

1. Работа и кинетическая энергия. Кинетическая энергия твёрдого тела при его вращательном движении

Работа и кинетическая энергия

Энергия — это универсальная мера различных форм движения и взаимодействия. С различными формами движения связывают различные формы энергии: механическую, тепловую, электромагнитную, ядерную. Изменение мех. движения тела вызывается силами, действующими на него со стороны других тел.

Работа сил — количественная характеристика процесса обмена энергией между взаимодействующими телами.

Кинетическая энергия механической системы ( $K$ ) — это энергия механического движения этой системы

- Сила, действуя на покоящееся тело и вызывая его движение, совершает работу, а энергия движущегося тела возрастает на величину затраченной работы.
- С.О., приращение кинетической энергии на элементарном перемещении равно элементарной работе на том же перемещении.

$$dK = dA$$

Тело  $m$ , движущееся со скоростью  $v$ , обладает кинетической энергией;

$$dA = \vec{F} d\vec{r} = m \frac{d\vec{v}}{dt} d\vec{r} = m \vec{v} d\vec{v} = m v dv = dK \Rightarrow K = \int_0^v m v dv = \frac{mv^2}{2}$$

Кинетическая энергия зависит только от массы и скорости тела. Поэтому кинетическая энергия:

- явл. ф-ей состояния системы
- неадиабатична в произвольных шифрованных системах отсчёта.
- всегда положительна

$$W_{\text{кин}}^{\text{конеч}} - W_{\text{кин}}^{\text{нач}} = A$$

Теорема об изменении кинетической энергии. Изменение кинетической энергии материальной точки на участке пути равно работе действующих на нее сил на этом участке.

Кинетическая энергия твёрдого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси.

В этом случае скорость вращения каждой точки вокруг оси равна  $v_i = \omega r_{i\perp}$ , где  $r_{i\perp}$  — расстояние от точки до оси вращения, поэтому суммарная кинетическая энергия всех точек

$$W_{\text{кин}}^{\text{вращ}} = \sum_i \frac{m_i v_i^2}{2} = \sum_i \frac{m_i \omega^2 r_{i\perp}^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum_i m_i r_{i\perp}^2 = \frac{\omega^2}{2} I_z,$$

где  $I_z$  — момент инерции тела относительно оси вращения.



## Фазовое пространство

Фазовое пространство в математике и в физике — пространство, на котором представлено множество всех состояний системы, так, что каждому возможному состоянию системы соответствует точка фазового пространства.

Сущность фазового пространства заключается в том, что состояние сколь угодно сложной системы NB! представляется в нём одной единственной точкой, а эволюция этой системы — перемещением этой точки. Кроме того, в механике движение этой точки определяется сравнительно простым уравнением Гамильтона, одним из которых позволяет делать заключения о поведении сложных механических систем. Уравнение Гамильтона — система дифф. ур-ий.

$$\dot{p}_j = - \frac{\partial H}{\partial q_j} ; \quad \dot{q}_j = \frac{\partial H}{\partial p_j}$$

## Распределение максвелла-Больцмана

Возьмём элементарный объём  $dV = dx dy dz$ , расположенный в (1) с координатами  $(x, y, z)$ . В пределах этого объёма находится много молекул.

$$(1) \quad dN_{x,y,z} = n_0 \exp\left(-\frac{\varepsilon_p(x,y,z)}{kT}\right) dx dy dz$$

Эта формула обнаруживает ещё большее сходство с распределением Максвелла, которое можно представить в виде:

$$(2) \quad dN_{v_x, v_y, v_z} = N A' \exp\left(-\frac{mv^2/2}{kT}\right) dv_x dv_y dv_z$$

Чтобы ещё больше подчеркнуть сходство формул, заметим, что кинетическая энергия  $\frac{mv^2}{2}$  есть ф-я компоненты скорости

$$K = K(v_x, v_y, v_z) = \frac{1}{2} m (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)$$

Распределения (1) и (2) можно объединить в форму 3-и Максвелла-Больцмана, согласно которому много молекул, компоненты скоростей которых лежат в пределах от  $v_x, v_y, v_z$  до  $v_x + dv_x, v_y + dv_y, v_z + dv_z$ , а координаты — от  $x, y, z$  до  $x + dx, y + dy, z + dz$  равно:

$$dN_{v_x, v_y, v_z, x, y, z} = \underbrace{n_0 \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}}_{\text{нормированный множитель}} \exp\left(-\frac{\frac{mv^2}{2} + E_p}{kT}\right) dv_x dv_y dv_z dx dy dz$$