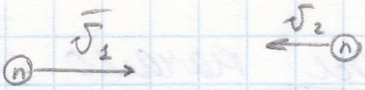
Дано:

$v_1 = 0{,}8\,c$

$v_2 = 0{,}7\,c$

$v_{отн} - ?$

Решение:



Согласно релятивистскому закону сложения скоростей:

$$v_{21} = \frac{v_2 - v_1}{1 - \frac{v_2 v_1}{c^2}} = \frac{(0{,}7 - 0{,}6)c}{1 - \frac{0{,}7 \cdot 0{,}6\,c^2}{c^2}} =$$

2 отн-но 1

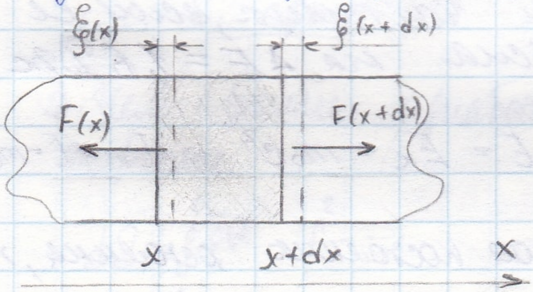
$$= \frac{0{,}1\,c}{0{,}58} \approx 0{,}17\,c \text{ м/с}$$

Ответ: $v_{отн} = 0{,}17\,c$ м/с

Билет 11

1 Упругие волны в стержнях. Волновое уравнение.

Упругие волны – волны, распространяющиеся в жидких, твёрдых и газообразных средах за счёт действия упругих сил



Применим второй закон Ньютона и закон сложения сил к движению куска стержня, заключенного между плоскостями x и $x+dx$. Масса этого куска равна ρS, где ρ и S – соответственно плотность и сечение. Пусть ξ – смещение центра тяжести рассматриваемого куска.

$$\rho S dx \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = F(x+dx) - F(x)$$

$\sigma = \frac{F}{S}$ напряжение

Разделим ур-ие на Sdx

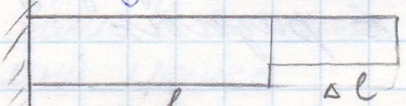
$$\rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \sigma(x+dx) - \sigma(x)$$

$F = k\Delta x$ – зн Гука

$\sigma = E\varepsilon$ ← относительная деформация

$$\rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma}{\partial x}$$

$$\frac{F}{S} = E\frac{\Delta l}{l} \Rightarrow F = \underbrace{E\frac{S}{l}}_{=k}\Delta l$$



$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$

$\varepsilon = \frac{\partial \xi}{\partial x}$

$$\varepsilon = \frac{\xi(x+dx)-\xi(x)}{dx} = \frac{\frac{\partial \xi}{\partial x}dx}{dx} \qquad E = \frac{k\,\Delta x}{S} \text{ - модуль Юнга}$$

$$\rho\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma}{\partial x} = E\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \qquad \left[\frac{E}{\rho}\right] = \left(\frac{м}{с}\right)^2$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{E\,\partial^2 \xi}{\rho\,\partial x^2} \qquad \upsilon = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

скорость волны

$$\boxed{\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}}$$ - волновое уравнение.

2 Цикл Карно. Коэффициент полезного действия идеальной тепловой машины.

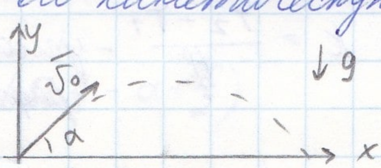
Смотри билет 4 вопрос 2. (стр 13)

3 На толкание ядра массой $m = 4$ кг, брошенного под углом $\alpha = 45^0$ к горизонту, затрачена работа равная $A = 180$ Дж. Через какое время ядро упадёт на землю?

Дано:
$m = 4$ кг
$\alpha = 45^0$
$A = 180$ Дж
t - ?

Решение:
Работа, затраченная на толкание ядра, перешла в его кинетическую энергию.

$$A = E_k = \frac{m\upsilon_0^2}{2}$$



$$\bar{\upsilon} = \bar{\upsilon}_0 + \bar{g}t$$

oy: $\upsilon_y = \upsilon_0 \sin\alpha - gt$

в конце подъёма $\upsilon_y = 0 \Rightarrow \upsilon_0 \sin\alpha = gt$

$$t_п = \frac{\upsilon_0 \sin\alpha}{g}$$ - время подъёма

$$t = 2\frac{\upsilon_0 \sin\alpha}{g}$$ - время полёта

$$A = \frac{m v_0^2}{2} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2A}{m}} \Rightarrow$$

$$t = 2\,\frac{\sqrt{\frac{2A}{m}}\,\sin\alpha}{g} = 2\,\frac{\sqrt{\frac{2\cdot 180}{4}}\,\sin 45^\circ}{9{,}8} = 2\,\frac{\sqrt{90}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}}{9{,}8} =$$

$$= \frac{\sqrt{180}}{9{,}8} \approx 1{,}37 \text{ с}$$

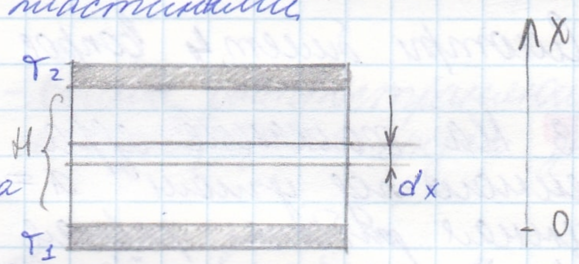
Ответ: 1,37 с.

4. Газ массой m и молярной массой μ находится под давлением p между двумя одинаковыми горизонтальными пластинами. Температура газа растёт линейно от T_1 у нижней пластины до T_2 у верхней. Найти объём газа между пластинами.

Дано: m, μ, T_1, T_2, p

$V - ?$

Решение:



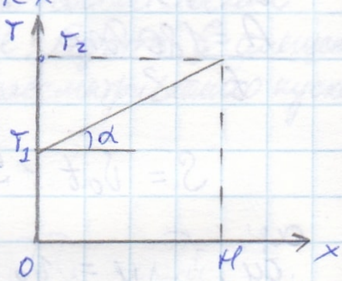
Объём i-ого участка газа:

$dV_i = S\,dx$

Т.к. температура по условию возрастает линейно от T_1 до T_2, то

$$T_i = T_1 + kx$$

где $k = \frac{T_2 - T_1}{H}$ - угловой коэффициент на графике ф-ции $T = T(x)$



$k = \operatorname{tg}\alpha = \frac{T_2 - T_1}{H}$

Согласно ур-ию Менделеева-Клапейрона:

$pV = \frac{m}{\mu}RT$ т.е. $p\,dV_i = \frac{dm_i}{\mu}RT_i$

или $pS\,dx = \frac{dm_i}{\mu}R\left(T_1 + \frac{T_2 - T_1}{H}x\right)$

$$dm = \frac{pS\mu}{R\left(T_1 + \frac{T_2 - T_1}{H}x\right)}\,dx$$

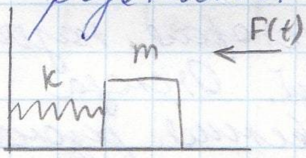
$$m = \frac{\mu p S}{R}\int_0^H \frac{dx}{T_1 + \frac{T_2 - T_1}{H}x} = \frac{\mu p \overbrace{SH}^{V}}{R(T_2 - T_1)}\int_0^H \frac{d\left(T_1 + \frac{T_2 - T_1}{H}x\right)}{T_1 + \frac{T_2 - T_1}{H}x} =$$

$$= \frac{\mu p V}{R(T_2 - T_1)} \ln\left(T_1 + \frac{T_2 - T_1}{H} x\right)\Big|_0^H = \frac{\mu p V}{R(T_2 - T_1)} \ln \frac{T_2}{T_1}$$

$$V = \frac{m R (T_2 - T_1)}{\mu p \ln \frac{T_2}{T_1}}$$

Билет 12

1. Вынужденные колебания. Механический резонанс.



$$m\bar{a} = \bar{F}_{упр} + \bar{F}_{сопр} + \bar{F}(t) \qquad \bar{F}_{сопр} = r\bar{v}$$

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} + F(t) \qquad F(t) = F_0 \cos(\Omega t)$$

$$\ddot{x} + \frac{r}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{F_0}{m}\cos(\Omega t),$$

$$\frac{r}{m} = 2\beta, \quad \frac{k}{m} = \omega_0^2, \quad f_0 = \frac{F_0}{m}$$

В.к. – колебания, когда система колеблется под действием внешней вынуждающей силы, и за счет работы этой силы компенсируются потери энергии системы.

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos(\Omega t)$$

уравнение вынужденных колебаний

Зависимость амплитуды колебаний от частоты системы:

$$x = A\cos(\Omega t - \alpha)$$

$$\dot{x} = -A\Omega \sin(\Omega t - \alpha) = A\Omega \cos(\Omega t - \alpha + \tfrac{\pi}{2})$$

$$\ddot{x} = -A\Omega^2 \cos(\Omega t - \alpha) = A\Omega^2 \cos(\Omega t - \alpha + \pi)$$

$$A\Omega^2 \cos(\Omega t - \alpha + \pi) + 2\beta A\Omega \cos(\Omega t - \alpha + \tfrac{\pi}{2}) + \omega_0^2 A \cos(\Omega t - \alpha) = f_0 \cos(\Omega t)$$

$$f_0 = \sqrt{A^2(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + A^2(2\beta\Omega)^2}$$

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2\Omega^2}}$$