



Gas di Bose ideali: analisi teorica e computazionale

Fisica Statistica Avanzata

Filippo Negrini (Matricola: 47127A)



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO



Table of Contents

1 Analisi teorica

► Analisi teorica

► Ricorsione canonica

► Backup



Funzione di partizione

1 Analisi teorica

Studiamo il sistema nell'ensemble gran canonico (μ, V, T)

$$Z(T, V, z) = \prod_i \frac{1}{1 - z \exp(-\beta \varepsilon_i)}$$

La funzione di partizione consente di ricavare la termodinamica del sistema

$$N = \frac{z \exp(-\beta \varepsilon_0)}{1 - z \exp(-\beta \varepsilon_0)} + \sum_{i \neq 0} \langle n_i(\mu, T) \rangle$$

$$\langle \hat{H} \rangle = \sum_i \varepsilon_i \langle n_i \rangle$$



Frazione di condensato

1 Analisi teorica

$$\frac{N_0}{N} = \begin{cases} 0 & T \geq T_c \\ 1 - (T/T_c)^{3/2} & T < T_c \end{cases}$$

$$\frac{N_T}{N} = \begin{cases} 1 & T \geq T_c \\ (T/T_c)^{3/2} & T < T_c \end{cases}$$

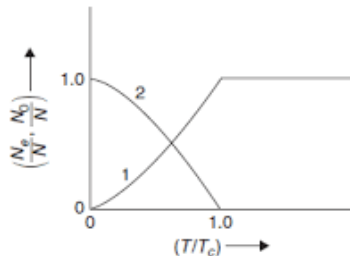


Figura: Frazione di condensato in funzione della temperatura.



Calore specifico

1 Analisi teorica

$$\langle \hat{H} \rangle = \frac{3}{2} k_B T \frac{V}{\lambda_T^3} g_{5/2}(z)$$

- punto angoloso a T_c
- recupero il risultato valido per il gas ideale nel limite $T \rightarrow \infty$.

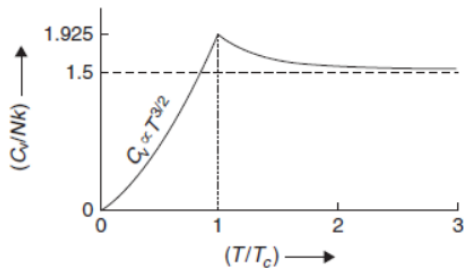


Figura: Calore specifico del gas di Bose ideale



Table of Contents

2 Ricorsione canonica

► Analisi teorica

► Ricorsione canonica

► Backup



Funzione di partizione

Formula ricorsiva

Sistema ad N particelle ideale

$$Z_N = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N z_k Z_{N-k}$$

$$\langle E \rangle = -\frac{1}{NZ_N} \sum_{k=1}^N \left(\frac{\partial z_k}{\partial \beta} Z_{N-k} + z_k \frac{\partial Z_{N-k}}{\partial \beta} \right)$$

$$N_0 = \frac{1}{Z_N} \sum_{k=1}^N Z_{N-k}$$



Table of Contents

3 Backup

► Analisi teorica

► Ricorsione canonica

► Backup



Pressione ed isoterme

3 Backup

$$p = \frac{k_B T}{\lambda_T^3} g_{5/2}(z) - \frac{k_B T}{V} \log(1 - z)$$

- curva limitante per isoterme è $pV^{5/3} = \text{const}$
- parallelismo con Van der Waals

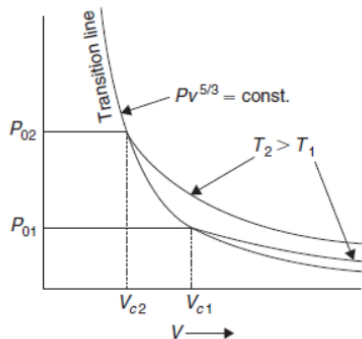


Figura: Isoterme del gas di Bose ideale