

## 14.

(a)

仅有(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)满足情况, 故 $P = \frac{1}{6}$

(b)

若总和小于等于4, 则有(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (3, 1)六种情况, 其中一对的事件有两个, 故 $P = \frac{1}{3}$ 。

(c)

设两个骰子都是6为事件A, 恰有一个骰子为6为事件B, 则 $P(A)+P(B) = \frac{1}{36} + \frac{10}{36} = \frac{11}{36}$ 即为所求。

(d)

不同的抛掷结果一共有30种, 而至少一个骰子为6 (也只能有一个骰子为6) 有10种情况, 所以 $P = \frac{1}{3}$

## 15.

在已知第一次为正面的情况下, 两次均正面朝上的概率只取决于第二次抛掷的情况, 所以此时的概率为 $\frac{1}{2}$ 。

而两次中至少有一次正面朝上的概率为 $\frac{3}{4}$ , 在已知该前提下, 两次正面的概率为 $\frac{1}{3}$ , 所以爱丽丝的结论是正确的。

假定硬币不对称, 即 $p \neq 1 - p$ , 那么第一种情况的概率变为 $p$ ; 而第二种情况下至少一次正面朝上的概率变为了 $1 - (1 - p)^2 = 2p - p^2$ , 在该前提下两次正面朝上的概率就应该是 $\frac{p}{2-p}$ 。因为 $p \leq 1$ , 所以仅当 $p = 1$ 或 $p = 0$ , 即正面始终朝上或朝下时, 两个条件概率相等, 其他条件下, 前者的概率都要比后者大。

可以将这个结论推广到任意 $n(n \geq 2)$ 次游戏: 将前 $n - 1$ 次游戏抛得正面条件下得到 $n$ 次正面的概率与至少 $n-1$ 次得到正面条件下的概率相差, 得到 $\frac{(n-1)p+(1-n)p^2}{p+n-np}$ , 由于 $p \geq p^2$ , 可以得到和上面一样的结论。

## 16.

所有抛掷可以得到正面的概率为 $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$ ，而选中正常硬币并抛掷得到正面的概率为 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ ，于是由条件概率可得 $\frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$ 。

也可以考虑所有抛掷的结果：一共是三正三反，而三个正面朝上的情况中只有一个是来自于正常硬币，结果也是 $\frac{1}{3}$ 。

## 17.

设这批产品被接受为事件A，则 $P(A) = \frac{C_{90}^5}{C_{100}^5}$ ，那么被拒绝的概率就为 $1 - P(A) \approx 0.19$

## 18.

$$P(A \cap B|B) = \frac{P(A \cap B \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = P(A|B)$$

证毕。