



Il modello di Ising

Simulazione di Materia Condensata e Biosistemi

Filippo Negrini (Matricola: 47127A)



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI MILANO



Table of Contents

1 Introduzione

► Introduzione

► Metodi numerici



Hamiltoniana

1 Introduzione

$$H = -J \sum_{\langle i,j \rangle} \sigma_i \sigma_j - h \sum_i \sigma_i$$

- ◇ Interazione fra primi vicini
- ◇ Accoppiamento con un campo esterno



Modello di Ising 1D con condizioni periodiche.



Modello di Ising 1D

1 Introduzione

- ◇ Teoria di campo medio
- ◇ Sistema presenta una transizione di fase a $T_c \neq 0$

$$m = \tanh [\beta (h + Jn_{nn}m)]$$

- ◇ Soluzione analitica
- ◇ Sistema disordinato per ogni $T \neq 0$ a campo esterno nullo

$$m = \frac{\sinh(\beta h)}{\sqrt{e^{-4\beta J} + \sinh^2(\beta h)}}$$



Modello di Ising 2D

1 Introduzione

- ◇ Soluzione analitica per $h \neq 0$
- ◇ Sistema presenta una transizione di fase a $T_c \neq 0$

$$m(\beta, h = 0) = \begin{cases} \left[1 - \frac{1}{\sinh^4(2\beta J)} \right]^{\frac{1}{8}} & T < T_c \\ 0 & T > T_c \end{cases}$$

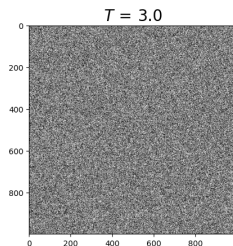
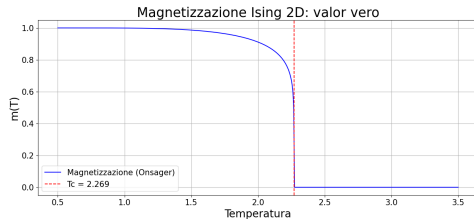




Table of Contents

2 Metodi numerici

► Introduzione

► Metodi numerici

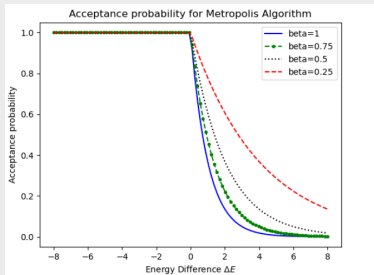


Metropolis vs Wolff

2 Metodi numerici

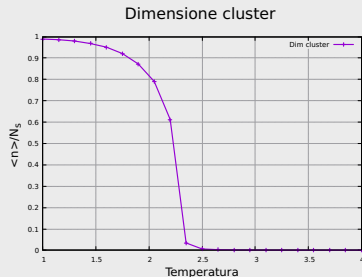
Metropolis

- ◇ Tentata inversione di un singolo spin
- ◇ $A(\nu | \mu) = \min [1, e^{-\beta(E_\nu - E_\mu)}]$
- ◇ Ottimo per $T \ll T_c$ oppure $T \gg T_c$



Wolff

- ◇ Algoritmo di clustering
- ◇ $P_{add} = 1 - \exp(-2\beta J)$
- ◇ Ottimo per $T \simeq T_c$

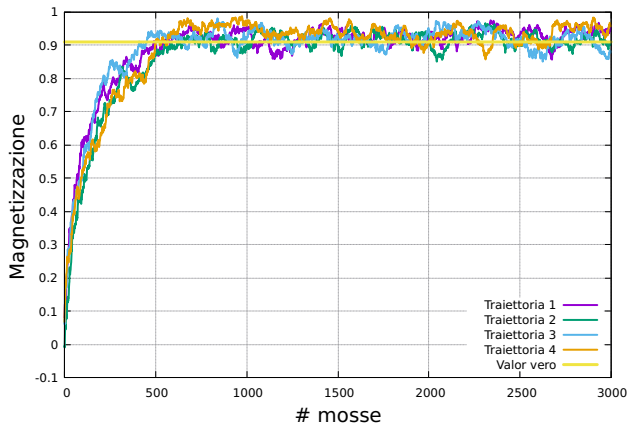




Termalizzazione

2 Metodi numerici

Termalizzazione: 3000 spin, $T = 0.5$



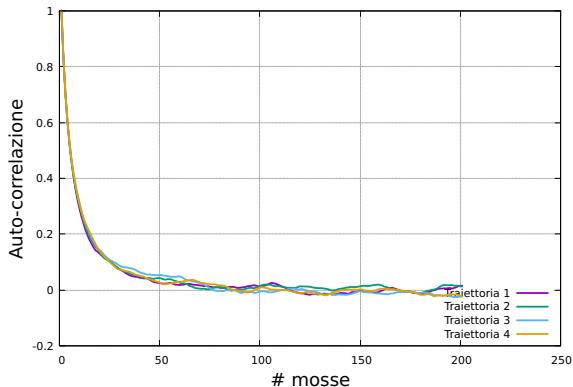
- ◇ Giungere all'equilibrio termodinamico
- ◇ Attenzione a stati metastabili
- ◇ Dipendenza dalla condizione iniziale



Auto-correlazione

2 Metodi numerici

Autocorrelazione m: $N = 500$, $T = 2.0$



Autocorrelazione per modello di Ising 2D.

Definizione

$$\chi(t) = \frac{\langle m(t')m(t' + t) \rangle_{t'} - \langle m \rangle^2}{\sigma_m^2}$$

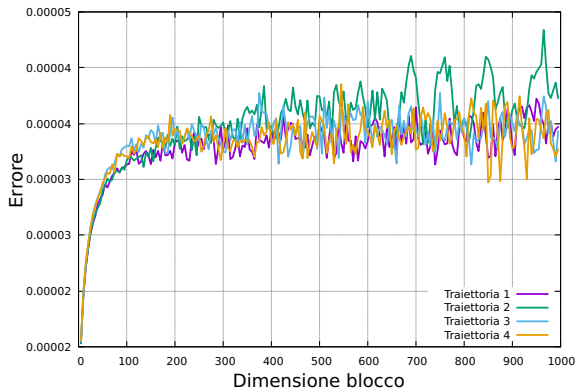
- ◇ $\chi(t) \propto e^{-t/t_c}$
- ◇ Indipendenza statistica fra configurazioni
- ◇ $n_{max} = \frac{t_{max}}{2t_c}$



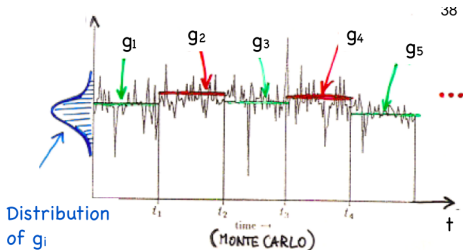
Data-blocking

2 Metodi numerici

Dimensione blocco: $N = 500$, $T = 2.0$



Analisi per dimensione blocchi nel caso di un modello di Ising 2D.



- ◇ Dati raggruppati in blocchi
- ◇ Errore satura quando raggiunta l_{lim}