22.

设第i次赌博的收益比率为常量R_i，资产值为随机变量X_i，我们可以得到：

- $E[X_1] = (pR_1 + 2(1-p)^2)x$
- $E[X_2] = E[E[X_2|X_1]] = (pR_2 + 2(1-p)^2)X_1$
- $E[X_3] = E[E[X_3|X_2]] = (pR_3 + 2(1-p)^2)X_2$
- $\dots$

综上：$E[X_n] = x\Pi_{i=1}^{n}(pR_i + 2(1-p)^2)$

23.

(a)

当$X \leq 1$时，纳特的等待时间为0；当$X > 1$时，等待时间的期望值为$\int_1^2 \frac{x-1}{2}dx = \frac{1}{4}$，所以总的等待时间的期望值为15分钟。

(b)

当$X \leq 1$时，约会的时长是3小时；当$X > 1$时，约会时间的期望值为$E[Y] = E[E[Y|X]]$，因为$E[Y|X] = \frac{3-X}{2}$，所以$E[Y] = \frac{3}{2} - \frac{E[X]}{2} = 1$。所以总的约会时间的期望值为2小时。

(c)

TODO:

24.

(a)

由重期望法则：

$$\begin{aligned}E[X] &= E[E[X|Y]] \\ &= E[5-Y] \\ &= 5-E[Y] \\ &= 3\end{aligned}$$

(b)

$E[X+Y]=E[X]+E[Y]=3+2=5$小时，所以是下午两点。

(c)

TODO:

25.

略。

26.

略。

27.

略。

28.

略。