UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRENTO

Dipartimento di Ingegneria Industriale

Corso di Laurea in Ingegneria Meccatronica

SINTESI E VALIDAZIONE SPERIMENTALE DI TECNICHE DI CONTROLLO ANTI-WINDUP BASATE SU LINEAR MATRIX INEQUALITIES

Supervisore

Luca Zaccarian

Laureando

Giammarco Valenti

Anno accademico 2016/2017

0 | Indice

1 | Il benchmark

Il problema della saturazione verrà affrontato su un sistema meccanico reale. Il sistema nasce a scopi didattici per provare architetture di controllo su un sistema lineare. Una foto dell'apparato sperimentale è mostrata in Figura 1.1.

Descrizione dell'apparato sperimentale 1.1

Il sistema masse-molle si compone di tre carrelli posizionati su tre binari. I binari sono allineati e perciò i carrelli sono vincolati a muoversi solo lungo questo asse. Ogni carrello prevedere la possibilità di essere caricato cn un numero da 0 a 4 masse da circa $500\ g$.

2 | LMI per uomini veri

Partiamo dalla definizione generale del sistema con solamente lo spazio di stato senza inut ma solo con un input d che può essere un disturbo o un riferimento di errore. (ad esempio se chiudiamo il loop se abbiamo un segnale riferimento $w(t)$ d può ricoprire il ruolo di $d(t) = w(t) - y(t)$ dove y è il feedback del valore di output da portare a riferimento). Il sistema è definitio in (2.1).

$$\begin{cases} \dot{x} = \bar{A}x + \bar{B}_d d \\ z = \bar{C}x + \bar{D}_d d \end{cases} \tag{2.1}$$

Definiamo la funzione quadratica di Luyapunov $V(x) = x^\top Px$. la condizione di negatività sulla derivata prima nel tempo garantisce la Global Exponential Stability (GES) del sistema ($\dot{V}(x) < 0$). La condizione si può "estendere" per comprendere l'andamento di z rispetto a w, la condizione estesa è mostrata in (2.2).

$$\dot{V} + \frac{1}{\gamma^2} z^\top z - w^\top w < 0 \tag{2.2}$$

La condizione (2.2) implica un limite superiore della norma di z. L'implicazione si ottiene integrando l'equazione (2.2) da 0 a ∞, come indicato dalle equazioni: (2.3) e (2.4). Il sistema è GES perciò $V(\infty) = 0$.

$$\int_0^\infty \left(V(x) - V(0) + \frac{1}{\gamma^2} z^\top z - w^\top w \right) dt < 0 \tag{2.3}$$

$$||z||_2^2 \leq \gamma^2 \, ||w||_2^2 + \gamma^2 V(0) \tag{2.4}$$

La condizione (2.2) può essere scritta esplicitando la funzione quadratica di Luyapunov:

$$2x^\top P \left(\bar{A}x + \bar{B}_d d \right) + \frac{1}{\gamma^2} z^\top z - w^\top w < 0 \tag{2.5}$$

Figura 1.1: Foto dell'apparato sperimentale (sistema masse-molle)

Ora raccogliendo il vettore $\begin{bmatrix} x & d \end{bmatrix}^\top$ si ottiene:

$$2\begin{bmatrix} x \\ d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} P\bar{A} & P\bar{B}_d \\ 0 & -I/2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ d \end{bmatrix} + \frac{1}{\gamma^2}\left(\begin{bmatrix} \bar{C} & \bar{D}_d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ d \end{bmatrix}\right)^\top \left(\begin{bmatrix} \bar{C} & \bar{D}_d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ d \end{bmatrix}\right) < 0 \tag{2.6}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{A}P + P\bar{A} & P\bar{B}_d \\ 0 & -I/2 \end{bmatrix} + \frac{1}{\gamma^2}\begin{bmatrix} \bar{C}^\top \\ \bar{D}_d^\top \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \bar{C} & \bar{D}_d \end{bmatrix} \tag{2.7}$$

$$He\begin{bmatrix} \bar{A}P + P\bar{A} & P\bar{B}_d & 0 \\ 0 & -I & 0 \\ \bar{C} & \bar{D}_d & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \tag{2.8}$$

2 | Bibliografia