

8.

我们设第 i 次转动的结果为 X_i ，当转到奇数的时候值为1，偶数时为0。如果轮盘公正，那么 $\mu = 0.5, \sigma^2 = 0.25$ ，则由中心极限定理，转到奇数的次数大于55次的概率为 $P(Z_n > x) = P(Z_n > \frac{55-100\mu}{10\sigma}) = 1 - P(Z_n \leq 1) = 2 - \Phi(1) \approx 0.1587$

9.

(a)

设第 i 天内是否死机为 X_i ，当死机发生时记为1，没有发生记为0。由题意得 $\mu = 0.95, \sigma^2 = 0.0475$ ，所以由中心极限定理，至少有45天没有死机的概率为 $P(Z_n > \frac{45-50\mu}{\sqrt{50}\sigma}) \approx \Phi(1.62) = 0.9474$

(b)

由题意得： $\lambda = np = 47.5$ ，那么 $P(Z_n \leq 5) = \sum_{k=0}^5 e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} \approx 1$

10.

(a)

$P(Z_n > x) = P(Z_n > \frac{440-100\mu}{90}) = 1 - P(Z_n \leq -0.667) = \Phi(0.667) \approx 0.7454$

(b)

由题意得： $P(X_1 + \dots + X_n \leq 200 + 5n) = P(X_1 + \dots + X_n \leq \frac{200}{3\sqrt{n}}) \geq 0.95$ ，所以 $\frac{200}{3\sqrt{n}} \geq 1.65$ ，解得 n 的最大值为1632。

(c)

若恰好220天生产到第1000个，则每天平均需要生产约4.55个；若219天就可以生产到第1000个，则每天平均需要生产约4.57个。所以，由中心极

限定理, 我们有 $P(N \geq 220) \approx P(4.55 \times 220 \leq S_n \leq 4.57 \times 220) \approx \Phi(-2.12) - (1 - \Phi(2.22)) = \Phi(2.22) - \Phi(2.12) \approx 0.0038$

11.

不妨令 $W_i = X_i - Y_i$, 由于 X_i, Y_i 都是 $[0, 1]$ 上的均匀分布, 所以 $E[W_i] = E[X_i] - E[Y_i] = 0, \text{var}(W_i) = \text{var}(X_i) + \text{var}(Y_i) + 2\text{cov}(X_i + Y_i) = 1$ 。由中心极限定理, 原式 $P(|W - E[W]| < 0.001) = P(|W| \leq 0.001) = 2P(W \leq 0.001) \approx 2\Phi(0) = 1$ 。

12.

略。