf1,nyf2])]);title('y_{f2}[n]');
```



结论

MATLAB验证显示y~f1~[n]≠y~f2~[n]。时变系统破坏了卷积的结合律，等效冲激响应的假设不成立。结合律仅适用于LTI系统，时变系统级联需单独分析。

2.4g

要求

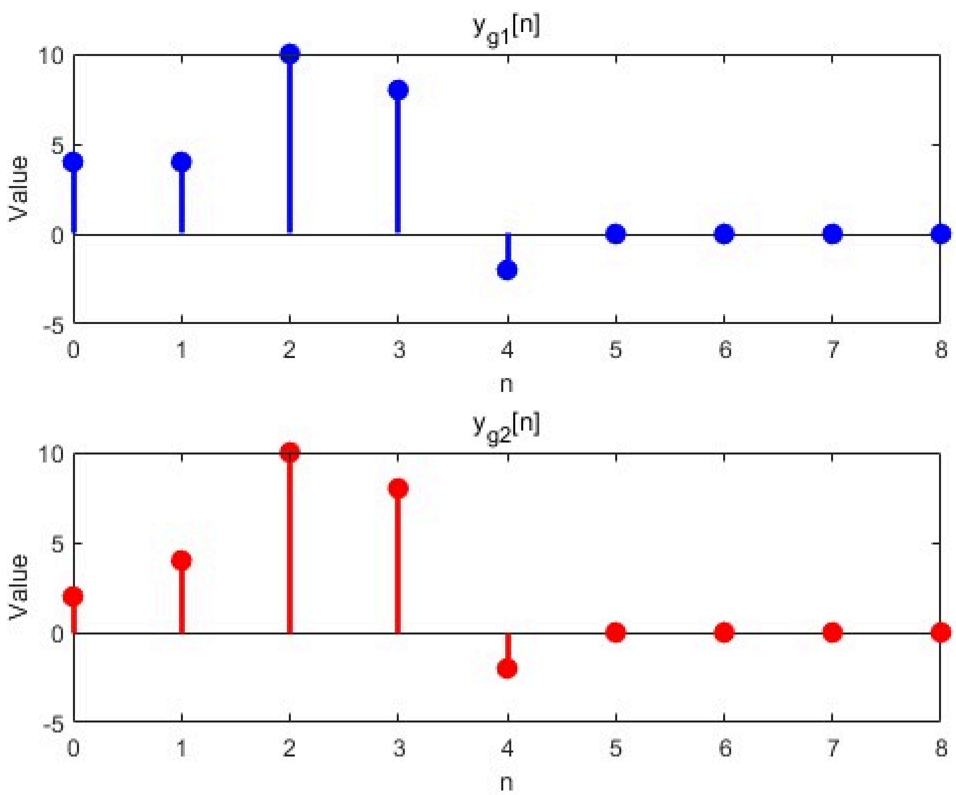
验证并联系统中非线性环节对卷积分配律的影响，通过比较直接并联输出（y~g1~[n]）与等效线性系统输出（y~g2~[n]）的差异。

分析

y~g1~[n] 的n=0 值由系统1的非线性平方操作直接放大，而 y~g2~[n] 的n=0 值由等效冲激响应的线性卷积产生。系统1的平方操作破坏了线性叠加性，导致并联系统的输出无法通过等效冲激响应完全表征。故无法通过这两个并联的系统进行卷积运算分配律的验证，即 y~g1~[n] ≠ y~g2~[n]。

```
xg = [2, 0, 0, 0, 0];
h2 = [0, 2, 5, 4, -1];
nxg = 0:4;
nh2 = 0:4;

```

```
yga = xg .^ 2;
ygb = conv(xg, h2);
nygb = nxg(1)+nh2(1):nxg(end)+nh2(end);

yga_extended = [yga, zeros(1, length(ygb) - length(yga))]; % 补零
yg1 = yga_extended + ygb;
nyg1 = nygb;

hg1 = [1, 0, 0, 0, 0] .^ 2;
h_parallel = hg1 + h2;

yg2 = conv(xg, h_parallel);
nyg2 = nxg(1)+nh2(1):nxg(end)+nh2(end);

%绘制图片
figure;
subplot(2,1,1);
stem(nyg1, yg1, 'b', 'filled','LineWidth',2);
title('y_{g1}[n]');xlabel('n'); ylabel('Value');
subplot(2,1,2);
stem(nyg2, yg2, 'r', 'filled','LineWidth',2);
title('y_{g2}[n]');xlabel('n'); ylabel('Value');
```



结论

根据绘图结果显示，y~g1~[n]≠y~g2~[n]。该现象与卷积分配律无关。系统1为非线性系统，其输出由输入平方直接产生，不涉及卷积运算；且非线性系统无冲激响应，故无法通过冲激响应叠加定义等效系统。分配律 $x[n] * (h1[n] + h2[n])=x[n] * h1[n] + x[n] * h2[n]$ 仅在所有系统均为LTI时成立，而系统1的非线性特性使其失效。

2.10a

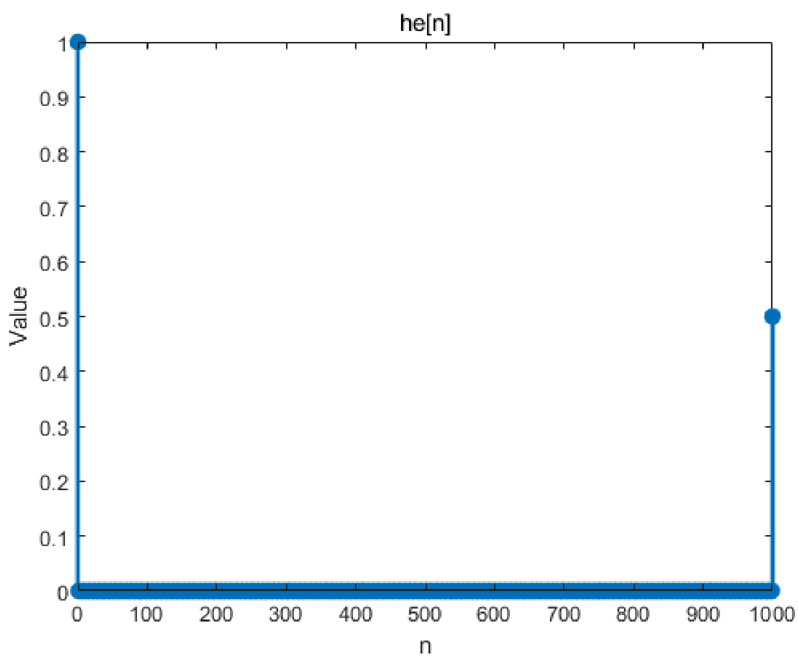
要求

根据模型 $y[n]=x[n]+\alpha x[n-N]$，推导并绘制回声系统的冲激响应 $he[n]$。

分析

回声系统的差分方程表明，输出信号由原始信号和其延迟衰减版本叠加而成。其冲激响应直接由模型定义：$he[n]=\delta[n]+\alpha\delta[n-N]$。在 $n=0$ 处赋值为 1，对应$\delta[n]$。在 $n=N$ 处赋值为 α，对应 $\alpha\delta[n-N]$。

```
he = zeros(1, 1001);
he(1) = 1;            % n=0
he(1001) = 0.5;       % n=1000, α=0.5
nhe = 0:1000;
stem(nhe, he, 'filled', 'LineWidth', 2);
xlabel("n");ylabel("Value");title("he[n]");
```



结论

冲激响应如图1所示，包含两个离散脉冲，分别位于 $n=0$ 和 n=1000*，幅度为 1 和 0.5。

2.10b

要求

证明逆系统 $z[n]+\alpha z[n-N]=y[n]$ 能消除回声，验证 $z[n]=x[n]$ 是有效解。

分析

将$y[n] = x[n] + \alpha x[n-N]$ 代入逆系统方程：$z[n] + \alpha z[n-N] = x[n]+ \alpha x[n-N]$。当$z[n] = x[n]$ 时，方程成立。

2.10c

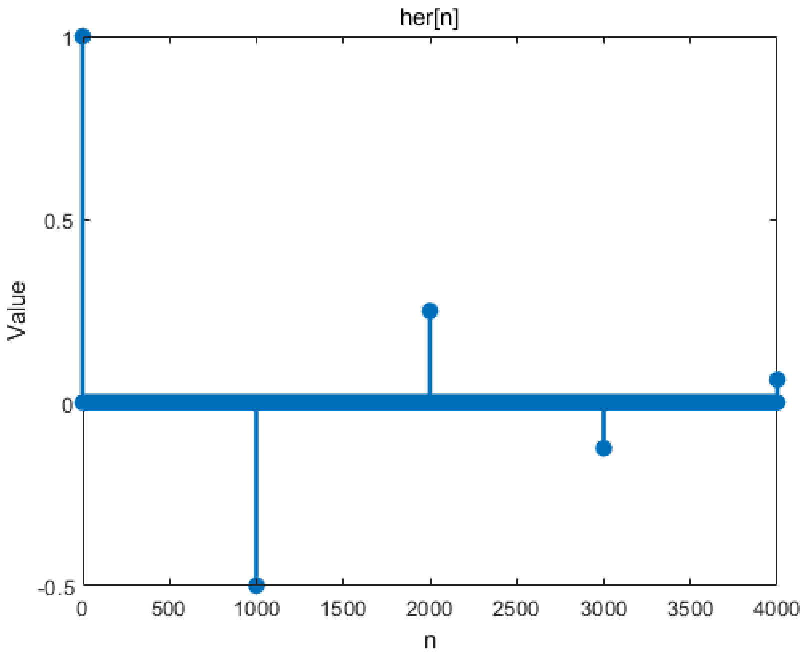
要求

计算逆系统的近似冲激响应 $her[n]$

分析

输入单位冲激信号 `d = [1 zeros(1,4000)]`。通过 `filter(1, a, d)` 计算截断响应，其中 `a = [1 zeros(1,N) alpha]`。

```
d = [1 zeros(1, 4000)];
n0 = 0:4000;
her = filter(1, [1 zeros(1,999) 0.5], d);
stem(n0, her,"filled","LineWidth",2);
xlabel("n");ylabel("Value");title('her[n]');
```



结论

系统的无限冲激响应的前 4001 位如图所示。

2.10d

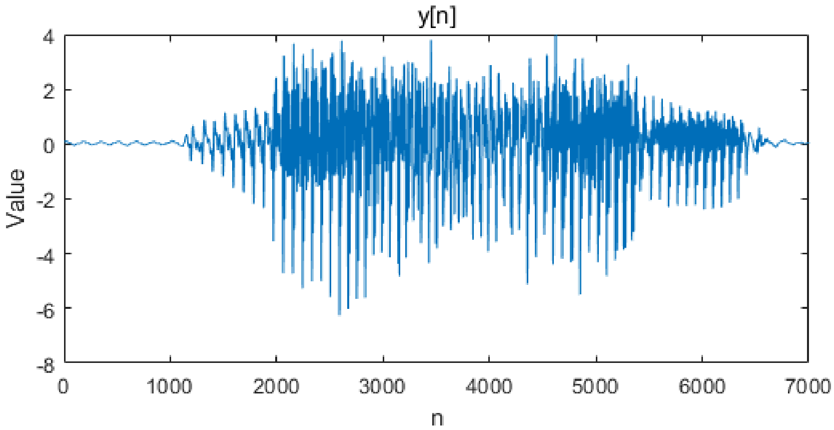
要求

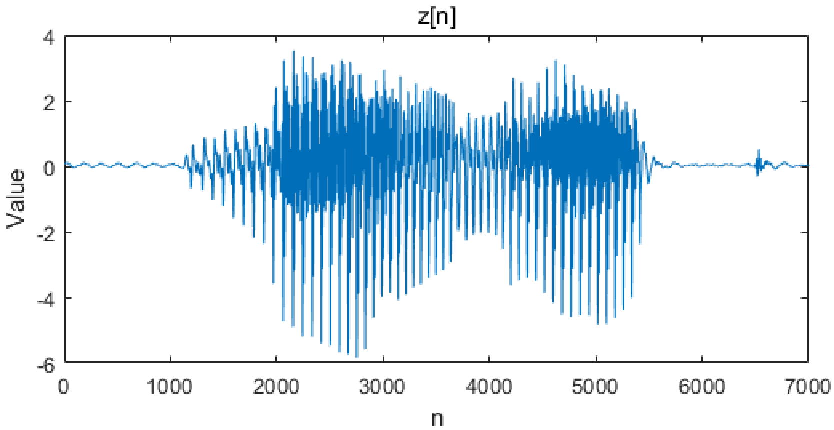
对比处理前后的语音信号波形，验证回声消除效果。

分析

实际语音信号 `y` 包含回声 α=0.5,N=1000$\alpha=0.5,N=1000$，表现为周期性幅度波动。

```
load lineup.mat;
ay = [1 zeros(1, 999) 0.5];
z = filter(1, ay, y);
n1 = 0:6999;

figure;
subplot(2,1,1);
plot(n1, y(1:7000));
title('y[n]');xlabel('n'); ylabel('Value');

subplot(2,1,2);
plot(n1, z(1:7000));
title('z[n]');xlabel('n'); ylabel('Value');
```





结论

经过回声消除系统滤波操作之后，周期性干扰消失，杂音明显被消除。

2.10e

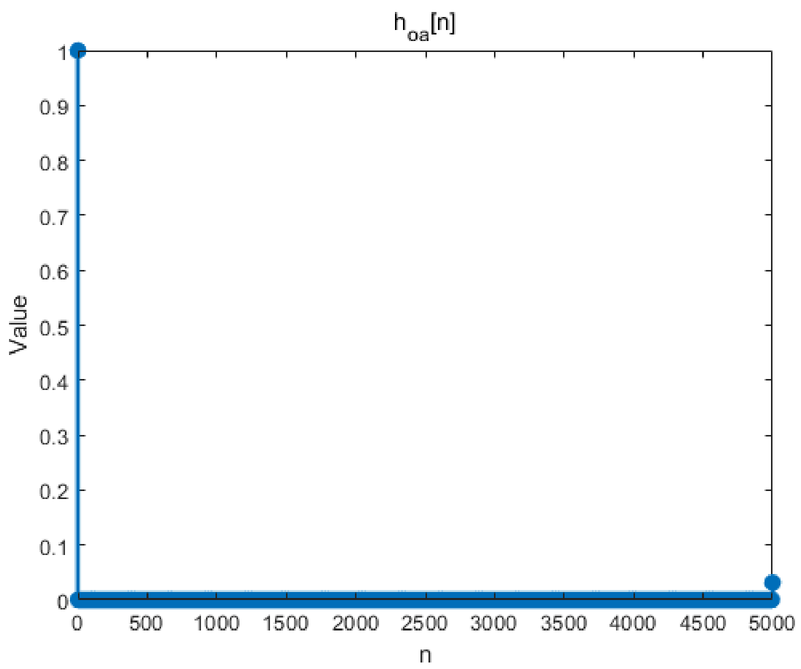
要求

计算系统$h\sim oa\sim[n]=he[n]*her[n]$并作图。

分析

按题目要求做出图像即可。

```
he = [1 zeros(1, 999) 0.5];
d = [1 zeros(1, 4000)];
her = filter(1, [1 zeros(1,999) 0.5], d);
hoa = conv(he, her);
n2 = 0:5000;

figure;
stem(n2, hoa, 'filled', 'LineWidth', 2);
title('h_{oa}[n]');
xlabel('n'); ylabel('Value');
```



结论

实际响应在 n=0 处接近 1，但在 n=5000 处存在残留波动。其原因是 her 原为无限长响应，但在后续操作中被截断，导致最后一位的卷积结果发生了变化。

2.10f

要求

绘制自相关函数$Ryy[n]$，通过峰值估计y2的N,α和y3的$N1$,$\alpha1$,$N2$,$\alpha2$。

分析

$Ryy[n]$=$y[n]*y[-n]$ = $x[n] * x[-n] * (\delta[n] + \alpha\delta[n-N]) * (\delta[-n] + \alpha\delta[-n-N]) = (\alpha^2 + 1)Rxx[n] + \alpha Rxx[n-N] + \alpha Rxx[n+N]$。

（lineup.mat中的y、y2、y3为列向量，故应该使用函数 flipud 而非 fliplr。）

```
load lineup.mat;
Ryy = conv(y, flipud(y));
n = -6999: 6999;

plot(n, Ryy);
title('R_{yy}[n]');xlabel('n'); ylabel('Value');
```

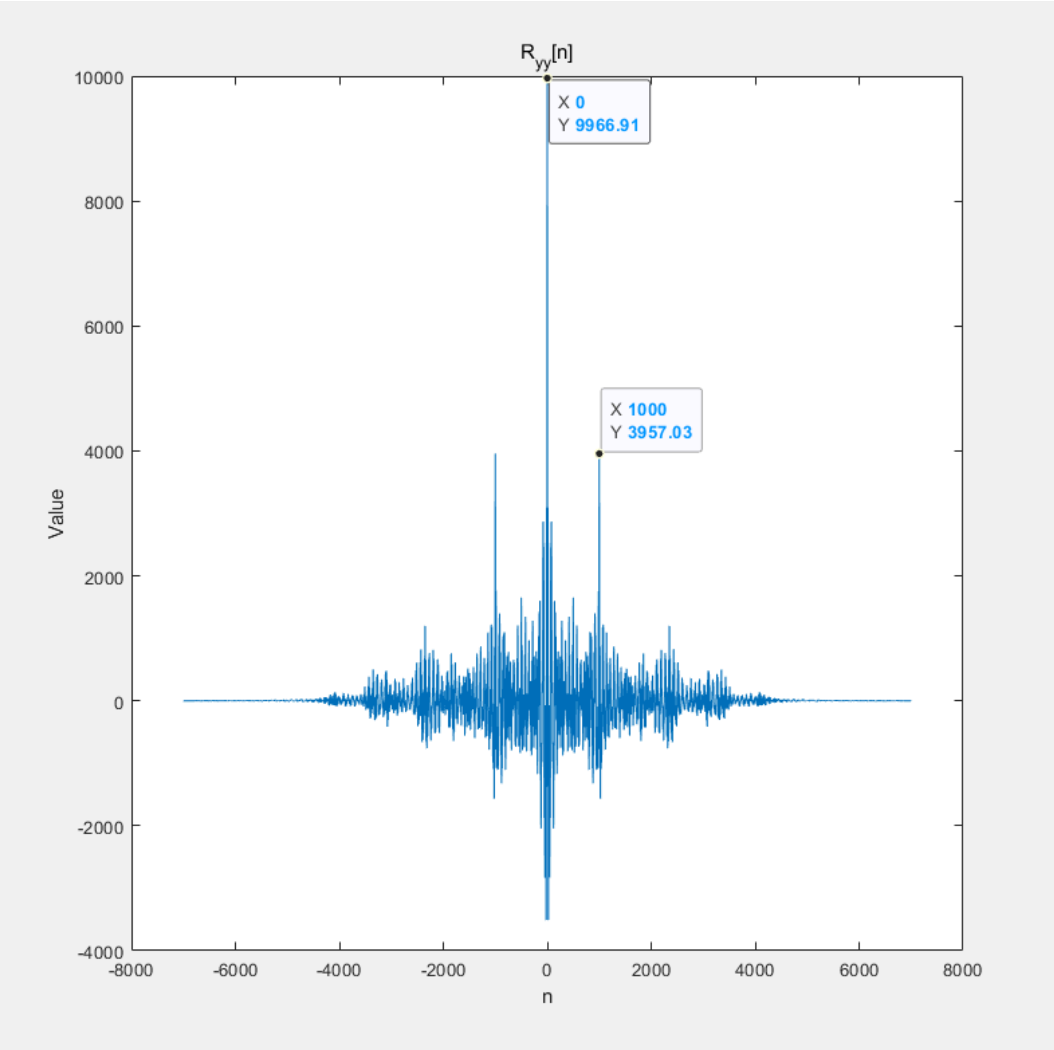


图1

```
Ryy2 = conv(y2, flipud(y2));
plot(n,Ryy2);
title('R_{yy2}[n]');xlabel('n');ylabel("Value");
```

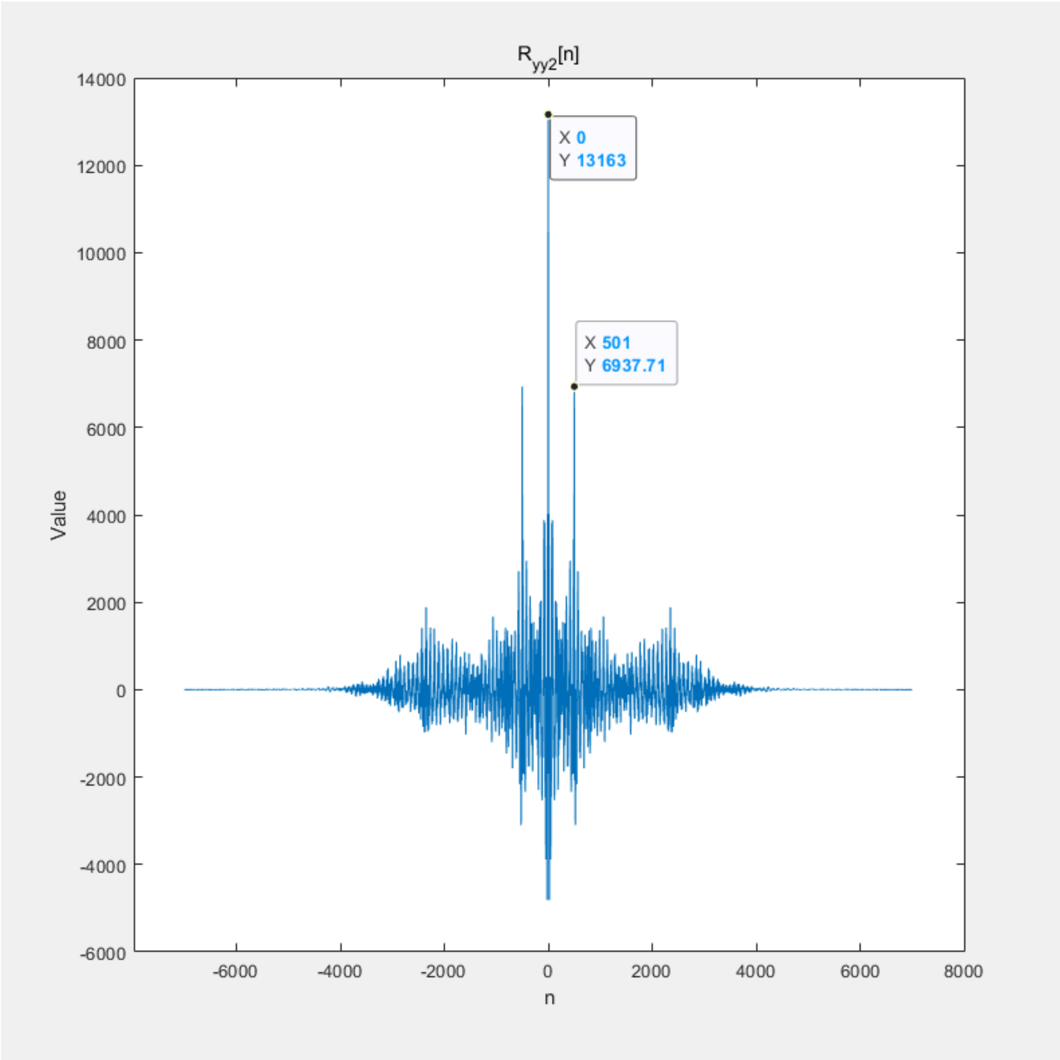


图2

```
Ryy3 = conv(y3, flipud(y3));
plot(n,Ryy3);
title('R_{yy3}[n]');xlabel("n");ylabel("Value");
```

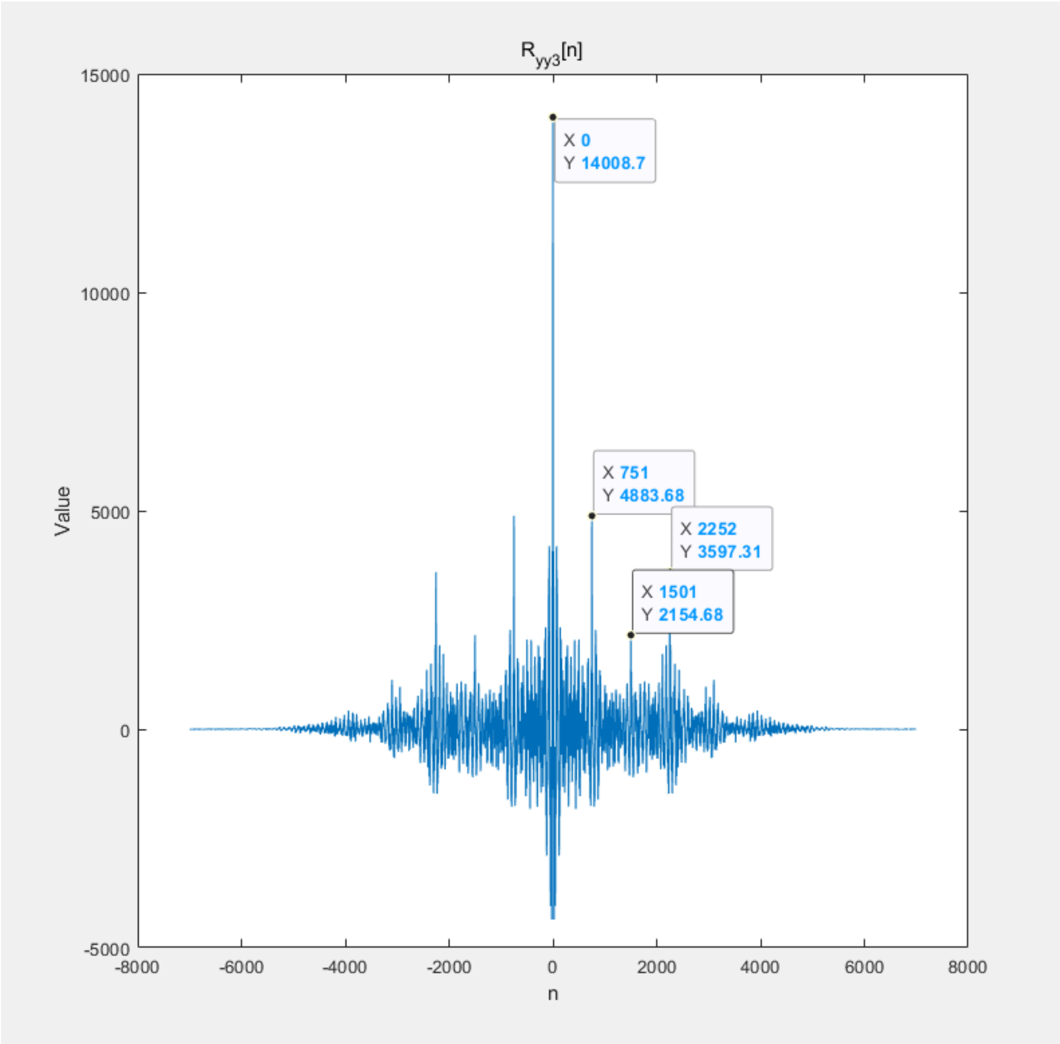


图3

分析

图像最高峰的值为$(\alpha^2+1)Rxx[0]$，次高峰值为$\alpha Rxx[0]$，最高峰和次高峰的间距为 N。

由图1可知y1 所对应的 N 为 1000，与已知相同。

由图2可知y2所对应的N为501，$(\alpha^2+1)Rxx[0]/\alpha Rxx[0]=13163/6937.71$,计算可得 $\alpha \approx 0.949 \pm 0.316i$

由图3，7个峰点对应点 0、±N1、±（N2-N1）、±N2，故N1 = 751，N2 = 2252。

$k\alpha 1 = 4883.68$ ，$k\alpha 2 = 3597.31$ ，$k\alpha 1\alpha 2 = 2154.68$

计算可得$\alpha 1 = 0.599$，$\alpha 2 = 0.441$