

# Билет 8

1. Основное уравнение релятивистской динамики. Связь между импульсом и энергией релятивистской частицы

Релятивистская масса  $m$  движущихся релятивистских частиц (тел) зависит от их скорости

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c}, \quad m_0 - \text{масса покоя частицы, т.е. масса, измеренная в той ИСО, в кот. частица находится в покое}$$

Релятивистский импульс  $\vec{p}$  системы сохраняется

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Основное уравнение релятивистской динамики

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}} \right)$$

Связь между импульсом и энергией рел. частицы

$$E^2 - p^2 c^2 = m_0^2 c^4, \quad E = mc^2, \quad p = m\vec{v}, \quad m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\begin{aligned} m^2 c^4 - m^2 v^2 c^2 &= m^2 c^4 - m^2 v^2 \frac{c^2}{c^2} c^2 = m^2 c^4 \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right) = \\ &= \frac{m_0^2 c^4}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right) = m_0^2 c^4 = \text{inv (инвариантна, неизменна)} \end{aligned}$$

$$\vec{p} = m\vec{v} = \frac{E}{c^2} \vec{v}$$

$$E = m_0 c^2 + T, \quad m_0 c^2 - \text{ж. покоя}, \quad T - \text{кинет. энергия}$$

$$(m_0 c^2 + T)^2 - p^2 c^2 = m_0^2 c^4$$

$$m_0^2 c^4 + 2m_0 c^2 T + T^2 - p^2 c^2 = m_0^2 c^4 \Rightarrow p^2 c^2 = T^2 + 2m_0 c^2 T$$

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{T(T + 2m_0 c^2)}$$



## 2. Интерференция волн. Стоячая волна.

Интерференция волн — взаимное усиление или ослабление волн при их наложении друг на друга (суперпозиция волн) при одновременном распространении в пространстве, что приводит к перераспределению энергии колебаний устойчиво во времени. Интерференция волн наблюдается согласно принципу суперпозиции волн:

колебание каждой частицы среды представлено в виде суммы независимых колебаний, возбуждаемых каждой из волн, проходящих через данную точку пространства, где находится частица.

Если колебания имеют одинаковую частоту и постоянную разность фаз, то называются когерентными волнами.

$$\Delta \varphi = \text{const}, \quad \omega = \text{const}$$

При сложении когерентных волн интерференция будет заключаться в том, что возникает стационарное увеличение или уменьшение результирующей амплитуды колебаний среды.

Стоячая волна — это волна образующаяся при наложении двух бегущих волн, распространяющихся навстречу друг другу с одинаковыми частотами и амплитудами.

$$\xi = \xi_1 + \xi_2$$

$$\xi_1 = A \cos(\omega t - kx)$$

$$\xi_2 = A \cos(\omega t + kx)$$

$$\xi = A \cos(\omega t - kx) + A \cos(\omega t + kx) = 2A \cos(kx) \cos(\omega t)$$

уравнение стоячей волны

- 1) Точки среды, где имеется стоячая волна колеблются по гармоническим законам с частотой  $\omega$
- 2) роль амплитуды играет множителем  $A_{\text{стр}} = 2A \cos(kx)$ , где  $\varphi$  — завис. от координаты, точки в которых  $|\cos(kx)| = 1$  имеют



максимальную амплитуду колебаний  $\frac{2\pi x_{\text{упр}}}{\lambda} = \pm \pi n$

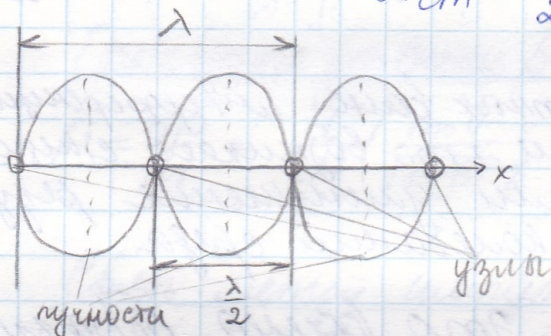
$x_{\text{упр}} = \pm \frac{\lambda}{2} n$ , ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) - координата пучностей

В точках среды, где  $\cos(kx) = 0$  возникают узлы стоячей волны

$$\frac{2\pi}{\lambda} x_{\text{узн}} = \pm (2n+1) \frac{\pi}{2}$$

$x_{\text{узн}} = \pm (2n+1) \frac{\lambda}{4}$ , ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) - координата узлов

Расстояние между двумя соседними узлами и между двумя соседними пучностями одинаково и равно половине длины волны  $\lambda$  стоячих волн. эту величину называют длиной стоячей волны  $\lambda_{\text{ст}} = \frac{\lambda}{2}$



$$l = n \lambda_{\text{ст}}$$

$$l = n \frac{\lambda}{2}, n = 1, 2, \dots$$

$$\lambda = \frac{2l}{n}$$

$$v = \frac{\omega}{\lambda} = \frac{\omega n}{2l}$$

3. Работа тепловой машины равна  $A = 8 \text{ кДж}$ . Определить температуру нагревателя  $t_1$ , если температура холодильника  $t_2 = 0^\circ \text{C}$ , а КПД такой машины составляет  $0,4$  (40%) максимального возможного КПД при затрате количества теплоты  $Q_1 = 9 \text{ кДж}$

Дано:

$$A = 8 \text{ кДж} = 8000 \text{ Дж}$$

$$t_2 = 0^\circ \text{C} = 273 \text{ K} = T_2$$

$$\eta = 0,4 \eta_{\text{max}}$$

$$Q_1 = 9 \text{ кДж} = 9000 \text{ Дж}$$

Решение:

$$\eta = \frac{A}{Q_1}$$

$$\eta_{\text{max}} = \frac{T_1 - T_2}{T_2}$$

максимально возможный КПД



$$T_1 - ?$$

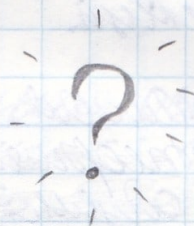
$$\frac{A}{Q} = 0.7 \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 0.7 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$$

Выразим  $T_1$ :

$$1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{A}{Q}$$

$$T_1 = \frac{T_2}{1 - \frac{A}{Q}}$$

$$T_1 = \frac{273}{1 - \frac{8000}{0.7 \cdot 9000}} = -1012 \text{ K}$$



4. В результате изохорного нагревания кислорода массой  $m = 62$  давление газа увеличилось в два раза. Определить изменение энтропии газа.

Дано:

$$m = 62 = 0.062 \text{ кг}$$

$$p_2 = 2p_1$$

$$i = 5 \text{ (т.к. } O_2 \text{ - двухат. газ)}$$

$$\Delta S = ?$$

Решение:  $\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$

Из-и термодинамики:

$$\delta Q = dU + \delta A, \text{ т.к. процесс изохорный, то } \delta A = p dV = 0$$

$$\delta Q = dU = \frac{5}{2} \nu R dT$$

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{\frac{5}{2} \nu R dT}{T} = \frac{5}{2} \nu R \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Согласно уравнению Менделеева-Клапейрона:

$$pV = \nu RT \Rightarrow T_1 = \frac{p_1 V_1}{\nu R}, T_2 = \frac{p_2 V_2}{\nu R}$$

$$V_1 = V_2 \text{ (изох. пр-е)}, p_2 = 2p_1 \Rightarrow T_2 = \frac{2p_1 V_1}{\nu R}$$

$$\Delta S = \frac{5}{2} \nu R \ln \left( \frac{2p_1 V_1}{\nu R} \cdot \frac{\nu R}{p_1 V_1} \right) = \frac{5}{2} \frac{m}{M} R \ln 2 = \frac{5}{2} \frac{0.062}{0.032} \cdot 8.31 \ln 2 =$$

$$\approx 2.7 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$$

Ответ:  $\Delta S \approx 2.7 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$