LAB1

1.4a

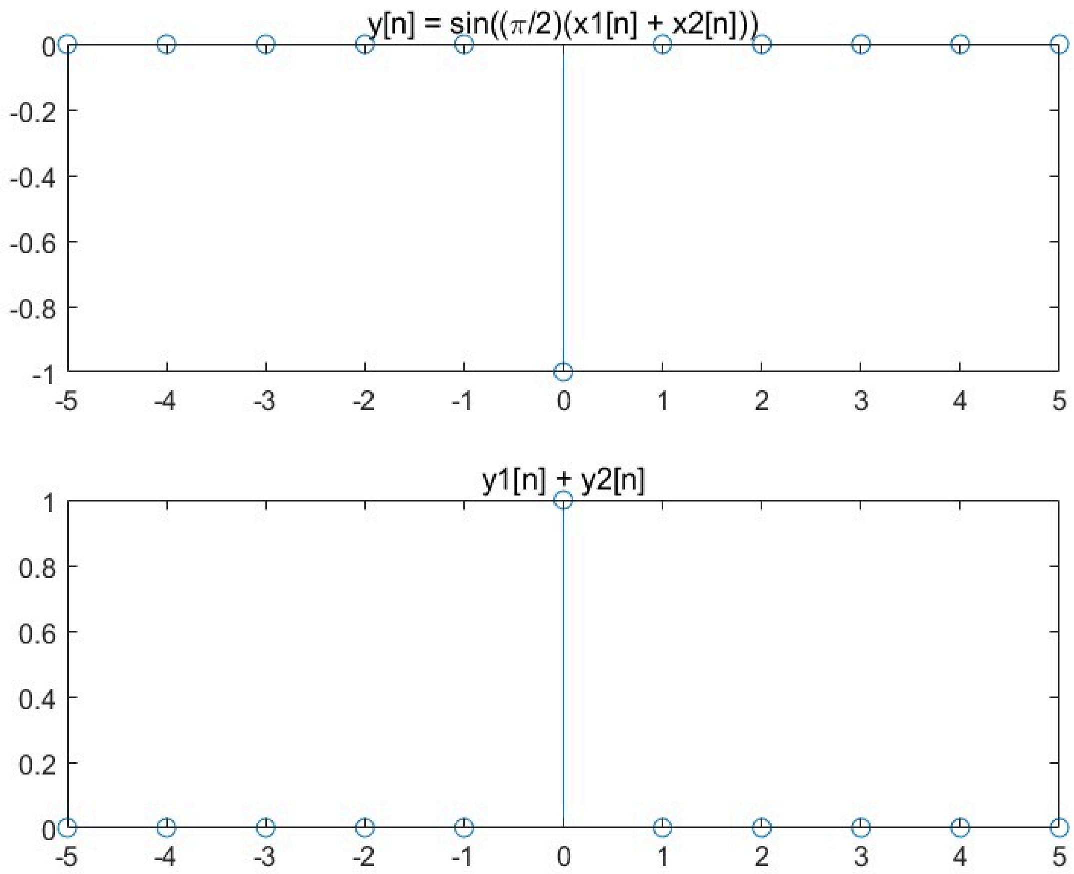
要求

本题要求利用单位冲激函数证明系统 $y[n]$ 违反线性特性。

分析

令 $x3$=$x1$+$x2$。为了判断系统的线性特性，我们将 y1+y2 与 y3 进行对比。根据线性系统的性质，如果一个系统是线性的，那么对于满足 $x3$=$x1$+$x2$ 的输入，其对应的输出应满足 $y3$=y1+y2。

```
n = -5:5;
x1 = [zeros(1,5), 1, zeros(1,5)]; % x1[n] = delta[n]
x2 = 2 * x1; % x2[n] = 2*delta[n]

y1 = sin((pi/2) * x1);
y2 = sin((pi/2) * x2);

% 检查线性性
y_sum = sin((pi/2) * (x1 + x2));
y1_plus_y2 = y1 + y2;

figure;
subplot(2,1,1);
stem(n, y_sum);
title('y[n] = sin((\pi/2)(x1[n] + x2[n]))');
subplot(2,1,2);
stem(n, y1_plus_y2);
title('y1[n] + y2[n]');
```



结论

由于y1+y2≠y3，故不满足线性。

1.4b

要求

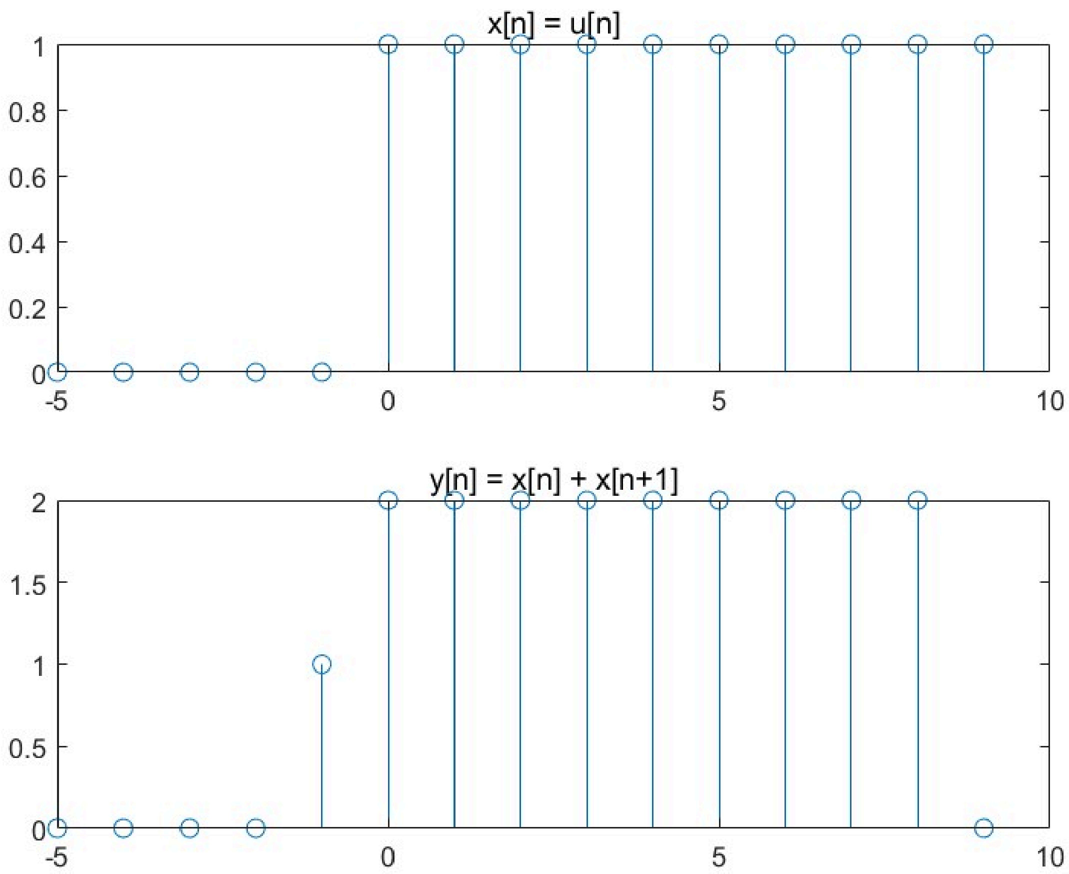
用单位阶跃函数证明系统y[n]违反因果关系。

分析

因果系统要求输出*y*[*n*] 只依赖于当前和过去的输入，使用输入信号 *x[n]*=*u[n]*来验证因果性。

```
n = -5:9;
x = [zeros(1,5), ones(1,10)]; % x[n] = u[n]

% 计算 y[n]
y = zeros(1, length(n));
```

```
for i = 1:length(n)-1
    y(i) = x(i) + x(i+1);
end

figure;
subplot(2,1,1);
stem(n, x);
title('x[n] = u[n]');
subplot(2,1,2);
stem(n, y);
title('y[n] = x[n] + x[n+1]');
```



结论

由于 y[n] 依赖于 x[n+1]，系统不是因果的

1.4c

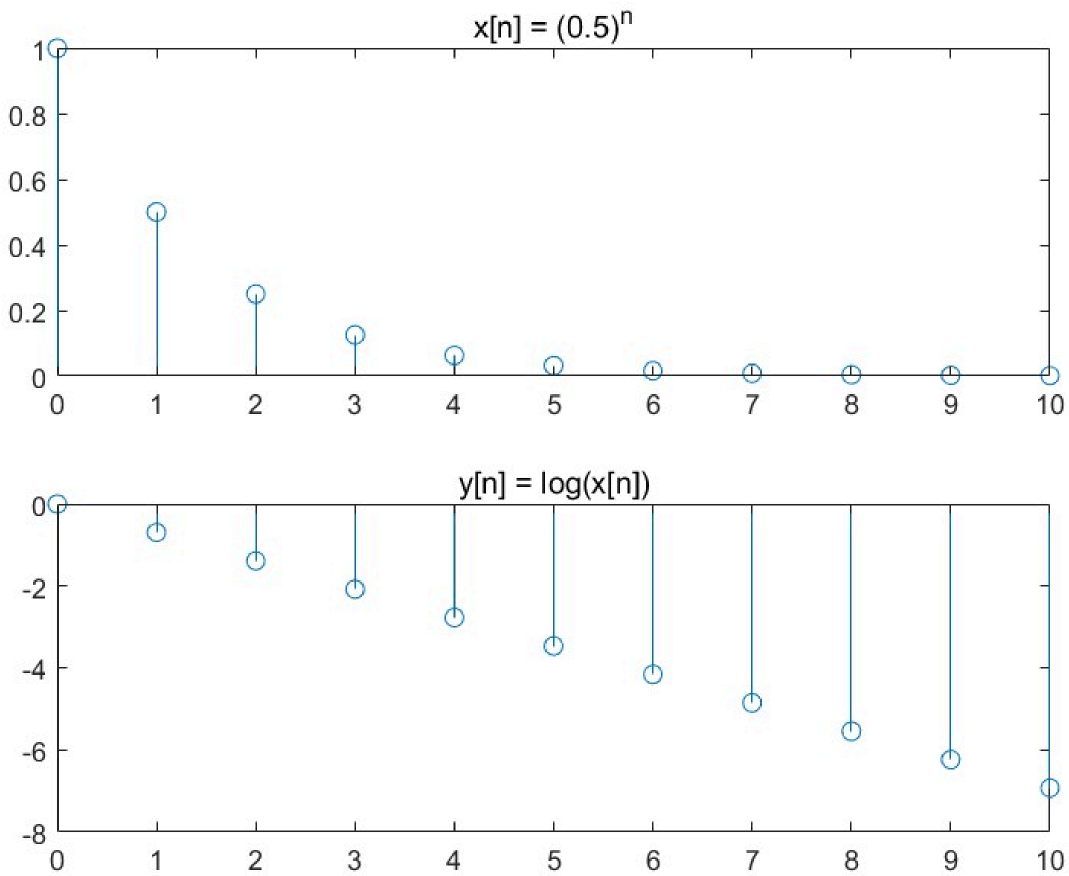
要求

证明y[n] = log(x[n])是不稳定的。

分析

绘制信号图，证明当 x[n]→0，$x[n] \to 0$ 时 $y[n] \to -\infty$

```
n = 0:10;
x = 0.5.^n;

% 计算 y[n]
y = log(x);

figure;
subplot(2,1,1);
stem(n, x);
title('x[n] = (0.5)^n');
subplot(2,1,2);
stem(n, y);
title('y[n] = log(x[n])');
```



结论

当 x[n] 趋近于 0 时，y[n] 趋近于负无穷，系统不是稳定的

1.4d

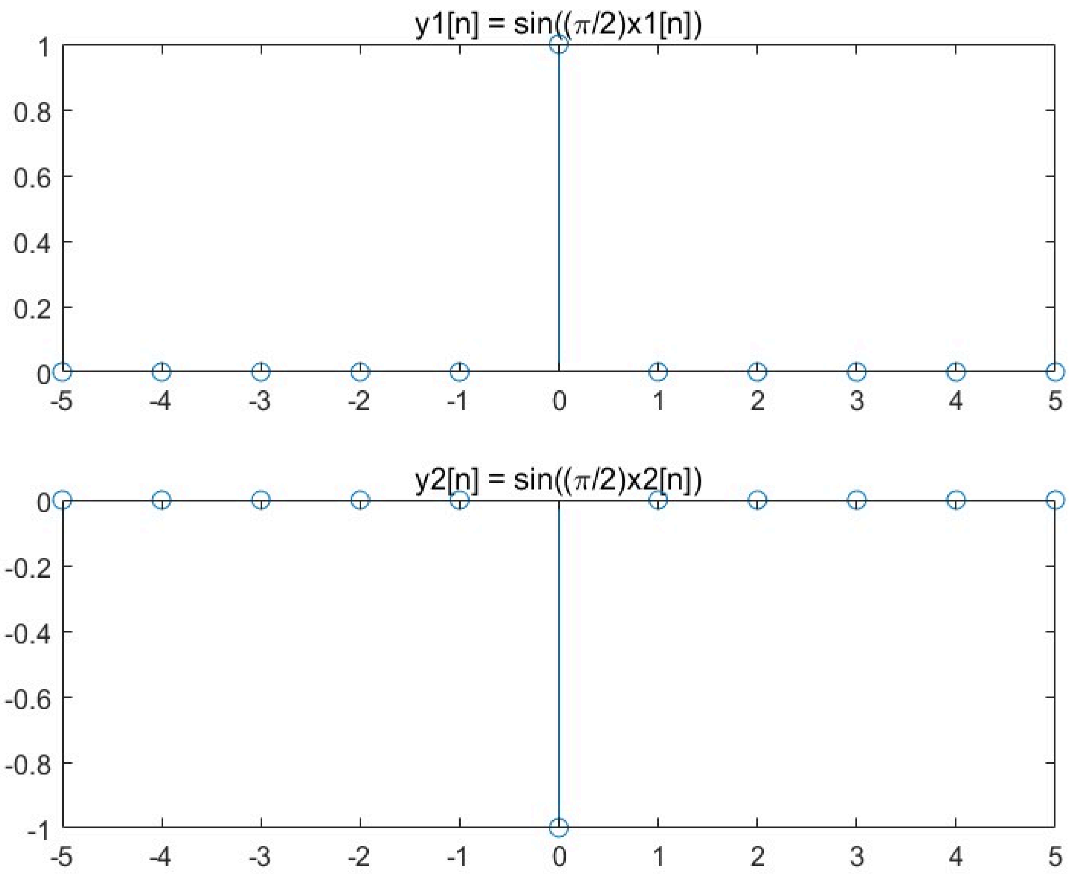
要求

证明系统y[n]不可逆

分析

证明不同输入 $x1[n]$ 和 $x2[n]$ 产生相同输出 $y1[n]$=$y2[n]$，从而说明系统不可逆。

```
n = -5:5;
x1 = [zeros(1,5), 1, zeros(1,5)]; % x1[n] = delta[n]
x2 = [zeros(1,5), -1, zeros(1,5)]; % x2[n] = -delta[n]

y1 = sin((pi/2) * x1);
y2 = sin((pi/2) * x2);

figure;
subplot(2,1,1);
stem(n, y1);
title('y1[n] = sin((\pi/2)x1[n])');
subplot(2,1,2);
stem(n, y2);
title('y2[n] = sin((\pi/2)x2[n])');
```



结论

由于 y1[n] 和 y2[n] 相同，系统不是可逆的

1.5a

要求

题目要求编写MATLAB函数 `y = diffeqn(a, x, yn1)`,以实现递推方程：
`y[n]=ay[n−1]+x[n]`

分析

通过递推法依次计算每个时刻的输出值`y[n]`。初始条件`y[-1]`用于计算第一个输出`y[0]`，后续值通过前一项输出与当前输入生成。输入信号`x[n]`的长度决定输出序列的范围$0 \le n \le N-1$。

```matlab
function y = diffeqn(a, x, yn1)

N = length(x);      % 输入信号x的长度N
y = zeros(1, N);    % 预分配y

% 计算生成 y[n]
y(1) = a * yn1 + x(1);

for i = 2:N
    y(i) = a * y(i-1) + x(i);
end
end
```

结论

函数正确实现了差分方程的递推计算，初始条件的影响被正确传递，确定了因果系统的输出`y[n]`。

1.5b

要求

分析系统`a=1`时单位冲激函数`δ[n]`和单位阶跃函数`u[n]`的响应特性，绘制响应曲线。

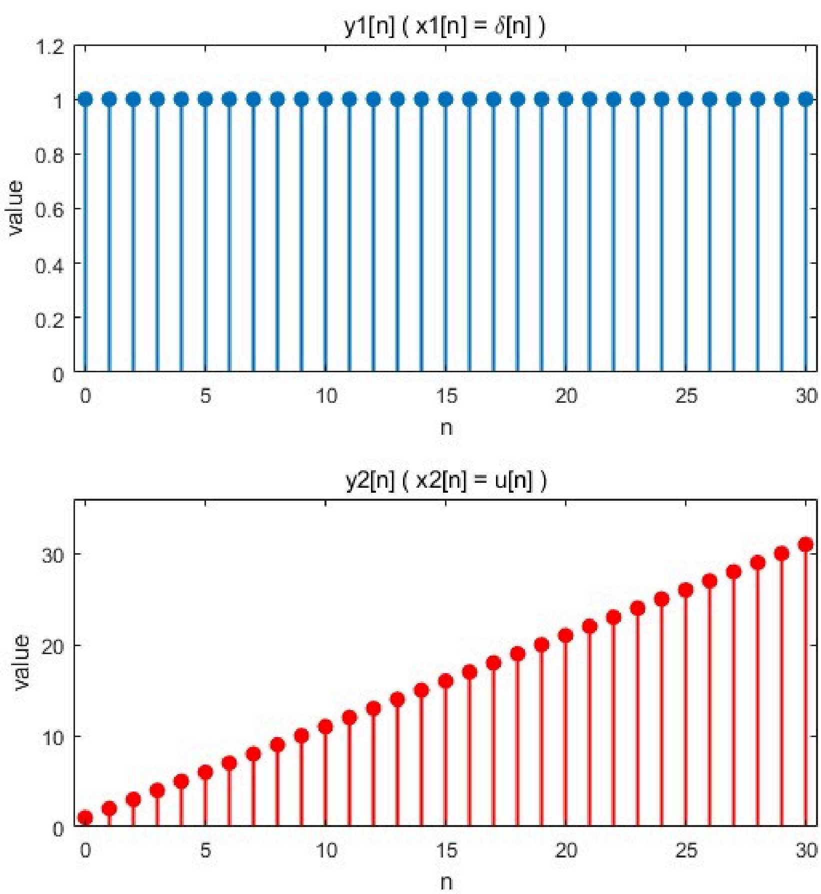
分析

冲激响应：输入`x1[n] = δ[n]`仅在`n=0`处为1，输出`y1[n]`对所有$n \geq 0$恒为1。

阶跃响应：输入`x2[n] = u[n]`持续为1，输出`y2[n]`表现为线性增长`y[n]=n+1`。

```matlab
a = 1;
yn1 = 0;
N = 31;
n = 0:30;

% 输入信号
x1 = zeros(1, N);
x1(1) = 1;            % 初始化δ[n]

```

```matlab
x2 = ones(1, N);       % 初始化u[n]

% 计算系统响应
y1 = diffeqn(a, x1, yn1);
y2 = diffeqn(a, x2, yn1);

% 绘制结果
figure;
grid on;

subplot(2,1,1);
stem(n, y1, 'filled', 'LineWidth', 1.5);
title('y1[n] ( x1[n] = \delta[n] )');xlabel('n');ylabel('value');
xlim([-0.5 30.5]);ylim([0 y1(N-1)*1.2]);

subplot(2,1,2);
stem(n, y2, 'filled', 'LineWidth', 1.5,'Color',[1,0,0]);
title('y2[n] ( x2[n] = u[n] )');xlabel('n');ylabel('value');
xlim([-0.5 30.5]);ylim([0 y2(N-1)*1.2]);
```



结论

系统在`a=1`时，冲激响应保持恒定，阶跃响应线性增长。

1.5c

要求

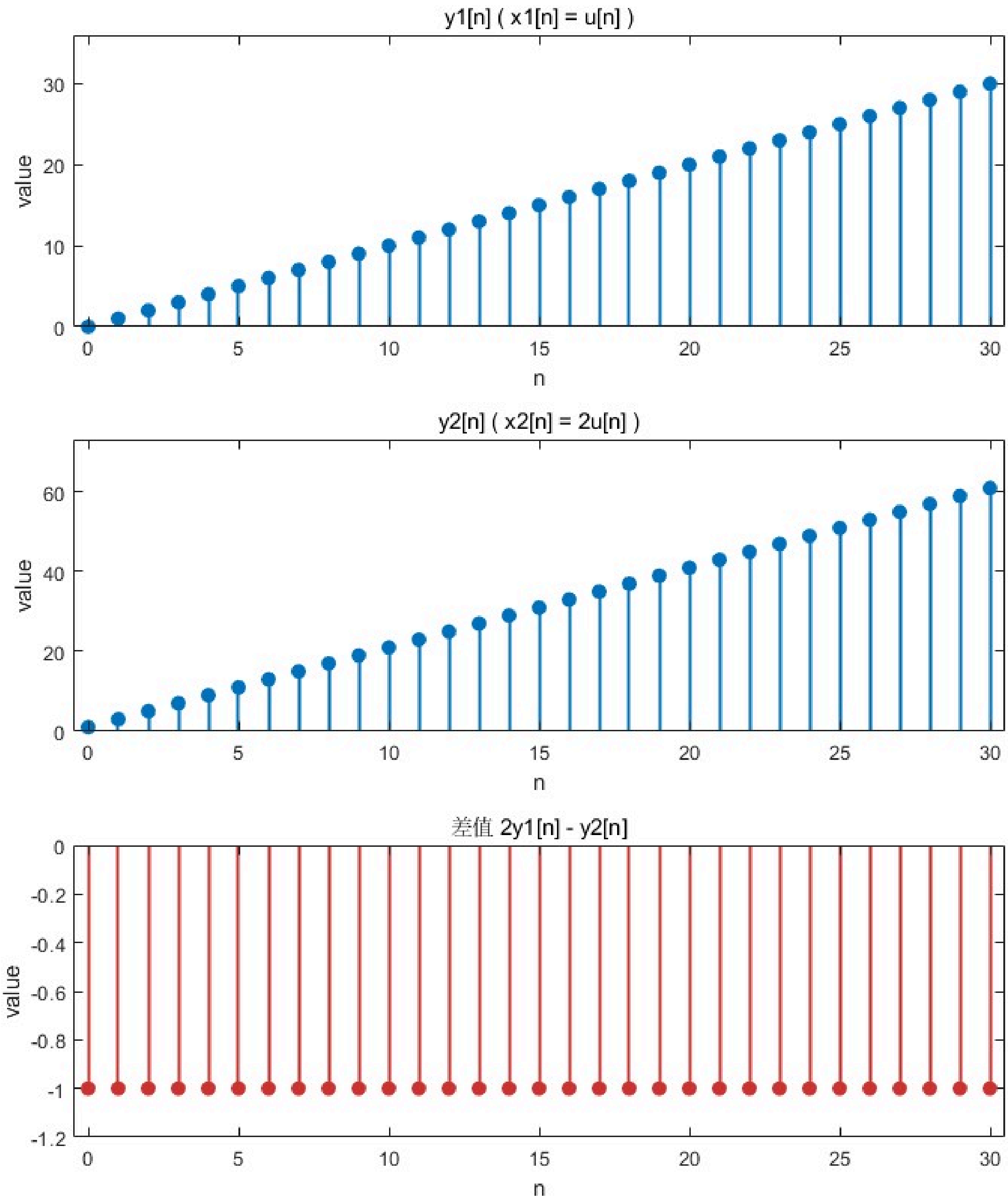
研究初始条件`y[-1]=-1`对系统线性性的影响，输入`x1[n] = u[n]`和`x2[n]=2u[n]`，分析`2y1[n]-y2[n]`的差值。

分析

`y[n] = -1+x[0]+x[1]+……+x[n]`，`x2[n] = 2x1[n]`。故`2y1[n] - y2[n] = 2*(-1+x1[0]+x1[1]+……+x1[n])-(-1+x2[0]+x2[1]+……+x2[n]) = -1`恒定。

```
a = 1;
yn1 = -1;
N = 31;
n = 0:30;

% 输入信号
x1 = ones(1, N);        % 初始化u[n]
x2 = 2 * ones(1, N);   % 初始化2u[n]

% 计算系统响应
y1 = diffeqn(a, x1, yn1);
y2 = diffeqn(a, x2, yn1);

difference = 2*y1 - y2;

% 绘制结果
figure;
grid on;

subplot(3,1,1);
stem(n, y1, 'filled', 'LineWidth', 1.5);
title('y1[n] ( x1[n] = u[n] )');xlabel('n'); ylabel('value');
xlim([-0.5 30.5]); ylim([0,max(y1)*1.2]);
```

```
subplot(3,1,2);
stem(n, y2, 'filled', 'LineWidth', 1.5);
title('y2[n] ( x2[n] = 2u[n] )');xlabel('n'); ylabel('value');
xlim([-0.5 30.5]);ylim([0,max(y2)*1.2]);

subplot(3,1,3);
stem(n, difference, 'filled', 'LineWidth', 1.5, 'Color', [1 0 0]);
title('差值 2y1[n] - y2[n]');xlabel('n'); ylabel('value');
xlim([-0.5 30.5]);ylim([min(2.*y1-y2)*1.2,0]);
```



结论

`2y1[n] - y2[n]` 的差值恒为 -1，与图像相符。

1.5d

要求

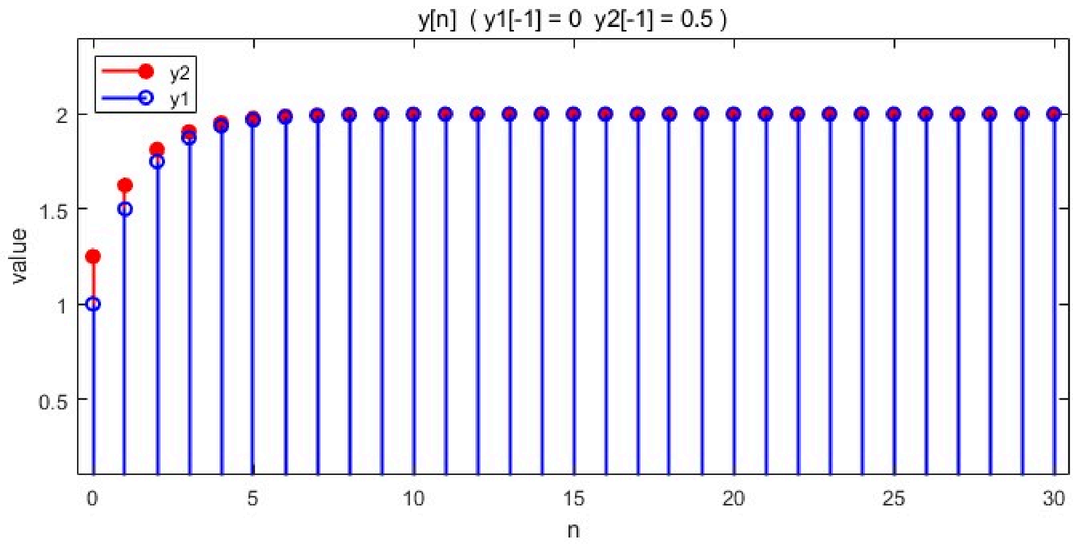
研究系统参数`a=0.5`时，初始条件`y1[-1]=0`和`y2[-1]=0.5`对输出的影响差异。

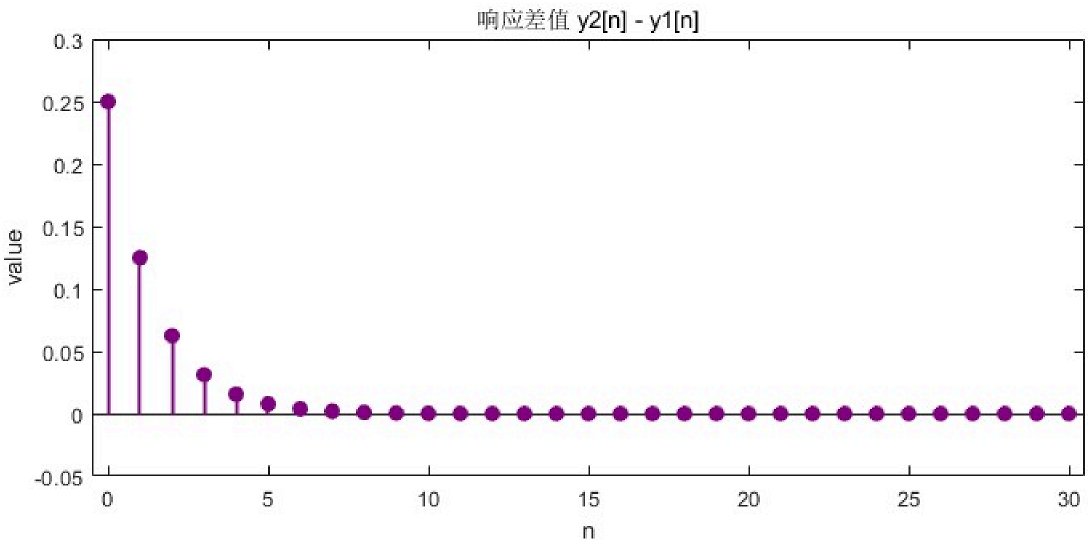
分析

对于$|a|<1$，`y[-1]=0`和`y[-1]=0.5`，如果随着 n 增大，两个 `y[n]`的图像收敛于相同值，则可说明当 n 足够大时，`y[-1]`对`y[n]`的影响可以忽略不计。

```
a = 0.5;
N = 31;
n = 0:30;
x = ones(1, N);      %初始化u[n]

% 初始y[-1]
yn1_case1 = 0;
yn1_case2 = 0.5;

% 计算系统响应
y1 = diffeqn(a, x, yn1_case1);
y2 = diffeqn(a, x, yn1_case2);

% 绘制结果
figure;
grid on;

subplot(2,1,1);
stem(n, y2, 'filled','LineWidth', 1.5,'Color', [1 0 0]);
hold on;
stem(n, y1,  'LineWidth', 1.5, 'Color', [0 0 1]);
title('y[n]  ( y1[-1] = 0  y2[-1] = 0.5 )');xlabel('n');ylabel('value');
xlim([-0.5 30.5]);ylim([0.1 max([y1(:);y2(:)])*1.2]);
```

```
legend('y2', 'y1','Location', 'northwest');
hold off;

subplot(2,1,2);
stem(n, y2-y1, 'filled', 'LineWidth', 1.5, 'Color', [0.5 0 0.5]);
title('响应差值 y2[n] - y1[n]');xlabel('n');ylabel('value');
xlim([-0.5 30.5]);ylim([-0.05 max(y2-y1)*1.2]);
```





结论

当｜a｜<*1*时，系统具有BIBO稳定性，随着 n 增大，两个`y[n]`的图像收敛于相同值，成功验证当n足够大时，`y[-1]`对 `y[n]`的影响可以忽略不计。