24.

(a)

由题意得：X，Y是$-2 \leq x \leq 4, x-1 \leq y \leq x+1$上的均匀分布，所以：

Y/X	-2	-1	0	1	2	3	4
-3	$\frac{1}{21}$	0	0	0	0	0	0
-2	$\frac{1}{21}$	$\frac{1}{21}$	0	0	0	0	0
-1	$\frac{1}{21}$	$\frac{1}{21}$	$\frac{1}{21}$	0	0	0	0
0	0	$\frac{1}{21}$	$\frac{1}{21}$	$\frac{1}{21}$	0	0	0
1	0	0	$\frac{1}{21}$	$\frac{1}{21}$	$\frac{1}{21}$	0	0
2	0	0	0	$\frac{1}{21}$	$\frac{1}{21}$	$\frac{1}{21}$	0
3	0	0	0	0	$\frac{1}{21}$	$\frac{1}{21}$	$\frac{1}{21}$
4	0	0	0	0	0	$\frac{1}{21}$	$\frac{1}{21}$
5	0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{21}$

所以边缘分布列

$$P_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{7} & -2 \leq x \leq 4 \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

$$P_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{21} & y = -3/y = 5 \\ \frac{2}{21} & y = -2/y = 4 \\ \frac{1}{7} & -1 \leq y \leq 3 \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

期望$E[X] = 1, E[Y] = 1$。

(b)

$$E[100X + 200Y] = \sum_{(x,y)} (100x + 200y) P_{X,Y}(x, y) = \frac{8200}{21} \approx 390$$

25.

(a)

因为答案被选中的可能性相等，故$P_{I,J}$满足均匀分布，所以

$$P_{I,J}(i,j) = \begin{cases} \frac{1}{\sum_{k=1}^{n} m_k} & 0 < j \leq m_i \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

不难得到边缘分布列$P_I(i) = \frac{m_i}{\sum_{k=1}^{n} m_k}, P_J(j) = \frac{\sum_{k=1}^{n}[j \leq m_k]}{\sum_{k=1}^{n} m_k}$。

(b)

对于第i个学生，可以将其回答情况视为m_i个独立的题目的得分期望的和，所以总分的期望值为$\sum_{k=0}^{m_i} ap_{i,k} + b(1-p_{i,k})$。

26.

(a)

因为最低分不小于x的分布列$P(X_1 \geq x, X_2 \geq x, X_3 \geq x) = \Pi_{i=1}^{3} \frac{111-x}{10}$
所以$P_X(x) = (\frac{111-x}{10})^3 - (\frac{110-x}{10})^3$

(b)

三天的平均得分为$\frac{x_1+x_2+x_3}{3}$，而X的期望$E[X] = \sum_{i=101}^{110} x((\frac{111-x}{10})^3 - (\frac{110-x}{10})^3)$。

平均分的期望值为105.5，而X的期望为103.025。

27.

略。

28.

换一种方式陈述书上的答案，使得答案更加容易理解。

我们如果按照原来的顺序答题，奖金的期望$E[L] = p_1v_1 + p_1p_2v_2 + \ldots + p_1p_2 \ldots p_nv_n$。

假定我们尝试着交换相邻两道题的顺序（交换任意两道题的顺序可以通过若干次相邻交换实现），则交换后的期望值变为$E[L'] = p_1v_1 + \ldots + p_1p_2 \ldots p_{k+1}v_{k+1} + p_1p_2 \ldots p_kp_{k+1}v_k + \ldots + p_1p_2 \ldots p_nv_n$。将两个式子做差，可以得到$p_1p_2 \ldots p_{k-1}(p_kv_k + p_kp_{k+1}v_{k+1} - p_{k+1}v_{k+1} - p_kp_{k+1}v_k)$。括号外的式子一定为正，我们只看括号内：$p_kv_k(1 - p_{k+1}) + p_{k+1}v_{k+1}(p_k - 1)$，提出一个$(1 - p_{k+1})(1 - p_k)$，得到 $\frac{p_kv_k}{1-p_k} - \frac{p_{k+1}v_{k+1}}{1-p_{k+1}}$。所以先选$\frac{p_iv_i}{1-p_i}$是明智的。

证毕。

29.

略。

30.

略。