

Lab 3 作业

学习收获：理解了其对周期与非周期信号的变换原理，掌握了线性、时移等性质及基本变换对。学会用 MATLAB 计算 CTFT，还了解了在 LTI 系统频率响应、冲激响应求解及调幅中的应用。

4.2

(a)

题目要求：求信号 $x(t)=e^{-2|t|}$ 的连续时间傅里叶变换（CTFT）的解析表达式。

分析：将 $x(t)$ 表示为 $x(t)=g(t)+g(-t)$ 的形式，再应用傅里叶变换。

结论： $X(jw) = 1/(2+jw) + 1/(2-jw)$

(b)

题目要求： $y(t) = x(t-5)$ ，算出 $y(t)$ 的 CTFT 表达式，

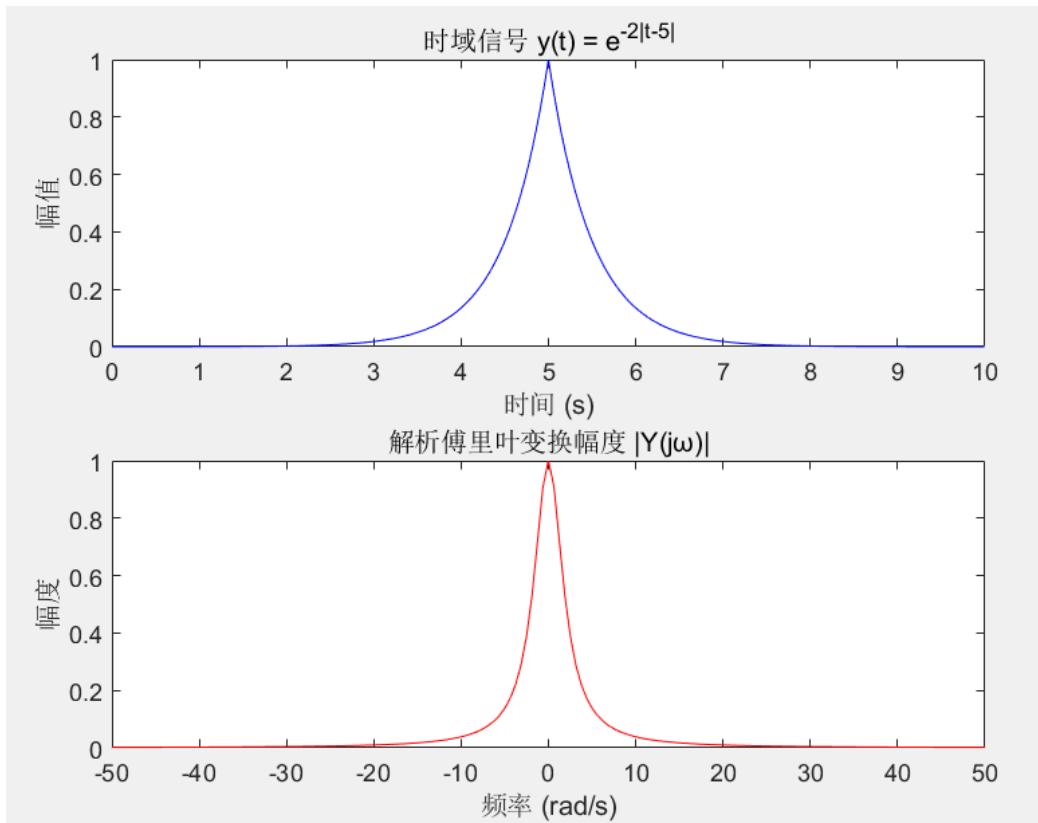
分析： $N = T/\tau$ ，此时的 N 为偶数，用 fft 方法；同时求出 $|Y(jw)|$ 的值并作图

```
1 dt = 0.01;
2 T = 10;
3 N = T/dt;
4 t = 0:dt:T-dt;
5 y = exp(-2*abs(t-5));
6 Y = dt * fft(y);
7 w = (-pi/dt) + (0:N-1)*(2*pi/(N*dt));
8 X_analytic = 4./(4 + w.^2);
9 Y_analytic = X_analytic .* exp(-1j*5*w);
10 figure
11 subplot(2,1,1)
12 plot(t, y, 'b')
13 xlabel('时间 (s)')
14 ylabel('幅值')
15 title('时域信号 y(t) = e^{-2|t-5|}')
16 subplot(2,1,2)
17 plot(w, abs(Y_analytic), 'r')
```

```

18 xlabel('频率 (rad/s)')
19 ylabel('幅度')
20 title('解析傅里叶变换幅度 |Y(jω)|')
21 xlim([-50 50])

```



结论：如图所示

(c)

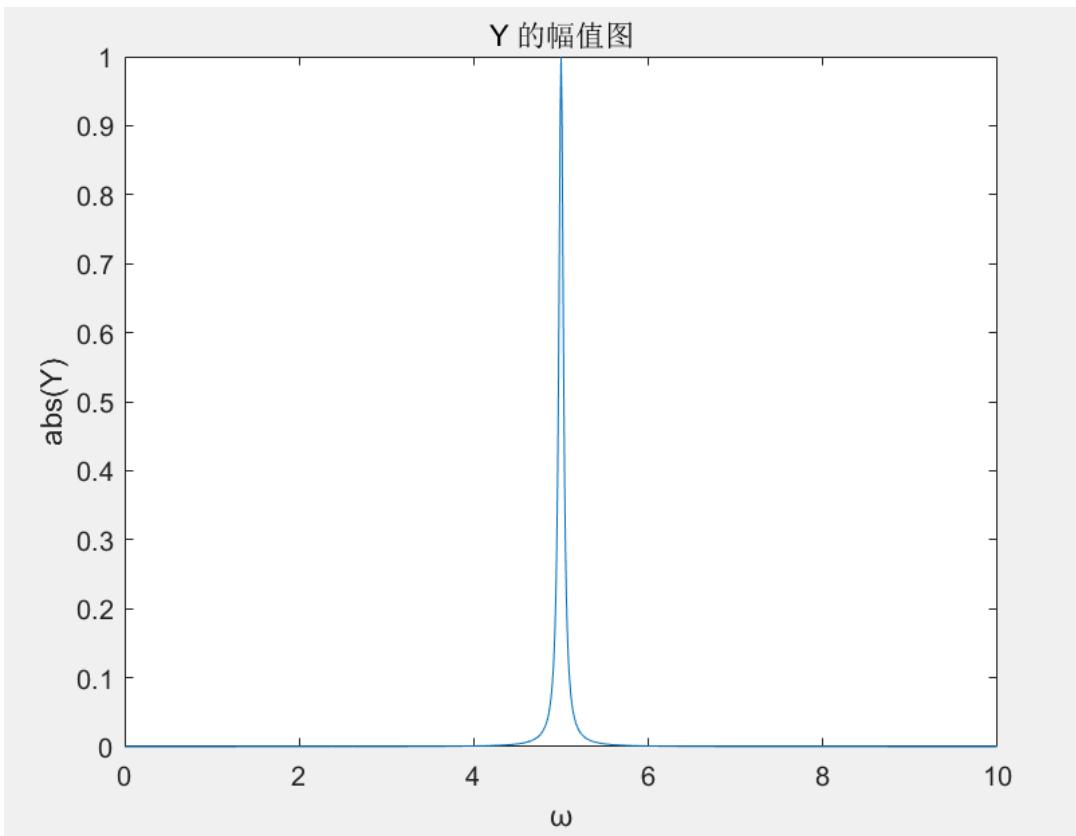
题目要求：用 `fftshift` 函数对 Y 进行变换

分析：使用`fftshift`函数

```

1 Y = fftshift(tau*fft(y));
2 figure
3 plot(t,abs(Y))
4 title('Y 的幅值图')
5 ylabel('abs(Y)')
6 xlabel('ω')

```



结论：如图所示

(d)

题目要求：确定w的范围

分析：应用偶数情况下的公式

$$1 \quad w = -\pi/\tau + (0:N-1)*2*\pi/(N*\tau);$$

结论： $w = -314.1593 - 313.5309 - 312.9026 - 312.2743 - 311.6460 - 311.0177 - 310.3894 - 309.7610 \dots$

(e)

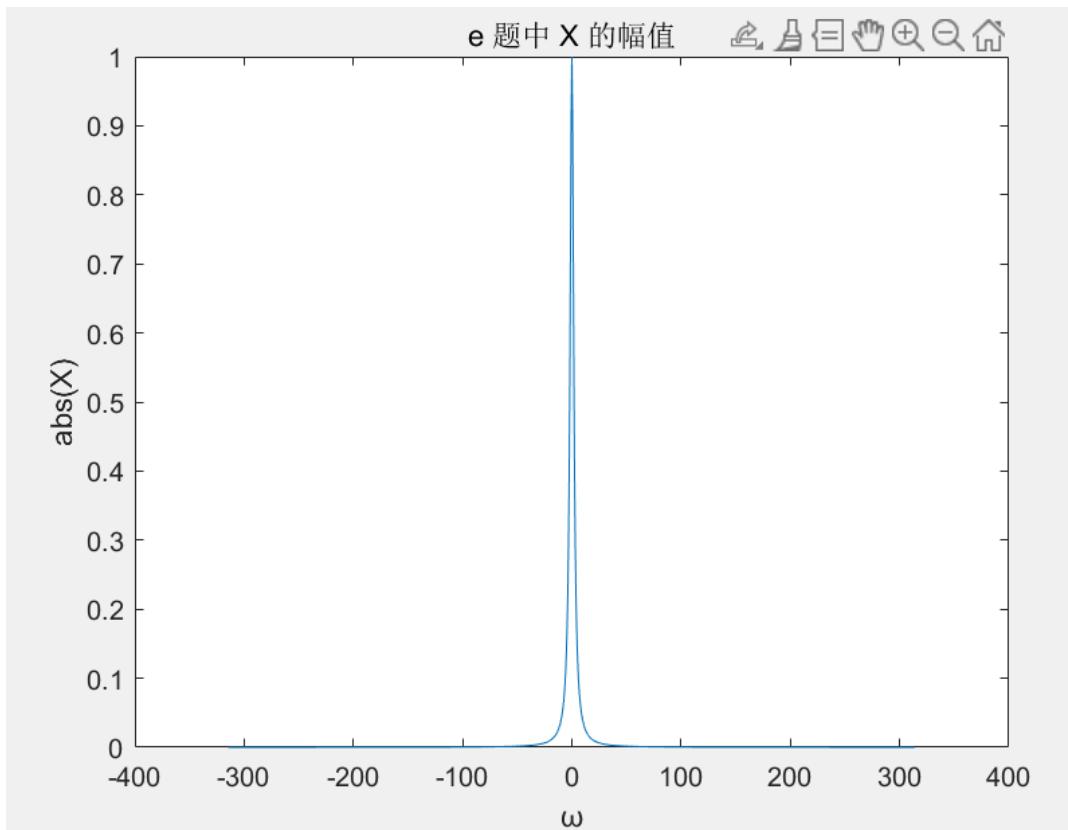
题目要求：由 Y 算出 X（在频域下算时间域）

分析：时移 5 对应频域就要乘 $\exp(j5w)$

```

1 X = Y.*exp(1j*5*w);
2 plot(w,abs(X))
3 title('e 题中 X 的幅值')
4 ylabel('abs(X)')
5 xlabel('w')
6

```



结论：如图所示

(f)

题目要求：画出 a 问中的 $X(j\omega)$ 和 e 问中的 $X(j\omega)$ 的幅值和角度图

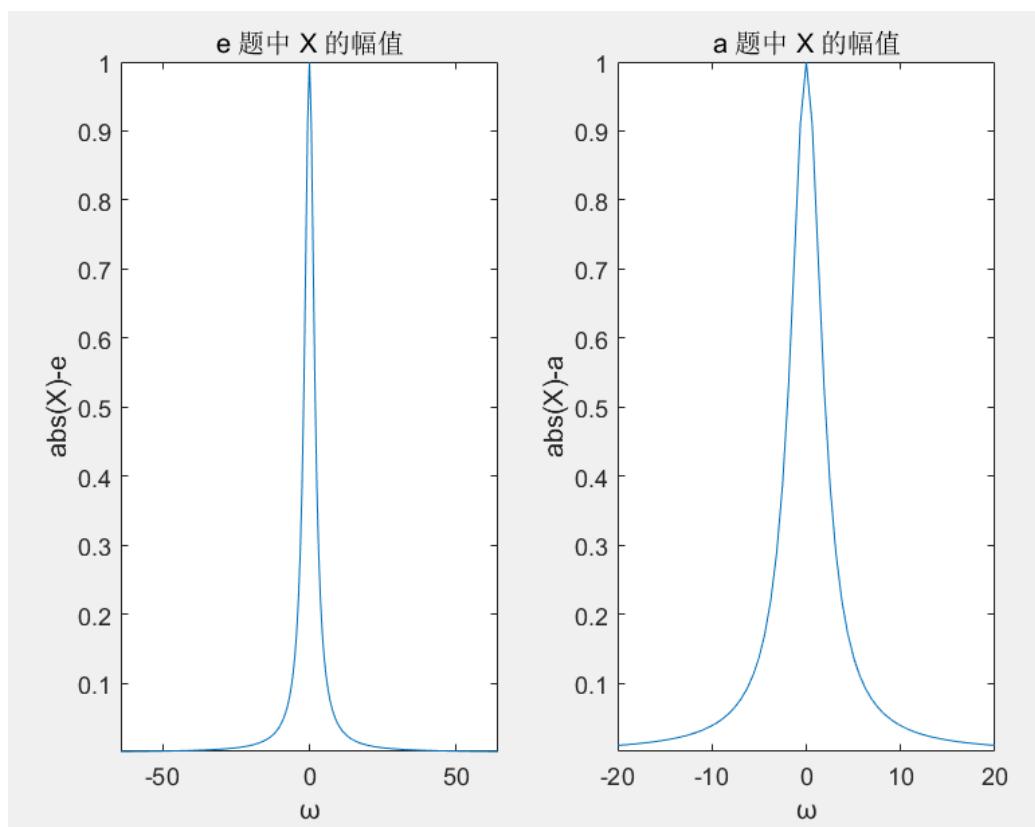
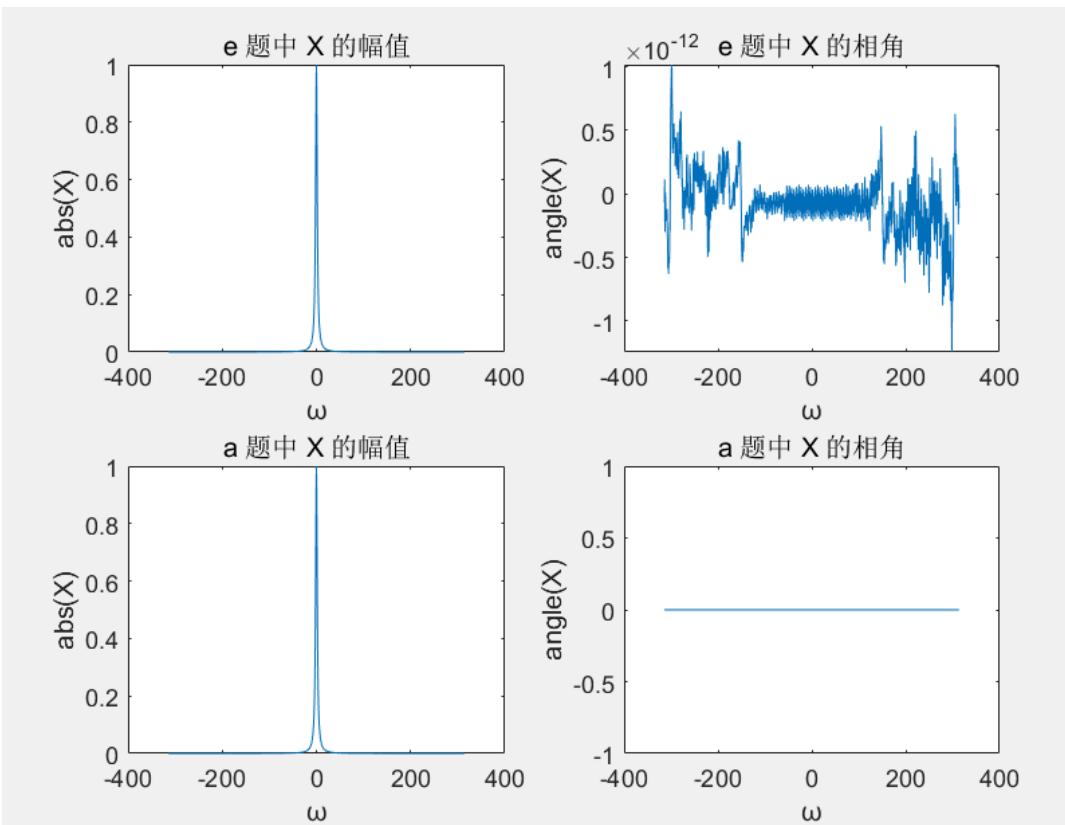
分析：利用半对数图绘制信号的连续时间傅里叶变换（CTFT）的幅值和相角图，同时进行不同信号 CTFT 幅值的对比。

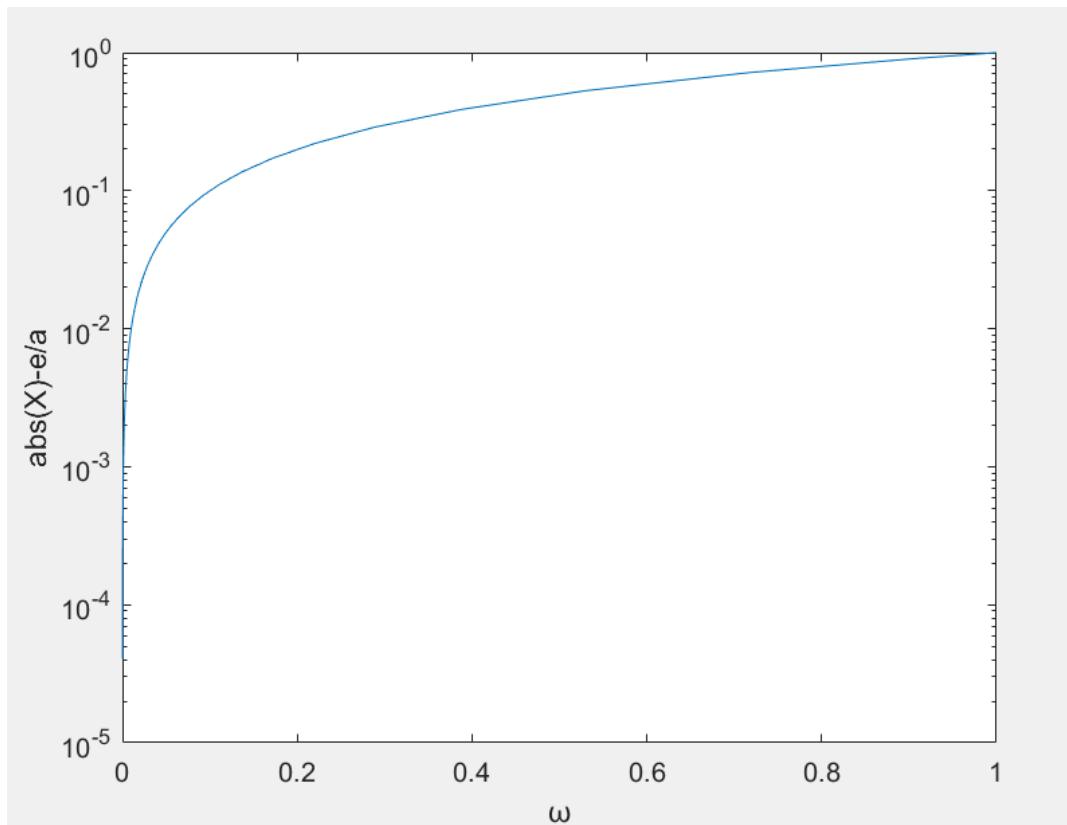
```

1 figure
2 subplot(2,2,1)
3 plot(w,abs(X))
4 title('e 题中 X 的幅值')
5 ylabel('abs(X)')
6 xlabel('ω')
7
8 subplot(2,2,2)

```

```
9 plot(w,angle(x))
10 ylabel('angle(x)')
11 xlabel('w')
12 title('e 题中 x 的相角')
13 x1 = 1./(2+1j*w)+1./(2-1j*w);
14
15 subplot(2,2,3)
16 plot(w,abs(x1))
17 title('a 题中 x 的幅值')
18 ylabel('abs(x)')
19 xlabel('w')
20
21 subplot(2,2,4)
22 plot(w,angle(x1))
23 title('a 题中 x 的相角')
24 ylabel('angle(x)')
25 xlabel('w')
26
27 figure
28 subplot(1,2,1)
29 plot(w,abs(x))
30 title('e 题中 x 的幅值')
31 ylabel('abs(x)-e')
32 xlabel('w')
33 ylim([0.001,1])
34
35 subplot(1,2,2)
36 plot(w,abs(x1))
37 title('a 题中 x 的幅值')
38 ylabel('abs(x)-a')
39 xlabel('w')
40 xlim([-20,20])
41 ylim([0.001,1])
42
43 figure
44 semilogy(abs(x),abs(x1))
45 ylabel('abs(x)-e/a')
46 xlabel('w')
```





(g)

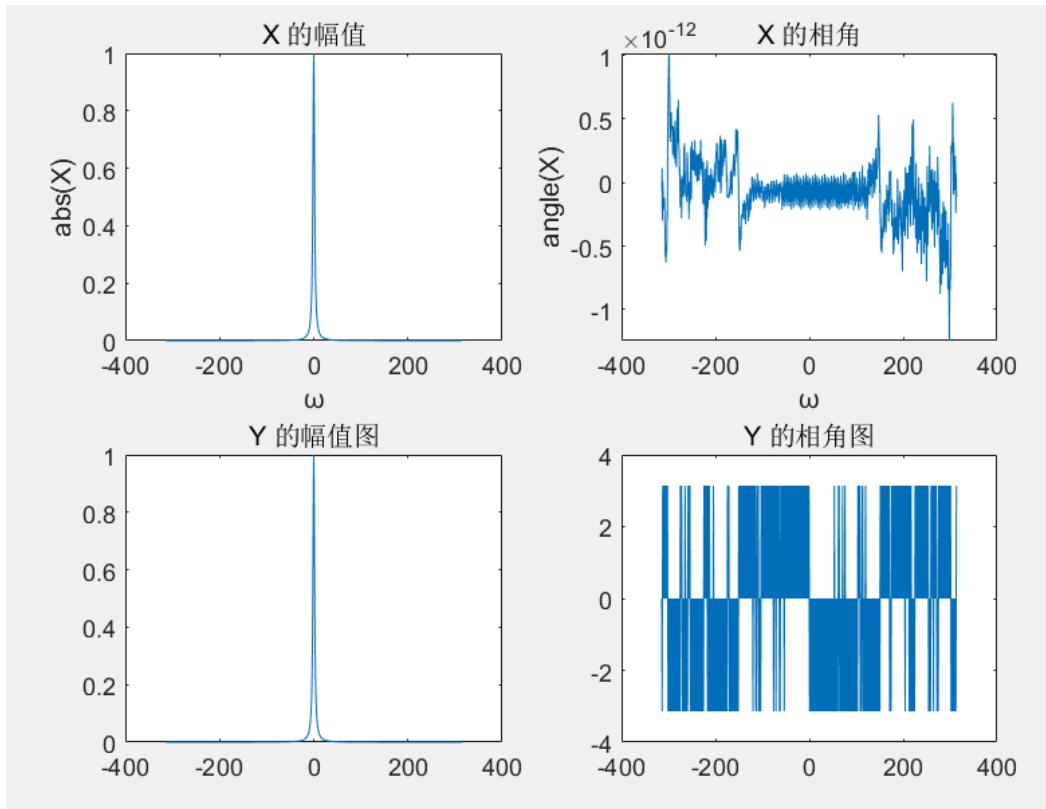
题目要求：画出 Y 的幅值图和相角图，与 X 比较

分析：做出图像比较

```

1 figure
2 subplot(2,2,1)
3 plot(w,abs(X))
4 title('X 的幅值')
5 ylabel('abs(X)')
6 xlabel('w')
7 subplot(2,2,2)
8 plot(w,angle(X))
9 ylabel('angle(X)')
10 xlabel('w')
11 title('X 的相角')
12 subplot(2,2,3)
13 plot(w,abs(Y))
14 title('Y 的幅值图')
15 subplot(2,2,4)
16 plot(w,angle(Y))
17 title('Y 的相角图')
18

```



结论：时域信号时移所对应的频域信号幅值不变，只有相角变化

4.6a

要求

通过使用摩尔斯码的 `dot` 和 `dash` 信号，构建并绘制字母 "Z" 的摩尔斯码信号。

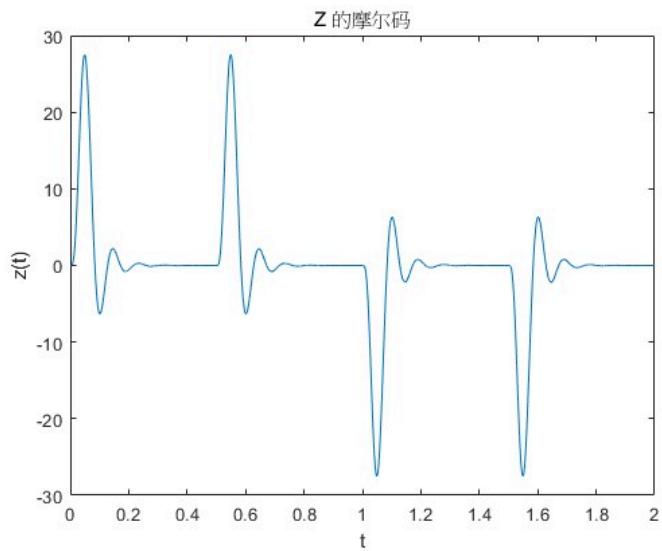
分析

按照题目要求导入 mod 文件，并按题目要求操作即可。

```

1 load('ctftmod.mat');
2 %a
3 z_signal = [dash, dash, dot, dot];
4
5 figure;
6 plot(t(1:length(z_signal)), z_signal);
7 xlabel('t'); ylabel('z(t)'); title('Z 的摩尔码');

```



结论：

成功构造了字母 Z 的摩尔斯码信号，并通过绘图显示了它的时域波形。这个信号展示了在摩尔斯码中如何表示字母 Z。

4.6b

要求

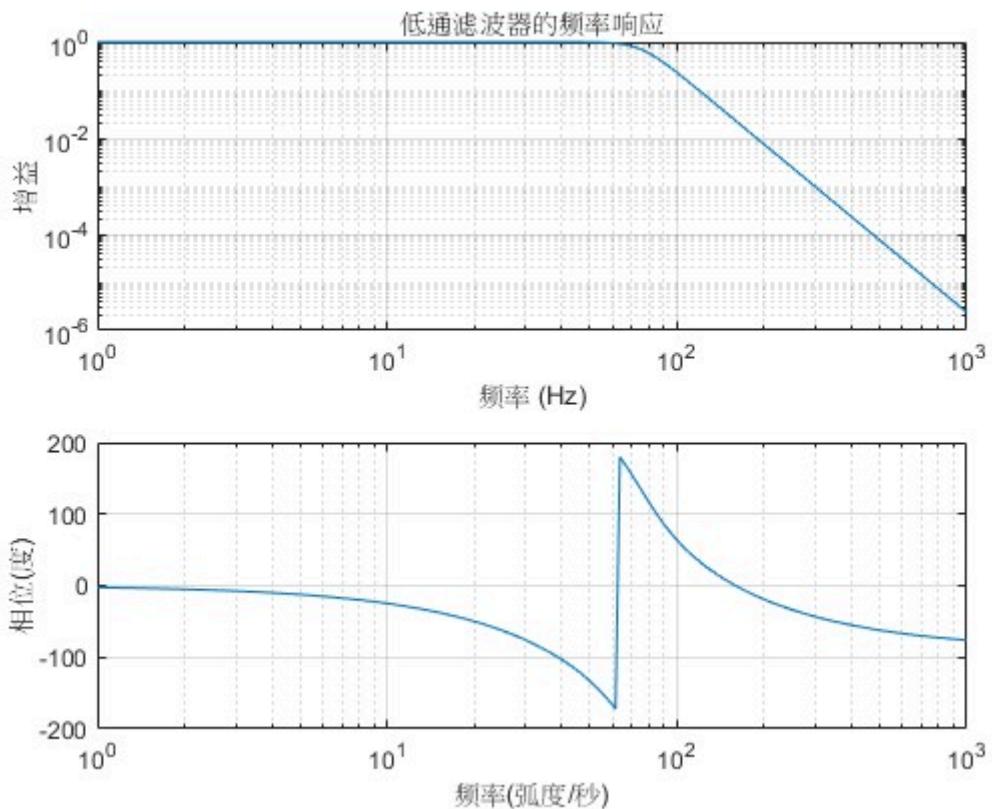
绘制低通滤波器的频率响应

分析

通过使用 `freqs` 函数绘制低通滤波器的频率响应

```

1 %b
2 figure;
3 freqs(bf, af);
4 xlabel('频率 (Hz)');
5 ylabel('增益');
6 title('低通滤波器的频率响应');
```



结论

画出图像如图所示

4.6c

要求

使用低通滤波器对 `dot` 和 `dash` 信号进行滤波，并观察其频率响应变化。

分析

通过 `lsim` 函数对这两个信号进行滤波，并绘制滤波前后信号的比较图。

```

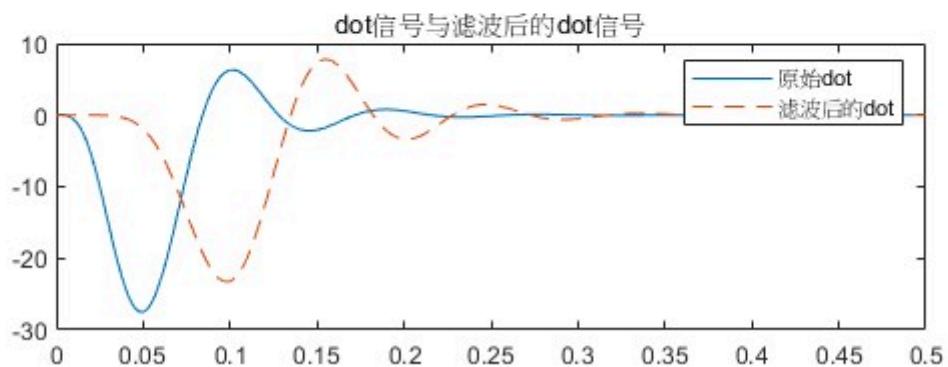
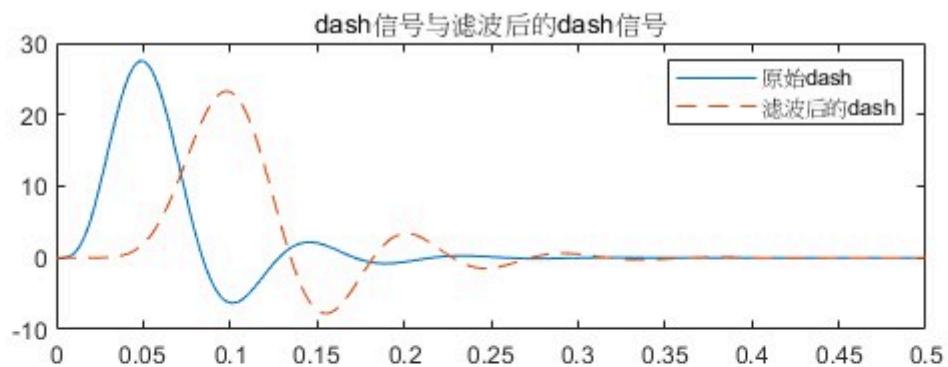
1 %c
2 y_dash = lsim(bf, af, dash, t(1:length(dash)));
3 y_dot = lsim(bf, af, dot, t(1:length(dot)));
4
5 figure;
6 subplot(2, 1, 1);
7 plot(t(1:length(dash)), dash);
8 hold on;
9 plot(t(1:length(y_dash)), y_dash, '--');
10 title('dash信号与滤波后的dash信号');

```

```

11 legend('原始dash', '滤波后的dash');
12
13 subplot(2, 1, 2);
14 plot(t(1:length(dot)), dot);
15 hold on;
16 plot(t(1:length(y_dot)), y_dot, '--');
17 title('dot信号与滤波后的dot信号');
18 legend('原始dot', '滤波后的dot');

```



结论

两个信号波形基本没变，能量损失很小，只是发生了相位变化。这表明低通滤波器对低频信号有很好的保持作用。

4.6d

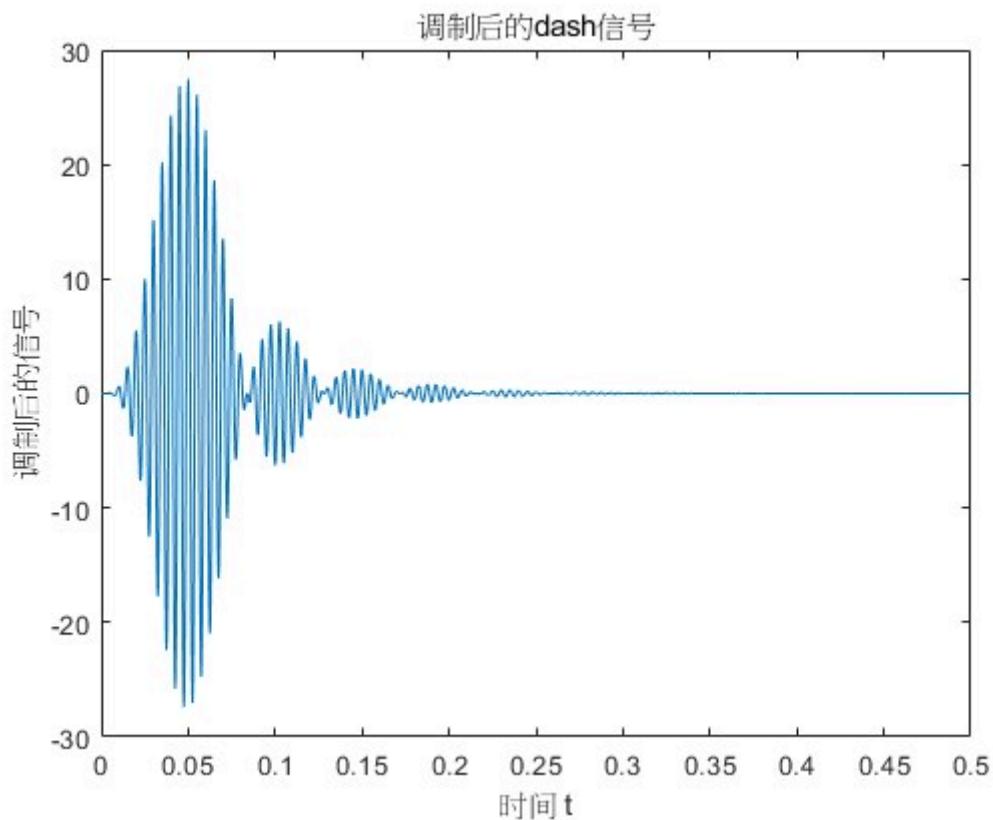
要求

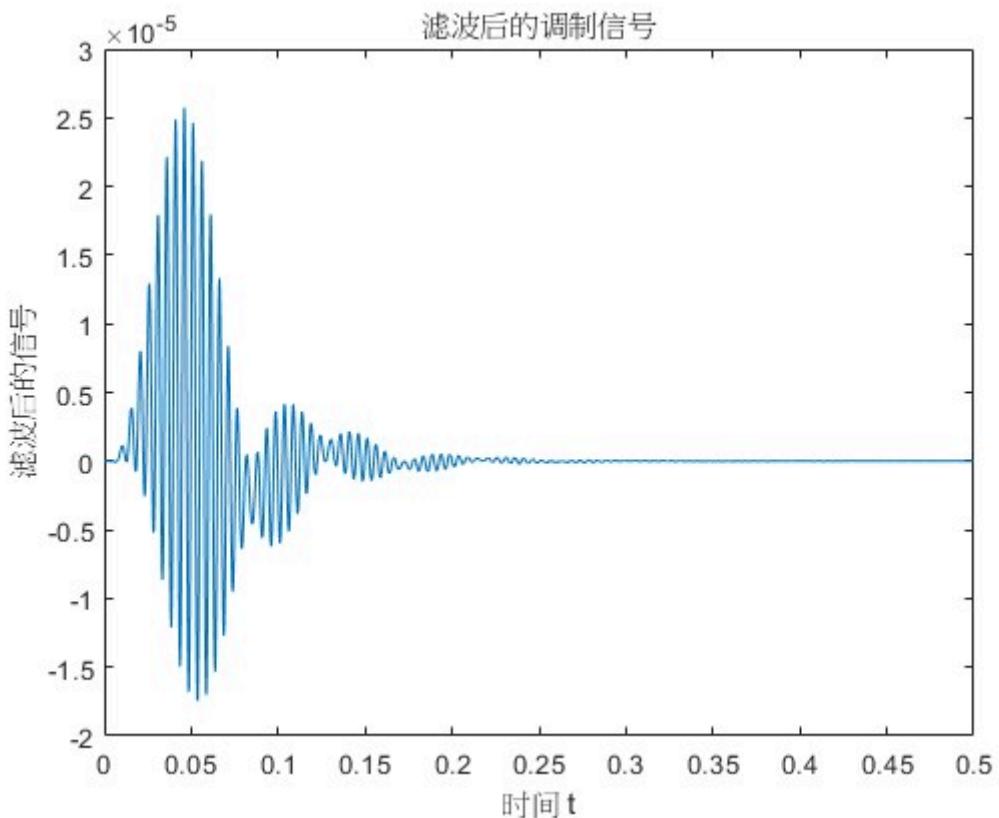
通过将 `dash` 信号与调制信号 $\cos(2\pi f_1 t)$ 相乘，调制原始信号并观察调制效果。

分析

调制后的信号会包含原始信号频率的副本，同时频率上移。调制后信号的频谱应呈现出在原始信号的两倍频率附近的频率成分。

```
1 %d
2 y_mod = dash .* cos(2*pi*f1*t(1:length(dash)));
3
4 figure;
5 plot(t(1:length(dash)), y_mod);
6 xlabel('时间 t');
7 ylabel('调制后的信号');
8 title('调制后的dash信号');
9
10 y_filtered = lsim(bf, af, y_mod, t(1:length(dash)));
11
12 figure;
13 plot(t(1:length(dash)), y_filtered);
14 xlabel('时间 t');
15 ylabel('滤波后的信号');
16 title('滤波后的调制信号');
```





结论

调制信号将 **dash** 信号的频率上移，但信号所含能量基本完全损失。

4.6e

$$\begin{aligned} \cos(2\pi f_1 t) \cdot \cos(2\pi f_1 t) &= \frac{1}{2} [1 + \cos(4\pi f_1 t)] \\ \therefore F\left\{\frac{1}{2}[1 + \cos(4\pi f_1 t)]\right\} &= \pi \delta(w) + \frac{\pi}{2} [M(w - 4\pi f_1) + M(w + 4\pi f_1)] \\ \therefore Y_1(jw) &= M(w) * F\left\{\frac{1}{2}[1 + \cos(4\pi f_1 t)]\right\} \\ &= \pi M(w) + \frac{\pi}{2} [M(w - 4\pi f_1) + M(w + 4\pi f_1)] \end{aligned}$$

同理 $Y_2(jw) = M(w) * F\left\{\frac{1}{2}\sin(4\pi f_1 t)\right\} = \frac{j\pi}{2} [M(w + 4\pi f_1) - M(w - 4\pi f_1)]$

$$\begin{aligned} Y_3(jw) &= M(w) * F\left\{\frac{1}{2}[1 - \cos(4\pi f_1 t)]\right\} \\ &= \pi M(w) - \frac{\pi}{2} [M(w - 4\pi f_1) + M(w + 4\pi f_1)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_4(jw) &= M(w) * F\left\{\frac{1}{2}[\cos(2\pi(f_1 - f_2)t) + \cos(2\pi(f_1 + f_2)t)]\right\} \\ &= \frac{\pi}{2} [M(w - 2\pi(f_1 - f_2)) + M(w + 2\pi(f_1 - f_2)) + M(w - 2\pi(f_1 + f_2)) + M(w + 2\pi(f_1 + f_2))] \end{aligned}$$

4.6f

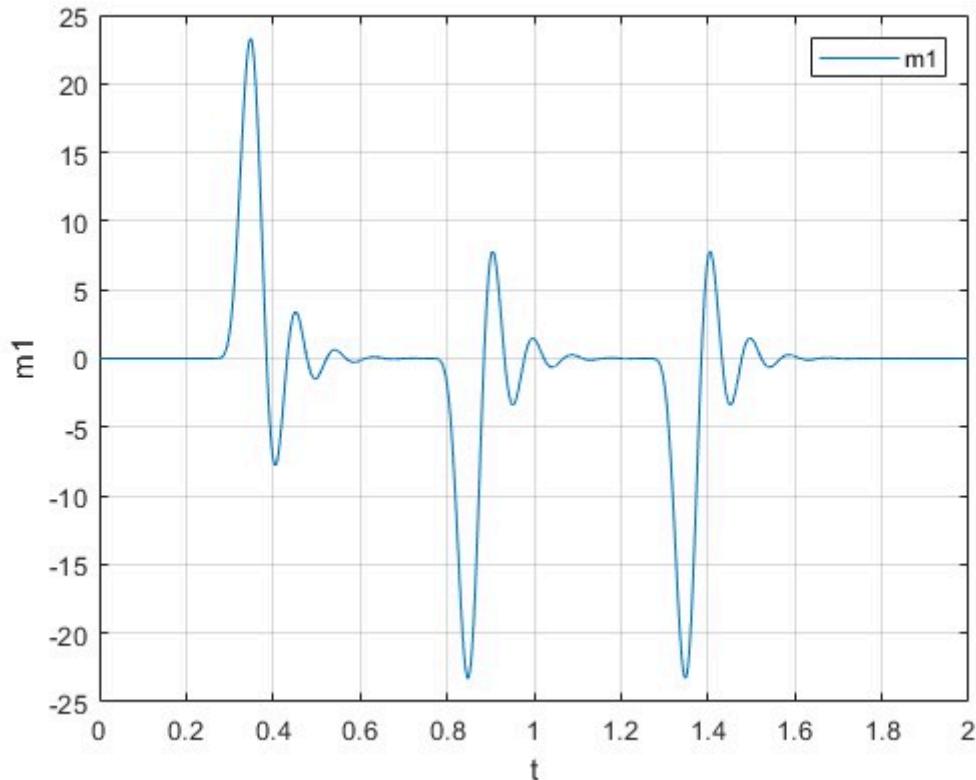
要求

从混合信号 $x(t)$ 中提取出单独的信号 $m_1(t)$ ，并通过分析频率响应来解码信号。

分析

通过低通滤波器的频率响应，分析混合信号 $x(t)$ 的频率特性，并使用滤波器提取出 $m_1(t)$ 。然后绘制提取后的信号并判断对应的摩尔码字母。

```
1 %f
2 m1t = x.*cos(2*pi*f1*t);
3 m1 = 2*lsim(bf,af,m1t,t);
4 figure
5 plot(t,m1);
6 xlabel('t')
7 ylabel('m1')
8 grid on
9 legend('m1')
```



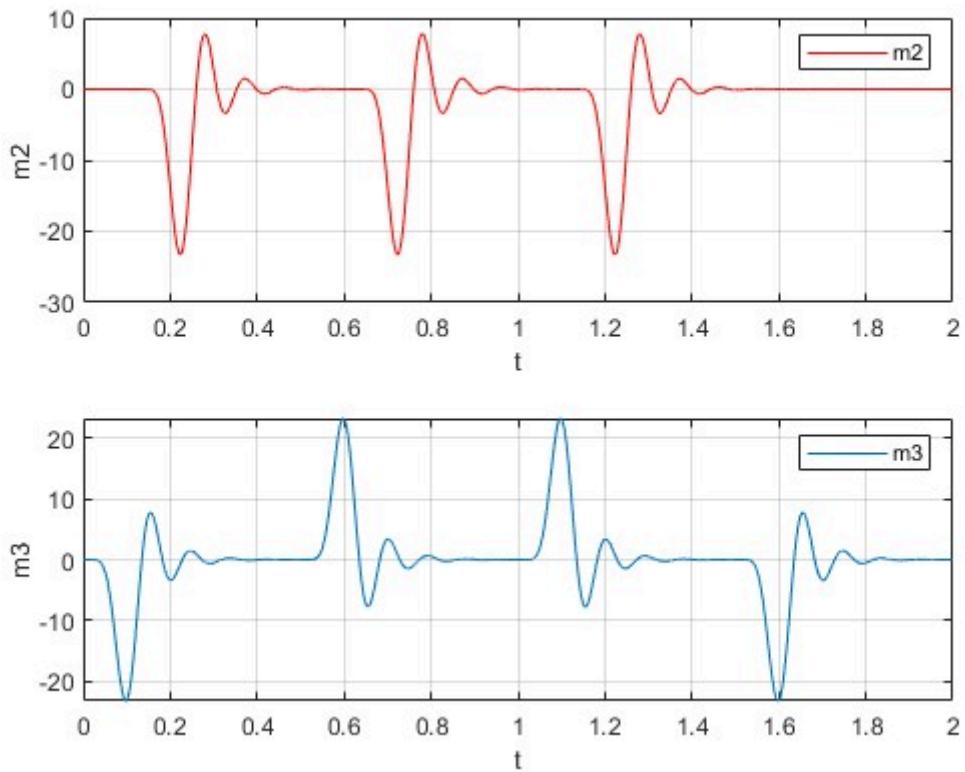
结论

由摩尔码表可知该信号代表D

4.6g

要求

```
1 %g
2 m2t = x.*sin(2*pi*f2*t);
3 m2 = 2*lsim(bf,af,m2t,t);
4 figure
5 subplot(2,1,1)
6 plot(t,m2,'r');
7 xlabel('t')
8 ylabel('m2')
9 legend('m2')
10 m3t = x.*sin(2*pi*f1*t);
11 m3 = 2*lsim(bf,af,m3t,t);
12 subplot(2,1,2)
13 plot(t,m3);
14 xlabel('t')
15 ylabel('m3')
16 legend('m3')
```



结论

成功提取了 $m_2(t)$ 和 $m_3(t)$ 信号，并分别解码出它们对应的字母为S和P。通过这些信号的分析，完成了对整个摩尔斯码消息的解码。

Agent007的消息是"The future of technology lies in DSP"。