

# 《基础物理实验》实验报告

学号 00000000 姓名 我是谁 实验日期 2025.03.04 星期 二 下午

## 时间测量中随机误差的分布规律

### 一、实验目的

1. 认识多次重复等精度测量过程中随机误差的离散性和分布规律
2. 学习直接测量量的不确定度计算和表示方法。

### 二、实验原理

本实验使用秒表重复测量电子节拍器的周期  $T_0$ , 测量结果记为  $T_1, T_2, \dots, T_n$ 。如果测量次数足够多, 那么测量结果处于  $T$  附近的概率密度趋近于正态分布

$$p(T) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(T - \bar{T})^2}{2\sigma^2} \right]$$

其中,  $\bar{T} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n T_j$  表示周期测量值的平均值,  $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (T_j - \bar{T})^2}{(n-1)}}$  表示周期测量值的标准差。

正态分布理论表明, 测量结果处于置信区间  $[\bar{T} - \sigma, \bar{T} + \sigma]$ ,  $[\bar{T} - 2\sigma, \bar{T} + 2\sigma]$  和  $[\bar{T} - 3\sigma, \bar{T} + 3\sigma]$  内的置信概率  $P$  分别为

$$\int_{\bar{T}-\sigma}^{\bar{T}+\sigma} p(T) dT = 0.683$$

$$\int_{\bar{T}-2\sigma}^{\bar{T}+2\sigma} p(T) dT = 0.954$$

$$\int_{\bar{T}-3\sigma}^{\bar{T}+3\sigma} p(T) dT = 0.997$$

基于标准差, 可以计算周期测量的  $A$  类标准不确定度

$$u_A = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

本次实验中, 周期测量的  $B$  类标准不确定度主要来自实验者的估计误差(反应时间)  $\Delta_{\text{估}}$  和秒表的仪器误差  $\Delta_{\text{仪}}$

$$u_B = \frac{\sqrt{\Delta_{\text{估}}^2 + \Delta_{\text{仪}}^2}}{C} \quad (\text{其中}, C \text{ 为置信系数})$$

两类不确定度的合成和扩展公式为

$$u_p = \sqrt{(t_p u_A)^2 + (k_p u_B)^2} \quad (\text{其中 } k_p \text{ 和 } t_p \text{ 分别为置信因子和 } t \text{ 因子})$$

最后, 节拍器周期测量结果表示为

$$T = \bar{T} \pm u_p \quad P = 0.95$$

### 三、实验仪器

电子节拍器, 秒表

# 四、实验内容

1. 用秒表测量电子节拍器周期,测量  $n$  组数据,  $n = 200$ 。
2. 计算测量结果的平均值  $\bar{T}$  和标准差  $\sigma$ 。
3. 根据测量结果的离散程度和极限差  $R = T_{max} - T_{min}$ ,合理设置小区间步长  $\Delta T$  和个数  $K$ 。
4. 统计区间  $\left[T_i - \frac{\Delta T}{2}, T_i + \frac{\Delta T}{2}\right]$  内的频率  $n_i$  (数据点个数)、概率  $P_i(\frac{n_i}{n})$  和概率密度  $p_i(\frac{P_i}{\Delta T})$ , 并绘制  $p_i$  随区间中值  $T_i$  变化的直方图。
5. 计算正态分布函数  $p(T) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{(T - \bar{T})^2}{2\sigma^2}\right]$  在各中值  $T_i$  位置的函数值。
6. 在  $p_i - T_i$  直方图上添加  $p(T_i) - T_i$  散点图,检验测量结果是否符合正态分布。
7. 分别统计测量结果出现在置信区间  $[\bar{T} - \sigma, \bar{T} + \sigma]$ ,  $[\bar{T} - 2\sigma, \bar{T} + 2\sigma]$  和  $[\bar{T} - 3\sigma, \bar{T} + 3\sigma]$  内的概率  $P$ , 并与理论值比较。
8. 计算测量结果的  $A$  类标准不确定度和  $B$  类标准不确定度,并写出置信概率为  $P = 0.95$  时的测量结果完整表达式。

# 五、数据记录

用秒表测电子节拍器周期,记录 200 组数据。原始数据见数据记录表。

# 六、数据处理

1. 测量结果的平均值  $\bar{T}$  和标准差  $\sigma$ ,  $T$  的最大值为  $T_{max}$ ,最小值为  $T_{min}$ ,得到以下数据(见表 1)

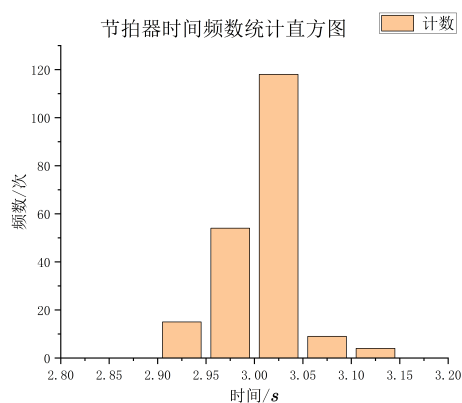
	总数N	均值	标准差	总和	最小值	中位数	最大值
时间	200	2.99865	0.03582	599.73	2.9	3	3.1

表 1

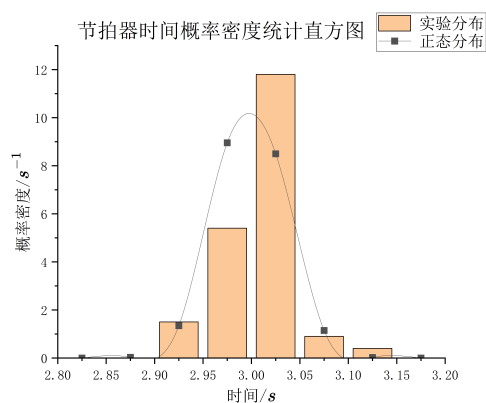
2. 合理设置小区间步长和个数  $\Delta T = 0.05s; k = 8$
3. 统计区间内的频数  $n_i$ , 概率  $\frac{n_i}{n}$ , 概率密度  $\frac{n_i}{n\Delta T}$ , 详见表 2, 并绘制频数随区间中值变化直方图(图 1)和概率密度随区间中值变化直方图(图 2)。

区间	区间起点	区间中心	区间终点	计数	累计计数	相对频率	累积频率	概率密度	正态分布
								Col(G)/0.0	1/0.03582/
2.8 - 2.85	2.8	2.825	2.85	0	0	0	0	0	7.45341
2.85 - 2.9	2.85	2.875	2.9	0	0	0	0	0	9.08536
2.9 - 2.95	2.9	2.925	2.95	15	15	0.075	0.075	1.5	10.36113
2.95 - 3	2.95	2.975	3	54	69	0.27	0.345	5.4	11.05475
3 - 3.05	3	3.025	3.05	118	187	0.59	0.935	11.8	11.03489
3.05 - 3.1	3.05	3.075	3.1	9	196	0.045	0.98	0.9	10.30539
3.1 - 3.15	3.1	3.125	3.15	4	200	0.02	1	0.4	9.00405
3.15 - 3.2	3.15	3.175	3.2	0	200	0	1	0	7.36018

表 2



(a) 图 1



(b) 图 2

4. 计算正态分布函数在各中值位置的函数值  $f(T) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(T - \bar{T})^2}{2\sigma^2}\right]$ , 并添加点线图, 检验是否符合正态分布。(见图 2)

5. 统计测量结果出现在置信区间内的概率, 并与理论值比较。

$$p(\sigma) = \int_{\bar{T}-\sigma}^{\bar{T}+\sigma} f(T) dT = 0.745 \quad \text{理论值为 } 0.683$$

$$p(2\sigma) = \int_{\bar{T}-2\sigma}^{\bar{T}+2\sigma} f(T) dT = 0.965 \quad \text{理论值为 } 0.954$$

$$p(3\sigma) = \int_{\bar{T}-3\sigma}^{\bar{T}+3\sigma} f(T) dT = 1.000 \quad \text{理论值为 } 0.997$$

6. 计算不确定度 A 类不确定度:  $u_A = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0.00253s$  B 类不确定度:  $u_B = \frac{\sqrt{\Delta_{\text{估}}^2 + \Delta_{\text{仪}}^2}}{C} = \frac{\sqrt{0.2^2 + 0.01^2}}{3} = 0.06675s$  合成不确定度:  $u_p = \sqrt{(t_p u_A)^2 + (k_p u_B)^2} = \sqrt{(1.96 \cdot 0.00253)^2 + (1.96 \cdot 0.06675)^2} = 0.06427s$

7. 测量结果的完整表达式为:  $T = (2.99865 \pm 0.06427)s \quad (P = 0.95)$

## 七、误差分析

1. 实验人员反应延迟不稳定
2. 实验人员注意力涣散
3. 电子节拍器的仪器误差
4. 秒表的仪器误差

## 八、思考题

1. 若测量结果偏离正态分布, 请分析其主要原因。

答: 仪器测量结果有误差; 实验人员反应时间不固定; 实验人员在长时间实验中易注意力涣散; 实验仪器的精度不够小导致出现不少值位于区间端点, 例如测得大量  $3.00s$  导致处于  $[3.00, 3.05)$  的频数大于处于  $[2.95, 3.00)$  的频数。

2. 在不考虑系统误差的前提下,多次等精度测量的随机误差分布有哪些特征?

答:随机误差基本服从以 0 为平均值的正态分布。

## 九、实验结论

本实验使用秒表重复测量电子节拍器的周期  $T_i$ , 并且使用统计学方法求得周期  $T$ 。该实验中的随机误差与正态分布有一定不吻合, 但总体呈现基本符合正态分布。经过 200 次测量, 测得电子节拍器的周期为

$$T = (2.99865 \pm 0.06427)s \quad (P = 0.95)$$