

《基础物理实验》实验报告

学号 00000000 姓名 我是谁 实验日期 2025.03.18 星期 二 下午

脉搏、语音及图像信号的傅里叶分析

一、实验目的

1. 了解常用周期信号的傅里叶级数表示。
2. 了解周期脉搏信号、语音信号及图像信号的傅里叶分析过程。
3. 理解体会傅里叶分析的理论及现实意义。

二、实验仪器

脉搏语音实验仪器, 数字信号发生器, 信号加法器, 电脑。

三、实验原理

1. 任意一个周期为 T 的周期信号 $f(t)$ 都可以表示为傅里叶级数:

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) \\ a_0 &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\omega_0 t) d(\omega_0 t) \\ a_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\omega_0 t) \cos(n\omega_0 t) d(\omega_0 t) \\ b_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\omega_0 t) \sin(n\omega_0 t) d(\omega_0 t) \end{aligned}$$

其中, 其中 ω_0 为角频率, 称为基频, a_0 为常数, a_n 和 b_n 称为第 n 次谐波的幅值。任何周期性非简谐交变信号均可用上述傅里叶级数进行展开, 即分解为一系列不同次谐波的叠加。

2. 方波在一个周期内的函数表达式为:

$$f(t) = \begin{cases} h & 0 \leq t < \frac{T}{2} \\ -h & -\frac{T}{2} \leq t < 0 \end{cases}$$

其傅里叶级数展开为:

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{4h}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \sin(2n-1)\omega_0 t \\ &= \frac{4h}{\pi} \left(\sin \omega_0 t + \frac{1}{3} \sin 3\omega_0 t + \frac{1}{5} \sin 5\omega_0 t + \dots \right) \end{aligned}$$

三角波的函数表达式为:

$$f(t) = \begin{cases} \frac{4h}{T} t & -\frac{T}{4} \leq t < \frac{T}{4} \\ 2h(1 - \frac{2t}{T}) & \frac{T}{4} \leq t < \frac{3T}{4} \end{cases}$$

其傅里叶级数展开为：

$$f(t) = \frac{4h}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{(2n-1)^2} \sin(2n-1)\omega_0 t$$

$$= \frac{8h}{\pi^2} \left(\sin \omega_0 t - \frac{1}{3^2} \sin 3\omega_0 t + \frac{1}{5^2} \sin 5\omega_0 t + \dots \right)$$

从以上各式可知，任何周期信号都可以表示为无限多次谐波的叠加，谐波次数越高，振幅越小，它对叠加波的贡献就越小，当小至一定程度时（谐波振幅小于基波振幅的 5%），则高次的谐波就可以忽略而变成有限次数谐波的叠加，这对设计仪器电路是很有意义的。

四、实验内容

1. 傅里叶级数的合成

标准信号/外接

- (a) 利用数字信号发生器产生频率分别为 100 Hz 、 300 Hz 、 500 Hz 的正弦波信号，并使其位相相同，振幅比为 $1 : \frac{1}{3} : \frac{1}{5}$ ，将上述三个信号，分别通过加法器输入到傅里叶分析仪，观察和记录波形。

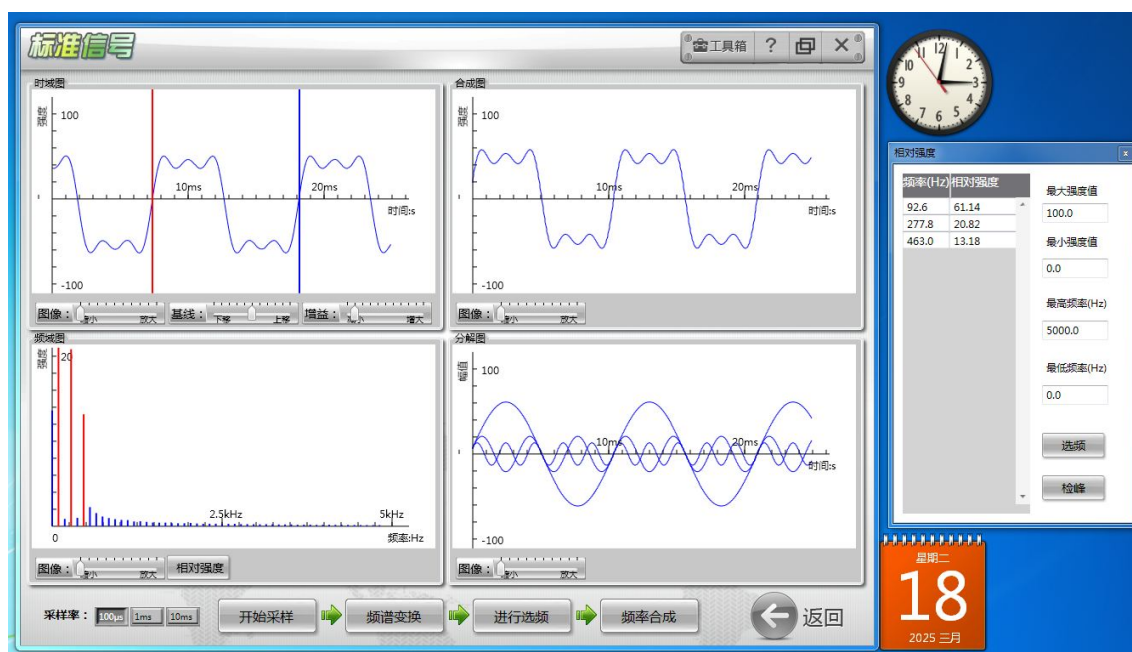


图 1: 信号发生器合成方波

- (b) 利用数字信号发生器产生方波，输入到傅里叶分析仪，并将其与上述合成后的信号相比较。

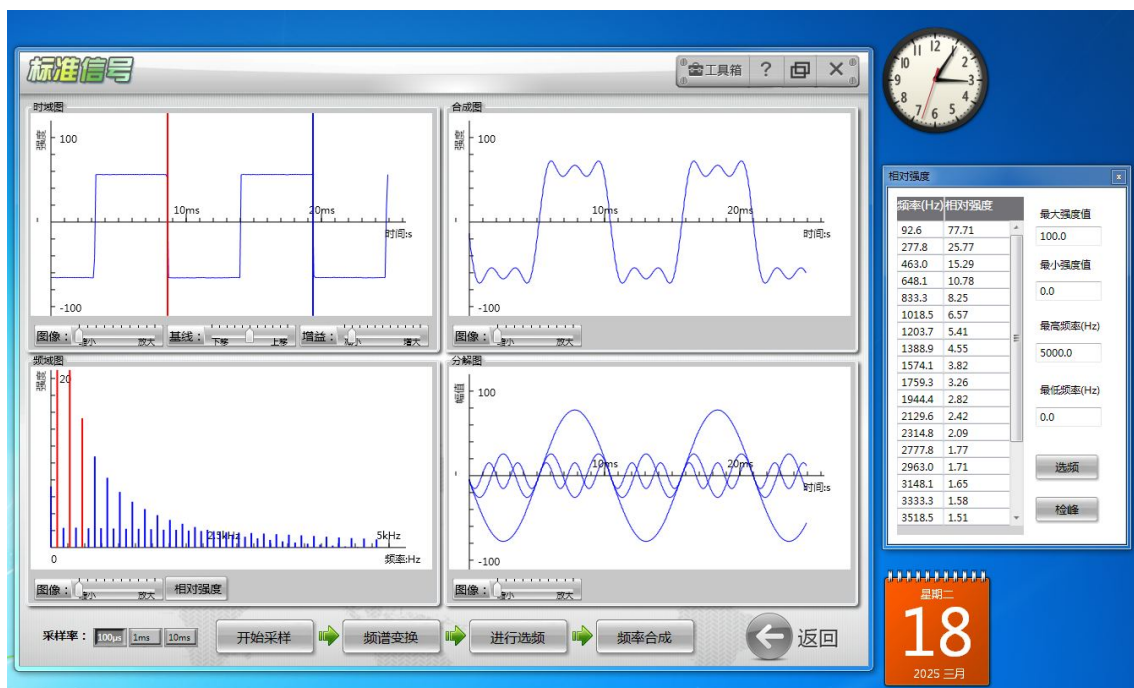


图 2: 信号发生器输出方波

- (c) 利用数字信号发生器产生频率分别为 200 Hz 、 600 Hz 、 1000 Hz 的正弦信号, 振幅比为 $1 : \frac{1}{3^2} : \frac{1}{5^2}$, 并且保证其相位相差 180° , 然后通过加法器输入到傅里叶分析仪, 观察并记录其波形, 并与数字信号发生器产生的三角波相比较。

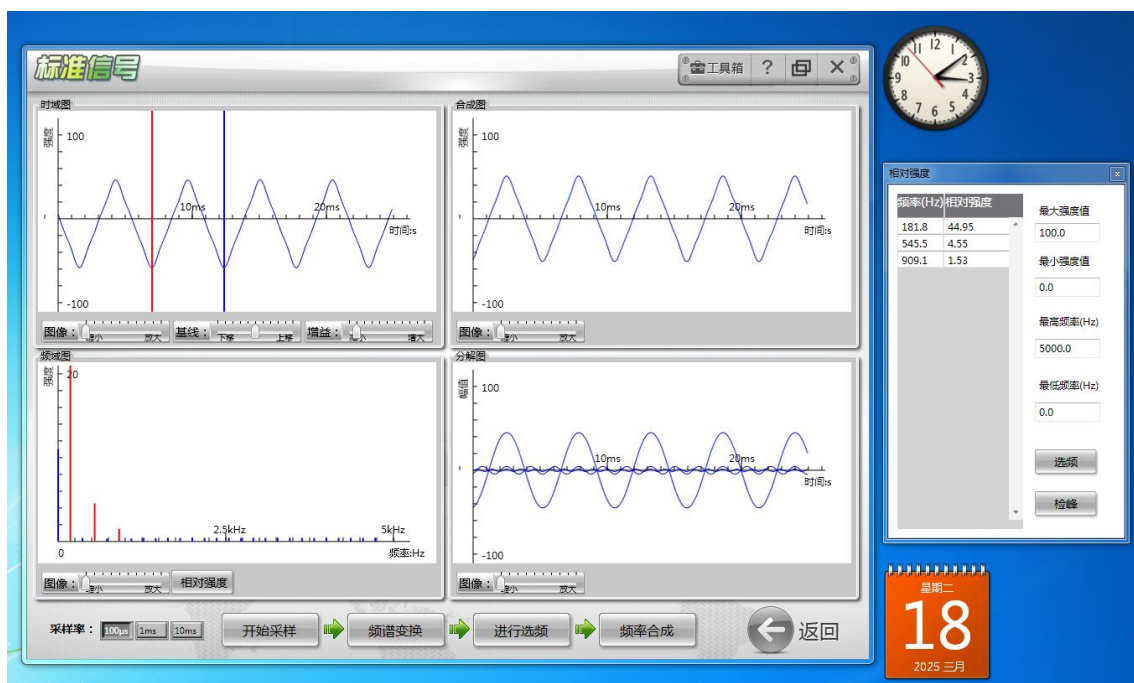


图 3: 信号发生器合成三角波

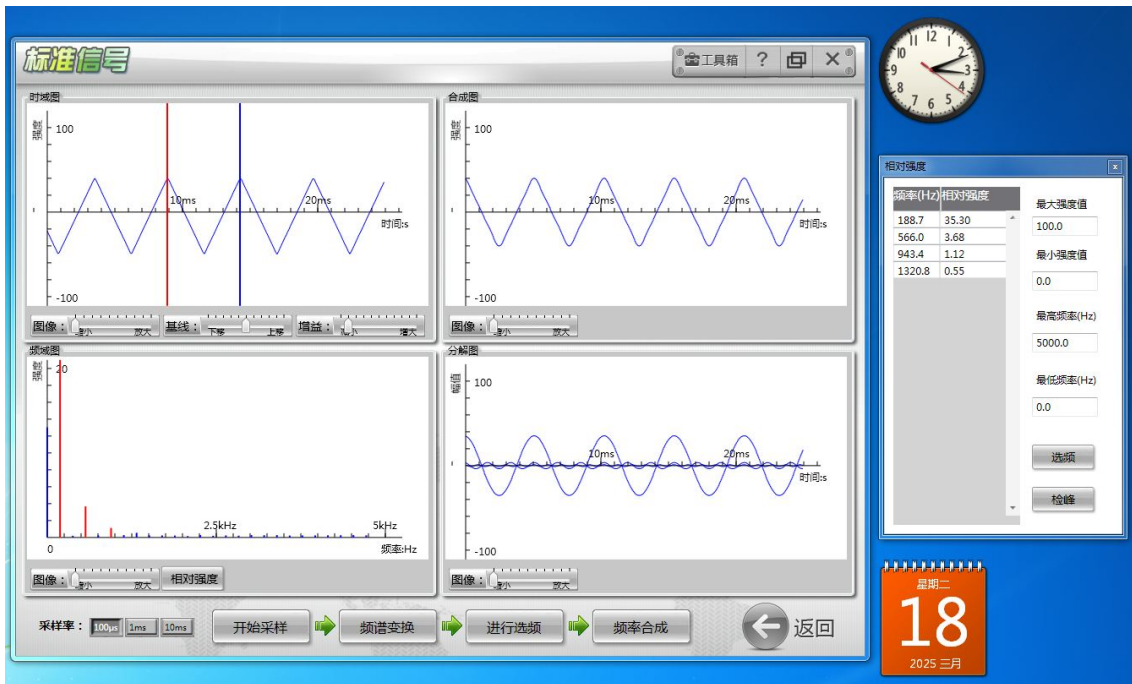


图 4: 信号发生器输出三角波

标准信号/内接

利用傅里叶分析仪分别产生方波与三角波, 进行傅里叶分析, 记录各正弦波频率以及相对的幅度之间的关系, 并与上述加法器输入信号相比较。

滤波与选频分析: 对上述傅里叶分析的频谱, 分别选择低频段和高频段信号通过傅里叶反变换, 观察它们图像并导出保存, 试分析低通滤波和高通滤波图像的区别。

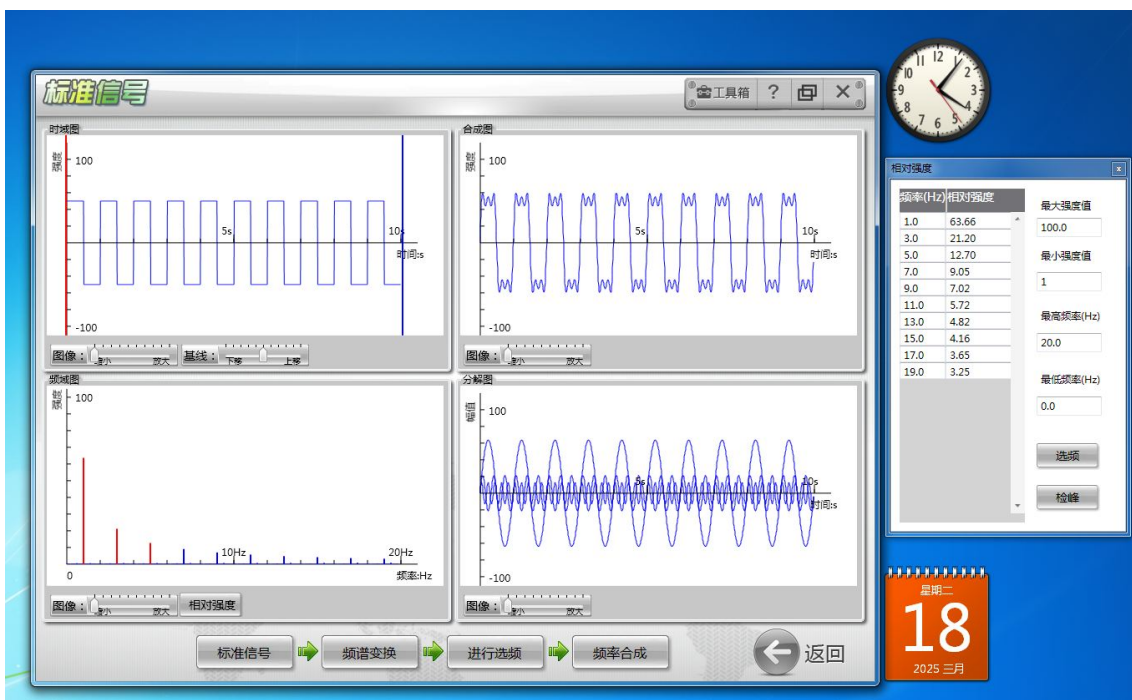


图 5: 内置方波信号的分解和低通滤波

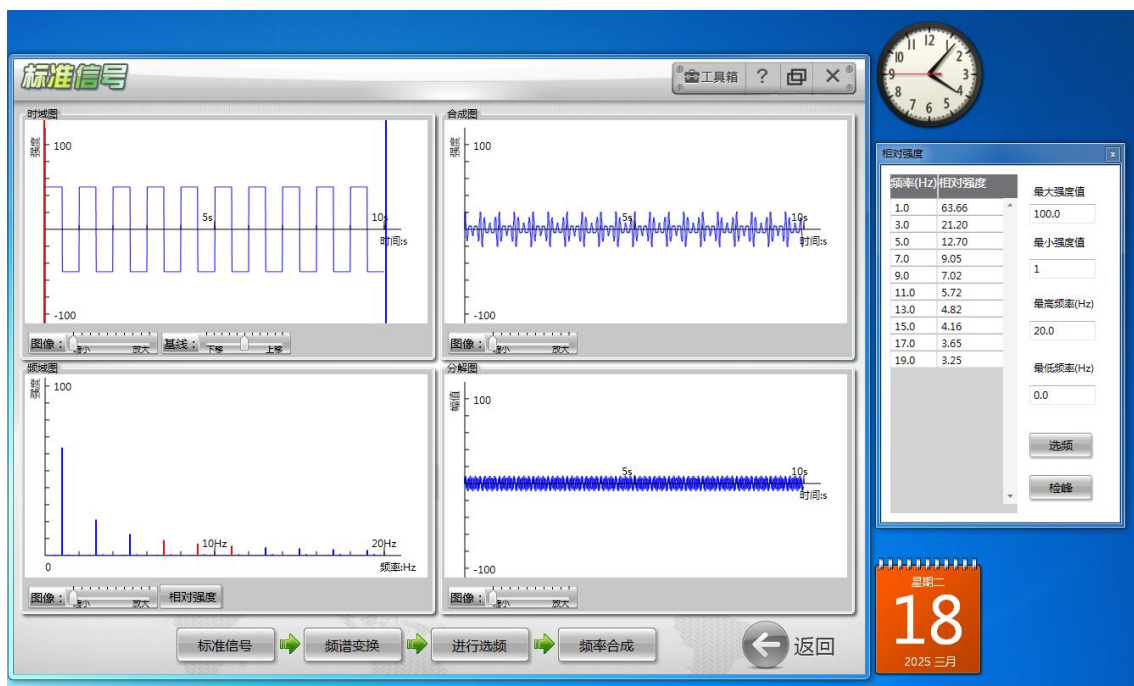


图 6: 内置方波信号的分解和高通滤波

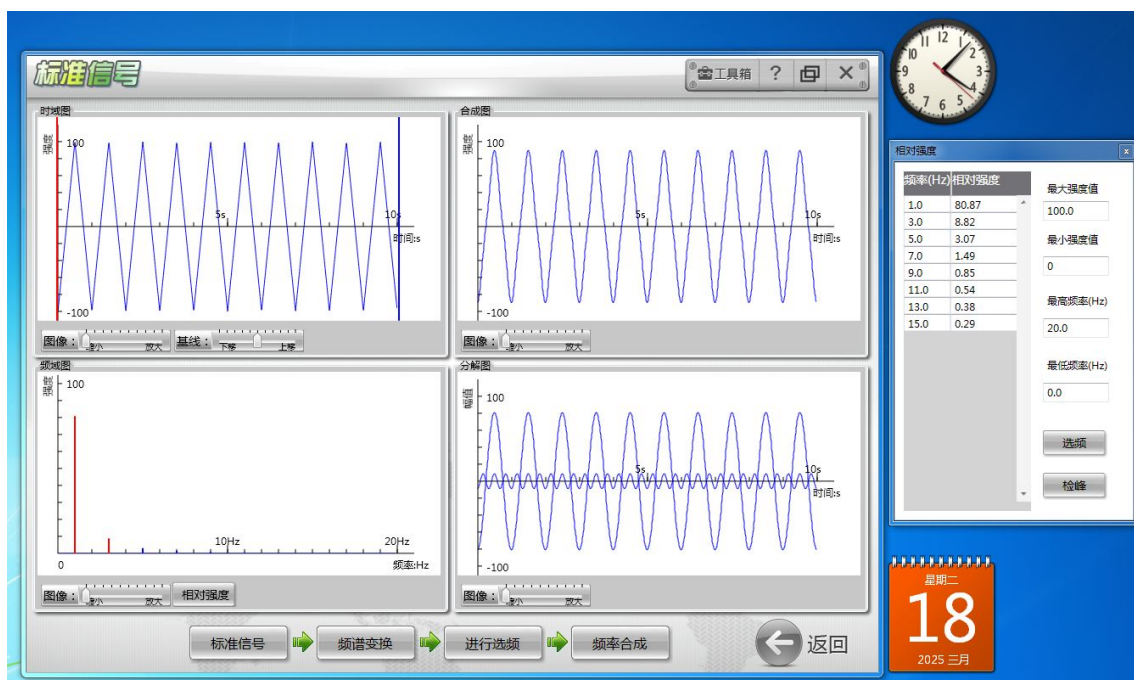


图 7: 内置三角波信号的分解和低通滤波

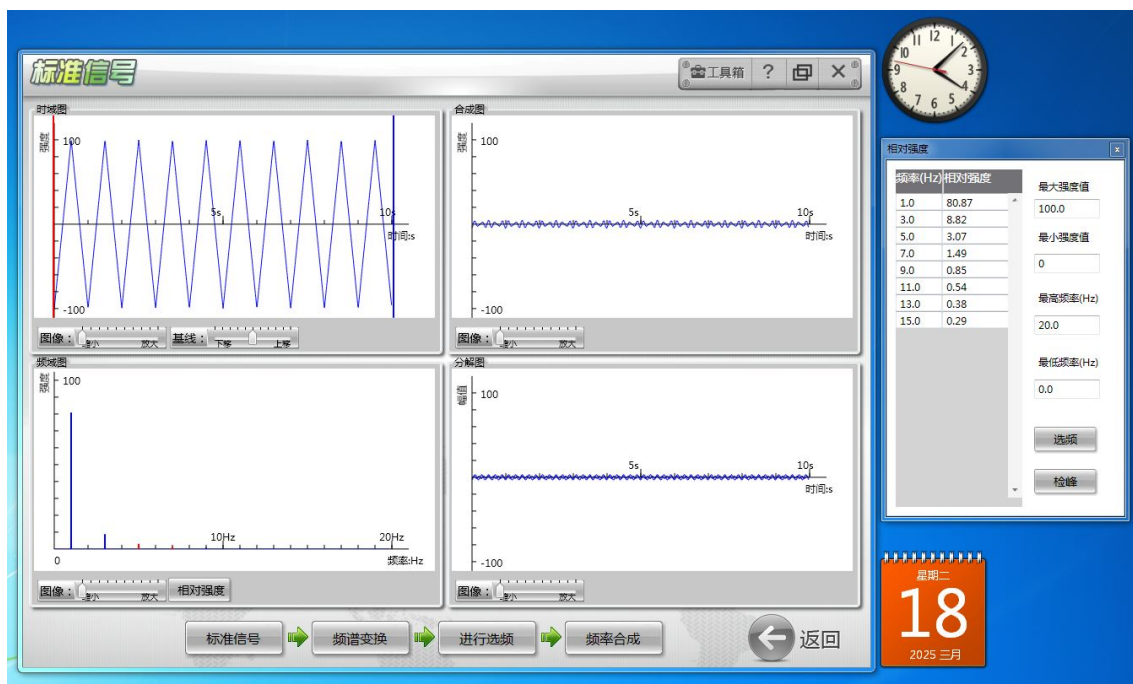


图 8: 内置三角波信号的分解和高通滤波

2. “脉搏信号”的傅里叶分析

- 用傅里叶分析仪软件中提供的“脉搏信号”模块和脉搏语音仪上的光电探测器测试自己脉搏波的信号, 观察你的脉搏信号。
- 选择完整的周期信号进行频谱分析, 并选择合适的频段, 测量其中心频率。

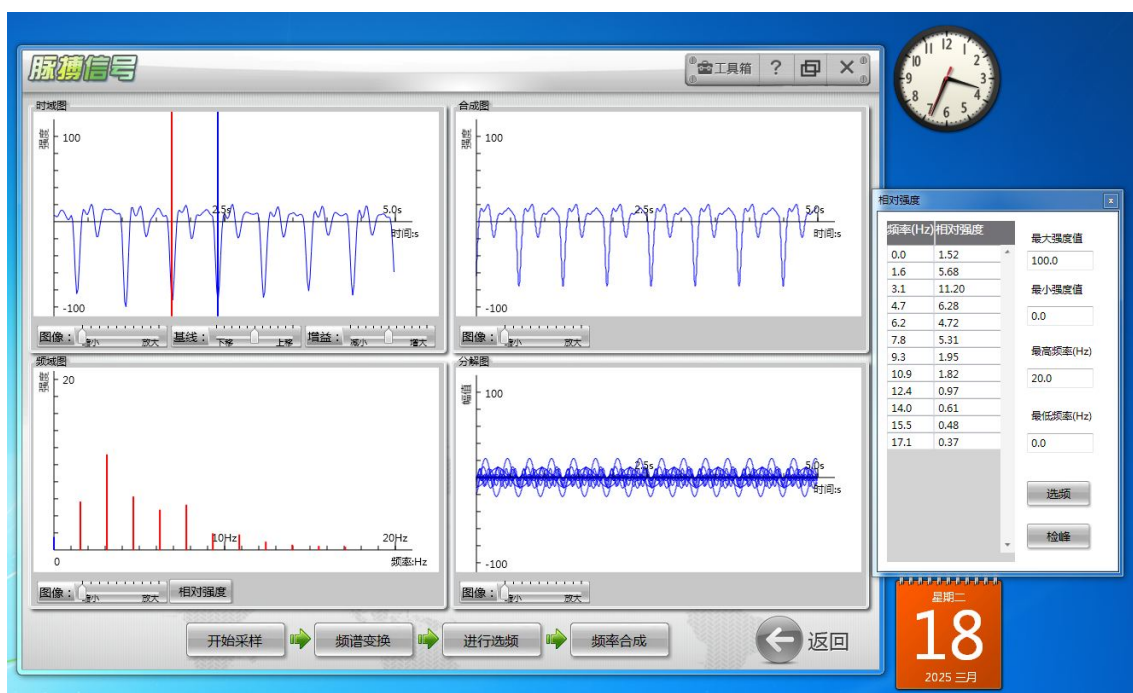


图 9: 脉搏信号

- 深呼吸后, 重复上述实验, 请比较两次中心频率的变化。

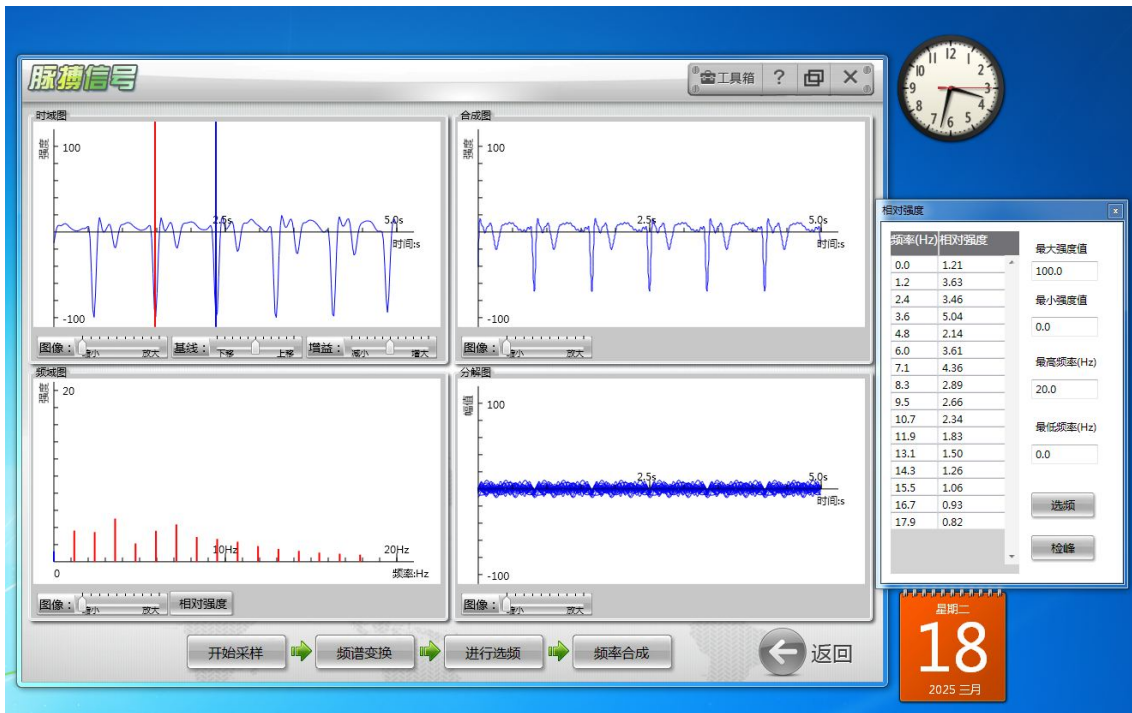


图 10: 深呼吸后的脉搏信号

3. 语音信号的傅里叶分析与识别

- (a) 用傅里叶分析仪软件提供的“语音信号”模块，通过外置麦克风采集语音信号，并选择合适的频段，记录该频段语音信号的傅里叶分析频谱。



图 11: 语音信号

- (b) 语音对比

利用软件提供的“语音对比”模块，通过麦克风采集两次相同或不同元音的信号，重复上述过程，分别记录两次频谱的分布，体验语音识别功能。

完成“a”音的通道 A 信号采集，频谱变化；通道 B 信号采集，频谱变换；语音识别和谱线对比。

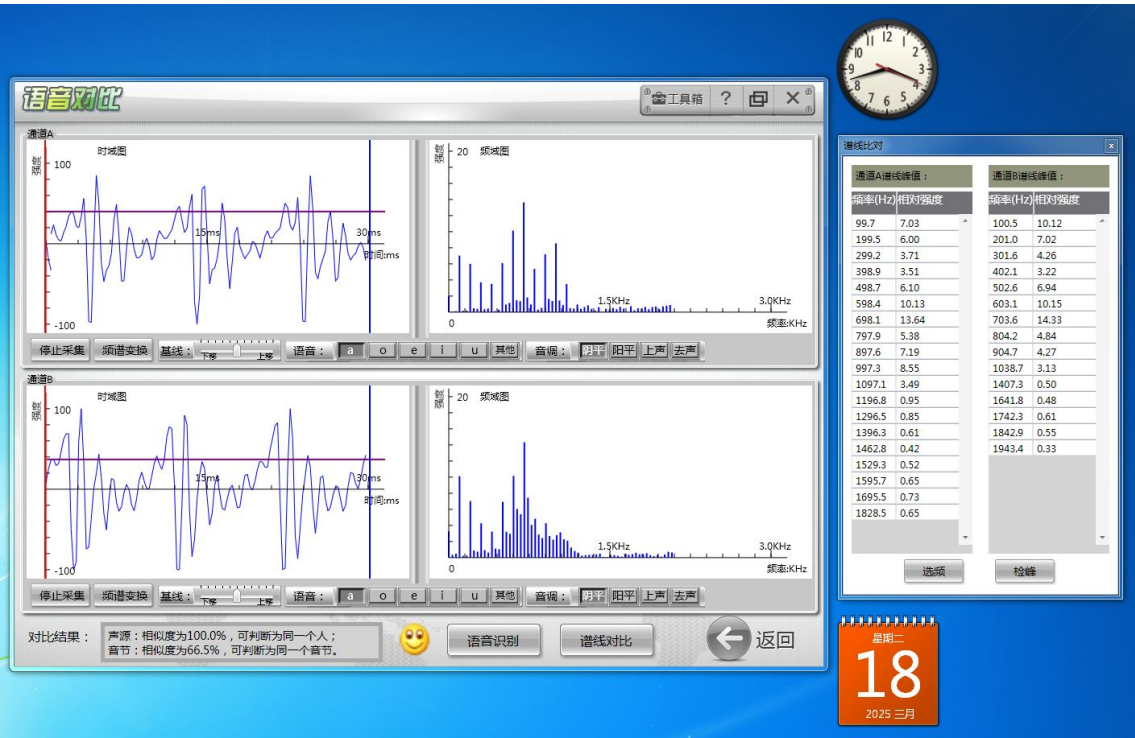


图 12: 语音 a 的识别

完成“i”音的通道 A 信号采集，频谱变化；通道 B 信号采集，频谱变换；语音识别和谱线对比

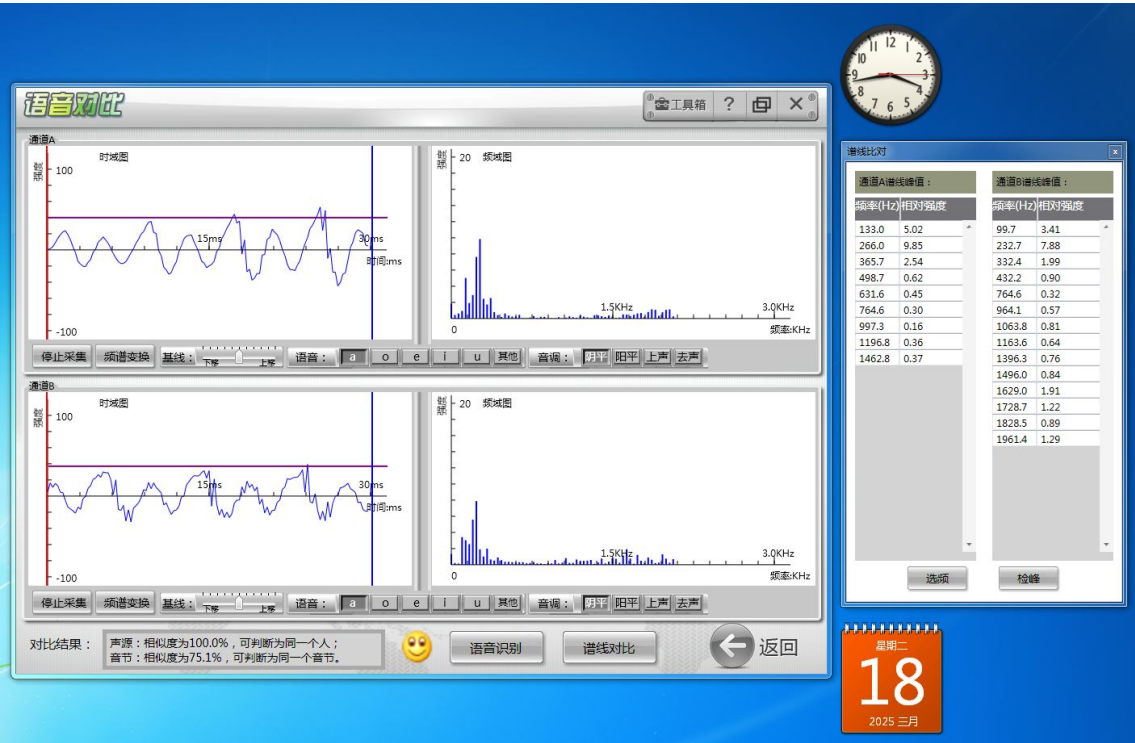


图 13: 语音 i 的识别

(c) “长时语音”

通过外置麦克风采集一段语音信号,并观察傅里叶分析频谱实时频谱变化。

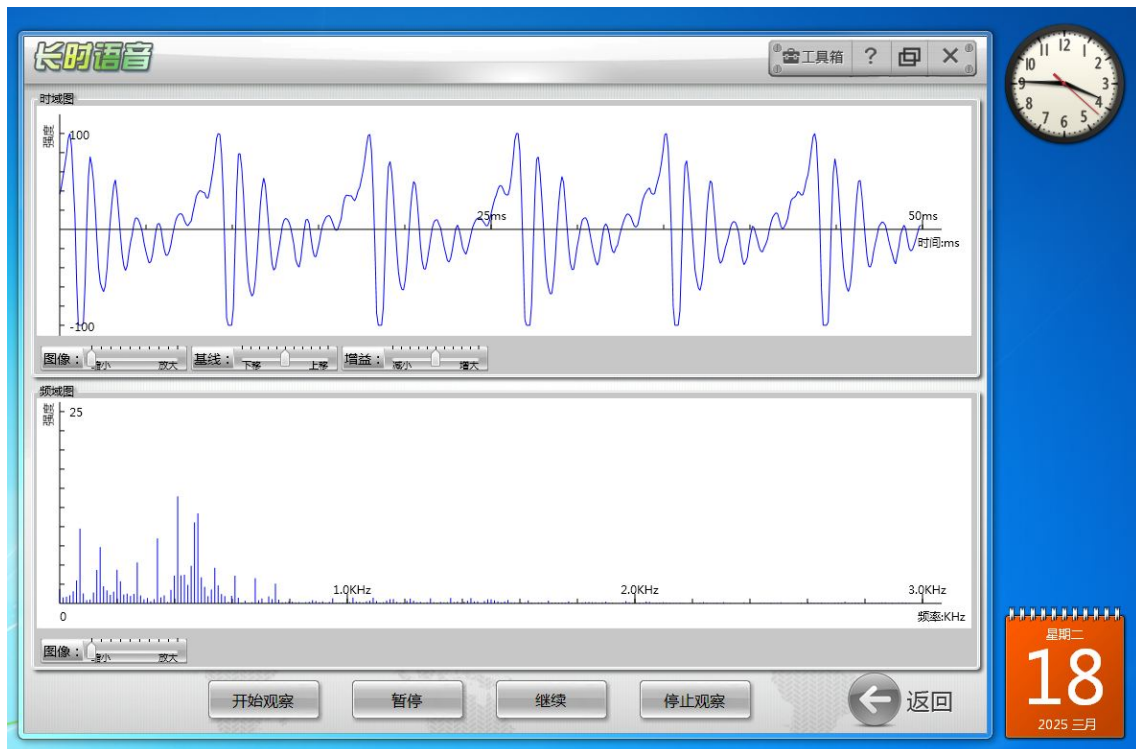


图 14: 长时语音

4. 图像信号的傅里叶分析

用傅里叶分析仪软件提供的“图片分析”模块,分别选择图片“双缝”、“彩色十字”、“光字”以及“箭头”进行空域的傅里叶频谱分析。分别选择低通和高通滤波器进行滤波,记录所用滤波器的参数并将滤波后的图片导出保存。

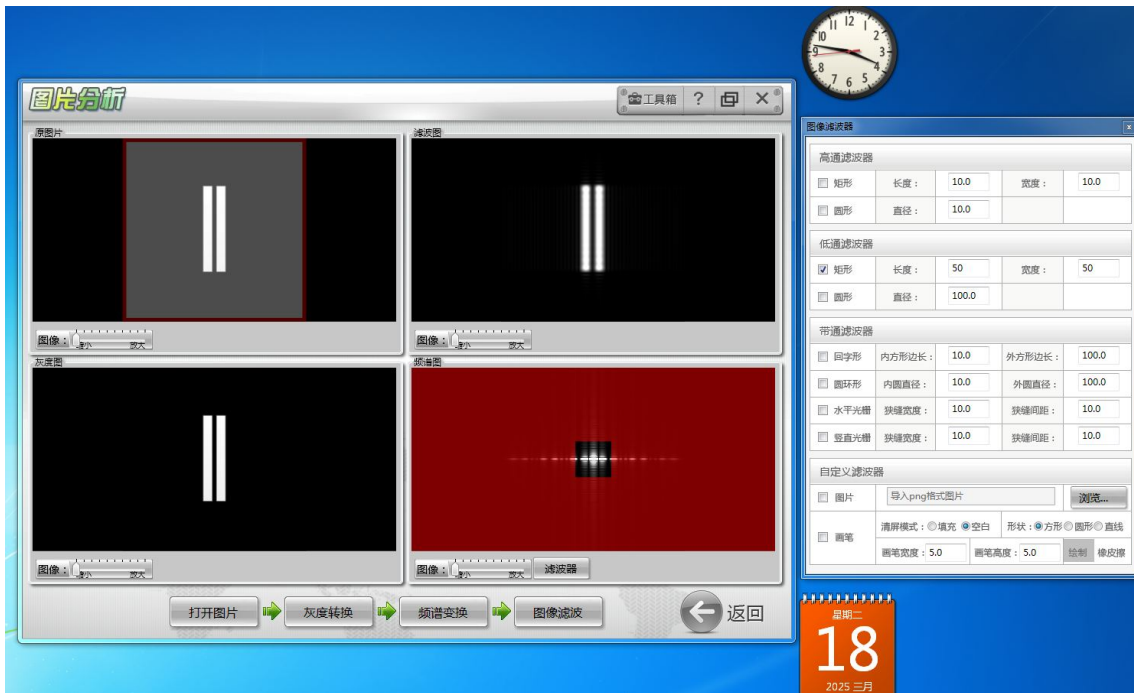


图 15: 双缝图片低通滤波

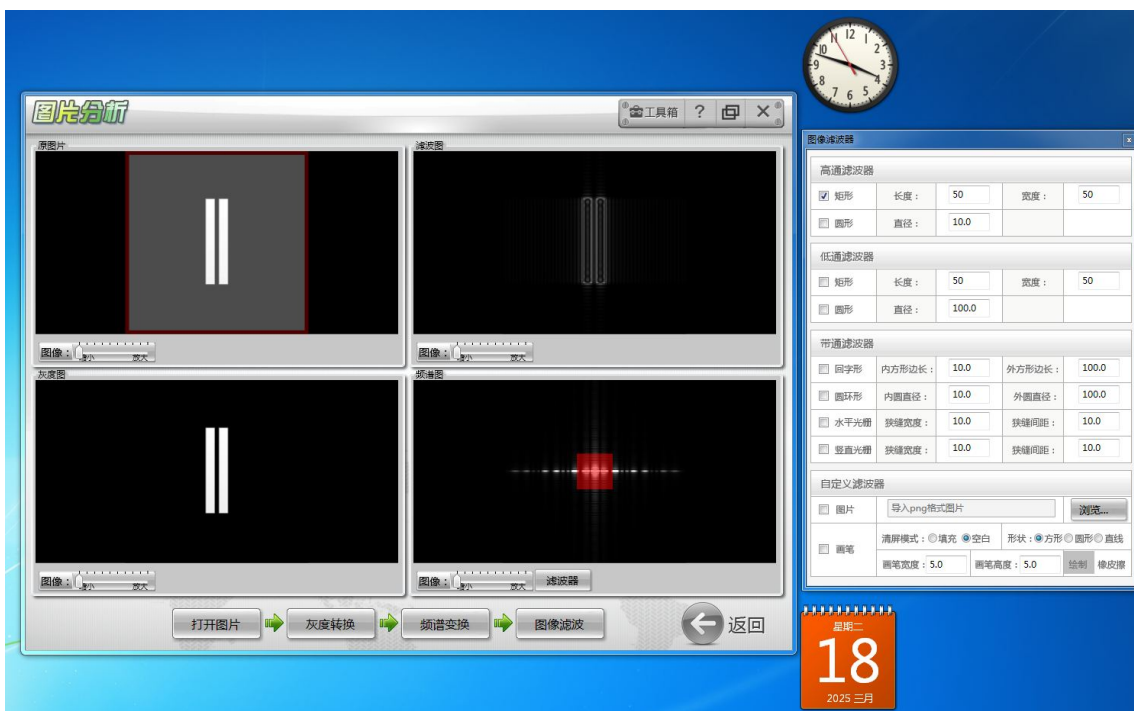


图 16: 双缝图片高通滤波

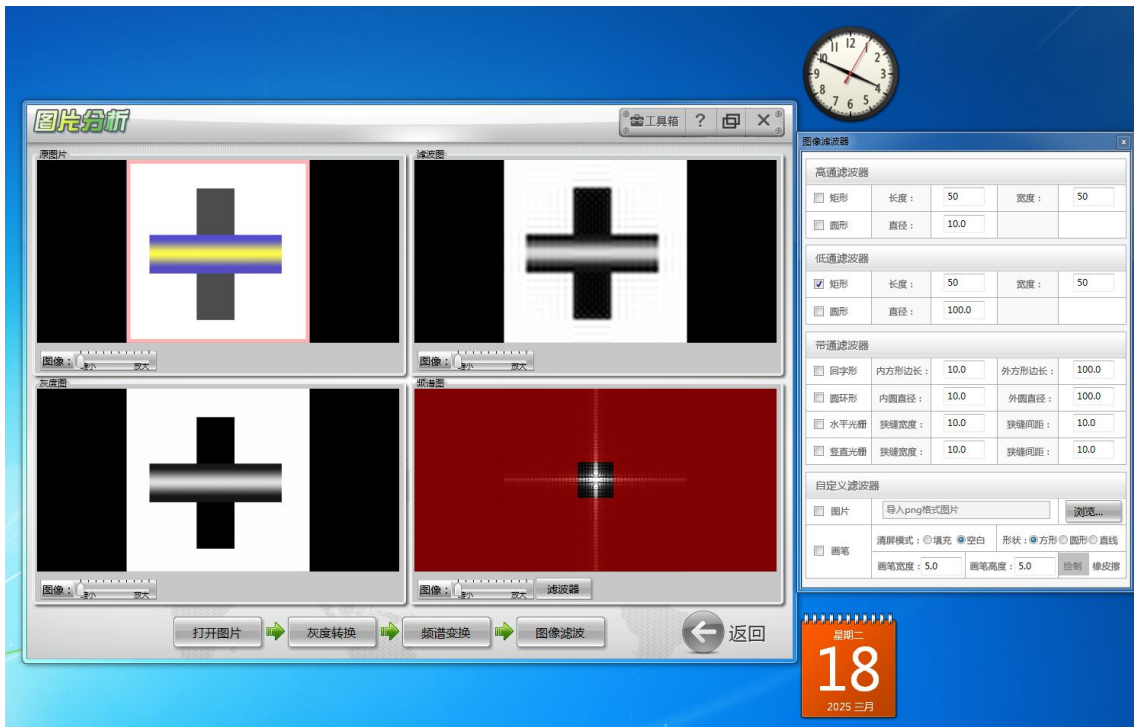


图 17: 彩色十字图片低通滤波

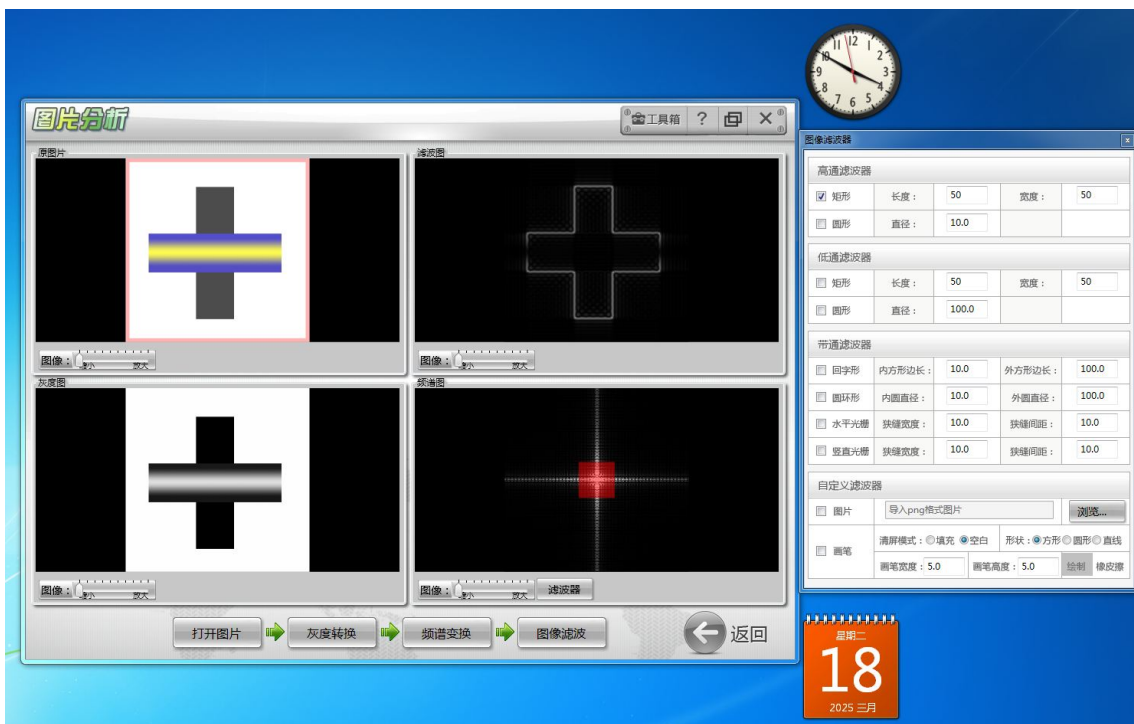


图 18: 彩色十字图片高通滤波

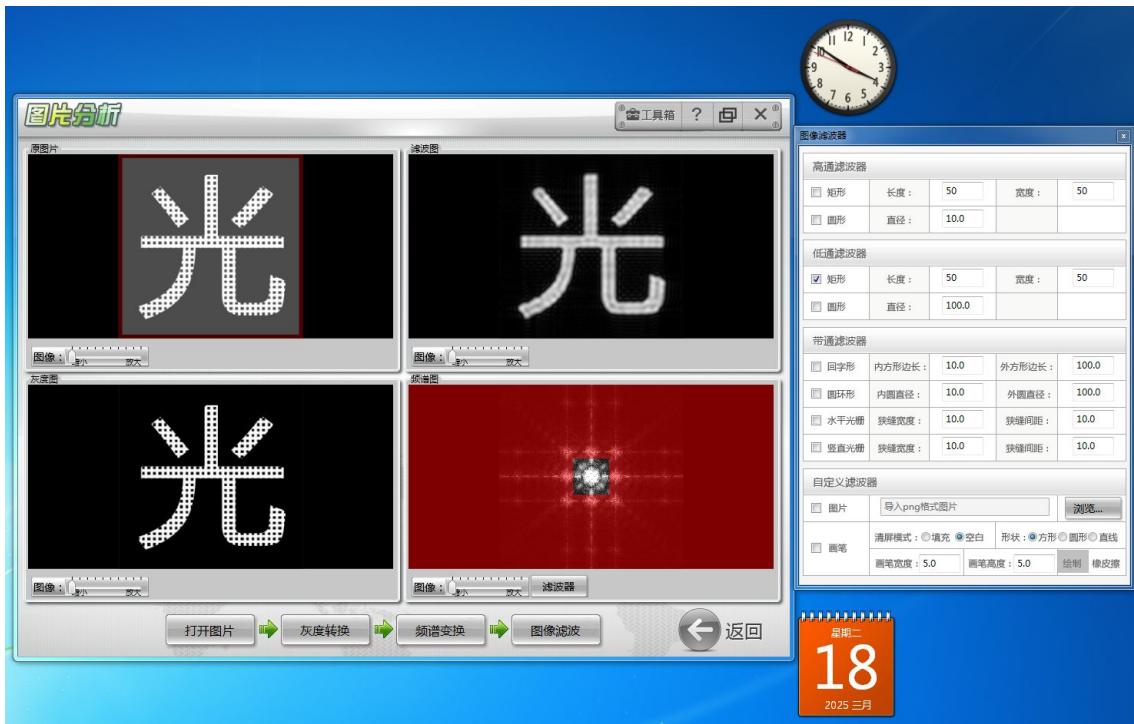


图 19: 光字图片低通滤波



图 20: 光字图片高通滤波



图 21: 箭头图片低通滤波



图 22: 箭头图片高通滤波

五、数据记录

对照所有实验内容。每一小项都应有相应截图对应。

六、数据处理

1. 比较图 1 和图 2, 列举差异之处, 并分析原因和指出减小差异的方法。

加法器合成的波形相对于方波在波的强度较高时存在波动。原因: 图 1 仅仅由三个较低的不同频率正弦波叠加而成的复合波形, 忽略了较高频率的正弦波的影响。可通过选取更多不同的高频率正弦波去消除这个差异。

2. 比较图 3 和图 4, 列举差异之处, 并分析原因和指出减小差异的方法。

加法器合成的波形相对于三角波更为圆润, 即波峰和波谷处变化不锐利。原因: 图 3 是仅由几个较低的不同频率正弦波叠加而成的复合波形, 忽略了较高频率的正弦波的影响。可通过选取更多不同的高频率正弦波去消除这个差异。

3. 比较图 5 中“相对强度”栏, 指出实验频谱特征与理论预测的异同, 并分析原因, 比较图 2 和图 5“相对强度”栏中, 频率和幅值的比例关系。

实验频谱特征与理论预测频率相似, 但是不完全吻合。原因: 由于实验仪器和测量误差等因素, 可能会导致实验结果与理论预测存在一些差异。频率的比例关系基本符合 $1:3:5:\dots$, 幅值的比例关系基本符合 $1:\frac{1}{3}:\frac{1}{5}:\dots$ 。

4. 比较图 5 中“时域图”和低通滤波“合成图”, 列举异同, 并分析原因。

合成图大致符合时域图的方波, 但在波的强度较高时存在大幅波动。原因: 图 5 是仅由几个较低的不同频率正弦波叠加而成的复合波形, 忽略了较高频率的正弦波的影响, 可以反映整体样貌但忽略了高频细节。

5. 比较图 6 中“时域图”和高通滤波“合成图”, 列举异同, 并分析原因。

时域图与合成图的周期大致相同, 但波形以及波幅差异较大, 合成图的图像很尖锐, 并且幅度较小。原因: 图 6 是仅由几个较高的不同频率正弦波叠加而成的复合波形, 忽略了较低频率的正弦波的影响, 只能反应时域图的高频细节而无法反应整体。

6. 比较图 7 中“相对强度”栏, 指出实验频谱特征与理论预测的异同, 并分析原因, 比较图 4 和图 7“相对强度”栏中, 频率和幅值的比例关系。

实验频谱特征与理论预测频率相似, 但是不完全吻合。原因: 由于实验仪器和测量误差等因素, 可能会导致实验结果与理论预测存在一些差异。频率的比例关系基本符合 $1:3:5:\dots$, 幅值的比例关系基本符合 $1:\frac{1}{3^2}:\frac{1}{5^2}:\dots$ 。

7. 比较图 7 中“时域图”和低通滤波“合成图”, 列举异同, 并分析原因。

合成图大致符合时域图的三角波, 但在波的强度较高时, 较为圆滑。原因: 图 7 是仅由几个较低的不同频率正弦波叠加而成的复合波形, 忽略了较高频率的正弦波的影响, 只能反应时域图的高频细节而无法反应整体, 因此波形较为圆滑。

8. 比较图 8 中“时域图”和高通滤波“合成图”, 列举异同, 并分析原因。

时域图与合成图的周期大致相同, 但波形以及波幅差异较大, 合成图的图像杂乱且幅度很小。原因: 图 8 是仅由几个较高的不同频率正弦波叠加而成的复合波形, 忽略了较低频率的正弦波的影响, 只能反应时域图的高频细节而无法反应整体。

9. 记录中心频率 f_1 和 f_2 , 比较两次中心频率的变化。

$f_1 = 1.6\text{ Hz}$ $f_2 = 1.2\text{ Hz}$, 深呼吸后, 中心频率变小。

10. 比较“原图片”和“低通滤波图”，列举异同并分析原因。

低通滤波图保留了原图片的大部分细节，但较为模糊。原因：高频代表图像中灰度变化剧烈的点，一般是图像黑白交接处、轮廓或者是噪声。低频代表图像中平滑的，灰度变化不大的点，涵盖了图像中的大部分区域。低通滤波可以让图像变得光滑，滤除图像中的噪点，但丢失了高频的边缘，影响了图像的清晰度。

11. 比较“原图片”和“高通滤波图”，列举异同并分析原因。

高通滤波图仅保留了原图中的轮廓，相比原图丧失了很大一部分信息。原因：高频代表图像中灰度变化剧烈的点，一般是图像黑白交接处、轮廓或者是噪声。低频代表图像中平滑的，灰度变化不大的点，涵盖了图像中的大部分区域。高通滤波可以检测图像中尖锐、变化明显的地方，但忽略了像素变换缓的区域。

七、误差分析

1. 频谱分析中，傅里叶分析仪内部电路可能产生干扰波使得波形受到干扰，手工选取周期不完全精确，肯定会有多选和少选，并且仪器精度有限，可能产生误差，从而导致合成波存在误差。
2. 脉搏实验中，人体脉搏本身不是精准并重复的，并且测量的位置、测试者当时的心理状态，手部的摆放姿势等都会影响信号采集和正常识别。
3. 语音识别中，周围的环境噪声、录音设备的性能、发声的音量、仪器的误差等都会影响语音采集的质量，并且人每次发音不会完全一致，干扰正常的识别。

八、实验结论

实验通过对波形、声音、图像等信号的采集、傅里叶分析、频谱变换、选频、合成，得到如下结论：

傅里叶级数对于具有周期性的波具有极为广泛的适用性，利用不同的方法可以从周期信号中分解出它的各级谐波的频率、幅值和相位。也可根据信号的傅里叶级数表达式，将各级谐波按表达式的要求叠加得到所期望的信号。低频波能体现波形大体结构，高频波则体现波的细节。脉搏、语音信号的分解中能覆盖基频的整数倍频率的波。图像的低通滤波图呈现模糊图像，高通滤波呈现图像轮廓与灰度变化剧烈的点。实验结果与傅里叶原理相符。