گزارش پروژه اول
سیستم های کنترل خطی
نگار میرگتی ۸۱۰۱۹۴۴۱۳

1- بدست آوردن نقاط تعادل

a = 4, b = 1, c = 3 =>
$\alpha = 4, \beta = 4/10, \gamma = 3/10, \delta = 3$

در نتیجه معادلات به شکل زیر در خواهند آمد :

$\frac{dx}{dt}$= 4x –(4/10)xy
$\frac{dy}{dt}$= 3xy – 3/10y

شرط تعادل: $\frac{dx}{dt} = 0$ برای معادله اول و $\frac{dy}{dt} = 0$ برای معادله دوم.

4x – (4/10)xy = 0 => 4x = (4/10)xy => 1 : x = 0 , 2 : y = 10
3xy – (3/10)y = 0 => 3xy = (3/10)y => 1 : y = 0, 2 : x = 1/10

در نتیجه دو نقطه ی تعادل برابر خواهند بود با :

x = 0, y = 0
x = 1/10, y = 10

2- خطی سازی سیستم حول نقاط تعادل و بررسی پایداری

$$\dot{x} = 4x - \frac{4}{10}xy$$
$$\dot{y} = 3xy - \frac{3}{10}y$$

① $(x=0, y=0)$ $\quad \frac{\delta \dot{x}}{\delta x} = 4 - \frac{4}{10}y \qquad \frac{\delta \dot{x}}{\delta y} = -\frac{4}{10}x \quad \Longrightarrow$

$$\frac{\delta \dot{y}}{\delta y} = 3x - \frac{3}{10} \qquad \frac{\delta \dot{y}}{\delta x} = 3x$$

$$A = \begin{bmatrix} 4 - \frac{4}{10}y \Big|_{(0,0)} & -\frac{4}{10}x \Big|_{(0,0)} \\ 3x \Big|_{0,0} & 3x - \frac{3}{10} \Big|_{(0,0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -\frac{3}{10} \end{bmatrix}$$

$$\Longrightarrow \boxed{\Delta\dot{x} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -\frac{3}{10} \end{bmatrix} \Delta x}$$

خطی سازی در نقطه ی تعادل (0,0)

② $(x=\frac{1}{10}, y=10) \Longrightarrow A = \begin{bmatrix} 4 - \frac{4}{10}y \Big|_{(1/10,10)} & -\frac{4}{10}x \Big|_{(1/10,10)} \\ 3x \Big|_{(1/10,10)} & 3x - \frac{3}{10} \Big|_{(1/10,10)} \end{bmatrix}$

$$\longrightarrow A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-4}{100} \\ \frac{3}{10} & 0 \end{bmatrix} = \boxed{\dot{\Delta x} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{4}{100} \\ \frac{3}{10} & 0 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1/10 \\ 10 \end{bmatrix} \right)}$$

خطی سازی حول نقطه ی تعادل (1/10, 10)

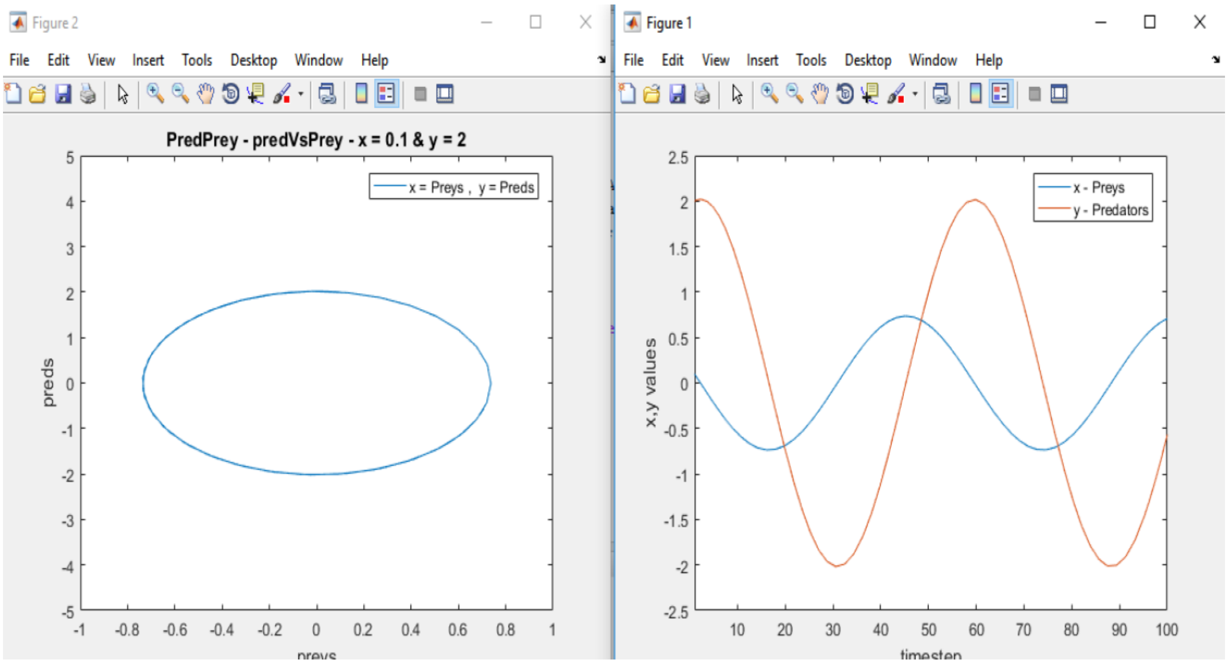
قطب های سیستم عبارتند از :

P1 = 0 + 0.1095i
P2 = 0 – 0.1095i

که روی محور موهومی می باشند. در نتیجه سیستم پایدار بحرانی است.

3- بدست آوردن فضای سیستم خطی شده و رسم پاسخ ها در متلب

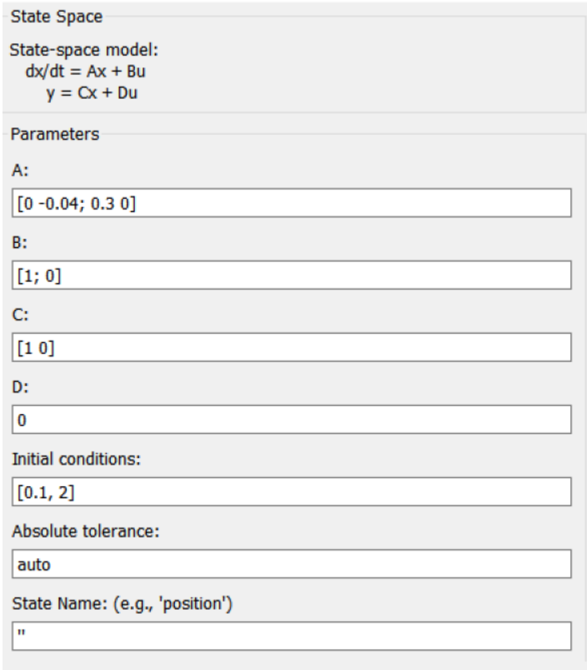
این بخش در فایل stateSpace.m پیاده سازی شده است. نمودار های خواسته شده در زیر قابل مشاهده است.



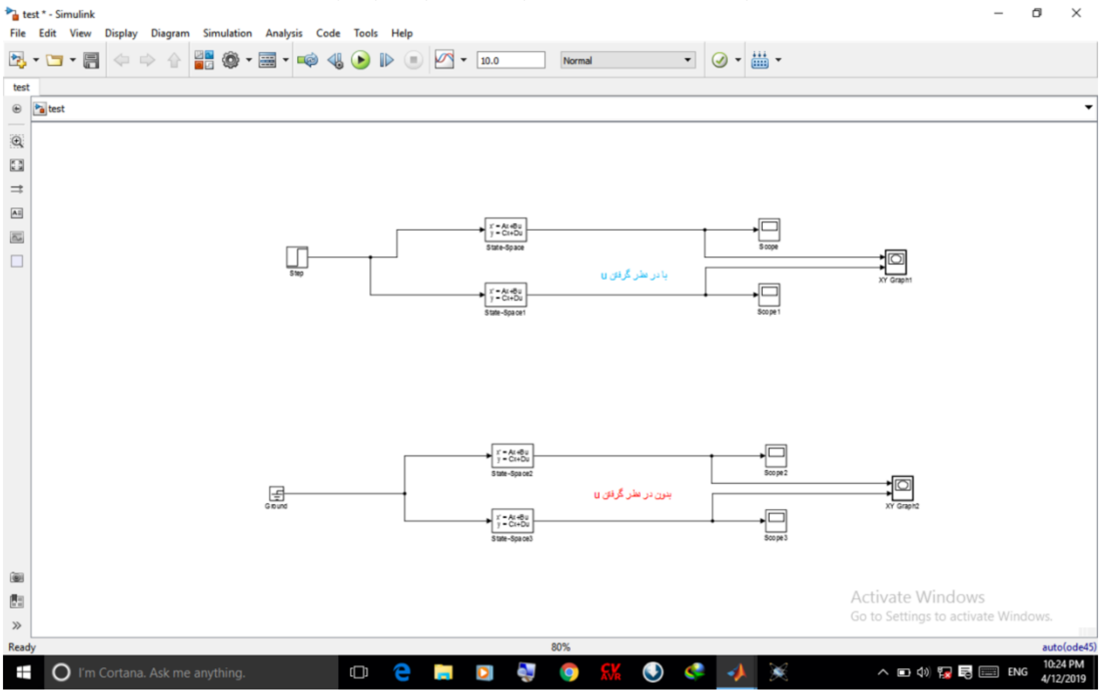
سمت راست : شکار و شکارچی نسبت به زمان، سمت چپ شکار و شکارچی نسبت به هم

۴- بررسی سیستم در سیمولینک

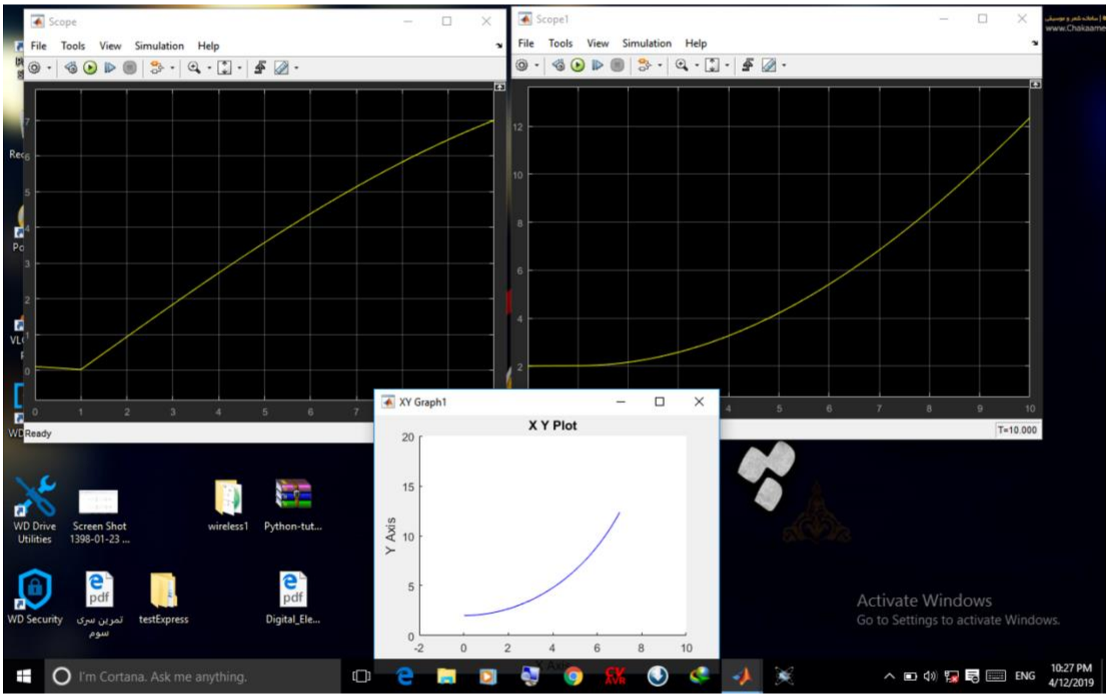
برای این بخش از بلوک state space در سیمولینک استفاده شده است و پاسخ به ورودی ضربه برای دو ورودی و نمودار X-Y نیز بدست آمده است.



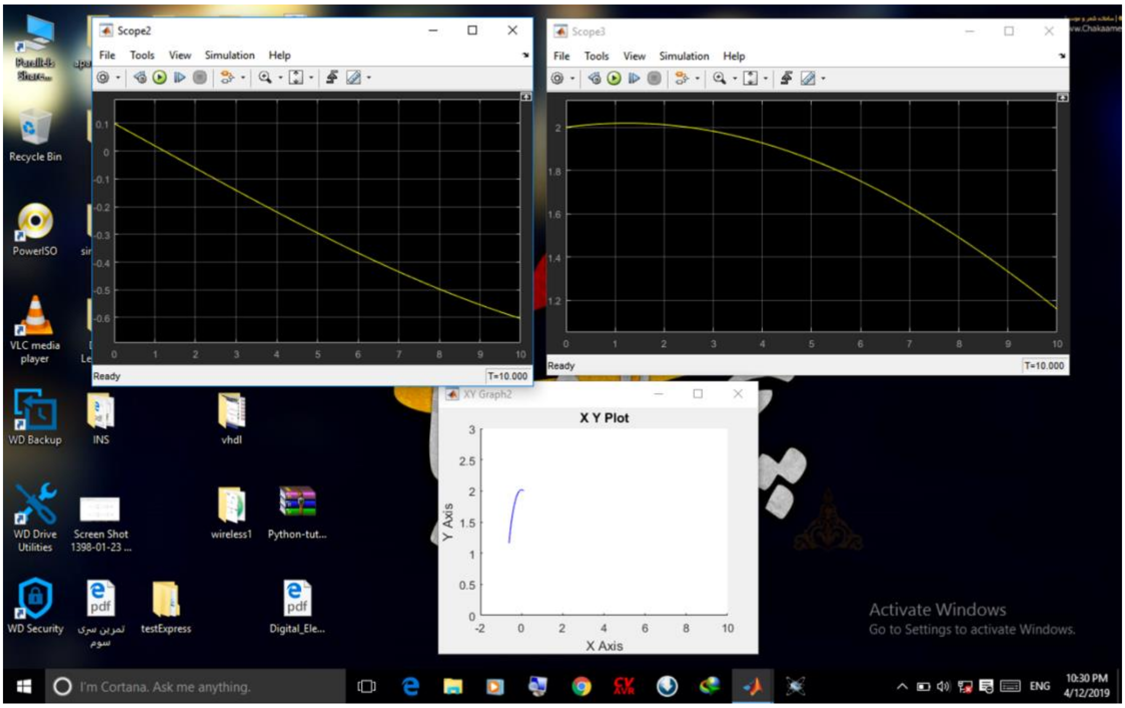
نمونه ورودی های داده شده در حالت در نظر گرفتن u



- خروجی پاسخ پله با در نظر گرفتن تاثیر انسان یا u :



- خروجی پاسخ پله بدون در نظر گرفتن تاثیر انسان یا u :



<u>پیاده سازی این بخش در فایل part4.slx آمده است.</u>

۵- بدست آوردن تابع تبدیل و پاسخ پله و ضربه

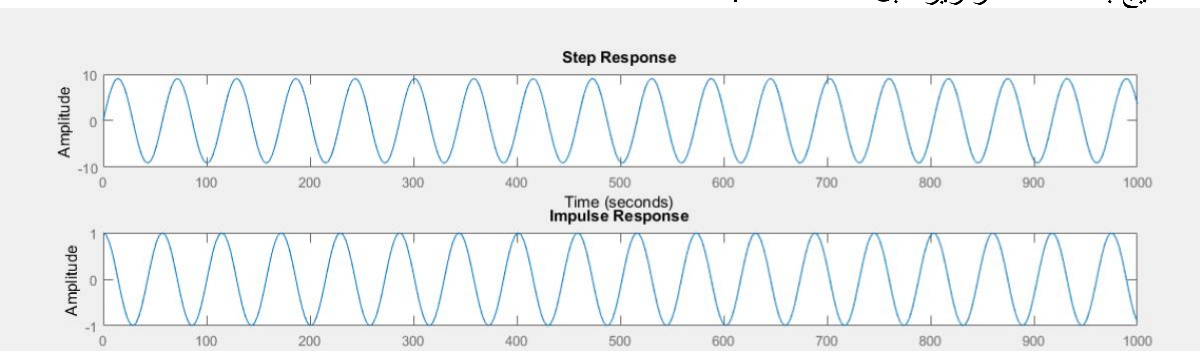
این بخش در فایل **part5to11.m** پیاده سازی شده است. تابع تبدیل فضای حالت به کمک دستورات زیر بدست آمد :

```
A =  [0 -0.04; 0.3 0];
B = [1; 0];
C = [1 0];
D = 0;
SS=ss(A,B,C,D);
TFs=tf(SS);
TFs =

        s
  -----------
  s^2 + 0.012

Continuous-time transfer function.
```

سپس پاسخ پله و پاسخ ضربه به کمک دستورات زیر بدست آمد :

```
subplot(4,1,1)
step(TFs, 1000)

subplot(4,1,2)
impulse(TFs, 1000)
```

که نتایج بدست آمده در زیر قابل مشاهده است.



پاسخ پله و پاسخ ضربه ی تابع تبدیل

در ادامه به کمک دستورات زیر تابع تبدیل را به معادلات حالت تبدیل می کنیم.

```
[n,d]=ss2tf(A,B,C,D);
[Aprime, Bprime,Cprime, Dprime] = tf2ss(n, d);
```

معادله حالت بدست آمده به صورت زیر است :

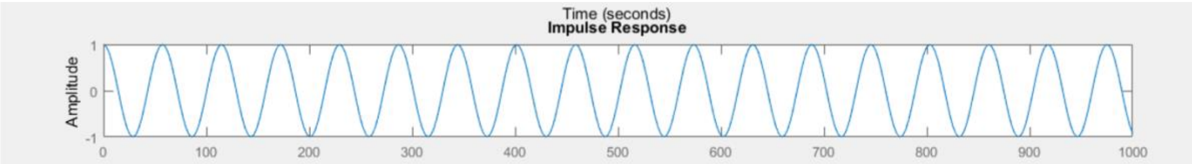
```
tf2ss(n, d)

ans =

0        -0.0120
```

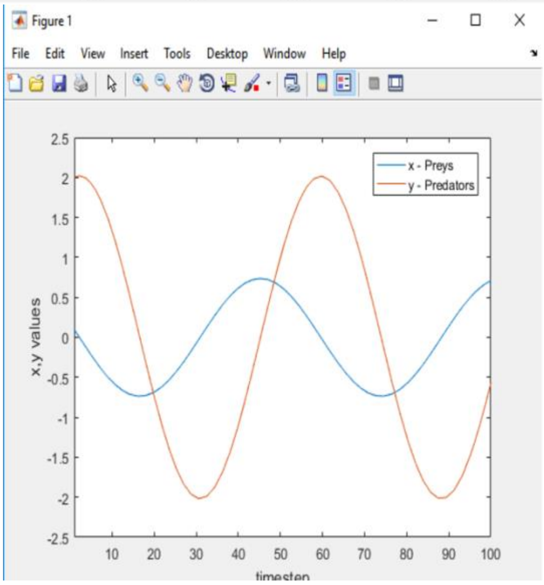
0   1.0000

که با معادله حالت ما متفاوت می باشد.

۷- ارتباط میان پاسخ ضربه سیستم و پاسخ به شرایط اولیه

این دو پاسخ در شکل های زیر قابل مشاهده اند. همانطور که مشاهده می شود هر دو به فرم سینوسی می باشند.



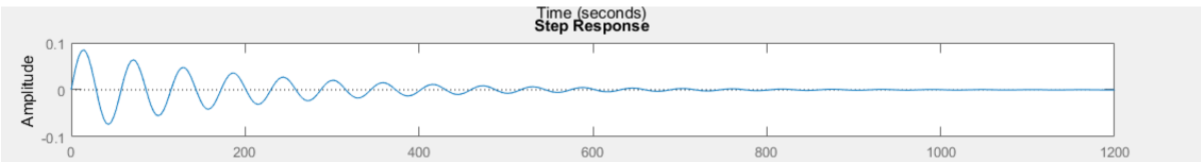


۸- پاسخ پله تبدیل به همراه بهره ی ۰/۰۱ و فیدبک واحد

پیاده سازی این بخش در فایل part5to11.m آورده شده است. به کمک دستورات زیر پاسخ پله سیستم مورد نظر را بدست می آوریم :

```
k = 0.01;
Tfeed = feedback(TFs*k, 1);
subplot(4,1,3);
step(Tfeed);
S = stepinfo(Tfeed);
```

خروجی در زیر قابل مشاهده است.



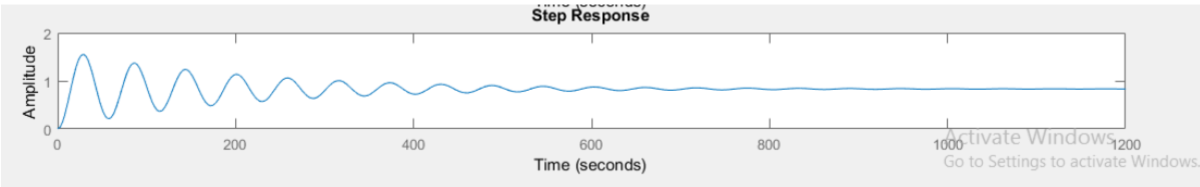
مشاهده می شود که تاثیر ورودی پله به این صورت است که جمعیت شکار رفته رفته به صفر می رسد

۹- شبیه سازی پاسخ شیب

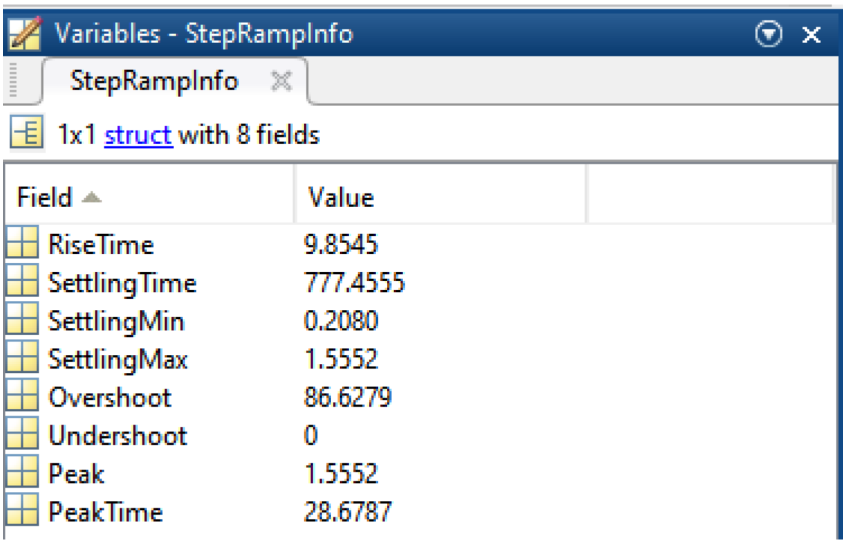
پیاده سازی این بخش در فایل part5to11.m آورده شده است. از آنجایی که در متلب دستوری برای بدست آوردن پاسخ شیب وجود ندارد، از دستور step و روش زیر استفاده می کنیم.

```
s = tf('s');
subplot(4,1,4), step(Tfeed / s);  % Ramp response
StepRampInfo = stepinfo(Tfeed / s);
```

خروجی در زیر قابل مشاهده است.



همچنین اطلاعات این پاسخ در زیر آورده شده است.


Variables - StepRampInfo
StepRampInfo
1x1 struct with 8 fields

Field	Value
RiseTime	9.8545
SettlingTime	777.4555
SettlingMin	0.2080
SettlingMax	1.5552
Overshoot	86.6279
Undershoot	0
Peak	1.5552
PeakTime	28.6787

همانطور که دیده می شود فراجهش برابر با 86.6279 و settling Time برابر با 777.4555 می باشد.

۱۰- پاسخ سیستم حلقه بسته بالا به چند ورودی سینوسی با فرکانس و دامنه دلخواه

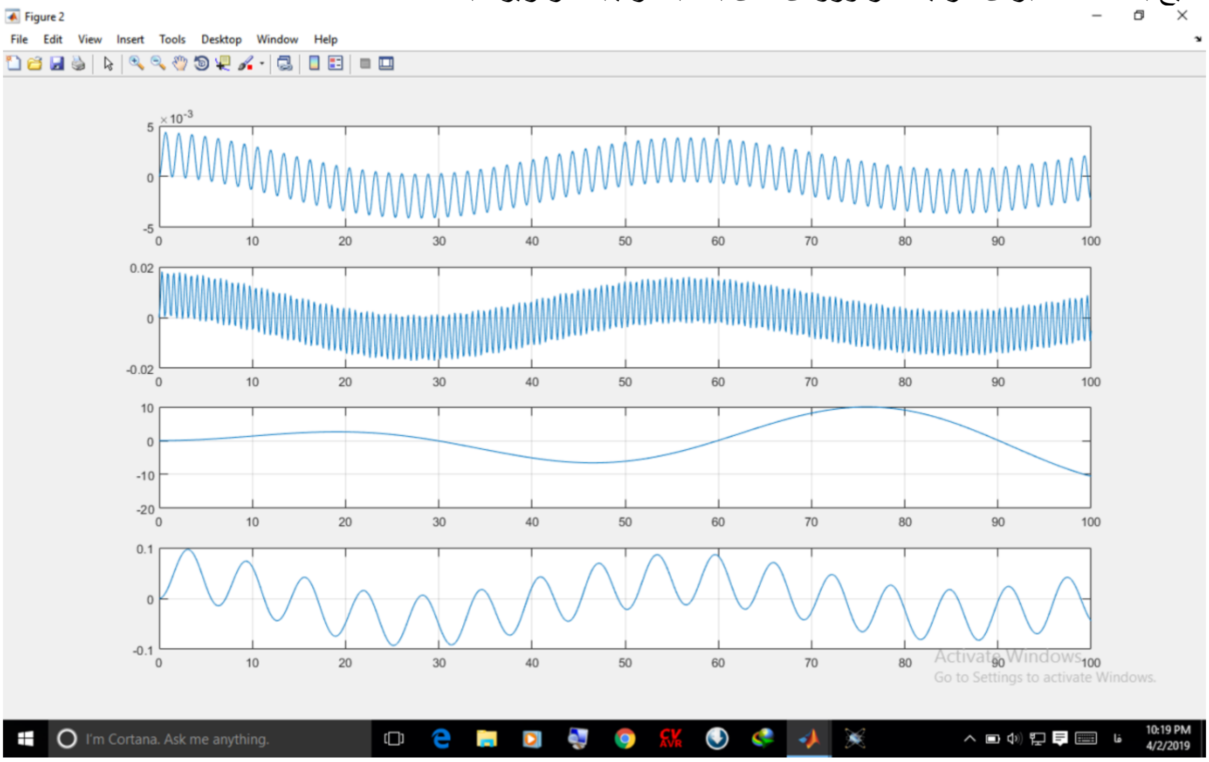
پیاده سازی این بخش در فایل part5to11.m قرار داده شده است. چهار ورودی سینوسی زیر انتخاب شده است :

```
u = sin(130*t);
u = 10 * sin(10*t);
u = 34 * sin(0.1*t);
u = 5 * sin(t);
```

به کمک دستور زیر پاسخ سیستم به هر یک از این ورودی ها بدست آمد :

```
y = lsim(Tfeed, u, t);
plot(t, y)
```

نتایج بدست آمده برای هر یک از ورودی های بالا به ترتیب در زیر قابل مشاهده است.

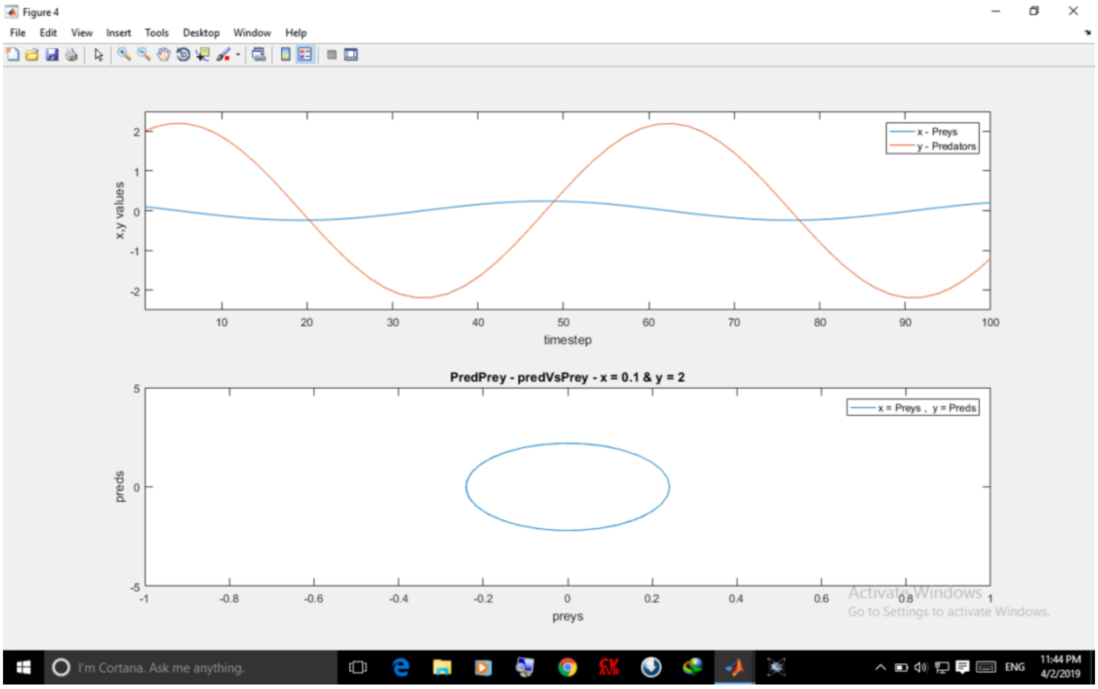


رفتار این سیستم با توجه به رفتار سیستم نسبت به ورودی های مختلف مشابه یک **فیلتر میان نگذر** می باشد.

۱۱- تابع تبدیل جدید

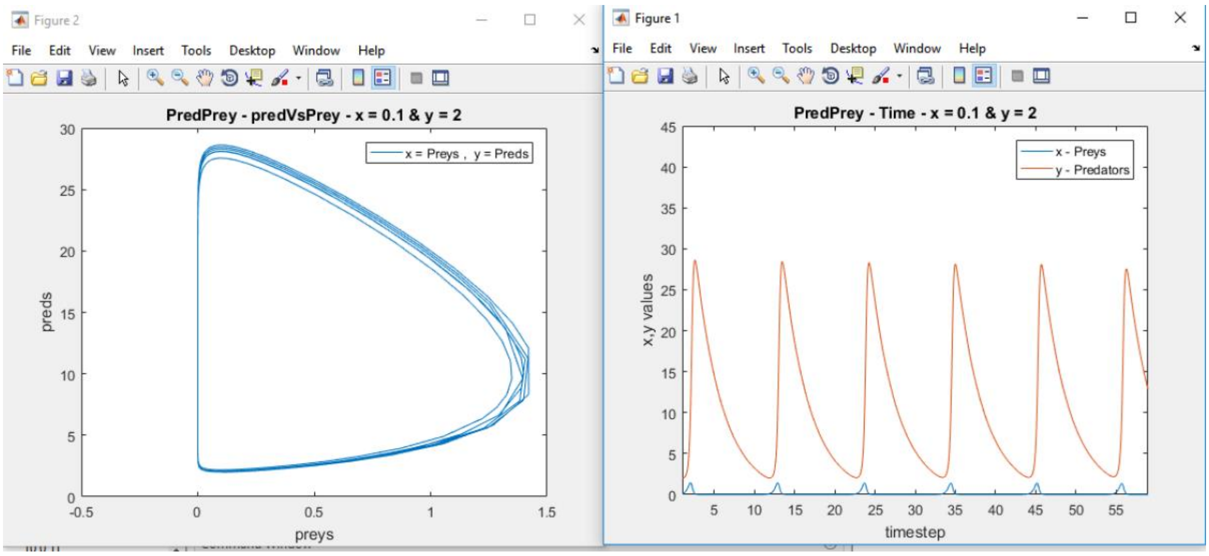
پیاده سازی این بخش در فایل part5to11.m قرار داده شده است.

نتایج بدست آمده در زیر قابل مشاهده است.



۱۲- شبیه سازی سیستم غیر خطی

پیاده سازی این بخش در فایل predPrey_nonlinear.m قرار داده شده است. خواسته های سوال ۳ برای این سیستم بدست آورده شده است که نتایج آن در زیر قابل مشاهده است.



سمت راست : شکار و شکارچی نسبت به زمان، سمت چپ شکار و شکارچی نسبت به هم