БИЛЕТ 29

1. *Закон сохранения механической энергии.*

ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ.

Определение. ***Полной механической энергией тела (системы)*** называется сумма потенциальной и кинетической энергий

$$W_{МЕХАН} = W_{КИН} + W_{ПОТ}.$$

Рассмотрим тело, на которое действуют только консервативные силы. Изменение кинетической энергии тела равно суммарной работе действующих на нее сил:

$$W_{КИН\_КОНЕЧ} - W_{КИН\_НАЧ} = A.$$

Но, так как в системе действуют только консервативные силы, то для них можно ввести потенциальную энергию и выразить работу через уменьшение потенциальной энергии:

$$A = W_{ПОТ\_НАЧ} - W_{ПОТ\_КОНЕЧ}.$$

Следовательно, $W_{КИН\_КОНЕЧ} - W_{КИН\_НАЧ} = A = W_{ПОТ\_НАЧ} - W_{ПОТ\_КОНЕЧ}$

или $W_{КИН\_КОНЕЧ} + W_{ПОТ\_КОНЕЧ} = W_{ПОТ\_НАЧ} + W_{КИН\_НАЧ}$. Т.е.

$$W_{МЕХ\_КОНЕЧ} = W_{МЕХ\_НАЧ}.$$

Формулировка закона сохранения механической энергии. *Если на тело или в системе тел действуют только консервативные силы, то механическая энергия тела или системы тел остается постоянной.*

Консервативные силы сохраняют механическую энергию. Поэтому они так и называются. (Название «консервативные» – переводится как «сохраняющие»).

Помимо консервативных сил в механике вводятся также **диссипативные силы** - силы «рассеивающие» механическую энергию. *Диссипация* – это перевод энергии упорядоченных процессов в энергию неупорядоченных процессов (в конце концов – в тепло).

К диссипативным силам относятся, в частности, сила трения скольжения и сила сопротивления движению тела в жидкости или газе.

Во всех системах, независимо от типа действующих сил, всегда выполняется основной закон природы – *закон сохранения энергии. Энергия замкнутой системы не убывает и не увеличивается – она только переходит из одной формы в другую.*

Пусть в системе действуют консервативные и неконсервативные силы. Тогда

$$W_{КИН}^{КОН} - W_{КИН}^{НАЧ} = A_{КОНС} + A_{НЕКОНС}$$

Для консервативных сил $A_{КОНС} = W_{ПОТ}^{НАЧ} - W_{ПОТ}^{КОН}$. Поэтому

$W_{КИН}^{КОН} - W_{КИН}^{НАЧ} = W_{ПОТ}^{НАЧ} - W_{ПОТ}^{КОН} + A_{НЕКОНС}$ или $W_{КИН}^{КОН} + W_{ПОТ}^{КОН} - \left(W_{КИН}^{НАЧ} + W_{ПОТ}^{НАЧ}\right) = A_{НЕКОНС}$, т.е.

$$W_{МЕХ}^{КОН} - W_{МЕХ}^{НАЧ} = A_{НЕКОНС}.$$

Изменение механической энергии системы равно работе неконсервативных сил.

Потенциальная энергия

Существует определенная группа сил, которые зависят только от взаимного положения точек. Такие силы называются консервативными.

Консервативными силами являются:

1) Сила всемирного тяготения. Она зависит только от расстояния между телами.

2) Сила тяжести. Она является частным случаем силы всемирного тяготения.

3) Сила кулоновского взаимодействия.

4) Сила упругости.

Для каждой из консервативных сил можно определить потенциальную энергию. Потенциальная энергия для консервативной силы - это физическая величина, зависящая только от положения точки (тела), уменьшение которой равно работе соответствующей силы, действующей на точку (тело).

$W_K - W_H = A$ (Обратите внимание на порядок индексов).

Потенциальная энергия, как и работа, измеряется в Джоулях. Потенциальная энергия – это энергия, определяемая положением тела. В одном и том же положении тело будет иметь одинаковую потенциальную энергию.

2. Релятивистский закон сложения скоростей.

Преобразование скорости.

Пусть точка движется в системе отсчета К вдоль оси X со скоростью v_x, найдем ее скорость в системе К′:

$$dt' = \frac{dt - \left(\frac{v}{c^2}\right)dx}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}},\quad dx' = \frac{dx - vdt}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}.$$

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}(dx - vdt)}{\left(dt-\left(\frac{v}{c^2}\right)dx\right)\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{\frac{dx}{dt} - v}{1-\left(\frac{v}{c^2}\right)\frac{dx}{dt}} = \frac{v_x - v}{1-\left(\frac{v}{c^2}\right)v_x}$$

$$v'_x = \frac{v_x - v}{1-\left(\frac{v}{c^2}\right)v_x}$$

Пусть точка движется в системе отсчета К вдоль оси Y со скоростью v_y, найдем ее скорость в системе К′

$$v'_y = \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}{\left(dt-\left(\frac{v}{c^2}\right)dx\right)} = \frac{\frac{dy}{dt}\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}{\left(1-\left(\frac{v}{c^2}\right)\frac{dx}{dt}\right)} = v_y\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

$$v'_y = v_y\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

Преобразования Лоренца дают нам возможность вычислить изменение координат события при переходе от одной с. о. к другой

Пусть две сис-мы отсчёта К и К′ наблюдают за движением некоторого тела, кот. перемещается равномерно и прямолинейно осем x и x′ обеих систем отсчёта. Пусть скорость тела в К равна u, в К′ – u′

А v – скорость системы К′ отн-но К

Допустим, что с нашим телом происходят два события, координаты которых в сис-ме x_1, t_1, $x_2\ t_2$.
А в сис-ме К′ $x_1'\ t_1'$, $x_2'\ t_2'$. Но скорость тела – это $\frac{\Delta x}{\Delta t}$

К: $u = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$ К′: $u' = \frac{x_2' - x_1'}{t_2' - t_1'}$

Из ф-л преобр. Лоренца:

$$x_2 - x_1 = \frac{(x_2' - x_1') + v(t_2' - t_1')}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \ (1) \quad ; \quad t_2 - t_1 = \frac{(t_2' - t_1') + \frac{v}{c^2}(x_2' - x_1')}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \ (2)$$

Делим (1) на (2)

$$\underbrace{\frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}}_{=u} = \frac{(x_2' - x_1') + v(t_2' - t_1')}{(t_2' - t_1') + \frac{v}{c^2}(x_2' - x_1')} = \frac{\overbrace{\frac{x_2' - x_1'}{t_2' - t_1'}}^{=u'} + v}{1 + \frac{v}{c^2}\underbrace{\frac{x_2' - x_1'}{t_2' - t_1'}}_{=u'}} \Rightarrow u = \frac{u' + v}{1 + \frac{vu}{c^2}}$$

Это и есть релятивистский з-н сложения скоростей.
Он заменяет собой классическую формулу $u = u' + v$

2. *Релятивистский закон сложения скоростей.*

Преобразования Лоренца

$K \to K'$

$$\begin{cases} x = \dfrac{x' + v t'}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \dfrac{t' + v x'/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{cases}$$

$K' \to K$

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x - v t}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \dfrac{t - v x/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{cases}$$

$$\beta = \frac{v}{c}$$

$$v'_y = v_y\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

Преобразования Лоренца дают нам возможность вычислить изменение координат события при переходе от одной с. о. к другой

Пусть две сис-мы отсчёта K и K' наблюдают за движением некоторого тела, кот. перемещается равномерно и прямолинейно осям x и x' обеих систем отсчёта. Пусть скорость тела в K равна u, в K' – u'

А v – скорость системы K' отн-но K

Допустим, что с нашим телом происходят два события, координаты которых в сис-ме x_1, t_1, $x_2\ t_2$. А в сис-ме K' $x_1'\ t_1'$, $x_2'\ t_2'$. Но скорость тела – это $\frac{\Delta x}{\Delta t}$

$$K:\ u = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \qquad K':\ u' = \frac{x_2' - x_1'}{t_2' - t_1'}$$

Из ф-л преобр. Лоренца:

$$x_2 - x_1 = \frac{(x_2' - x_1') + v(t_2' - t_1')}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \ (1) \quad : \quad t_2 - t_1 = \frac{(t_2' - t_1) + \frac{v}{c^2}(x_2' - x_1')}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \ (2)$$

Делим (1) на (2)

$$\underbrace{\frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}}_{=u} = \frac{(x_2' - x_1') + v(t_2' - t_1')}{(t_2' - t_1') + \frac{v}{c^2}(x_2' - x_1')} = \frac{\overbrace{\frac{x_2' - x_1'}{t_2' - t_1'}}^{u'} + v}{1 + \frac{v}{c^2}\underbrace{\frac{x_2' - x_1'}{t_2' - t_1'}}_{=u'}} \Rightarrow u = \frac{u' + v}{1 + \frac{vu'}{c^2}}$$

Это и есть релятивистский з-н сложения скоростей. Он заменяет собой классическую формулу $u = u' + v$

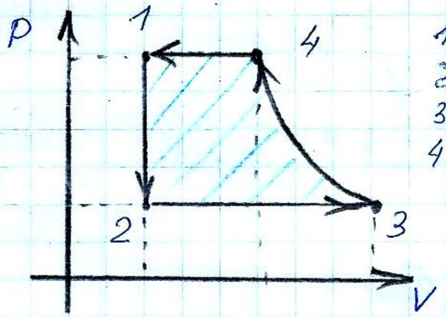
29

③ Тепловая машина работает по прямому циклу 1-2-3-4-1, который состоит из изохоры 1-2, двух изобар 2-3 и 4-1, а также изотермы 3-4 с отдачей тепла холодильнику. При этом $p_2 = p_3 < p_1 = p_4$. Изобразить этот цикл в переменных p-V, p-T, V-T

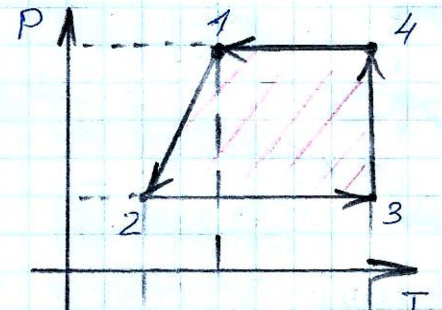
Дано:

1-2 изохора
2-3, 4-1 } изобары
3-4 изотерма
$p_2 = p_3 < p_1 = p_4$

Решение

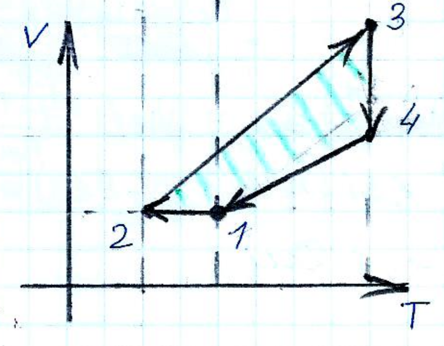


1-2 : V=const
2-3 : p=const
3-4 : T=const
4-1 : p=const



$p\downarrow \Rightarrow T\downarrow$

1-2 $\frac{p}{T} = const$
2-3 p=const
3-4 T=const
4-1 p=const



1-2 V=const
2-3 $\frac{V}{T} = const$
3-4 T=const
4-1 $\frac{V}{T} = const$

④ Рабочее тело холодильной машины - азот, масса которого $m=0,8$ кг. Холодильная машина работает по обратному циклу Карно в интервале температур от $T_1=263$ K до $T_2=573$ K. Найти кол-во теплоты, отбираемое от охлаждённого тела, и работу внешних сил за цикл, если отношение максимального объёма к минимальному 4.

Дано: **СИ** **Решение**

$M = 14\cdot 2 = 28$ г/моль

N_2

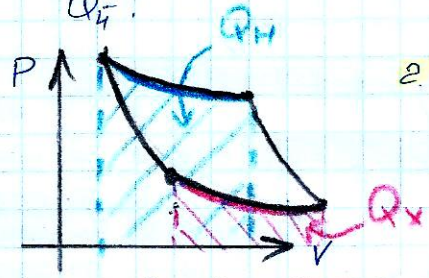
$m=0,8$ кг

$T_1=263K = T_x$

$T_2=573K = T_н$

$\frac{V_{max}}{V_{min}} = 4$

$Q_н$?



1. Согласно ф-ле η цикла Карно

$$\begin{cases} \eta = \dfrac{Q_н - Q_x}{Q_н} \\ \eta = \dfrac{T_н - T_x}{T_н} \end{cases} \Rightarrow \frac{Q_н - Q_x}{Q_н} = \frac{T_н - T_x}{T_н}$$

$^{*} \; T_н Q_н - T_н Q_x = Q_н T_н - Q_н T_x$

2. $$Q_н = \int p\,dV = \int_{V_{min}}^{V_{max}} \frac{m}{M} R T_н \frac{dV}{V} =$$

$$= \frac{m}{M} R T_н \ln \frac{V_{max}}{V_{min}}$$

3. $A = Q_н - Q_x$ ⊜

$*$

$$-T_н Q_x + Q_н T_x = 0 \quad |: T_н$$

$$T_н Q_x = Q_н T_x$$

$$Q_x = \frac{T_x}{T_н} Q_н$$

⊜ $$A = Q_н - \frac{T_x}{T_н} Q_н = Q_н \left(\frac{T_н - T_x}{T_н} \right) = \frac{m}{M} R \ln \frac{V_{max}}{V_{min}} (T_н - T_x)$$

4. $$A = \frac{0,8}{28} \cdot 8,31 \ln 4 \, (\underbrace{573 - 263}_{310}) = 44,3 \text{ Дж}$$

Ответ: 44,3 Дж