49.

第一次投掷：

点数	1	2	3	4	5	6
概率	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

第二次投掷：

点数和	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
概率	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

第三次投掷：

点数和	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
概率	$\frac{1}{216}$	$\frac{3}{216}$	$\frac{6}{216}$	$\frac{10}{216}$	$\frac{15}{216}$	$\frac{21}{36}$	$\frac{25}{216}$	$\frac{27}{216}$	$\frac{27}{216}$	$\frac{25}{216}$	$\frac{21}{216}$	$\frac{15}{216}$	$\frac{10}{216}$	$\frac{6}{216}$	$\frac{3}{216}$	$\frac{1}{216}$

从上表来看和为11的概率要大于和为12。

50.

如果$n > 365$，那么根据鸽巢原理，一定有两个人的生日在同一天，所以这个概率是0。

如果$1 < n \leq 365$，那么没有任何两个人在同一天生日的概率为$\frac{C_{365}^n}{365^n}$（每个人选其中的某一天作为自己的生日，可选的所有可能是365^n种）。

51.

(a)

样本空间：抽走两个红球（设为事件A），抽走两个白球（设为事件B），抽走一个红球和一个白球（设为事件C）。

基于离散均匀分布律的计数方法，我们有：

$$P(A) = \frac{C_m^2}{C_{m+n}^2}, P(B) = \frac{C_n^2}{C_{m+n}^2}, P(C) = \frac{C_m^1 C_n^1}{C_{m+n}^2}$$

设第一次抽到红球为事件D，第一次抽到白球为事件E，基于乘积规则，我们也可以得到：

$$P(D)=\frac{m}{m+n},P(E)=\frac{n}{m+n}$$

那么：

$$P(A)=\frac{m-1}{m+n-1}P(D)=\frac{C_m^2}{C_{m+n}^2}$$

$$P(B)=\frac{n-1}{m+n-1}P(E)=\frac{C_n^2}{C_{m+n}^2}$$

$$P(C)=\frac{m}{m+n-1}P(E)+\frac{n}{m+n-1}P(D)=\frac{C_m^1C_n^1}{C_{m+n}^2}$$

(b)

- 出现1的时候，全是红球的概率为$\frac{C_m^1}{C_{m+n}^1}$
- 出现2的时候，全是红球的概率为$\frac{C_m^2}{C_{m+n}^2}$
- 出现3的时候，全是红球的概率为$\frac{C_m^3}{C_{m+n}^3}$

由全概率公式，取出的球全是红色的概率为$\frac{1}{3}(\frac{C_m^1}{C_{m+n}^1}+\frac{C_m^2}{C_{m+n}^2}+\frac{C_m^3}{C_{m+n}^3})$。

52.

第13张牌正好是老K，意味着前12张牌均不能是老K，故概率为$\frac{C_{48}^{12}}{C_{52}^{12}}\frac{C_4^1}{C_{40}^1}$。

53.

我们把90个学生排成一排，前30个学生在一个班，中间30个学生在一个班，最后30个学生在一个班。这样所有的可能有90!种。对于乔和简，他们两个人可以先确定在三个班中的某一个，然后在这个班的30个位置中任意占据两个，其他人再随机排列。这样满足条件的排列数是$C_3^1C_{30}^2 98!$。所以分到一个班的概率为$\frac{C_3^1C_{30}^2 98!}{90!}$。

54.

(a)

$\frac{20!}{10!10!} = 184756,$

(b)

不难发现只有两种排列方式满足要求（“美国车，外国车，美国车，...，外国车”和“外国车，美国车，外国车，...，美国车”）。所以这个概率为$\frac{2}{184756}$。

55.

总共可以摆放的方案一共是C_{64}^8种。考虑合法的情况，每一个车一定单独占据一行，第一行的车有8种选择，第二行的车只有7种选择…… 所以合法的概率为$\frac{8!}{C_{64}^8}$。

56.

(a)

$C_8^4 C_{10}^3 = 1680$

(b)

- 假定所选的所有高水平课程均在$H_1, \ldots, H_5$中，那么所有的可能有$C_7^3 C_5^3 = 350$种；
- 假定所选的所有高水平课程均在$H_6, \ldots, H_1 0$中，那么所有的可能有$C_6^2 C_5^3 = 150$种；
- 假设二者均有涉及，那么三门先修课程均需要开设，所有的可能有$C_5^1 \sum_{i=1}^2 C_5^i C_5^{3-i} = 500$种

所以一共有1000种。

57.

将问题换一个方式陈述：将一个26个不同字母随机排列组成的字符串划分为6个部分，有多少种划分方式？

26个字母的总排列数是26!，将长度为26的字符串划分为6个部分，只需要在其中的25个间隔处插入空格即可，且不能有连续的空格。所以最后的结果为$26!C_{25}^5$。

58.

接下来的问题中我们假设一共有52张牌。

(a)

$\frac{C_4^3 C_{48}^4}{C_{52}^7}$

(b)

$\frac{C_4^2 C_{48}^5}{C_{52}^7}$

(c)

$\frac{C_4^3 C_{48}^4}{C_{52}^7} + \frac{C_4^2 C_{48}^5}{C_{52}^7} - \frac{C_4^2 C_4^3 C_{44}^2}{C_{52}^7}$

59.

$\frac{C_k^n C_{100-k}^{m-n}}{C_{100}^m}$

柠檬法案：柠檬法（Lemon Laws）是一种美国的消费者保护法，主要是在保障汽车买主的权益。柠檬法的名称起源于美国经济学家乔治·阿克罗夫（George A. Akerlof）所发表的一篇经济学论文，因为这缘故，对于出厂后有瑕疵问题的汽车，通常也会称呼其为柠檬车（Lemon Car）或直接就称为柠檬。

60.

我们可以使用类似于53题的思路，得到$\frac{13^4\times\frac{48!}{(4!)^{12}}}{\frac{52!}{(4!)^{13}}}\approx 0.105$

61.

略。

62.

略。