Физика магнитных явлений

Иосиф Давидович Токман

Немного о терминологии. Спин спиновое взаимодействие в лоб - это то, что сы рассматривали, когда говорили о релятивистских эффектах. Это непосредственно спин-спин. Но спин орбитальное взаимодействие тоже присутствует и приводим гамильтониан к виду, где это похоже на спин-спиновое взаимодействие. Природа у него другая.

Мы все это получали в предположении, что интегралы, где стоит бозевская функция распределения, брались в пределе до бесконечности. Но строго говоря это так лишь при низкой температуре. Что это за низкая температура?

Задача: Что такое низкие температуры? Чем она обусловлена? Какую точность обеспечивает это приближение?

Мы рассматриваем релятивистские взаимодействия в кристалле. Главный прорыв до сих пор был в том, что мы орбъяснили спиновую упорядоченность при помощи обменного взаимодействия.

Есть однако более слабые взаимодействия. И, оказывается, они тоже важны. Мы писали, что есть некоторые члены, отвечающие кристаллической структуре, а есть члены, отвечающие чисто макроскопическим электродинамическим взаимодействиям.

Мы получилти оператор, по форме совпадающим с первым членом. Этот оператор описывает эффекты анизотропии. Важно подчеркнуть, что этот тензор, как функция расстояния между спинами быстро спадает с увеличением расстояния. Т.е. это взаимодействие *не дальнодействующее.*

При переходе к приближению сплошной среды можно записать:

$$E_{\mathrm{se}} = \frac{1}{2}\int \beta_{\alpha\gamma} M_\alpha(\vec{r}) M_\gamma(\vec{r}) d^3\vec{r}; \tag{1}$$

15 Магнито кристаллографическая анизотропия

Рассмотрим предыдущие выражения. Видно, что первые члены везде имеют одну и ту же структуру. Объединим в один член, который будет содержать информацию о симметрии кристалл и направлении вектора намагниченности.

$$E_{\mathrm{A}} = \int_V \frac{1}{2}\beta_{\alpha\gamma} M_\alpha(\vec{r}) M_\gamma(\vec{r}) d^3\vec{r}; \tag{2}$$

Здесь есть информация о кристаллографической структуре.

При таком определении энергии кристаллографической магнитной анизотропии под энергией магнито-дипольного взаимодействия следует понимать величину:

$$E_{\mathrm{MD}} = -\frac{1}{2}\int \vec{M}(\vec{r}) \vec{\mathcal{H}}_M(\vec{r}) d^3\vec{r}; \tag{3}$$

Мы здесь видим члены не зависящие непосредственно от кристалла. Это классическое описание.

16 Энергия кристаллографической анизотропии. Энергия магнитно-дипольного взаимодействия.

Количественно магнитокристаллографическую анизотропию ферромагнитного кристалла принято характеризовать соответствующими константами. Так из 2 видно, что плотность энергии магнитокристаллографической анизотропии в более общем виде можно записать как:

$$\epsilon_{\mathrm{A}} = \sum_{n_x, n_y, n_z} K_{n_x, n_y, n_z} \alpha_x^{n_x} \alpha_y^{n_y} \alpha_z^{n_z}; \tag{4}$$

Здесь K - константы кристаллографической анизотропии, размерностью $\frac{\mathrm{erg}}{\mathrm{cm}^3}$. α - направляющие косинусов вектора намагниченности по направлению к кристаллографическим осям. Причем комбинация $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$ - такие, что ϵ_{A} - инвариантно относительно элементов симметрии кристалла. n_x, n_y, n_z - (степени) могут принимать значения $0, 1, 2, \ldots$, Причем $n_x + n_y + n_z$ - чётное число, т.к. в этом случае ϵ_{A} остаётся инвариантной относительно замены $t \to -t$, а $\alpha_{x,y,z}$ - меняют знак.

Пусть ось "лёгкого"намагничивания совпадает с z. Тогда:

$$\epsilon_{\mathrm{A}} = K(\cos\theta)^2,\ K < 0; \tag{5}$$

Очевидно, что тут есть 2-а минимума (и это почти всегда так).

А если у константы другой знак $K > 0$ - то у нас получается миниамльное значение при $\pi/2$. Энергия магнито-дипольного взаимодействия характеризуется своей плотностью. Из 3 мы можем получить:

$$\epsilon_{\mathrm{MD}} = -\frac{1}{2}\vec{M}\vec{\mathcal{H}}_{\mathrm{M}}; \tag{6}$$

В случае однородно намагниченного ферромагнетика именно конкуренция этих двух плотностей энергии определяет направление намагниченности в состоянии равновесия.

Рассмотрим пример: пластину ферромагнетика с легкой осью, перепендикулярной плоскости пластины. Пусть намагниченность имеет с осью z (перпендикулярной плоскости) угол θ. Тогда полная плотность энергии:

$$\epsilon = \epsilon_{\mathrm{A}} + \epsilon_{\mathrm{MD}} = K(\cos\theta)^2 - \frac{1}{2}\vec{\mathcal{H}}_{\mathrm{M}}\vec{M}; \tag{7}$$

Так как вне пластины $\vec{B} = \vec{\mathcal{H}}_{\mathrm{M}} = 0$, то можно видеть:

$$\epsilon = K(\cos\theta)^2 + 2\pi M^2(\cos\theta)^2; \tag{8}$$

Поскольку у нас лёгкая ось. То $K < 0$, тогда если $|K| > 2\pi M^2$ - у нас намагниченность перпендикулярна, а если наоборот - то в плоскости пластины. Отсюда видно, что магнитостатическая энергия образца зависит от направления намагниченности. Т.е. анизотропия в этом случае вызвана анизотропией формы тела.

Тензор размагничивающих коэффициентов. Пусть ферромагнетик таков, что энергия магнитокристаллографической анизотропии много меньше магнито-дипольного взаимодействия.

Тогда если изначально ферромагнетик намагничен однородно, то направление намагниченности определяется лишь магнито-дипольного взаимодействия. А последнее определяется формой ферромагнитного тела.

Если форма тела - эллипсоид и тело однородно намагниченно $\vec{M}(\vec{r}) = \mathrm{const}$, то магнитное поле *внутри* магнетика - тоже однородное $\vec{\mathcal{H}}_{\mathrm{M}} = \mathrm{const}$. Поэтому существует связь:

$$\mathcal{H}_{\mathrm{M}i} = -4\pi N_{ij} M_j; \tag{9}$$

При этом N - тензор размагничивания, определяемый геометрическими свойствами тела. В декартовой системе, где орты совпадают с главными осями эллипсоида - тензор диагонализуется.

$$N_{xx}^{\text{main}}\frac{1}{2}abc\int_0^\infty \frac{dS}{(a^2+s)R_s}; \tag{10}$$

И аналогично для других осей $yy,\ zz$, а параметр:

$$R_s = \sqrt{(a^2+s)(b^2+s)(c^2+s)}; \tag{11}$$

Тогда мы должны получить:

$$N_{xx}^{\text{main}} + N_{yy}^{\text{main}} + N_{zz}^{\text{main}} = 1; \tag{12}$$

В случае шара $N_{ii}^{\text{main}} = 1/3$ - все равны. Тогда в шарике: $\vec{\mathcal{H}}_{\text{M}} = -\frac{4\pi}{3}\vec{M}$. Если же образец имеет форму всильно вытянутого вдоль оси x циллиндра, то $N_{xx} = 0,\ N_{yy} = N_{zz} = \frac{1}{2}$ и энергия минимальна, если намагниченность направленна вдоль оси x.

Но однородная намагниченность - редкое явление, чаще весь предмет разбивается на кластеры (домены).

17 Доменная структура ферромагнетика

Легко показать6 что энергия магнито-дипольного взаимодействия представима в виде:

$$E_{\text{MD}} = -\frac{1}{2}\int \vec{\mathcal{H}}_{\text{M}}\vec{M}dV = \frac{1}{8\pi}\int \vec{\mathcal{H}}_{\text{M}}^2 dV; \tag{13}$$

Здесь интегрироввание происходит по всему пространству. Поэтому если образец имеет макроскопические размеры, то при его намагничивании его энергия магнитодипольного взаимодействия будет велика.

Если же объект разобьется на домены с различным направлением намагниченности, то энергия магнитостатического взаимодействия станет меньше.

Пример: ферромагнитная пластина с лёгкой осью, перпендикулярной плоскости пластины.

Но эта штука может разбиться на домены и линии магнитного поля "закольцуются в результате поле вне пластинци уменьшится. Но почему все не превращается в сплошные мелкие диполи? Мешает обменное взаимодействие.

Разбиение на домены приводит к снижению энергии. Область между 2-мя доменами называется доменной стенкой (или границей). В этой области происходит поворот вектора намагниченности. Тем самым в этой области энергия магнитной кристаллографической анизотропии выше, чем в самих доменах. Т.е. доменая стенка обладает энергией.

Поэтому размеры доменной стенки и домена при которых полная энергия ферромагнетика минимальна имеют определённые значения. Рассмотрим отдельно доменную стенку.

Рассмотрим ферромагнитный кристалл с анизотропией лёгкой оси z. Ось x перпендикулярна плоскости доменной стенки.

Намагниченность в соседних доменах направленна в противоположные стороны вдоль лёгкой оси. Переход от одного домена к другому сопровождается поворотом вектора намагниченности в плоскости yz. Такая стенка называется блоховской. Но есть и другой тип стенки - Неймановская (магнитное поле "рыбкой"меняет направление).

Начало координат находится в середине стенки. M_0 - намагниченность в домене вдали от стенки. Для простоты примем, что в доменной стенке вектор намагниченности "поворачивается"в одной атомной плоскости на один и тот же угол $\phi = \pi/N$, здесь N - число атомных плоскостей в доменной стенке. Толщина такой стенки составляет в таком случае $\delta = Na$, где a - межатомное расстояние.

Энергия анизотропии, приходящаяся на один атом в междоменной стенке:

$$\epsilon = K(\cos\theta)^2 a^3; \tag{14}$$

Тогда поверхностная плотность энергии анизотропии доменной стенки (энергия на единицу площади стенки):

$$\sigma_{\mathrm{A}} = \frac{1}{a^2}\int_0^\pi K(\cos\theta)^2 a^3 \frac{d\theta}{\pi N^{-1}} - \frac{1}{a^2}\int_0^\pi Ka^3 \frac{d\theta}{\pi N^{-1}} = \frac{1}{2}Na|K|; \tag{15}$$

Можно легко написать выражение для обменной энергии:

$$\sigma_{\mathrm{ex}} = \int_{-Na/2}^{Na/2} A(\partial_x \theta)^2 dx; \tag{16}$$

При этом $\theta = \frac{\pi}{N}\frac{x}{a} + \frac{\pi}{2}$, в таком случае интегрируя получим:

$$\sigma_{\mathrm{ex}} = \frac{A\pi^2}{Na}; \tag{17}$$

В сумме видим:

$$\sigma_{\mathrm{wall}} = \frac{1}{2}|K|\delta + \frac{a\pi^2}{\delta}; \tag{18}$$

Равновесная толщина стенки в таком случае:

$$\partial_\delta \sigma = 0 \to \delta = \pi\sqrt{2}\sqrt{\frac{A}{|K|}}; \tag{19}$$

Тогда равновесное значение поверхностной плотности энергии доменной стенки.

$$\sigma_{\mathrm{wall}} = \pi\sqrt{2}\sqrt{A|K|}; \tag{20}$$

Можно видеть, что стенки увеличивают энергию ферромагнетика. Заметим, что в блоховской стенке магнитостатическая энергия равна нулю.

Энергия магнитодипольного взаимодействия многодоменного ферромагнетика. Рассмотрим анизотропию типа "лёгкая ось". При этом $|K| > 2\pi M_0^2$. Пусть толщина пленки составляет h, а характерный размер домена - d.

Поулчается stripe - структура. На поерхности намагниченность рвётся. В каждом домене намагриченности M_0. Напишем уравнения магнитостатики:

$$\mathbf{rot}\ \vec{\mathcal{H}}_{\mathrm{M}} = 0;\ \mathbf{div}\ (\vec{\mathcal{H}}_{\mathrm{M}} + 4\pi\vec{M}) = 0; \tag{21}$$

Они аналогичны электростатическим уравнениям ($\mathbf{div}\ \vec{M} \to -\rho,\ \vec{\mathcal{H}}_{\mathrm{M}} \to \vec{E},\ M \to -\sigma$):

$$\mathbf{rot}\ \vec{E} = 0;\ \mathbf{div}\ \vec{E} = 4\pi\rho; \tag{22}$$

Разложим в ряд Фурье:

$$\sigma(x) = \sum_0^\infty \frac{4M_0}{\pi(2n+1)}\sin\frac{(2n+1)\pi x}{d}; \tag{23}$$

А вне плоскости справедливо уравнение Лапласа:

$$\nabla\phi = 0 \to \partial_{xx}\phi + \partial_{zz}\phi = 0; \tag{24}$$

Решение, записанное в виде ряда имеет вид:

$$\phi(x,z) = \sum_0^\infty b_n \sin\frac{(2n+1)\pi x}{d} \exp\pm\frac{(2n+1)\pi z}{d}; \tag{25}$$

Знаки в показателе экспоненты говорят о структуре поля сверху и снизу пластины. Всё поле оказывается экспоненциально спадающим.

Граничные ус ловия (здесь другое σ):

$$E_z(z+0) - E_z(z-0) = 4\pi\sigma; \tag{26}$$

Решая можно получить:

$$b_n = \frac{8Md}{\pi(2n+1)^2}; \tag{27}$$

Для простоты будем считтать, что толщина пластины $h \gg d$. Это означает, что поле, создаваемое "зарядами"на одной поверхности пластины слабо взаимодействуют с зарядами на противоположной.

Вследствии этого энергию магнито-дипольного взаимодействия можно вычислить как:

$$E_{\mathrm{MD}} = \frac{1}{8\pi}\int(\vec{\mathcal{H}}_{\mathrm{M}})^2 dV = \int \sigma(x)\phi(x,z=0)dxdy; \tag{28}$$

Усредняя можем получить:

$$\overline{E}_{\mathrm{MD}} = \frac{1}{2}\int_{-d}^{d}\sigma(x)\phi(x,z=0)dx = \frac{16dM_0^2}{\pi^2}\sum_0^\infty (2n+1)^{-3} \approx 1.75dM_0^2; \tag{29}$$