

Linear Control Systems

NEGAR NEDA – 9331050

HOMEWORK 3

Dr. Rasti

AMIRKABIR UNIVERSITY OF TECHNOLOGY | MAY 13 , 2018

(الف)

$$w_n = 4, 2\xi w_n = 3 \rightarrow \xi = \frac{3}{8}$$

$$M_p = e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}} = e^{-3\pi/\sqrt{55}} = 0.28 \rightarrow 28\%$$

$$t_s(2\%) = \frac{4}{\xi w_n} = \frac{8}{3}$$

$$t_s(5\%) = \frac{3}{\xi w_n} = 2$$

$$t_p = \frac{\pi}{w_n \sqrt{1-\xi^2}} = \frac{\pi}{4\sqrt{1-\frac{9}{16}}} = \frac{\pi}{\sqrt{7}}$$

(ب)

$$w_n = 0.2, 2w_n\xi = 0.02 \rightarrow \xi = 0.05$$

$$M_p = e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}} = 0.85 \rightarrow 85\%$$

$$t_s(2\%) = 400$$

$$t_s(5\%) = 300$$

$$t_p = \frac{\pi}{w_n \sqrt{1-\xi^2}} = 15.7$$

(ج)

$$w_n = \sqrt{1.05 * 10^7} = 3240, 2\xi w_n = 1.6 * 10^3 \rightarrow \xi = 0.24$$

$$M_p = e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}} = 0.46 = 46\%$$

$$t_s(2\%) = 0.005$$

$$t_s(5\%) = 0.00385$$

$$t_p = \frac{\pi}{w_n \sqrt{1 - \xi^2}} = 0.000998$$

سوال 2

$$Ri + v_c = 5 \rightarrow \frac{RCdv_c(t)}{dt} + v_c(t) = 5 \rightarrow (RCs + 1)v_c(s) = \frac{5}{s} \rightarrow v_c(s) = \frac{5}{s(RCs + 1)}$$

$$V_c(s) = 5 \left(\frac{1}{s} - \frac{RC}{sRC + 1} \right) \rightarrow v_c(t) = 5u(t) \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

$$RC = 1.42$$

در $t=5T$ تقریباً به حالت نهایی می رسد :

زمان صعود برابر است با :

$$5 * 1.422 = 7.11$$

سوال 3

$$M_p = e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} = 0.123 \rightarrow \ln 0.123 = -\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}} \rightarrow 4.38 = 14.23\xi^2 \rightarrow \xi = 0.55$$

$$t_s = 1s \rightarrow 2\% \rightarrow 1 = \frac{4}{w_n\xi} \rightarrow w_n = 7.27$$

$$5\% \rightarrow 1 = \frac{3}{w_n\xi} \rightarrow w_n = 5.45$$

تابع تبدیل سیستم :

$$G(s) = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\xi w_n s} = \frac{52.8529}{s^2 + 7.99s}$$

سوال 4

تابع تبدیل سیستم :

$$T(s) = \frac{\frac{k}{s(s+7)(s+11)}}{1 + \frac{k}{s(s+7)(s+11)}} = \frac{k}{s(s+7)(s+11) + k}$$

$$\Delta(s) = s^3 + 18s^2 + 77s + k$$

s^3	18	k
s^2	1	77
s	K - 1386	0
1	77	0

برای این که پایدار باشد هیچ تغییری علامتی در ستون اول نباید داشته باشم. در نتیجه k باید برگتر از 1386 باشد. برای این که ناپایدار مطلق باشد اگر k کوچکتر از 1386 باشد دو تا تغییر علامت در ستون اول داریم در نتیجه ناپایدار مطلق است.

اگر $K = 1386$ باشد، سطر یکی مانده به آخر تمام صفر خواهد بود و چون علامت بالا و پایین آن یکی است دو ریشه موهومی خالص دارد و چون تغییر علامت در ستون اول ندارم پس این دو ریشه روی محور w قرار دارد پس در حالت ناپایدار مرزی قرار می گیرد.

سوال 5

(الف)

$$\Delta(s) = s^3 + 3.2s^2 + s(2.4 + k) + 4k = 0$$

s^3	1	$2.4 + k$
s^2	3.2	$4k$
s	$(2.4 \cdot 3.2) + 3.2k - 4k/3.2$	0
1	$4k$	0

برای پایدار بودن این سیستم تغییر علامت ها در ستون اول نباید داشته باشیم در نتیجه:

$$\frac{(2.4 \cdot 3.2) + 3.2k - 4k}{3.2} > 0 \rightarrow \frac{7.66 - 0.8k}{3.2} > 0 \rightarrow k < 9.6$$

$$4k > 0 \rightarrow k > 0$$

(ب)

برای نوسانی شدن ξ باید مساوی 0 باشد. در نتیجه باید ریشه روی محور $j\omega$ داشته باشیم:

$$7.99 - 8k = 0 \rightarrow k = 9.5$$

سوال 6

(الف)

تابع تبدیل سیستم مورد نظر به صورت زیر است:

$$T(s) = \frac{\frac{1250}{s(s + 1250)}}{1 + \frac{1250}{s(s + 1250)}} = \frac{1250}{s^2 + 1250s + 1250}$$

$$w_n^2 = 1250 \rightarrow w_n = 35.35$$

$$2\xi w_n = 1250 \rightarrow \xi = 17.68$$

هر چی ξ کمتر باشد فراجش بیشتر می شود و هر چی به یک نزدیک تر شود فراجش کمتر می شود و برای ξ برابر و بزرگتر از 1 فراجش مساوی صفر است.

(ب)

برای معیار 2 در صد :

$$t_s = \frac{4}{\xi w_n} = 0.006 \text{ s}$$

برای معیار 5 درصد :

$$t_s = \frac{3}{\xi w_n} = 0.0048$$

(ج- د- ه)

ابتدا نوع سیستم را پیدا می کنیم. تابع تبدیل حلقه باز این سیستم حلقه بسته همان $T(s)$ در قسمت الف است. مرتبه S^n برابر 0 است در نتیجه نوع 0 است.

ورودی پله:

$$k_p = \lim_{s \rightarrow 0} T(s) = 1 \rightarrow e_{ss} = \frac{1}{1 + k_p} = \frac{1}{2} \rightarrow \text{ورودی} = 5u(t) \rightarrow e_{ss} = \frac{5}{2}$$

ورودی شیب:

$$k_v = \lim_{s \rightarrow 0} sT(s) = 0 \rightarrow e_{ss} = \frac{1}{k_v} = \infty$$

ورودی سهمی:

$$k_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 T(s) = 0 \rightarrow e_{ss} = \frac{1}{k_a} = \infty$$