1. *Преобразования Галилея. Инвариантность уравнений классической механики относительно преобразований Галилея.*

Преобразования Галилея

В классической механике, при скоростях тел значительно меньших, чем скорость света ($v \ll c$), справедлив механический принцип относительности, т.е. принцип Галилея:

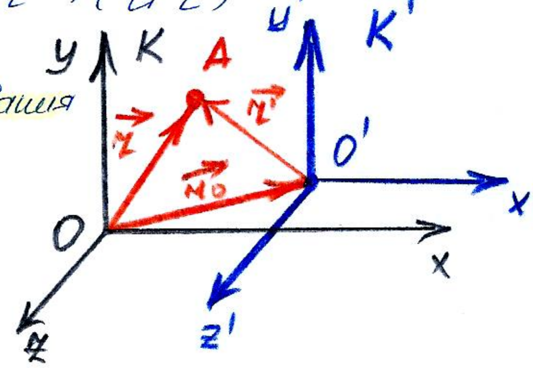
Законы динамики одинаковы во всех инерциальных системах отсчёта

Рассмотрим две с.о.: инерциальную $K(x,y,z)$, которую будем считать неподвижной и систему $K'(x',y',z')$, движущуюся относительно K равномерно и прямолинейно с постоянной скоростью $u = const$.

В нач. момент времени $O \equiv O'$.

В произвольный момент времени t: $\vec{r_0} = \vec{u}\,t$ (*)

Для произв. (·)A: $\vec{r} = \vec{r}\,' + \vec{r_0} \overset{(*)}{=} \vec{r}\,' + (\vec{u}\,t)$



OX: $x = x' + u_x t$

OY: $y = y' + u_y t$

OZ: $z = z' + u_z t$

– преобразования координат Галилея

Продифференцировав их по dt получим $v = v' + u$ (см. билет 29.2)

В классической механике предполагается, что ход времени не зависит от относительного движения с.о., поэтому к преобразованиям Галилея можно добавить ещё одно соотношение: $t = t'$ NB!

Ускорение в с.о., движущихся относительно друг друга равномерно и прямолинейно, одинаково:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(\vec{v} - \vec{u})}{dt} = \frac{d\vec{v}\,'}{dt} = \vec{a}\,'$$

Это и служит доказательством принципа относительности Галилея.

2. Основное уравнение МКТ идеального газа.

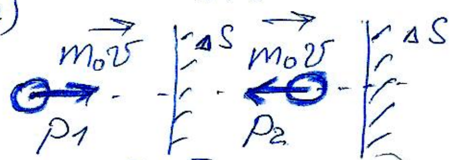
Пусть в сосуде объёма V находится идеальный газ массой m, состоящий из N молекул массой m_0, движущихся с одинаковыми скоростями v. Концентрация молекул в газе по определению: $n = \frac{N}{V}$ (1)

Если при соударениях со стенкой за время Δt элементарной площадке передаётся импульс ΔP, то **давление** газа, оказываемое им на стенку сосуда:

$$P = \frac{F_{д}}{\Delta S} \overset{\text{IIЗН}}{=} \frac{\frac{\Delta P}{\Delta t}}{\Delta S} = \frac{\Delta P}{\Delta t \Delta S} \quad (2)$$

— изменение импульса

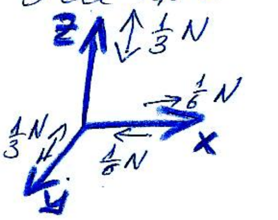
давление



$\vec{\Delta p} = \vec{p_2} - \vec{p_1} =$

x: $|\Delta p| = |-m_0 v - m_0 v_0| = |-2m_0 v| = 2m_0 v$

В среднем при равновесном состоянии количества молекул, движущихся по 3м разным направлениям (вдоль оси Ox, Oy и Oz), количество молекул движущихся вдоль одной оси $1/3\,N$. А количество молекул, движущихся строго в одном направлении оси при равномерном распределении $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} N\right) = \frac{1}{6} N$.



Поэтому за время Δt площадки ΔS достигнут $\frac{1}{6} N \overset{(1)}{=} \frac{1}{6} nV = \frac{1}{6} n(\Delta S \cdot v\Delta t)$ (3) и передадут ей импульс $\Delta P = \frac{1}{6} N \cdot 2m_0 v = \frac{1}{3} n m_0 v^2 \Delta S \Delta t$ (4)

А давление, передаваемое газом:

$$P \overset{(2)}{=} \frac{\Delta P}{\Delta t \cdot \Delta S} \overset{(4)}{=} \frac{\frac{1}{3} n m_0 v^2 \cancel{\Delta S}\cancel{\Delta t}}{\cancel{\Delta S}\cancel{\Delta t}} = \frac{1}{3} n m_0 v^2 \quad (5)$$

Если газ в объёме V содержит N молекул, движущихся со скоростями $v_1, v_2, \dots, v_N$, то целесообразно рассматривать среднюю квадратичную скорость,

$$\langle v_{кв}^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} v_i^2 = \frac{1}{N} \int_0^{v_{max}} v^2 \, dN_v$$

которая характеризует всю совокупность молекул газа

$$\boxed{P = \frac{1}{3} n m_0 \langle v_{кв}^2 \rangle}$$ — Основное ур-ие МКТ

*для идеального газа

* $p = \frac{1}{3} n m_0 \langle v_{кв}^2 \rangle = \frac{2}{3} n \left(\frac{m_0 \langle v_{кв}^2 \rangle}{2}\right) = \frac{2}{3} n E_{ок.} \Rightarrow pV = \frac{2}{3} N E_{ок.} = \frac{2}{3} E_{\Sigma}$

$p = \frac{1}{3} \frac{N}{V} m_0 \langle v_{кв}^2 \rangle \Rightarrow pV = \frac{1}{3} N m_0 \langle v_{кв}^2 \rangle$; *** $p = \frac{1}{3} \frac{N m_0}{V} \langle v_{кв}^2 \rangle = \frac{1}{3} \rho \langle v_{кв}^2 \rangle$

25

(3) При изохорном нагревании кислорода объёмом $V = 42$ л давление газа изменилось на $\Delta P = 0,6$ МПа. Найти кол-во теплоты, переданное газу

Дано: СИ

O_2

$V = 42$ л $\quad 42 \cdot 10^{-3}$ м^3

$\Delta P = 0,6$ МПа $\quad 0,6 \cdot 10^6$ Па

$V = const$

$Q - ?$

Решение:

1. По первому началу термодинамики

$$Q = \Delta U + \overset{=0}{A_{ст.с}}$$

$(A = p\Delta V = 0$, т.к. $V = const)$

$\Rightarrow Q = \Delta U$

2. По определению $\Delta U = U_к - U_н$

$$\Delta U = \frac{i}{2}(p_2 V - p_1 V) = \frac{i}{2} V \Delta P$$

3. Т.к. газ двухатомный, то $i = 5$

$$Q = \frac{5}{2} V \Delta P = \frac{5}{2} \cdot 42 \cdot 10^{-3} \cdot 0,6 \cdot 10^5$$

$$Q = 6300 \text{ Дж} \approx 6 \text{ кДж}$$

Ответ: 6 кДж

④ Мячик массой $m = 12$ г летит со скоростью $v_0 = 120$ м/с и ударяет шар, летящий ему навстречу со скоростью $u_0 = 12\,\frac{м}{с}$. Определить массу шара, если удар абсолютно упругий, скорости мячика и шара после удара равны $v_к = 128$ м/с, $u_к = 10$ м/с

Дано: СИ Решение

АХУ

$m = 12$ г 0,012 кг "до"

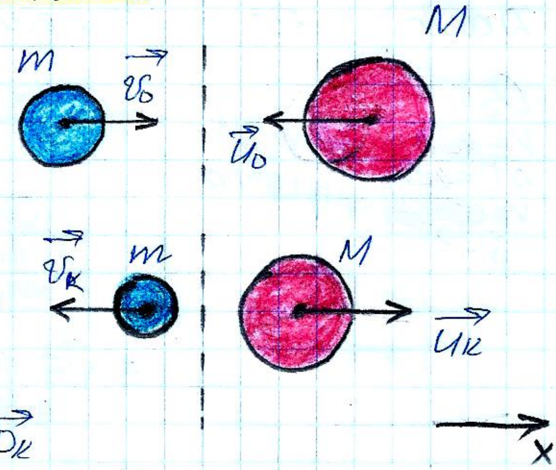
$v_0 = 120\,\frac{м}{с}$

$v_к = 128\,\frac{м}{с}$

$u_0 = 12\,\frac{м}{с}$

$u_к = 10\,\frac{м}{с}$ "после"

$M - ?$



1. ЗСИ: $\vec{p}_0 = \vec{p}_к$

$$\begin{cases} \vec{p}_0 = \vec{p}_{01} + \vec{p}_{02} = m\vec{v}_0 + M\vec{u}_0 \\ \vec{p}_к = \vec{p}_{к1} + \vec{p}_{к2} = m\vec{v}_к + M\vec{\ }_к \end{cases}$$

$$m\vec{v}_0 + M\vec{u}_0 = m\vec{v}_к + M\vec{\ }_к$$

2. X:
$$m v_0 - M u_0 = -m v_к + M\ \ _к$$
$$m(v_0 + v_к) = M(u_0 + \ \ )$$
$$M = m\,\frac{v_0 + v_к}{u_0 + u_к}$$

3. $M = 0{,}012\,\frac{120 + 128}{12 + 10} = 0{,}135$ кг ≈ 14 г

Ответ: 14 г

эту задачу я решила сама, Даш
(нигде не нашла такой же)