1.

由题意得，$f_X(x)=\frac{1}{2}$，所以 $F_Y(y)=P(Y\le y)=P(\sqrt{|X|}\le y)=P(|X|\le y^2)$。

$$F_Y(y)=\begin{cases} y^2 & y\in[0,1] \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

求导后即可得到：

$$f_Y(y)=\begin{cases} 2y & y\in[0,1] \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

因为$F_Z(z)=P(Z\le z)=P(-ln|X|\le z)=P(|X|\ge e^{-z})$

$$F_Z(z)=\begin{cases} 1-e^{-z} & z\in[0,\infty] \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

所以

$$f_Z(z)=\begin{cases} e^{-z} & z\in[0,\infty] \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

2.

令$Y=e^X$，则$F_Y(y)=P(Y\le y)=P(e^X\le y)=P(X\le lny)$，所以$F_Y(y)=\int_{-\infty}^{lny}f_X(x)dx$，求导后$f_Y(y)=\frac{f_X(lny)}{y}$。

当X服从$[0,1]$上的均匀分布时：

$$f_Y(y)=\begin{cases} \frac{1}{y} & y\in[1,e] \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

3.

令$Y=|X|^{\frac{1}{3}},Z=|X|^{\frac{1}{4}}$，则： $F_Y(y)=P(Y\le y)=P(|X|^{\frac{1}{3}}\le y)=P(|X|\le y^3)=\int_0^{y^3}f_{|X|}(|x|)dx$，所以$f_Y(y)=3y^2f_{|X|}(y^3)$，同理$f_Z(z)=4z^3f_{|X|}(y^4)$。