# Dokumentacja

**Zadanie II.10.** Dla równania f(x) = 0 , gdzie f(x)=3-x+ln(x) , wczytywać $a, b \in R$ takie, by 0 < a < b oraz $f(a) * f(b) < 0$ . Następnie, dopóki „użytkownik się nie znudzi”, wczytywać wartość 0 < e < 1 i metodą połowienia na [a,b] przybliżyć z dokładnością e rozwiązanie tego równania. Rozwiązanie to przybliżyć również metodą siecznych z $x_0 = a, x_1 = b$ , przy czym $x_k$ będzie dobrym przybliżeniem, gdy | $x_k - x_{(k-1)}$ | $. \le e$
Porównać ilość kroków wykonanych metodą połowienia i metodą siecznych.

**Nazewnictwo elementarne**

- $f(x) = 3 - x + \ln(x)\, D_f = (0, \infty)$
- a, b - liczby rzeczywiste spełniające wymagania $0 \le a \le b$ oraz $f(a) * f(b) < 0$
- c środek przedziału [a , b]
- [a , b] przedział na którym $f(a) * f(b) < 0$
- e - dokładność przybliżenia podawana przez użytkownika z zakresu 0 < e < 1
- $x_{0,} x_{1,} \ldots, x_k$ - kolejne przybliżenia metodą siecznych przy czym $x_0 = a, x_1 = b$

**Metoda połowienia**

Jedna z metod rozwiązywania równań nieliniowych. Opiera się ona na twierdzeniu Bolzano-Cauchy'ego:

*Jeżeli funkcja ciągła $f(x)$ ma na końcach przedziału domkniętego wartości różnych znaków, to wewnątrz tego przedziału, istnieje co najmniej jeden pierwiastek równania $f(x) = 0$.*

Aby można było zastosować metodę równego podziału, muszą być spełnione założenia:

1. funkcja $f(x)$ jest ciągła w przedziale domkniętym $[a; b]$
2. funkcja przyjmuje różne znaki na końcach przedziału: $f(a)f(b) < 0$

Przebieg algorytmu:

1. Sprawdzić, czy pierwiastkiem równania jest punkt $x_1 = \frac{a+b}{2}$, czyli czy $f(x_1) = 0$.
2. Jeżeli tak jest, algorytm kończy się, a punkt jest miejscem zerowym. W przeciwnym razie $x_1$ dzieli przedział $[a, b]$ na dwa mniejsze przedziały $[a, x_1]$ i $[x_1, b]$.
3. Wybierany jest ten przedział, dla którego spełnione jest drugie założenie, tzn. albo $f(x_1)f(a) < 0$ albo $f(x_1)f(b) < 0$. Cały proces powtarzany jest dla wybranego przedziału.

Działanie algorytmu kończy się w punkcie 2 albo po osiągnięciu żądanej dokładności przybliżenia pierwiastka.

**Metoda siecznych**

Metoda numeryczna, służąca do rozwiązywania równań nieliniowych z jedną niewiadomą.

Metoda siecznych to algorytm interpolacji liniowej. Polega na przyjęciu, że funkcja na dostatecznie małym odcinku $< a, b >$ w przybliżeniu zmienia się w sposób liniowy. Możemy wtedy na odcinku $< a, b >$ krzywą $y = f(x)$ zastąpić sieczną. Za przybliżoną wartość pierwiastka przyjmujemy punkt przecięcia siecznej z osią OX.

Metodę siecznych dla funkcji $f(x)$, mającej pierwiastek w przedziale $< a, b >$ można zapisać następującym wzorem rekurencyjnym:

$$\begin{cases} x_0 = a \\ x_1 = b \\ x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)(x_n - x_{n-1})}{f(x_n) - f(x_{n-1})} \quad n = 1, 2, \ldots \end{cases}$$

**Twierdzenie:**
Funkcja $f(x)=3-x+\ln(x)$ posiada dwa pierwiastki jednokrotne, jeden na przedziale $(0,1)$, drugi $(1,\infty)$.
**Dowód:**
$f(x)=3-x+\ln(x)\, d_f=(0,\infty)$ *Funkcja f jako funkcja elementarna jest klasy* $C^\infty$
$f'(x)=-1+1/x;\ D_{(f')}=(0,\infty)$
$f'(x)>0 \Leftrightarrow x\in(0,1);\ f'(x)<0 \Leftrightarrow x\in(1,\infty)$
$\lim_{(x\to 0)} f(x)=-\infty;\ f(1)=2;\ \lim_{(x\to\infty)} f(x)=-\infty$
Korzystając z faktu że funkcja f jest ciągła i przedziałami monotoniczna oraz osiąga na krańcach przedziałów wartości różnych znaków teza twierdzenia staje się oczywista.
**Wniosek:**
Dla dowolnie wybranych a,b takich że: 0 < a < b
jeżeli spełnione jest: f(a)*f(b) < 0 to funkcja na przedziale (a,b) posiada dokładnie jeden pierwiastek dzięki czemu możemy skorzystać z powyżej wymienionych metod znajdywania miejsc zerowych.