

سوال اول:

بخش الف) هدف کمینه کردن عبارت مقابل است :

$$\sum P(v), v \notin V(T) + \sum c(e), e \in E(T)$$

که در آن $p(v)$ مقدار prize های تعیین شده برای راس ها است و $c(e)$ هزینه یال ها است.

الگوریتم Heuristic پیشنهادی که از الگوریتم 2-approximation مطرح شده در کلاس برای پیدا کردن درخت اشتاینر مینیمم استفاده می کند :

$S = \text{Terminal Nodes in } G$

$\text{prev_cost} = \text{INF}$

$\text{new_cost} = \sum \text{weight}(e), E \in E(G)$

While($\text{new_cost} \leq \text{prev_cost}$)

$\text{Prev_cost} = \text{new_cost}$

 Construct $G_{\text{prime}} = (V_{\text{prime}}, E_{\text{prime}})$ where $V_{\text{prime}} = S$ and edges in E_{prime} correspond

 To shortest paths between vertices in G

 Find MST T of G_{prime} , $\text{new_cost} = \sum \text{cost}(e), e \in E(T)$

 Convert T to original graph G and obtain a subgraph T_{prime} , $S = \text{Vertices of } T_{\text{prime}}$

Endwhile

#Remove unnecessary leaves

for all leaves v of T_{prime}

 if $\text{Prize}(v) < \text{Connection cost}(v)$

 remove v from T_{prime}

endfor

در هر مرحله حداقل یک راس اشتاینر به گراف اضافه می شود (در غیر اینصورت از حلقه خارج می شویم چرا که الگوریتم نتوانسته به وزنی کمتر از وزن مرحله قبلی برسد) در نتیجه حلقه ی while حداکثر v بار تکرار می شود. اگر هزینه الگوریتم پریم را $O(E \log v)$ در نظر بگیریم هزینه نهایی برابر خواهد بود با:

$$O(E^2 \log v + V^2)$$

سوال دوم :

بخش الف) جدول خروجی در فایل output2.html قرار داده شده است. برای بدست آوردن جواب گراف بدون جهت

از $\text{directed}=\text{FALSE}$ در آرگومان توابع استفاده شده است. همچنین برای حالاتی که این آرگومان وجود نداشت

گراف بدون جهت $g_net_undir \leftarrow \text{as.undirected}(g_net, \text{mode}="collapse")$ به عنوان ورودی به تابع داده شده است.

بخش پ) خروجی برای توابع شباهت igraph:

```
dice : Pycelle
jaccard : Pycelle
invlogweighted : Eddard Stark
```

بخش ت)
روابط به کار رفته در محاسبه :

$$M(i, j) = \frac{a_{ij}}{\sum_{j=1}^n a_{ij}}$$

$$C_i^{RWC} = \frac{n}{\sum_{j=1}^n H(j, i)}$$

For computational convenience, this expression can be vectorized as

$$H(\cdot, j) = (I - M_{-j})^{-1}e$$

where $H(\cdot, j)$ is the vector for first passage times for a walk ending at node j , and e is an $n-1$ dimensional vector of ones.

Mean first passage time is not symmetric, even for undirected graphs.

خروجی الگوریتم : Random Walk Closeness Centrality

42 39 68 7 64 2 242 96 240 85

خروجی تابع بخش الف :

23, 4, 240, 44, 64, 52, 156, 68, 56, 42

۴ راس بین دو خروجی مشترک است.