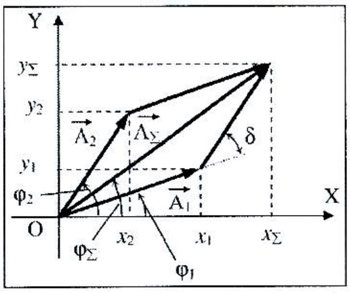
БИЛЕТ 30

1. *Когерентные волны. Интерференция волн. Стоячая волна.*

Интерференция волн

Интерференция волн – взаимное усиление или ослабление волн при их наложении друг на друга (суперпозиции волн) при одновременном распространении в пространстве, что приводит к перераспределению энергии колебаний, устойчивому во времени. Интерференция волн наблюдается согласно принципу суперпозиции волн.



Рассмотрим суперпозицию двух волн одного направления $\xi_1 = A_1 \cos(\omega_1 t - k_1 x_1 + \alpha_1)$ и $\xi_2 = A_2 \cos(\omega_2 t - k_2 x_2 + \alpha_2)$.

Рассмотрим амплитудно-векторную диаграмму.

По теореме косинусов

$$A_\Sigma^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos(\pi - \delta)$$

Учтем, что $\cos(\pi - \delta) = -\cos\delta$,

$$\delta = \varphi_2 - \varphi_1 = (\omega_2 - \omega_1)t - (k_2x_2 - k_1x_1) + \alpha_2 - \alpha_1,$$ тогда

$$A_\Sigma^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\left((\omega_2 - \omega_1)t - (k_2x_2 - k_1x_1) + \alpha_2 - \alpha_1\right).$$

Если результирующая амплитуда не зависит от времени, то разность фаз волн должна быть постоянной во времени. Такие волны называются *когерентными*. В частности, получаем, что частоты когерентных волн совпадают $\omega_2 = \omega_1$.

Вообще говоря, волны могут двигаться к точке встречи в разных средах, поэтому их скорости могут быть там различными, а также расстояние до точки тоже могут быть разными.

$$A_\Sigma^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\left((k_2x_2 - k_1x_1) - (\alpha_2 - \alpha_1)\right)$$

Поэтому в точке наблюдения может быть

либо усиление колебаний при $\cos\left((k_2x_2 - k_1x_1) - (\alpha_2 - \alpha_1)\right) = 1$,

либо ослабление колебаний при $\cos\left((k_2x_2 - k_1x_1) - (\alpha_2 - \alpha_1)\right) = -1$.

Стоячая волна.

Стоячая волна образуется при наложении двух волн одинаковой частоты, бегущих в противоположных направлениях:

$$\xi = A\cos(\omega t + kx + \alpha_1) + A\cos(\omega t - kx + \alpha_2)$$

Пусть $\alpha_1 = 0$ и $\alpha_2 = 0$, тогда $\xi = 2A\cos(kx)\cos(\omega t + \theta)$.

Величину $A_0 = 2A|\cos(kx)|$ можно назвать амплитудой стоячей волны. Так как амплитуда не может быть отрицательной, то необходимо брать модуль $|\cos(kx)|$. Тогда в тех точках, где $\cos(kx) > 0$ значение $\theta=0$, а в тех точках, где $\cos(kx) < 0$ надо, для учета знака минус, принять $\theta=\pi$. Точки, где амплитуда стоячей волны максимальная, называются *пучностями*. Эти точки можно найти из условия $|\cos(kx)| = 1$, откуда $kx = \pm\pi \cdot n$ (n – целое число). Следовательно, координаты пучностей $x^{пуч}_n = \pm\frac{\pi \cdot n}{k} = \pm\frac{\pi \cdot n}{2\pi}\lambda = \pm n\frac{\lambda}{2}$. Соседние пучности находятся друг от друга на расстоянии $\frac{\lambda}{2}$ - половины длины волны. Точки, где амплитуда стоячей волны равна нулю, называются *узлами*. Эти точки можно найти из условия $|\cos(kx)| = 0$, откуда $kx = \frac{\pi}{2} \pm \pi \cdot n$ (n – целое число). Следовательно, координаты узлов $x_n^{уз} = \frac{\left(\frac{\pi}{2} \pm \pi \cdot n\right)}{k} = \frac{\left(\frac{\pi}{2} \pm \pi \cdot n\right)}{2\pi}\lambda = \left(\frac{1}{2} \pm n\right)\frac{\lambda}{2}$.

Соседние узлы находятся друг от друга на расстоянии $\frac{\lambda}{2}$ - половины длины волны.

Следовательно, расстояние между ближайшими соседними узлами и пучностями равно $\frac{\lambda}{4}$.

Найдем объемную плотность энергии стоячей волны $w = w_K + w_П = \frac{1}{2}\rho\left(\frac{\partial\xi}{\partial t}\right)^2 + \frac{1}{2}E\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)^2$

$$w = \frac{1}{2}\rho\left(-\omega 2A\cos(kx)\sin(\omega t + \theta)\right)^2 + \frac{1}{2}E\left(-k2A\sin(kx)\cos(\omega t + \theta)\right)^2$$

$$w = 2A^2\rho\omega^2\left(\cos^2(kx)\sin^2(\omega t + \theta) + \sin^2(kx)\cos^2(\omega t + \theta)\right)$$

$$w = 2A^2\rho\omega^2\left(\frac{1+\cos(2kx)}{2}\frac{1-\cos(2[\omega t + \theta])}{2} + \frac{1-\cos(2kx)}{2}\frac{1+\cos(2[\omega t + \theta])}{2}\right)$$

$$w = A^2\rho\omega^2\left(1 - \cos(2kx)\cos(2[\omega t + \theta])\right)$$

Видно, что плотность энергии тоже является стоячей волной. Т.е. энергия стоячей волной не переносится.

2. Внутренняя энергия термодинамической системы. Теплота и работа. Первое начало термодинамики.

Наиболее общим является термодинамический метод, который заключается в описании поведения систем с помощью основных постулатов (законов), называемых **началами термодинамики**. Их справедливость подтверждается опытным путём. **Термодинамическая система** – система, описываемая с позиций термодинамики. **Термодинамика** описывает макроскопические движения (изменение состояний) систем с помощью параметров, которые принято (весьма условно) разделять на внутренние и внешние. Обычно в большинстве задач достаточно задать три параметра (координат состояния).

Эквивалентность теплоты и работы

Если термодинамическая система, взаимодействуя с внешими телами, совершает работу А и получает количесскство теплоты Q, то после возвращения в исходное состояние согласно **принципу эквивалентности количества теплоты и работы:** **A=Q**

Внутренняя энергия термодинамической системы

Внешняя энергия системы связана с движением системы и положением системы в поле внешних сил. **Внутренняя энергия системы** включает в себя энергию микроскопического движения и взаимодействия частиц термодинамической системы, а также их внутримолекулярную и внутриядерную энергии. Внутренняя энергия термодинамической системы определяется с точностью до постоянной величины. **Температура** – это величин характеризующая состояние термодинамической системы и зависящая от параметров состояния (например, давления и объема). Она является однозначной функцией внутренней энергии системы.

Свойства температуры: 1) Если в системе между телами, находящимися в тепловом контакте теплопереда отсутствует, то эти тела имеют одинаковую температуру и находятся в термодинамическом равновесии друг с другом. **2)** Если две равновесные термодинамические системы находятся в тепловом контакте и имеют одинаковую температуру, то вся совокупность находится в равновесии при той же температуре. **3)** Если в теплоизолированной системе, состоящей из двух тел, одно тело находится при меньшей температуре, то теплопередача осуществляется от более нагретого тела к менее нагретому телу. Этот процесс осуществляется до тех пор, пока не наступит равенство температур и система не придет в состояние термодинамического равновесия.

Первое начало термодинамики

Изменение внутренней энергии системы может быть осуществлено путём совершения работы и теплопередачей количества теплоты Q:

$$\Delta U = A_{ВНЕШ} + Q$$

Работа системы над внешними телами $A = -A_{ВНЕШ}$

$$Q = \Delta U + A$$

Первое начало термодинамики: Количество теплоты, переданное системе, идет на изменение внутренней энергии и на совершение этой системой работы над внешними телами.
Физический смысл – это закон сохранения энергии.
Для элементарных количеств

$$\delta Q = dU + \delta A.$$

Так как внутренняя энергия – это однозначная функция состояния, то dU - полный дифференциал. Например, в результате кругового процесса $\Delta U = \oint dU = 0$. Но количество теплоты и работа не являются функциями состояния системы, поэтому вообще говоря $\oint \delta Q = \oint \delta A \neq 0$, следовательно, для них выбирается другое обозначение.
Работа газа против внешних тел

$$\delta A = F \cdot dr \cdot \cos\alpha.$$

С учетом выражения $F = p \cdot S$ и изменения объема $dV = S \cdot dr \cdot \cos\alpha$

$$\delta A = p \cdot S \cdot dr \cdot \cos\alpha = p \cdot dV.$$

При конечных изменениях объема

$$A = \int_{\Delta V} pdV$$

Замечание. Первое начало термодинамики запрещает создание вечных двигателей первого рода - бесконечно совершающих работу без подвода внешней энергии. Действительно, если Q=0, то A= –ΔU. Система совершает работу за счет уменьшения внутренней энергии. В конце концов, вся внутренняя энергия будет исчерпана и двигатель остановится.

30

(3) На какой высоте над поверхностью Земли атмосферное давление втрое меньше, чем на её поверхности? Температура воздуха $T = 300K = const$

Дано: | СИ | Решение

$T = const = 300 K$

$p_1 = \frac{p_0}{3}$

$M = 29$ г/моль

1. Согласно барометрической формуле

$p_1 = p_0\, e^{-\frac{Mgh}{RT}}$ мол. масса воздуха

2. $p_1 = \frac{p_0}{3} \Rightarrow \frac{1}{3}\cancel{p_0} = \cancel{p_0}\, e^{-\frac{Mgh}{RT}}$

$e^{-\frac{Mgh}{RT}} = \frac{1}{3}$

Прологарифмируем по основанию

$\ln e^{-\frac{Mgh}{RT}} = \ln\frac{1}{3}$

$-\frac{Mgh}{RT} = \ln\frac{1}{3}$

$h = -\frac{\ln\frac{1}{3} RT}{Mg}$

3. $h = -\frac{-1{,}1 \cdot 8{,}31 \cdot 300}{29 \cdot 9{,}8 \cdot 10^{-3}} = 9$

Ответ: 9637 м

④ Два физ. маятника могут совершать малые колебания вокруг одной оси с частотами ν_1 и ν_2. Моменты инерции этих маятников относительно данной оси равны соответственно I_1 и I_2. Маятники жёстко соединили между собой. Определить период малых колебаний составного маятника.

Дано: СИ Решение

ν_1
ν_2

I_1
I_2

T - ?

1. Для физ. маятника справедлива ф-ла:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}}, \text{ где}$$

l - расстояние от (·) подвеса до центра масс

2. $$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I_1}{mgl_1}} \text{ и } T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I_2}{mgl_2}}$$

По опр-ию $\nu = \frac{1}{T} \Rightarrow$:

$$\nu_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mgl_1}{I_1}}; \quad \nu_2 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mgl_2}{I_2}} \quad (*)$$

3. $$I = I_1 + I_2; \quad M = m_1 + m_2 \quad l_1 = \frac{4\pi^2\nu_1^2 I_1}{m_1 g}$$

Выражаем l_1 и l_2 из (*) и подставляем в ф-лу для центра масс сис-мы 2х тел.

$$l = \frac{m_1l_1 + m_2l_2}{m_1+m_2} = \frac{4\pi^2}{g(m_1+m_2)}(\nu_1^2 I_1^2 + \nu_2^2 I_2^2)$$

4. $$\nu = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{(m_1+m_2)g\left[\frac{4\pi^2}{g(m_1+m_2)}(\nu_1^2 I_1 + \nu_2^2 I_2)\right]}{I_1 + I_2}$$

$$T = \frac{1}{\nu} \quad (!!!)$$