# Logistic Regression (Hồi quy Logistic)

Nhóm 8 Đỗ Tất Thành Cao Thọ Hiếu

- Là thuật toán học máy có giám sát
- Sử dụng cho phân lớp đối tượng
- Mẫu có thể được phân theo hai (two-class case) hoặc nhiều lớp (multinomial logistic regression)
- Là discriminative classifier (thuật toán tìm hiểu sự khác nhau giữa các lớp) thay vì generative classifier (tìm hiểu đặc điểm của mỗi lớp và phân loại dựa trên )
- Là thuật toán phân loại xác suất

- Một thuật toán học máy phân loại thường có 4 thành phần:
  - Các đặt trưng của đầu vào (feature representation)
    - mẫu x<sup>(i)</sup> có các đặc trưng [x<sup>(i)</sup><sub>1</sub>, x<sup>(i)</sup><sub>2</sub>, ..., x<sup>(i)</sup><sub>n</sub>]
  - Hàm phân loại (classification function)
    - phân loại mẫu vào lớp dự đoán ŷ
    - sigmoid (two-class) hoặc softmax (multinomial classifier)
  - Hàm mục tiêu cho quá trình học (objective function for learning)
    - Đo lường lỗi (sai khác giữa nhãn thực và nhãn dự đoán của mô hình) trong quá trình huấn luyện
    - cross-entropy loss function

- Một thuật toán học máy phân loại thường có 4 thành phần (tiếp):
  - Thuật toán tối ưu hàm mục tiêu:
    - stochastic gradient descent
    - batch gradient descent
    - mini-batch gradient descent
- Hai pha chính:
  - Huấn luyện training:
    - huấn luyện hệ thống (tìm trọng số weight w và intercept b phù hợp cho mô hình dự đoán) dựa trên mẫu x<sup>(i)</sup> và nhãn y<sup>(i)</sup> cho trước trong tập huấn luyện
    - sử dụng
      - hàm mục tiêu cross-entropy loss

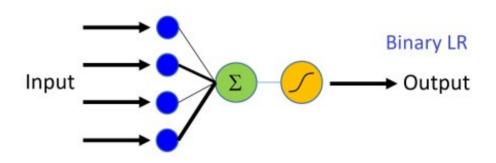
- Hai pha chính:
  - Huấn luyện training:
    - sử dụng (tiếp):
      - thuật toán tối ưu **stochastic / batch / mini-batch** gradient descent
  - Kiểm tra **test**:
    - cho dữ liệu kiểm tra x, tính p(y|x) và trả về nhãn y của x cho p cao hơn
  - Pha hiệu chỉnh Validation (có thể có hoặc không):
    - Hiệu chỉnh mô hình (Regularization) để tránh overfitting hoặc underfitting
    - Hiệu chỉnh L1 (L1 regularization)
    - Hiệu chỉnh L2 (L2 regularization)

### Cơ chế hoạt động

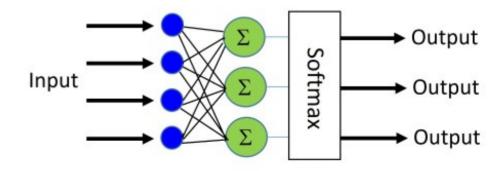
- Cho data set:
  - [ [ $X^{1}_{1}$ ,  $X^{1}_{2}$ , ...,  $X^{1}_{n}$ ,  $Y^{1}$ ], ... [ $X^{m}_{1}$ ,  $X^{m}_{2}$ , ...,  $X^{m}_{n}$ ,  $Y^{m}$ ] ]
  - $\mathbf{x}_{i}$  là đặc trưng j của quan sát thứ i,  $\mathbf{y}^{i}$  là nhãn của quan sát thứ I
- Tìm trọng số w và intercept / bias term b
  - $W := [W_1, W_2, ..., W_n]$
  - b

sao cho  $L_{CE}(\hat{y}, y) \rightarrow min$ 

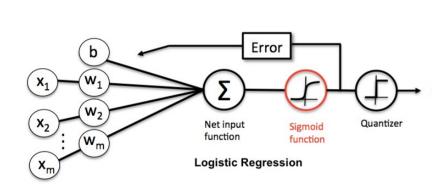
- $L_{CE}(\hat{y}, y) := cross-entropy loss function$
- Ŷ → nhãn dự đoán, y → nhãn thực

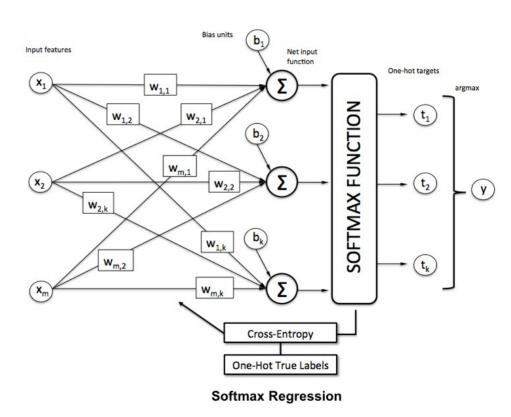


Multiclass LR

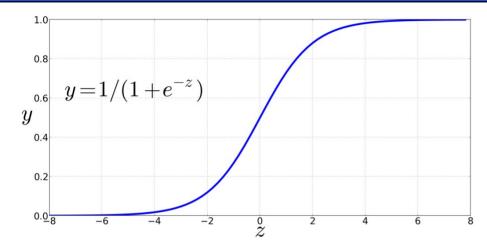


### Cơ chế hoạt động





## Hàm phân lớp - Classification Function



Meet Softmax  $\sigma(\mathbf{z})_j = \frac{e^{z_j}}{\sum_{k=1}^K e^{z_k}}$  for j=1,...,K.

Z

Softmax  $\sigma(\mathbf{z})_j = \frac{e^{z_j}}{\sum_{k=1}^K e^{z_k}}$  for j=1,...,K.

- Hàm sigmoid σ:
  - Phân loại 2 lớp
    - y = 0 và y = 1
    - Y = + (positive) và y = (negative)
    - •

- Hàm softmax
  - Phân loại k lớp (k >= 2)

## Hàm phân lớp – Classification Function

- $X = [X_1, X_2, ..., X_n]$
- nhãn y
- $W = [W_1, W_2, ..., W_n]^t$
- bias/intercept b
- z = x \* w + b

- Phân loại nhị phân:
  - $-P(y=1|x)=\sigma(w\cdot x+b)$
  - $P(y = 0|x) = 1 \sigma (w \cdot x + b)$
  - $\hat{y} = 1$  if P(y = 1|x) > 0.5 else  $\hat{y} = 0$
- Phân loại k lớp:

$$p(y = c|x) = \frac{e^{w_c \cdot x + b_c}}{\sum_{j=1}^k e^{w_j \cdot x + b_j}}$$

### Hàm mục tiêu - Cross-Entropy Loss Function

- Loss Function:
  - L(ŷ, y) := Định lượng mức độ sai khác giữa ŷ và y
  - L ưu tiên cho các nhãn được gán đúng.
  - mục đích của thuật toán LR là chọn ra được w, b có thể cực đại được log-xác suất của các nhãn gán đúng y trong bộ dữ liệu huấn luyện
  - loss function thường dùng là cross-entropy loss.

### Hàm mục tiêu - Cross-Entropy Loss Function

Với phân lớp nhị phân (y = 1 || y = 0):

$$p(y|x) = \hat{y}^{y} (1 - \hat{y})^{1-y}$$

$$\log p(y|x) = \log \left[ \hat{y}^{y} (1 - \hat{y})^{1-y} \right]$$

$$= y \log \hat{y} + (1 - y) \log(1 - \hat{y})$$

$$L_{CE}(\hat{y}, y) = -\log p(y|x) = -\left[ y \log \hat{y} + (1 - y) \log(1 - \hat{y}) \right]$$

$$L_{CE}(w, b) = -\left[ y \log \sigma(w \cdot x + b) + (1 - y) \log(1 - \sigma(w \cdot x + b)) \right]$$

### Hàm mục tiêu - Cross-Entropy Loss Function

Với phân lớp k lớp (k >= 2):

$$L_{CE}(\hat{y}, y) = -\sum_{k=1}^{K} 1\{y = k\} \log p(y = k|x)$$

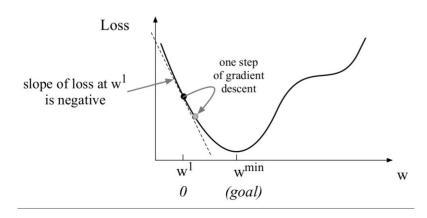
$$= -\sum_{k=1}^{K} 1\{y = k\} \log \frac{e^{w_k \cdot x + b_k}}{\sum_{j=1}^{K} e^{w_j \cdot x + b_j}}$$

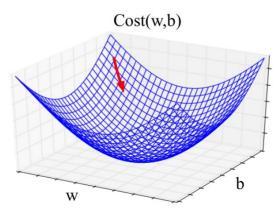
## Tối ưu hàm mục tiêu - Gradient Descent

Mục tiêu của LR:

$$\boldsymbol{\theta} = w, b$$
  $\hat{\theta} = \operatorname{argmin}_{\boldsymbol{\theta}} \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} L_{CE}(y^{(i)}, x^{(i)}; \boldsymbol{\theta})$ 

Gradient của L<sub>CE</sub> ứng với theta cho biết chiếu tăng cúa L<sub>CE</sub> tại theta. Đi theo chiều giảm gradient (Gradient Descent), tìm được vị trí (w, b)<sup>argmin</sup> ứng với cực tiểu hàm LCE. (w, b)<sup>argmin</sup> là tham số cần tìm của mô hình.





### Gradient Descent

Phương pháp chung tính gradient:

$$\nabla_{\theta} L(f(x;\theta),y)) = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial w_1} L(f(x;\theta),y) \\ \frac{\partial}{\partial w_2} L(f(x;\theta),y) \\ \vdots \\ \frac{\partial}{\partial w_n} L(f(x;\theta),y) \end{bmatrix}$$

Gradient của phân lớp nhi phân:

$$L_{CE}(w,b) = -[y\log\sigma(w\cdot x+b) + (1-y)\log(1-\sigma(w\cdot x+b))]$$

$$\frac{\partial L_{CE}(w,b)}{\partial w_j} = [\sigma(w\cdot x+b) - y]x_j$$

Gradient của phân lớp k lớp:

$$L_{CE}(w,b) = -[y\log\sigma(w\cdot x + b) + (1-y)\log(1-\sigma(w\cdot x + b))] \qquad L_{CE}(\hat{y},y) = -\sum_{k=1}^{K} 1\{y=k\}\log p(y=k|x) \qquad \frac{\partial L_{CE}}{\partial w_k} = -(1\{y=k\} - p(y=k|x))x_k$$

$$\frac{\partial L_{CE}(w,b)}{\partial w_j} = [\sigma(w\cdot x + b) - y]x_j \qquad = -\sum_{k=1}^{K} 1\{y=k\}\log \frac{e^{w_k \cdot x + b_k}}{\sum_{j=1}^{K} e^{w_j \cdot x + b_j}} \qquad = -\left(1\{y=k\} - \frac{e^{w_k \cdot x + b_k}}{\sum_{j=1}^{K} e^{w_j \cdot x + b_j}}\right)x_k$$

Cập nhật trọng số:

$$\theta_{t+1} = \theta_t - \eta \nabla L(f(x; \theta), y)$$

### Một số kỹ thuật tính Gradient

#### Stochastic GD:

- thuật toán online nhằm tối thiểu hóa loss function
- tính gradient và cập nhật trọng số trên mỗi mẫu huấn luyên

#### Mini-Batch GD:

- huấn luyện nhóm m mẫu. Nếu m = 1 thì là Stochastic GD. Hoặc m <= kích thước tập mẫu.
- Cho hiệu suất tính toán tốt do có thể chọn kích thước nhóm phù hợp với năng lực tính toán của máy tính hiện có. Vector hóa dữ liệu dễ dàng và có thể tận dụng năng lực tính toán song song.

#### Batch GD:

 huấn luyện với toàn bộ tập mẫu đồng thời (mini-batch với m = kích thước tập train).

```
function Stochastic Gradient Descent(L(), f(), x, y) returns \theta
     # where: L is the loss function
             f is a function parameterized by \theta
             x is the set of training inputs x^{(1)}, x^{(2)}, ..., x^{(n)}
             y is the set of training outputs (labels) y^{(1)}, y^{(2)}, ..., y^{(n)}
\theta \leftarrow 0
repeat til done # see caption
   For each training tuple (x^{(i)}, y^{(i)}) (in random order)
                                                 # How are we doing on this tuple?
      1. Optional (for reporting):
         Compute \hat{\mathbf{y}}^{(i)} = f(\mathbf{x}^{(i)}; \boldsymbol{\theta})
                                                 # What is our estimated output \hat{y}?
         Compute the loss L(\hat{y}^{(i)}, y^{(i)})
                                                 # How far off is \hat{y}^{(i)}) from the true output y^{(i)}?
      2. g \leftarrow \nabla_{\theta} L(f(x^{(i)}; \theta), y^{(i)})
                                                 # How should we move \theta to maximize loss?
      3. \theta \leftarrow \theta - \eta g
                                                 # Go the other way instead
return \theta
```

### Ví dụ: Sentiment Analysis

#### **5.1.1** Example: sentiment classification

Let's have an example. Suppose we are doing binary sentiment classification on movie review text, and we would like to know whether to assign the sentiment class + or - to a review document doc. We'll represent each input observation by the 6 features  $x_1...x_6$  of the input shown in the following table; Fig. 5.2 shows the features in a sample mini test document.

Var	Definition	Value in Fig. 5.2
$\overline{x_1}$	$count(positive lexicon) \in doc)$	3
$x_2$	$count(negative lexicon) \in doc)$	2
<i>x</i> <sub>3</sub>	$\begin{cases} 1 & \text{if "no"} \in \text{doc} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$	1
$x_4$	$count(1st and 2nd pronouns \in doc)$	3
<i>x</i> <sub>5</sub>	$\begin{cases} 1 & \text{if "!"} \in \text{doc} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$	0
$x_6$	log(word count of doc)	ln(66) = 4.19

### Sentiment Analysis

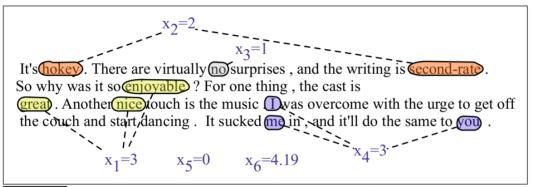


Figure 5.2 A sample mini test document showing the extracted features in the vector x.

Given these 6 features and the input review x, P(+|x) and P(-|x) can be computed using Eq. 5.5:

$$p(+|x) = P(Y = 1|x) = \sigma(w \cdot x + b)$$

$$= \sigma([2.5, -5.0, -1.2, 0.5, 2.0, 0.7] \cdot [3, 2, 1, 3, 0, 4.19] + 0.1)$$

$$= \sigma(.833)$$

$$= 0.70$$

$$p(-|x) = P(Y = 0|x) = 1 - \sigma(w \cdot x + b)$$

$$= 0.30$$
(5.6)

### Ví dụ: Period Disambiguation

Logistic regression is commonly applied to all sorts of NLP tasks, and any property of the input can be a feature. Consider the task of **period disambiguation**: deciding if a period is the end of a sentence or part of a word, by classifying each period into one of two classes EOS (end-of-sentence) and not-EOS. We might use features like  $x_1$  below expressing that the current word is lower case and the class is EOS (perhaps with a positive weight), or that the current word is in our abbreviations dictionary ("Prof.") and the class is EOS (perhaps with a negative weight). A feature can also express a quite complex combination of properties. For example a period following an upper case word is likely to be an EOS, but if the word itself is St. and the previous word is capitalized, then the period is likely part of a shortening of the word street.

$$x_1 = \begin{cases} 1 & \text{if "} Case(w_i) = \text{Lower"} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$x_2 = \begin{cases} 1 & \text{if "} w_i \in \text{AcronymDict"} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$x_3 = \begin{cases} 1 & \text{if "} w_i = \text{St. \& } Case(w_{i-1}) = \text{Cap"} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

### Project

- Sentiment Analysis of Product Reviews:
  - Tiếng Anh:
    - Đánh giá nhận xét của khán giả trên trang IMDB
    - Dataset aclImdb
  - Tiếng Việt:
    - Đánh giá nhận xét của người mua trên trang web thương mại điện tử
    - Dataset VLSP 2016

### Project

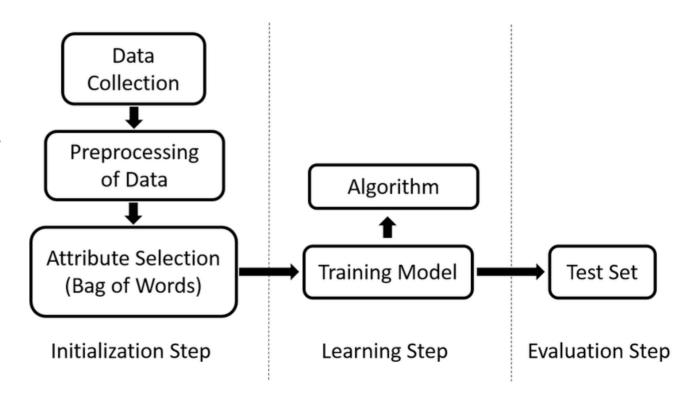
- Libs & Packages:
  - VNCoreNLP (for words tokenize).
  - Scikit Learn (for Machine Learning).
  - Numpy/Scipy (for Sparse Matrix).
  - Pandas
  - VnEmoLex (bộ dữ liệu về tính từ thể hiện sắc thái)

### VNEmoLex

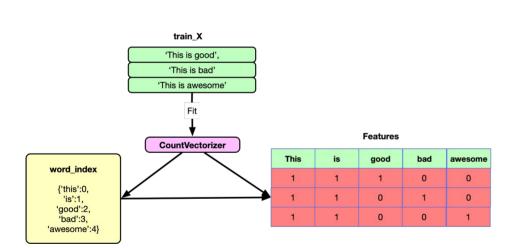
А	В	Ĺ	U	E	r	G	п		J	K	L	IVI
						Disgust	Fear			Surprise		
		Positive	Negative	Anger/t c gi n	/ Hi vọng	/ chán ghét	/ s hãi	Joy/ thích thú	Sadness/ bu n bã	/ ng c nhiên	Trust/ tin tY ng	
celebrity	Danh nhân		1 (	) (	C		0	0 1	0		1 1	
celebrity	danh tiếng		1 (		) 1		0	0 1	0		1 1	
opera	nghệ thuật nhạc k		0 (	0	C	)	0	0 1	0		1 0	
celebrity	sự nổi tiếng		1 1	1	1		0	0 1	0		1 1	
endless	bất tận		0 0	0	C	)	0	1 (	1		0 1	
epidemic	b nh d ch		0 1	1	1		1	1 (	1		1 0	
retirement	bỏ cuộc		0 1	1 (	1		0	1 (	1		0 0	
outburst	bùng nổ		0 0	1	C	)	0	1 1	1		1 0	
omance	cường điệu		1 (	) (	0	)	1 (	0 0	0		1 0	
	dσ		0 1	1	1		1	1 (	1		1 0	
nurture	giáo dục		1 (	0	1		0 (	0 1	0		0 1	
romance	lãng mạng		1 (	) (	) 1		0	1 1	1		1 1	
omance	mơ mộng		1 (	0	1		0	1 1	1		1 1	
etirement	nghỉ hưu		0 0	) (	1		0 (	0 1	1		0 1	
	ngừng hoạt động		0 1	1	1		1	1 (	1		1 0	
	nhơ		0 1	1	1		1	1 (	1		1 0	
nurture	nuôi nấng		1 (	1	1		1	1 1	0		0 1	
	trộm		0 1	ı	1		1	1 1	1		1 0	
grim	ác nghiệt		0 1	1	1		1	1 (	1		0 0	
empest	bão		0 1	1 0	C	)	0	1 (	0		1 0	
unbeaten	b t khu t		1 (	) (	1		0 (	0 1	0		1 1	
	bị đối xử tàn tệ		0 1	1	1		1	1 (	1		0 0	
	bị lạm dụng		0 1	1	1		1	1 (	1		0 0	
	bị ngược đãi		0 1	1	1		1	1 (	1		0 0	
ace	buộc		0 0	1	C	)	0	1 (	1		0 1	
nighest	cao nhất		0 0	) (	) 1		0 (	0 1	0		1 0	
oray	cầu xin		0 0		) 1		0	0 0	0		1 1	
loodshed	chém giết		0 1	1	C	)	1	1 0	1		0 0	
	chênh lệch		0 0	) (	) 1		0 (	0 0	0		1 0	
ash	có tiền		1 (	) (	) (		0	1	0		0 1	

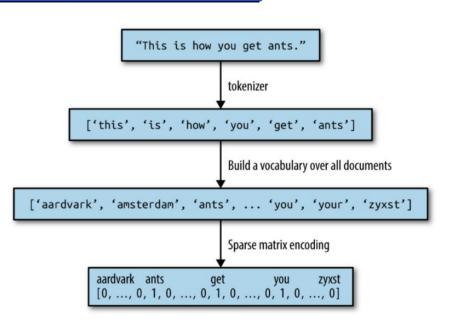
### Project

- Các bước thực hiện:
  - Preprocessing
     tách từ, lọc ký
     tự đặc biệt
  - LG Model:cross-validation= 5



### Bag-Of-Words





Bag of words processing [1]

### Bag-Of-Words

	it	is	puppy	cat	pen	a	this
it is a puppy	1	1	1	0	0	1	0
it is a kitten	1	1	0	0	0	1	0
it is a cat	1	1	0	1	0	1	0
that is a dog and this is a pen	0	2	0	0	1	2	1
it is a matrix	1	1	0	0	0	1	0

### Đánh giá cho tiếng Việt

Phương pháp tiếp cận	Độ chính xác
BoW = Tất cả các từ khác nhau trong văn bản. Vector bình luận là vector nhị phân (chỉ xét đến sự hiện diện của từ)	65%
BoW = Tất cả các từ khác nhau trong văn bản. Vector bình luận là vector tần suất của từ xuất hiện trong văn bản	63-64%
BoW = Các tính từ trong VnEmoLex Vector bình luận là vector tần suất của từ xuất hiện trong văn bản	60-62%
BoW = Tất cả các từ khác nhau trong văn bản. Vector bình luận là vector tần suất của từ xuất hiện trong văn bản, tăng tần suất lên N lần cho các tính từ trong VnEmoLex	62-64%
TF-IDF	NaN

\*Độ chính xác của mô hình cho tiếng Anh là 88%

### Tài liệu tham khảo

- Chapter 5 Speech and Language Processing 3rd edittion
   Daniel Jurafsky & James H. Martin
- Large Movie Review Dataset Stanford Al Lab
- http://vlsp.org.vn/ 2019
- https://github.com/vncorenlp/VnCoreNLP 2019
- VnEmoLex: A Vietnamese emotion lexicon for sentiment intensity analysis KTLab

Cảm ơn vì đã lắng nghe!