

Билет 1

1. Механическая система и её центр масс. Уравнение изменения импульса механической системы.

Механическая система - совокупность материальных точек берущихся в рассмотрение, движущихся согласно законам классической механики и взаимодействующих друг с другом и с телами, не включенными в эту совокупность.

Центр масс - особая точка механической системы, ускорение которой определяется только внешними силами, действующими на систему, а масса которой равна массе всей системы.

$$\vec{r}_c = \frac{1}{m} \sum m_i \vec{r}_i$$

m - масса всей системы $m = \sum m_i$

Дифференцируем по dt :

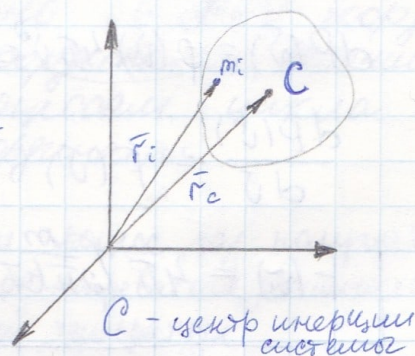
$$\frac{d\vec{r}_c}{dt} = \frac{1}{m} \sum \frac{d}{dt} (m_i \vec{r}_i)$$

$$\vec{v}_c = \frac{1}{m} \sum m_i \vec{v}_i$$

$$\vec{v}_c = \frac{1}{m} \sum \vec{p}_i$$

$$\boxed{m \vec{v}_c = \sum \vec{p}_i}$$

- импульс всей системы



Уравнение изменения импульса и.е.м.:

$$\vec{p} = \sum_{i \in \text{система}} m_i \vec{v}_i$$

$$\Delta \vec{p}_c = \int_{t_{нач}}^{t_{кон}} \vec{F}_{внеш} dt$$

* Центр масс любой системы движется так, как движалась бы мат. точка, имеющая массу всей системы, если бы к ней были приложены все внешние силы. \vec{a}_c не зависит от точки приложения внешних сил

Уравнение движения центра масс:

$$m \frac{d\vec{v}_c}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$m \vec{a}_c = \vec{F}_{внеш.}$$

2. Максви́мовское распределение молекул по скоростям.

Распределение по скоростям (или импульсам) молекул системы, находящейся в состоянии термодинамического равновесия.

$$f(\vec{v}) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{m\vec{v}^2}{2kT}}$$

$$dV = dV_x dV_y dV_z$$

$$\varphi(v_x) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} \cdot e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}}$$

$$\varphi(v_y) = \dots$$

$$\varphi(v_z) = \dots$$

ф-ции распределения

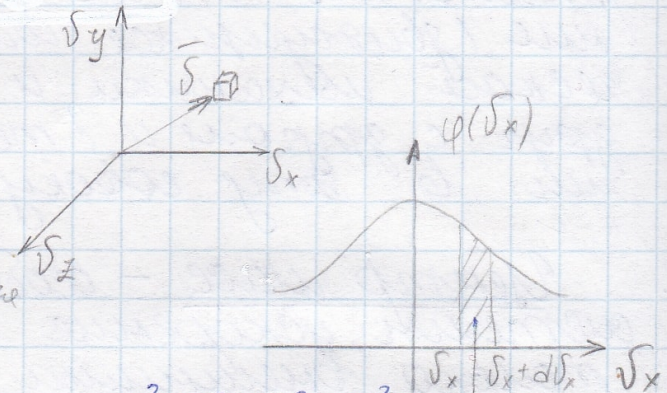
$$f(v_x, v_y, v_z) = \varphi(v_x) \varphi(v_y) \varphi(v_z)$$

$$f(v_x, v_y, v_z) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{m\vec{v}^2}{2kT}}, \text{ где } \vec{v}^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$$

$$dP(\vec{v}) = f(\vec{v}) 4\pi v^2 dv$$

$$\frac{dP(\vec{v})}{dv} = F(v)$$

$$F(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$



$\varphi(v_x) dv_x$ — вер-то того, что v находится вблизи v_x

3. Найти потенциальную энергию тела массой $m = 10^3 \text{ кг}$ на расстоянии $r = 10^8 \text{ м}$ от центра Земли. Величину потенциальной энергии тела на бесконечно большом расстоянии считать равной нулю. Радиус Земли $R = 64 \cdot 10^3 \text{ км}$

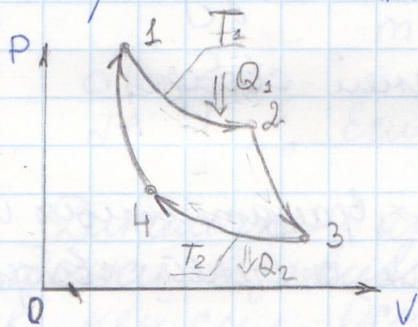
$$E_n = - G \frac{m M_3}{r}$$

$$g = \frac{G M_3}{R_3^2} \Rightarrow M_3 = \frac{g R_3^2}{G}$$

$$E_n = - G \frac{m}{r} \cdot \frac{g R_3^2}{G} = - \frac{m g R_3^2}{r}$$

$$E_n = - \frac{10^3 \cdot 9,8 \cdot 6,4 \cdot 10^6}{10^8} = - \frac{62,72}{10^2} = - 6,3 \text{ МДж}$$

4. Изобразите цикл Карно в P - V координатах, а затем в V - T координатах. Напишите формулы, отвечающие процессам цикла Карно в P - V и V - T координатах.

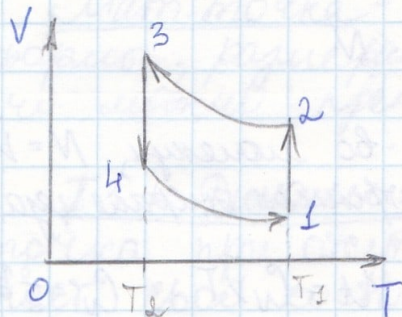


1-2: изотерм. процесс, газ получает тепло Q_1 от нагревателя, расширяется при постоянной температуре.

2-3: адиабатический: газ расширяется без теплообмена.

3-4: изотермический: газ отдает тепло холодильнику ($Q_2' = Q_2$), сжимается при постоянной температуре T_2 .

4-1: адиабат. процесс: газ сжимается без теплообмена.



1-2 и 3-4: $T = \text{const}$

2-3 и 4-1: $TV^{\gamma-1} = \text{const}$

(γ - показатель адиабаты)

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$$