41.

(a)

因为X_i服从$[0,1]$上的均匀分布，所以$M_X(s)=\frac{e^s-1}{s}$，由于人数服从泊松分布，所以$M_N(s)=e^{\lambda(e^s-1)}$，将$e^s$替换后得到 $M_Y(s)=e^{\lambda(\frac{e^s-1}{s}-1)}$

(b)

由(a)中的矩母函数可得：$E[Y]=\frac{d}{ds}M_Y(s)|_{s=0}=\frac{\lambda}{2}$

(c)

由重期望法则：$E[Y]=E[E[Y|N]]=E[X]E[N]=\frac{\lambda}{2}$，与(b)中的结果一致。

42.

个数服从参数为λ的泊松分布的情况下， $M_X(s)=e^{\lambda(e^{\frac{\sigma^2s^2}{2}}+\mu s)-1}$，显然不满足正态分布的矩母函数的形式。

43.

(a)

由全概率定理： $P(X\le x)=\frac{1}{16}(1+4\int_0^x f_Y(y)dy+6\int_0^x f_{2Y}(y)dy+4\int_0^x f_{3Y}(y)dy+\int_0^x f_{4Y}(y)dy)$ 混合分布的对应的矩母函数为： $M_X(s)=\frac{1}{16}(1+4e^{\frac{s^2}{8}+s}+6e^{\frac{s^2}{4}+2s}+4e^{\frac{3s^2}{8}+3s}+e^{\frac{s^2}{2}+4s})$，所以超过4分钟的概率为$1-P(X\le 4)\approx 0.06$。X不是正态的。

(b)

二项分布的矩母函数：$M_N(s)=(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}e^s)^4$，用正态分布的矩母函数替换： $M_X(s)=\frac{1}{16}(1+e^{\frac{s^2}{8}}+s)^4$，展开后与(a)中结果一致。

44.

(a)

$E[N] = E[M]E[K], var(N) = E[M]var(K) + E[K]^2 var(M)$

(b)

$E[Y] = E[X]E[N] = E[X]E[M]E[K], var(Y) = E[N]var(X) + E[X]^2 var(N) = E[M]E[K]var(X) + E[X]^2(E[M]var(K) + E[K]^2 var(M))$

(c)

由题意得：$E[K] = \mu, E[X] = \frac{1}{\lambda}, E[M] = \frac{1}{p}, var(K) = \mu, var(X) = \frac{1}{\lambda^2}, var(M) = \frac{1-p}{p^2}$，由(b)中的公式，我们可以得到：$E[Y] = \frac{\mu}{p\lambda}, var(Y) = \frac{\mu}{p\lambda^2} + \frac{\mu p+\mu^2-\mu^2 p}{\lambda^2 p^2}$

45.

略。