

# 《基础物理实验》实验报告

学号 00000000 姓名 我是谁 实验日期 2025.04.08 星期 二 下午

## 固体杨氏模量的测量

### 一、实验目的

1. 掌握光杠杆放大的原理和特性
2. 理解固体杨氏模量的意义

### 二、实验仪器

杨氏模量测试仪、光杠杆、望远镜。

### 三、实验原理

材料受力后会发生形变,在弹性限度内,材料的应力和应变之比是一个常数,叫做弹性模量,条形物体的沿纵向的弹性模量叫杨氏模量。它的大小标志了材料的刚性。

$$E = \frac{\frac{F}{S}}{\frac{\Delta L}{L}} = \frac{FL}{S\Delta L} \quad (1)$$

在样品截面积  $S$  上的作用应力为  $F$ ,测量引起的相对伸长量  $\frac{\Delta L}{L}$ ,即可计算出材料的杨氏模量  $E$ 。因一般伸长量  $\Delta L$  很小,故采用光学放大法将其放大。光杠杆是一个带有可旋转的平面镜的支架,平面镜的镜面与三个足尖决定的平面垂直,其后足即杠杆的支脚与被测物接触。当杠杆支脚随被测物上升或下降微小距离  $\Delta L$  时,镜面法线转过一个微小的  $\theta$  角,而入射到望远镜的光线转过  $2\theta$  角,如图 1 所示:

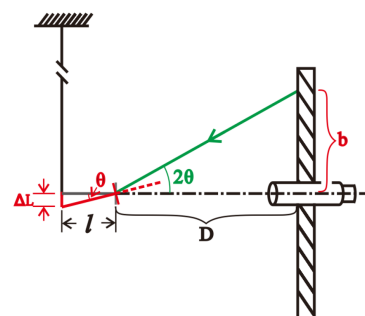


图 1: 实验原理图

根据图 1 和公式 (4) 可知:

$$\tan \theta = \frac{\Delta L}{l} \approx \theta \quad (2)$$

$$\tan 2\theta = \frac{b}{D} \approx 2\theta \quad (3)$$

泰勒级数展开公式:

$$\tan \theta = \theta + \frac{\theta^3}{3} + \frac{2\theta^5}{15} + \frac{17\theta^7}{315} + \cdots, \quad \text{当 } |\theta| < \frac{\pi}{2} \quad (4)$$

将公式 (2)、(3) 代入公式 (1) 中可以得到:

$$E = \frac{2DLF}{Slb} \quad (5)$$

其中:  $L$  为金属丝的长度,  $D$  为平面镜与直尺之间的距离,  $l$  为光杠杆的臂长,  $b$  为望远镜中所观察到的标尺移动的距离,  $S$  为钢丝的截面积, 通过测量钢丝的直径求得。

## 四、实验内容

### 1. 调节仪器

- (a) 调节放置光杠杆的平台与望远镜的相对位置,使光杠杆镜面法线与望远镜轴线大体重合。调节支架底部螺丝,确保平台水平,调平台的上下位置,使管制器顶部与平台的上表面共面。
- (b) 光杠杆的调节:光杠杆和镜尺组是测量金属丝伸长量的关键部件,光杠杆的镜面和足尖应平行,使用时足尖放在平台的沟槽内,后锥形足尖放在管制器的槽中,之后再调节平面镜的仰角使镜面垂直,即光杠杆镜面法线与望远镜轴线大体重合。
- (c) 镜尺组的调节:调节望远镜、直尺和光杠杆三者之间的相对位置,使望远镜和光杠杆平面镜处于同等高度。要注意:按先粗调后细调的原则。利用望远镜上的准星瞄准光杠杆平面镜中的标尺像,使其能将标尺上的刻度反射到望远镜里,然后再细调。调节望远镜目镜视度圈,使目镜内分划板刻线清晰,再用手轮调焦使标尺像清晰。调节望远镜进行读数时要消除视差。如果没有找到标尺像,请不要过急调节调焦手轮,重新瞄准光杠杆平面镜中的标尺像,重复上述调试过程。
- (d) 光杠杆、望远镜、标尺调整好以后,整个实验中防止位置变动。加减砝码要交叉轻放轻取避免晃动、倾斜,使钢丝与管制器之间发生摩擦,待钢丝静止后再读数。

### 2. 测量

- (a) 测量钢丝长度,应注意两端点的位置,上端起于夹钢丝的两个半圆柱的下表面,下端止于管制器的上表面。
  - (b) 记录望远镜中标尺的读数作为钢丝的起始长度。在砝码托上逐次加  $1kg$  砝码(可加到  $9kg$ ),观察每增加  $1kg$  时望远镜中标尺上的读数  $r_i$ ,然后再将砝码逐次减去,记下对应的读数  $r'_i$ ,取两组对应数据的平均值  $\bar{r}_i$ 。
  - (c) 用米尺测量金属丝的长度  $L$  和平面镜与直尺之间的距离  $D$ ,以及光杠杆的臂长  $l$  各 1 次。用千分尺测金属丝直径  $d$ ,上、中、下各测 2 次,共 6 次,  $0.570mm < d < 0.620mm$ 。
3. 逐差法:用逐差法处理数据得到  $1kg$  时对应的  $b$  值,并求  $\frac{\Delta E}{E}$ ,给出  $E$  的最终表达式。  $\Delta m = 5g$ ,  $\Delta L = 0.05mm$ ,  $\Delta D = 0.05mm$ ,  $\Delta l = 0.05mm$ ,  $\Delta b = 0.05mm$ ,  $\Delta d = 0.001mm$

$$\frac{\Delta E}{E} = \sqrt{\left(\frac{\Delta D}{D}\right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\Delta F}{F}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta d}{d}\right)^2} \quad (6)$$

## 五、数据记录

原始数据见附录。

## 六、数据处理

使用逐差法处理数据:

$$L = 853.8 \text{ mm} = 0.8538 \text{ m};$$

$$D = 1353.2 \text{ mm} = 1.3532 \text{ m};$$

$$l = 72.3 \text{ mm} = 0.0723 \text{ m}.$$

$$b = \frac{\sum_{n=1}^4 (r_{i+4} - r_i)}{4 \times 4}$$

$$= \frac{(3.275 - 0.62 + 3.91 - 1.31 + 4.58 - 1.96 + 5.2 - 2.665) \text{ cm}}{16} = 0.651 \text{ cm} = 6.51 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$S = \frac{\pi \bar{d}^2}{4} = \frac{3.14 \times (0.6055 \text{ mm})^2}{4} = 0.288 \text{ mm}^2 = 2.88 \times 10^{-7} \text{ m}^2$$

$$F = mg = 1 \text{ kg} \times 9.7887 \text{ m/s}^2 = 9.7887 \text{ N} \quad \frac{\Delta F}{F} = \frac{\Delta mg}{mg} = \frac{\Delta m}{m} = \frac{5 \times 10^{-3} \text{ kg}}{1 \text{ kg}} = 5 \times 10^{-3}$$

$$E = \frac{2DLF}{Slb} = \frac{2 \times 1.3532 \text{ m} \times 0.8538 \text{ m} \times 9.7887 \text{ N}}{2.88 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \times 0.0723 \text{ m} \times 6.51 \times 10^{-3} \text{ m}} = 1.67 \times 10^{11} \text{ Pa} = 167 \text{ GPa}$$

$$\frac{\Delta E}{E} = \sqrt{\left(\frac{\Delta D}{D}\right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\Delta F}{F}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta d}{d}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{0.05 \text{ mm}}{1353.2 \text{ mm}}\right)^2 + \left(\frac{0.05 \text{ mm}}{853.8 \text{ mm}}\right)^2 + \left(\frac{0.05 \text{ mm}}{72.3 \text{ mm}}\right)^2 + (5 \times 10^{-3})^2 + \left(\frac{0.05 \text{ mm}}{6.51 \text{ mm}}\right)^2 + \left(\frac{2 \times 0.001 \text{ mm}}{0.6055 \text{ mm}}\right)^2}$$

$$= 9.766 \times 10^{-3}$$

$$\Delta E = E \times \frac{\Delta E}{E} = 1.67 \times 10^{11} \text{ Pa} \times 9.766 \times 10^{-3} = 1.63 \times 10^9 \text{ Pa} \approx 0.02 \times 10^{11} \text{ Pa}$$

$$E = (1.67 \pm 0.02) \times 10^{11} \text{ Pa}$$

$$U = \frac{|E_{\text{测}} - E_{\text{真}}|}{E_{\text{真}}} = \frac{|1.67 \times 10^{11} \text{ Pa} - 2.00 \times 10^{11} \text{ Pa}|}{2.00 \times 10^{11} \text{ Pa}} \times 100\% = 16.5\%$$

## 七、误差分析

1. 测量镜尺距离时米尺在空中悬空,无法保证完全拉直,可能会导致测量误差;
2. 测量金属丝原长时,端点定位不准,米尺需要弯曲折叠才能测量,导致误差;
3. 砝码轻微抖动和金属丝弹性滞后导致望远镜读数波动;
4. 光杠杆未放平,导致微小误差;
5. 望远镜并未固定死,触碰会有微小位移,导致误差。

## 八、思考题

利用光杠杆把测微小长度  $\Delta L$  变成测  $b$ , 光杠杆的放大率为  $\frac{D}{l}$ , 根据此式能否以增加  $D$  减小光杠杆臂长  $l$ , 来提高放大率, 这样做有无好处? 有无限度? 应怎样考虑这个问题?

答:

好处: 放大率提高, 微小形变更易观测, 灵敏度增加, 降低读数误差。

限度: 增大  $D$  使得实验装置需更大空间, 不便于操作; 系统受外界振动或气流干扰导致的微小扰动都会放大, 使最终读数不准确; 减小  $l$  会导致相同拉力下光杠杆仰角  $\theta$  过大从而导致近似  $\tan \theta = \theta$  不适用。

综合来看, 保证  $\theta$  足够小以确保近似有效, 在实验条件允许范围内, 平衡放大率与稳定性, 选择适中的  $D$  和  $l$ 。

## 九、实验结论

经光杠杆放大法测得固体杨氏模量  $E = (1.67 \pm 0.02) \times 10^{11} \text{ Pa}$ , 相对误差为: 16.5%