5.

由题意得：$f_{X_i}(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & x \in [-1,1] \\ 0 & otherwise \end{cases}$

(a)

Y_n依概率收敛于0。

$$\begin{aligned} &\lim_{n\to\infty} P(|Y_n - a| \geq \epsilon) \\ &= \lim_{n\to\infty} 2P(Y_n \geq \epsilon) \\ &= P(0 \geq \epsilon) \\ &= 0 \end{aligned}$$

利用夹逼定理，容易得出极限值为0。

(b)

Y_n依概率收敛于0。

$$\begin{aligned} &\lim_{n\to\infty} P(|Y_n - a| \geq \epsilon) \\ &= \lim_{n\to\infty} P(|X_n^n| \geq \epsilon) \\ &= \lim_{n\to\infty} 2P(X_n \geq \epsilon^n) \\ &= \lim_{n\to\infty} 2P(X_n \geq 1) \\ &= 0 \end{aligned}$$

不难看出Y_n的极限不存在。

(c)

Y_n依概率收敛于0。

$$\begin{aligned} &\lim_{n\to\infty} P(|Y_n - a| \geq \epsilon) \\ &= \lim_{n\to\infty} 2P(Y_n \geq \epsilon) \\ &= P(0 \geq \epsilon) \\ &= 0 \end{aligned}$$

Y_n的极限为0。

(d)

Y_n依概率收敛于0。

$$
\begin{aligned}
&\lim_{n\to\infty} P(|Y_n - a| \geq \epsilon)\\
&= \lim_{n\to\infty} 2P(Y_n \geq \epsilon)\\
&= \lim_{n\to\infty} P(max\{X_1, X_2, \dots X_n\}) \geq \epsilon)\\
&= \lim_{n\to\infty} (\tfrac{1-\epsilon}{2})^n\\
&= 0
\end{aligned}
$$

Y_n的极限为1。

6.

略。

7.

略。