

Linear Control Systems

NEGAR NEDA – 9331050

HOMEWORK 2

Dr. Rasti

AMIRKABIR UNIVERSITY OF TECHNOLOGY | APRIL 1, 2018

سوال 1

(الف)

حلقه 1:

$$V(t) = R_1 i_1(t) + \frac{L d(i_1 - i_2)}{dt} \rightarrow V(s) = R_1 I_1(s) + Ls(I_1(s) - I_2(s)) \rightarrow I_1(s) = \frac{V(s) + Ls I_2(s)}{R_1 + Ls}$$

حلقه 2:

$$R_2 i_2(t) + \frac{1}{c} \int i_2(t) dt + \frac{L d(i_2 - i_1)}{dt} = 0 \rightarrow \frac{R_2 d i_2(t)}{dt} + \frac{1}{c} i_2(t) + \frac{L d^2(i_2 - i_1)}{dt^2} = 0 \rightarrow I_2(s) \left[R_2 s + \frac{1}{c} + Ls^2 \right] - Ls^2 I_1(s) = 0$$

1_1 به دست آمده در رابطه اول را در رابطه دوم جایگزین می کنیم:

$$\begin{aligned} I_2(s) \left[R_2 s + \frac{1}{c} + Ls^2 \right] - \frac{Ls^2 V(s)}{R_1 + Ls} - \frac{L^2 s^3 I_2(s)}{R_1 + Ls} &= 0 \\ \rightarrow I_2(s) \left[R_2 s + \frac{1}{c} + Ls^2 - \frac{L^2 s^3}{R_1 + Ls} \right] &= \frac{Ls^2}{R_1 + Ls} V(s) \rightarrow \frac{I_2(s)}{V(s)} \\ &= \frac{Ls^2}{(R_1 + Ls) \left(R_2 s + \frac{1}{c} + Ls^2 \right) - L^2 s^3} \\ &= \frac{LCs^2}{(R_1 + R_2)LCs^2 + (R_1 R_2 C + L)s + R_1} \end{aligned}$$

(ب)

$$\begin{aligned} \frac{M d^2 x(t)}{dt^2} &= f(t) - \left[kx(t) + \frac{f_v dx(t)}{dt} \right] \rightarrow F(s) = Ms^2 X(s) + kX(s) + f_v s X(s) \\ \rightarrow \frac{X(s)}{F(s)} &= \frac{1}{Ms^2 + f_v s + k} \end{aligned}$$

(پ)

گشتاور برابر است با:

$$T_m = K\Phi i_a$$

$$\Phi = K i_f$$

معادله قسمت الکتریکی:

$$v_f = 5i_f + \frac{0.1di_f}{dt} \rightarrow I_f(s) = \frac{V_f(s)}{5 + 0.1s}$$

معادله قسمت مکانیکی:

$$T = \frac{J_l d^2 \theta_m}{dt^2} + \frac{B_l d\theta_m}{dt} \rightarrow \theta_m(s) = \frac{T(s)}{J_l s^2 + B_l s}$$

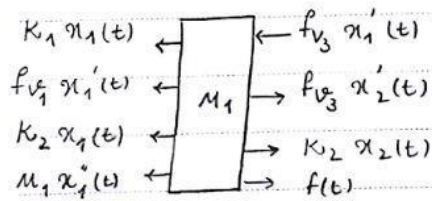
$$\begin{aligned} T_m = K_t i_f \rightarrow \theta_m(J_l s^2 + B_l s) &= K_t * \frac{V_f(s)}{5 + 0.1s} \rightarrow \frac{\theta_m}{V_f(s)} = \frac{K_t}{(5 + 0.1s)(J_l s^2 + B_l s)} \\ &= \frac{0.1}{(5 + 0.1s)(0.4s^2 + 0.3s)} \end{aligned}$$

سوال 2

در مدار الکتریکی معادل، e معادل نیرو وارد شده $f(t)$ ، جرم معادل سلف، فنر معادل خازن، اصطحکاک معادل مقاومت و جابه جایی معادل بار الکتریکی است. نیرو هایی که به هر دو جسم و از جانب جسم دیگر وارد شده همان مسیر مشترک بین دو حلقه را تشکیل می دهد.

Subject

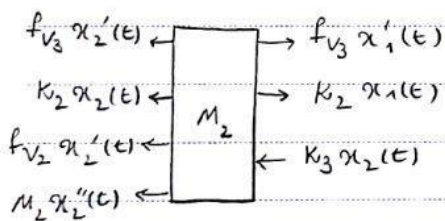
Date



نیروهای وارده به جرم M_1 :

$$M_1 \frac{d^2 x_1(t)}{dt^2} + (K_1 + K_2) x_1(t) + (f_{V1} + f_{V3}) \frac{dx_1}{dt} = f(t) + K_2 x_2(t) + f_{V3} \frac{dx_2(t)}{dt}$$

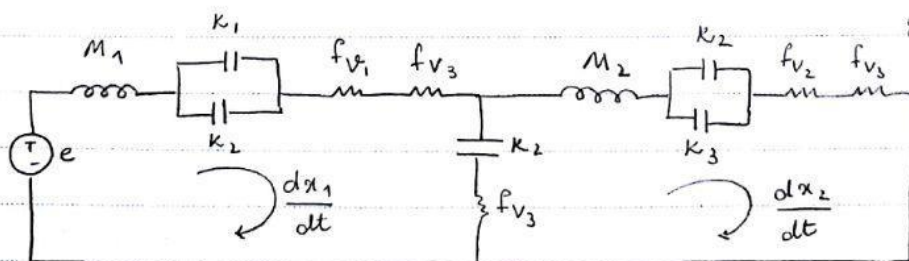
$$\Rightarrow \overset{1)}{M_1 s^2 X_1(s) + (K_1 + K_2) X_1(s) + (f_{V1} + f_{V3}) s X_1(s) = F(s) + K_2 X_2(s) + f_{V3} s X_2(s)}$$



نیروهای وارده به جرم M_2 :

$$M_2 \frac{d^2 x_2(t)}{dt^2} + f_{V2} \frac{dx_2}{dt} + K_2 x_2(t) + f_{V3} \frac{dx_2(t)}{dt} + K_3 x_2(t) = f_{V3} \frac{dx_1(t)}{dt} + K_2 x_1(t)$$

$$\Rightarrow \overset{2)}{M_2 s^2 X_2(s) + (K_2 + K_3) X_2(s) + (f_{V2} + f_{V3}) s X_2(s) = f_{V3} s X_1(s) + K_2 X_1(s)}$$



معادله الکتریکی:

$$Q_{03} = \frac{P_3}{Z_3} \rightarrow P_3 = Q_{03}Z_3$$

رابطه KCL:

$$\begin{aligned} \frac{P_3 - P_2}{R + LS} &= Q_{03} + P_3CS \rightarrow \frac{Q_{03}Z_3 - P_2}{R + LS} = Q_{03} + Q_{03}Z_3CS \\ &\rightarrow Q_{03} \left[\frac{Z_3}{R + LS} - 1 - Z_3CS \right] = \frac{P_2}{R + LS} \rightarrow \frac{Q_{03}}{P_2} \\ &= \frac{1}{Z_3 - R - LS - Z_3CS(R + LS)} \end{aligned}$$