# Теория Сверхпроводимости. Феноменологическая теория.

### Курин

Есть еще микроскопическая теория сверхпроводимости - она более полная, но и сложная. Будет во встором семестре.

# 1 Литература

Зачёт будет похож на экзамен. Есть учебное пособие: "Феноменологическая теория сверх-проводимости". Можно найти его на сайте кафедры наноструктур:  $https://ipmras.ru/ \rightarrow$ кафедра наноструктур и наноэлектроники  $\rightarrow$  учебное пособие.

Ещё из литературы:

- Абрикосов "Теория нормальных металлов и сверхпроводников"
- Шмидт "Введение в сверхпроводимость"
- Типкхам
- Де Жен
- Ландау, Лифшиц Т. IX
- Фейнман "Статистическая механика"

Сверхпроводимость - явяление отсутствия сопротивления металлов при некоторой температуре.

Сопротивление это R=U/I. И оно как правило обусловлено рассеянием на фононах кристаллической решётки.

И ток течен без приложения напряжения бесконечно долго. Это открытие было совершено в 1911 году голландским физиком Кммерлингом-Оннсе. Он достиг температуры жидкого  $He^4$  и обнаружил, что в четырёхзондовой схеме достигается нулевое сопротивление.

А выглядело это как трубка с ртутью в жидком гелии:

 $\rm M$  это оказалось характерным для плохих полупроводников: Hg, Nb; а для хороших, типа Au, Ag, Cu - не наблюдается.  $\rm M$  для сплавов был рекорд порядка 23 $\rm K$ .

Можно нарисовать историю сверхпроводников как график критической температуры от времени:

Была открыта высокотемпературная сверхпроводимоть сотрудниками IBM: Мюллером и Беднордом. Первый состав  $La_{2-x}Sr_xCuO_4$  имел  $T_c\approx 40$ К. Потом был состав YBaCuO с критической температурой 90К, BiSrCaCuO с температурой 90-110К. Они так хороши, потому что их критическая температура превосходит температуру жидкого азота. А следующим этапом стали железные сверхпроводники ...FeAs с критической температурой порядка 55К.

Была теория Гинзбурга-Ландау, которая появилась в 30-х годах. А понимание (хотя бы качественное) появилось только в 1957 году - теория БКШ. Потом был открыт эффект Джозефсона в 1962 году.

А ещё была теория Абрикосова-Гинзбурга-Легетта в 2003 году. Эти явления тесно связаны со сверхтекучестью.

## 2 Основные экспериментальные факты и их следствия.

### 2.1 Электродинамика сверхпроводников.

Наблюдайется

**эффект Мейсснера-Оксенфельда** . Происходит выталкивание магнитного поля из сверхпроводника:

Вспомним уравнения Максвелла:

$$\mathbf{div}\ \vec{B} = 0; \tag{1}$$

$$\mathbf{div} \ \vec{D} = 4\pi\rho; \tag{2}$$

$$\mathbf{rot}\ \vec{E} = -\partial_t \vec{B}/c; \tag{3}$$

$$\mathbf{rot}\ \vec{H} = \partial_t \vec{D} + \frac{4\pi}{c} \vec{j};\tag{4}$$

Все эти уравнения писались в аналогии с деформациями твёрдого тела.

$$u_{ik} = \Lambda_{iklm} \sigma_{lm}; \tag{5}$$

В даннном случае D - от слова displacement - смещение. Но сейчас мы все знаем, что есть микротеория всего этого. Будем рассматривать уравнение Шрёдингера:

$$\hat{H}\psi = \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + \frac{\alpha}{r}\right)\psi = E\psi; \tag{6}$$

А не падает он на центр за счет соотношения неопределённости  $\Delta x \Delta p \sim \hbar$ . Размер ядра порядка  $10^{-13}~cm$ , а радиус Бора  $10^{-8}~cm$ . А между ядром и электроном - поле.

#### 2.2 Двухвекторная форма уравнений Максвелла

На самом деле его сейчас пишут так:

$$\mathbf{rot}\ \vec{B} = \frac{4\pi}{c}\vec{j} + \frac{1}{c}\partial_t \vec{E};\tag{7}$$

$$\mathbf{rot}\ \vec{E} = -\frac{1}{c}\partial_t \vec{B};\tag{8}$$

$$\mathbf{div}\ \vec{E} = 4\pi\rho;\tag{9}$$

$$\mathbf{div}\ \vec{B} = 0; \tag{10}$$

Тогда получится соотношение типа:

$$\vec{B} = \langle \vec{b}_{mic} \rangle; \tag{11}$$

$$\vec{E} = \langle \vec{e}_{mic} \rangle; \tag{12}$$

А всякик сложные вектора получаются из усреднения микрополей. Тогда и токи можно написать по-другому:

$$\vec{j} = \partial_t \vec{P} + c \mathbf{rot} \ \vec{M} + \vec{j}_{ex}; \tag{13}$$

И бывают микротоки. Они в квантовой механике пишутся как:

$$\vec{j} = -e\frac{e\hbar}{2m}(\psi^*\nabla\psi_c.c); \tag{14}$$

И тогда мы можем написать:

$$\mathbf{rot} \ \vec{B} = \frac{4\pi}{c} (\partial_t \vec{P} + c\mathbf{rot} \ \vec{M} + \vec{j}_{ex}) + \frac{1}{c} \partial_t \vec{E}; \tag{15}$$

А материальные соотношения:

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi \vec{P};\tag{16}$$

$$\vec{H} = \vec{B} - 4\pi \vec{M};\tag{17}$$

В идеальной плазме поле оказывается вмороженным. А здесь оно выталкивается  $B_i=0$ . Это квантовая плазма по-сути. А какие из этого следствия?

- $B_{n,ex} = 0$  поле не входит в сверхпроводник. Это следствие  ${f div} \; \vec{B} = 0.$
- $\bullet \ \vec{B}_{\tau,ex} \vec{B}_{\tau,in} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}_{\tau}$