

Д.3. "ПРЕОБРАЗОВАНИЕ БАЗИСОВ И КВАДРАТИЧНЫХ ФОРМ."

1 курс, 2 сем.

ЗАДАЧА 1.

Даны векторы \vec{p} и \vec{q} евклидова пространства E_4 с координатами в базисе $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4$, векторы которого определены относительно некоторого ортонормированного базиса этого пространства.

- 1) Применяя процесс ортогонализации, ортонормировать базис $\{\vec{a}_i\}$ (полученный базис - $\{\vec{b}_j\}$).
- 2) Найти матрицу перехода $T_{b_j \rightarrow a_i}$ от полученного ортонормированного базиса $\{\vec{b}_j\}$ к данному базису $\{a_i\}$.
- 3) Найти координаты \vec{p} и \vec{q} в этом ортонормированном базисе.
- 4) Вычислить скалярное произведение (\vec{p}, \vec{q}) .
- 5) Вычислить угол между векторами \vec{p} и \vec{q} .

Вариант 1.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 6 \\ -1 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 5 \\ -4 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Вариант 2.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \\ -4 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 6 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} -7 \\ 5 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ 6 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Вариант 3.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} -5 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \\ -1 \\ 5 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Вариант 4.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} -4 \\ -1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} -1 \\ -4 \\ 3 \\ -4 \end{bmatrix}$$

Вариант 5.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} -8 \\ -4 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} -18 \\ -8 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} -5 \\ 5 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 7 \\ 7 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

Вариант 6.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 9 \\ 1 \\ -5 \\ 5 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

Вариант 7.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ -2 \\ 5 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Д.3. "ПРЕОБРАЗОВАНИЕ БАЗИСОВ И КВАДРАТИЧНЫХ ФОРМ."

1 курс, 2 сем.

ЗАДАЧА 1.

Даны векторы \vec{p} и \vec{q} евклидова пространства E_4 с координатами в базисе $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4$, векторы которого определены относительно некоторого ортонормированного базиса этого пространства.

- 1) Применяя процесс ортогонализации, ортонормировать базис $\{\vec{a}_i\}$ (полученный базис $\{\vec{b}_j\}$).
- 2) Найти матрицу перехода $T_{b_j \rightarrow a_i}$ от полученного ортонормированного базиса $\{\vec{b}_j\}$ к данному базису $\{a_i\}$.
- 3) Найти координаты \vec{p} и \vec{q} в этом ортонормированном базисе.
- 4) Вычислить скалярное произведение (\vec{p}, \vec{q}) .
- 5) Вычислить угол между векторами \vec{p} и \vec{q} .

Вариант 8.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} -4 \\ -3 \\ 2 \\ -5 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} -4 \\ -4 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Вариант 9.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Вариант 10.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 6 \\ 2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -4 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Вариант 11.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ 8 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Вариант 12.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 5 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 3 \\ 10 \\ 1 \\ -4 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Вариант 13.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 7 \\ -1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 11 \\ 7 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 15 \\ 11 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix},$$

Вариант 14.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 7 \\ -2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 10 \\ -5 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 5 \\ -3 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 13 \\ -1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} -7 \\ -11 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \\ 5 \end{bmatrix},$$

ЗАДАЧА 1.

Даны векторы \vec{p} и \vec{q} евклидова пространства E_4 с координатами в базисе $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4$, векторы которого определены относительно некоторого ортонормированного базиса этого пространства.

- 1) Применяя процесс ортогонализации, ортонормировать базис $\{\vec{a}_i\}$ (полученный базис - $\{\vec{b}_j\}$).
- 2) Найти матрицу перехода $T_{b_j \rightarrow a_i}$ от полученного ортонормированного базиса $\{\vec{b}_j\}$ к данному базису $\{a_i\}$.
- 3) Найти координаты \vec{p} и \vec{q} в этом ортонормированном базисе.
- 4) Вычислить скалярное произведение (\vec{p}, \vec{q}) .
- 5) Вычислить угол между векторами \vec{p} и \vec{q} .

Вариант 15.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 0 \\ 8 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 9 \\ -1 \\ 4 \\ 7 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ -1 \\ -4 \end{bmatrix},$$

Вариант 16.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ -4 \\ 4 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} -3 \\ 5 \\ 8 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 9 \\ 7 \\ -4 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 4 \\ -4 \\ 4 \\ -1 \end{bmatrix},$$

Вариант 17.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ -5 \\ 0 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} -3 \\ -6 \\ -7 \\ 2 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -11 \\ -5 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix},$$

Вариант 18.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \\ 8 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ -5 \\ 4 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \\ -3 \\ 6 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \\ 11 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix},$$

Вариант 19.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \\ -7 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 8 \\ 3 \\ 5 \\ 8 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 7 \\ 3 \\ 13 \\ 4 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} -4 \\ 8 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

Вариант 20.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \\ 5 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 7 \\ -1 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 4 \\ 8 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \\ -3 \\ -8 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 4 \\ 13 \\ -3 \\ -7 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -8 \\ 4 \end{bmatrix},$$

Вариант 21.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 11 \\ 8 \\ -7 \\ 3 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 4 \\ -7 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix},$$

Д.3. "ПРЕОБРАЗОВАНИЕ БАЗИСОВ И КВАДРАТИЧНЫХ ФОРМ."

1 курс, 2 сем.

ЗАДАЧА 1.

Даны векторы \vec{p} и \vec{q} евклидова пространства E_4 с координатами в базисе $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4$, векторы которого определены относительно некоторого ортонормированного базиса этого пространства.

- 1) Применяя процесс ортогонализации, ортонормировать базис $\{\vec{a}_i\}$ (полученный базис $\{\vec{b}_j\}$).
- 2) Найти матрицу перехода $T_{b_j \rightarrow a_i}$ от полученного ортонормированного базиса $\{\vec{b}_j\}$ к данному базису $\{a_i\}$.
- 3) Найти координаты \vec{p} и \vec{q} в этом ортонормированном базисе.
- 4) Вычислить скалярное произведение (\vec{p}, \vec{q}) .
- 5) Вычислить угол между векторами \vec{p} и \vec{q} .

Вариант 22.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \quad \vec{q} = \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \quad \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ -4 \\ 7 \end{bmatrix}, \quad \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 7 \\ 0 \\ 8 \\ -7 \end{bmatrix}, \quad \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \\ 8 \\ -11 \end{bmatrix}, \quad \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ -7 \\ -4 \end{bmatrix},$$

Вариант 23.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \quad \vec{q} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \quad \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 9 \\ 4 \\ -1 \\ 8 \end{bmatrix}, \quad \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 15 \\ -1 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}, \quad \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} -2 \\ -4 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix},$$

Вариант 24.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \quad \vec{q} = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \quad \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ -5 \\ 6 \end{bmatrix}, \quad \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 9 \\ 4 \\ -1 \\ 8 \end{bmatrix}, \quad \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 19 \\ -3 \\ -4 \\ 10 \end{bmatrix}, \quad \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ -6 \\ -5 \end{bmatrix},$$

Вариант 25.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \quad \vec{q} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \quad \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 7 \\ 7 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 15 \\ 13 \\ 9 \\ -5 \end{bmatrix}, \quad \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 7 \\ 21 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 7 \\ 7 \end{bmatrix},$$

Вариант 26.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \quad \vec{q} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \quad \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 7 \\ -7 \end{bmatrix}, \quad \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 5 \\ 9 \\ -13 \\ 15 \end{bmatrix}, \quad \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 9 \\ 7 \\ 1 \\ -13 \end{bmatrix}, \quad \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 7 \\ -7 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

Вариант 27.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ -6 \\ 0 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \quad \vec{q} = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \quad \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 9 \\ 19 \\ 7 \end{bmatrix}, \quad \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ 17 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 5 \\ -5 \\ -1 \\ 7 \end{bmatrix},$$

Вариант 28.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \quad \vec{q} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \quad \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \\ -5 \\ -5 \end{bmatrix}, \quad \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} -9 \\ 3 \\ 17 \\ 11 \end{bmatrix}, \quad \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 11 \\ 13 \end{bmatrix}, \quad \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ -7 \\ 5 \\ -5 \end{bmatrix},$$

Д.3. "ПРЕОБРАЗОВАНИЕ БАЗИСОВ И КВАДРАТИЧНЫХ ФОРМ."

1 курс, 2 сем.

ЗАДАЧА 1.

Даны векторы \vec{p} и \vec{q} евклидова пространства E_4 с координатами в базисе $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4$, векторы которого определены относительно некоторого ортонормированного базиса этого пространства.

- 1) Применяя процесс ортогонализации, ортонормировать базис $\{\vec{a}_i\}$ (полученный базис - $\{\vec{b}_j\}$).
- 2) Найти матрицу перехода $T_{b_j \rightarrow a_i}$ от полученного ортонормированного базиса $\{\vec{b}_j\}$ к данному базису $\{a_i\}$.
- 3) Найти координаты \vec{p} и \vec{q} в этом ортонормированном базисе.
- 4) Вычислить скалярное произведение (\vec{p}, \vec{q}) .
- 5) Вычислить угол между векторами \vec{p} и \vec{q} .

Вариант 29.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \quad \vec{q} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \quad \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 7 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} -7 \\ 5 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ -5 \\ 7 \\ 5 \end{bmatrix},$$

Вариант 30.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \quad \vec{q} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \quad \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 7 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \\ -7 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 7 \\ 5 \end{bmatrix},$$