30.

如果两头猎犬均选择了正确方向，概率为p^2；如果只有一头选择了正确方向，概率为$2p(1-p)$，此时随机选择到正确方向的概率是$p(1-p)$，故在这个策略下选择正确方向的概率为$p^2+p-p^2=p$，并不会比只让一条猎犬选择更优。

31.

(a)

由于不同信号之间独立，第k个信号正确传输的概率为$p(1-\epsilon_0)+(1-p)(1-\epsilon_1)$

(b)

1011一共含有三个1和一个0，且彼此独立，所以正确传输的概率为$(1-\epsilon_0)(1-\epsilon_1)^3$

(c)

只有以下的情况数据可以被正常传输：

- 3个0均没有错误，概率为$(1-\epsilon_0)^3$
- 只有一个0发生错误，概率为$C_3^1\epsilon_0(1-\epsilon_0)^2$

综上，0被正确传输的概率为$(1-\epsilon_0)^3+3\epsilon_0(1-\epsilon_0)^2$

(d)

将(c)中的式子变形为$1^3-3\epsilon_0^2(1-\epsilon_0)-\epsilon_0^3=1-3\epsilon_0^2+2\epsilon_0^3$
对上式求导得到$-6\epsilon_0+6\epsilon_0^2$,由于$0\le\epsilon_0\le1$，所以函数在$\epsilon_0=0$时取到最大值。即：整个传输过程完全不要出错是坠吼的。

(e)

由贝叶斯准则，对方发出的数据为0的概率为$\frac{P(0)}{P(1)+P(0)}=\frac{\epsilon_0^2}{\epsilon_1+\epsilon_0^2}$

32.

- 因为各次生育是独立的，所以国王的性别并不会影响他的兄弟姐妹，而生男的概率为$\frac{1}{2}$，故国王有一个兄弟的概率为$\frac{1}{2}$
- 国王的母亲一共有两个孩子，并且两个都是男性，所以国王有一个兄弟的概率为$\frac{1}{4}$

33.

投一次硬币已经没办法解决这个问题了，那我们考虑投两次。投两次硬币的全部概率为$1^2 = (1-p+p)^2 = (1-p)^2 + 2p(1-p) + p^2$。注意到里面有一个2，那么我们不妨投两次硬币，如果两次结果相同，则重新开始；剩余的两种情况每个人获胜的概率均为$\frac{1}{2}$。