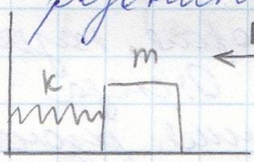
$$= \frac{\mu p V}{R(T_2 - T_1)} \ln\left(T_1 + \frac{T_2 - T_1}{H} x\right)\Big|_0^H = \frac{\mu p V}{R(T_2 - T_1)} \ln \frac{T_2}{T_1}$$

$$\boxed{V = \frac{mR(T_2 - T_1)}{\mu p \ln \frac{T_2}{T_1}}}$$

Билет 12

1. Вынужденные колебания. Механический резонанс.



$$m\bar{a} = \bar{F}_{упр} + \bar{F}_{сопр} + \bar{F}(t) \qquad \bar{F}_{сопр} = r\bar{v}$$

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} + F(t) \qquad F(t) = F_0 \cos(\Omega t)$$

$$\ddot{x} + \frac{r}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{F_0}{m}\cos(\Omega t)$$

$$\frac{r}{m} = 2\beta, \quad \frac{k}{m} = \omega_0^2, \quad f_0 = \frac{F_0}{m}$$

В.к. — колебания, когда система колеблется под действием внешней вынуждающей силы, и за счёт работы этой силы компенсируются потери энергии системы.

$$\boxed{\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos(\Omega t)}$$

уравнение вынужденных колебаний

Зависимость амплитуды колебаний от частоты системы.

$$x = A\cos(\Omega t - \alpha)$$

$$\dot{x} = -A\Omega \sin(\Omega t - \alpha) = A\Omega \cos\left(\Omega t - \alpha + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\ddot{x} = -A\Omega^2 \cos(\Omega t - \alpha) = A\Omega^2 \cos(\Omega t - \alpha + \pi)$$

$$A\Omega^2 \cos(\Omega t - \alpha + \pi) + 2\beta A\Omega \cos\left(\Omega t - \alpha + \frac{\pi}{2}\right) + \omega_0^2 A\cos(\Omega t - \alpha) = f_0 \cos(\Omega t)$$

$$f_0 = \sqrt{A^2(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + A^2(2\beta\Omega)^2}$$

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2\Omega^2}}$$

Резонанс – явление резкого возрастания амплитуды установившихся колебаний при приближении частоты вынуждающей силы к собственной резонансной частоте системы.

Амплитуда вынужденных колебаний

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2\Omega^2}}$$ имеет максимум

при частоте $\Omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$, которая называется резонансной частотой. Отсюда вытекает условие возникновения резонанса $\beta < \frac{\omega_0}{\sqrt{2}}$

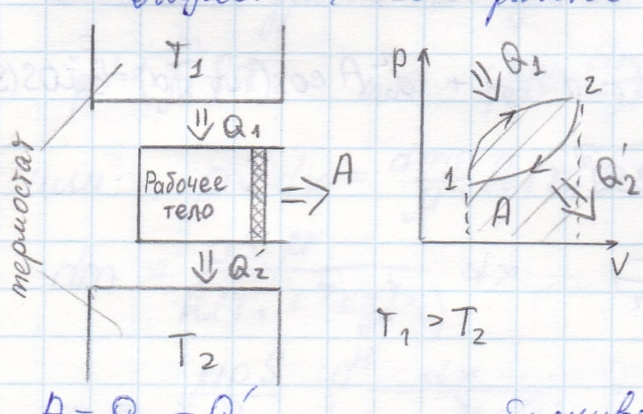
Амплитуда колебаний при резонансе:

$$A_{рез} = \frac{f_0}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$

2. Тепловые и холодильные машины. Второе начало термодинамики. Теорема Карно

Тепловая машина – устройство работающее циклически и превращающее полученную извне теплоту в работу.

Общая схема работы тепловой машины



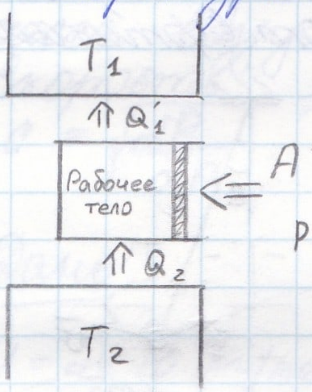
$T_1 > T_2$

$A = Q_1 - Q_2'$

Термостатом наз. термодинамическая система которая может обмениваться теплотой с телами практически без изменения собственной температуры

Рабочее тело – тело, которое совершает круговой процесс и обменивается энергией с другими телами

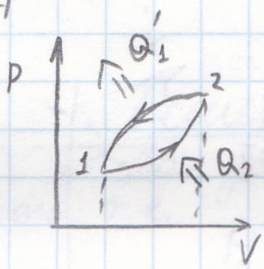
Холодильная машина — устройство, которое за счёт внешней работы отнимает тепло у тела с меньшей температурой, отдавая его телу с большей температурой



$T_2 < T_1$

$T_{р.т.} < T_2$

A' - внешняя работа над системой



холодильный коэффициент $\eta = \frac{Q_2}{A'}$

Термический КПД двигателя:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

Второе начало термодинамики:

Любой необратимый процесс в замкнутой системе происходит так, что энтропия системы при этом возрастает (закон возрастания энтропии)

по Клаузиусу:

теплота не может переходить самопроизвольно от менее нагретого тела к более нагретому

по Кельвину:

нельзя построить циклическую тепловую машину, которая бы целиком превращала теплоту в работу так, чтобы в окружающих телах не осталось никаких изменений.

Теоремы Карно:

1) КПД любой тепловой машины работающей по обратимому циклу Карно, не зависит от раб. тела и устройства машины, а является ф-цией только температур нагревателя и холодильника. 41

2) $\eta_{необр.} < \eta_{обрат}$ (ид. тепл. маш)

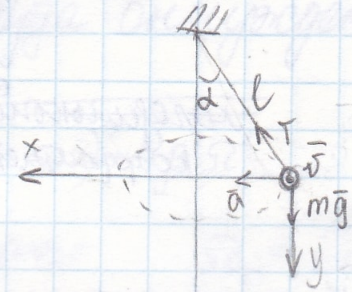
3. Конический маятник состоит из нити длиной равной $l = 1{,}6$ м и прикреплённого к ней шарика. Определить скорость шарика при его движении по окружности, если угол отклонения нити от вертикали равен $\alpha = 30°$.

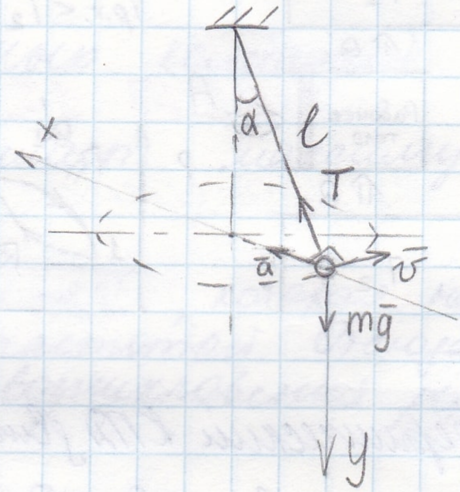
Дано:

$l = 1{,}6$ м

$\alpha = 30°$

$\vec{v}$ – ?





Решение

$$\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

ox: $T\sin\alpha = ma$ (1)

oy: $-T\cos\alpha + mg = 0 \Rightarrow T\cos\alpha = mg$

Поделим (1) на (2)

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{g} \Rightarrow a = g \cdot \operatorname{tg}\alpha$$

$$a = \frac{v^2}{l\sin\alpha} \Rightarrow v = \sqrt{a \cdot l \cdot \sin\alpha}$$

$$v = \sqrt{g\operatorname{tg}\alpha\, l\sin\alpha} = \sqrt{gl\frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha}} = \sin\alpha\sqrt{\frac{gl}{\cos\alpha}} =$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{9{,}8 \cdot 1{,}6}{\frac{\sqrt{3}}{2}}} \approx 2{,}13 \text{ м/с}$$

Ответ: 2,13 м/с

ти
ного
ка

4. Определить скорость звука в воздухе при нормальных условиях, если считать, что процессы сжатия и расширения воздуха в волне происходят адиабатически. Молярная масса воздуха равна $\mu = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Скорость звука определяется по формуле

$$c = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}}$$

Дано:	Решение
$\mu = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль	По условию процесс адиабатический т.е.
$C = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}}$	$PV^{\gamma} = const$
$T = 273$ К	т.к. $\rho = \frac{1}{V}$, то $\frac{P}{\rho^{\gamma}} = const$
$C - ?$	Продифференцируем данное выражение

$$\frac{P'\rho^{\gamma} - P(\rho^{\gamma})'}{(\rho^{\gamma})^2} = 0$$

$$\rho^{\gamma} dP - P\gamma\rho^{\gamma-1} d\rho = 0$$

$$dP - \gamma P \rho^{-1} d\rho = 0$$

$$\rho\, dP = \gamma P d\rho$$

$$\frac{dP}{d\rho} = \gamma \frac{P}{\rho}$$

Согласно уравнению Менделеева Клапейрона $pV = \nu RT$

Разделим на V: $p = \frac{\nu}{V} RT = \frac{\frac{m}{M}}{\frac{m}{\rho}} RT = \frac{\rho}{M} RT$

$$\frac{dP}{d\rho} = \gamma \frac{\frac{\rho}{M} RT}{\rho} = \gamma \frac{RT}{M} \Rightarrow c = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}}$$

43

Для воздуха пок-ль адиабаты $\gamma = \frac{7}{5} \Rightarrow C = \sqrt{\frac{7}{5} \cdot \frac{8,31 \cdot 273}{29 \cdot 10^{-3}}} \approx 330,9$ м/с

Ответ: 330,9 м/с