#### 1 Базовые теоретические вопросы

#### 1.1 Дать определение равенства геометрических векторов.

Два вектора называются равными, если они сонаправлены и их длины равны.

#### 1.2 Дать определения суммы векторов и произведения вектора на число.

Суммой двух векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  называется такой вектор  $\vec{c}$ , построенный по следующим правилам Правило парралелограмма Правило треугольника

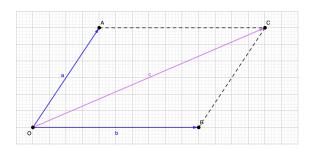
Пусть O любая точка.

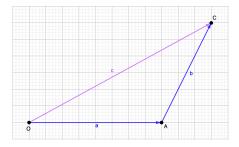
Отложим  $\vec{a}$  от O. Получим  $\overrightarrow{OA}$ .

Отложим  $\vec{b}$  от

Tочки O

Получим





Точки A

Построим

Парралелограмм

Треугольник

Вектор  $\vec{c}$ , представителем которого является  $\overrightarrow{OC}$  - искомый.

Построение не зависит от выбора точки O и правила построения.

Произведением  $\vec{a}$  на число  $\alpha$  называется  $\vec{b}$ , если он коллинеарен  $\vec{a}$  (причем если  $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{b}$  :  $\alpha > 0$ , иначе  $\alpha < 0$  ) и его длина равна  $|\alpha| |\vec{a}|$ 

#### 1.3 Дать определения коллинеарных и компланарных векторов.

Геометрические вектора называются

Коллинеарными

Комплонарными

Если они лежат

На одной или парралельных прямых На одной или парралельных плоскостях

#### Дать определение линейно зависимой и линейно независимой системы 1.4 векторов.

Векторы  $\vec{a_1},...,\vec{a_n}$  назваются линейно

Зависимыми

Независимыми

Если существует

Если не существует

Их нетривиальная линейная комбинация, равная  $\vec{0}$ , т.е.

Если при  $\alpha_1,...,\alpha_n \in \mathbb{R}, \ \alpha_1\vec{a_1}+...+\alpha_n\vec{a_n}=0$ 

 $\exists \alpha_1,...,\alpha_n$  отличные от нуля  $\not\equiv \alpha_1,...,\alpha_n$  отличные от нуля

# 1.5 Сформулировать геометрические критерии линейной зависимости 2-х и 3-х векторов.

- 2 вектора линейно зависимы  $\iff$  они коллинеарны
- 3 вектора линейно зависимы 👄 они комплонарны

# 1.6 Дать определение базиса и координат вектора.

Базисом в пространстве  $V_1$  $V_2$  $V_3$ Называется Любой ненулевой Любая упорядоченная пара Любая упорядоченная тройка вектор коллинеарных векторов некомплонарных векторов  $\forall \vec{x} \in V_1 \exists ! x \in \mathbb{R}$  $\forall \vec{x} \in V_2 \exists ! x_1, x_2 \in \mathbb{R}$  $\forall \vec{x} \in V_3 \exists ! x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}$  $\vec{x} = x\vec{e}$  $\vec{x} = x_1 \vec{e_1} + x_2 \vec{e_2}$  $\vec{x} = x_1 \vec{e_1} + x_2 \vec{e_2} + x_3 \vec{e_3}$ Коэффициенты разложения  $x_1, x_2, x_3$ x $x_1, x_2$ Называются координатами  $\vec{x}$  в базисе  $\vec{e}$  $\vec{e}_1, \vec{e}_2$  $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ 

## 1.7 Сформулировать теорему о разложении вектора по базису.

Любой вектор можно разложить по базису, причем единственным способом  $\forall \vec{x} \in V_1 \exists ! x \in \mathbb{R} \quad \forall \vec{x} \in V_2 \exists ! x_1, x_2 \in \mathbb{R} \quad \forall \vec{x} \in V_3 \exists ! x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}$ 

# 1.8 Дать определение ортогональной скалярной проекции вектора на направление.

Ортогональной проекцией вектора  $\vec{a}$  на вектор  $\vec{b}$  называется число, вычисленное по правилу:

- 1. Отложим вектор  $\vec{a}$  от любой точки A, получим  $\overrightarrow{AB}$
- 2. Возьмем любую ось b, направление которой совпадает с  $\vec{b}$
- 3. Спроецируем  $\overrightarrow{AB}$  на b и получим  $\overrightarrow{A_{np}B_{np}}$
- 4. Найдем число  $\pm |\overrightarrow{A_{np}B_{np}}|$ , где + если  $\overrightarrow{A_{np}B_{np}} \uparrow \uparrow \overrightarrow{b}$ , иначе -

Обозначение  $np_{\vec{k}}\vec{a}$ 

## 1.9 Дать определение скалярного произведения векторов.

Скалярным произведением 2 векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  называется число, равное произведению длин векторов на косинус угла между ними.

# 1.10 Сформулировать свойство линейности скалярного произведения.

$$\begin{aligned} \forall \vec{a}, \vec{b} \forall k \in \mathbb{R} \\ (k\vec{a}) \vec{b} &= k(\vec{a}\vec{b}) \\ \vec{a}(k\vec{b}) &= k(\vec{a}\vec{b}) \\ \forall \vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \\ (\vec{a} + \vec{b}) \vec{c} &= \vec{a}\vec{c} + \vec{b}\vec{c} \\ \vec{a}(\vec{b} + \vec{c}) &= \vec{a}\vec{b} + \vec{a}\vec{c} \end{aligned}$$

1.11 Записать формулу для вычисления скалярного произведения двух векторов, заданных в ортонормированном базисе.

$$\vec{a}\vec{b} = \vec{a}_1\vec{b}_1 + \vec{a}_2\vec{b}_2 + \vec{a}_3\vec{b}_3, \vec{a}\{a_1; a_2; a_3\}, \vec{b}\{b_1; b_2; b_3\}$$

1.12 Записать формулу для вычисления косинуса угла между векторами, заданными в ортонормированном базисе.

$$cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a}\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} = \frac{\vec{a}_1\vec{b}_1 + \vec{a}_2\vec{b}_2 + \vec{a}_3\vec{b}_3}{\sqrt{\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3}\sqrt{\vec{b}_1 + \vec{b}_2 + \vec{b}_3}}$$

1.13 Дать определение правой и левой тройки векторов.

Упорядоченная тройка некомплонарных векторов  $\vec{a}, \vec{b},$  называется Правой Левой Бели кратчайший поворот от  $\vec{a}$  к  $\vec{b}$  виден из конца  $\vec{c}$  проходящей Против часовой стрелке По часовой стрелке

1.14 Дать определение векторного произведения векторов.

Векторным произведением 2 векторов  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  называется вектор  $\vec{c}$ , удовлетворяющих условиям

- 1.  $\vec{c} \perp \vec{a}, \vec{c} \perp \vec{b}$
- 2. Упорядоченная тройка  $\vec{a}, \, \vec{b}, \, \vec{c}$  правая
- 3.  $|\vec{c}| = |\vec{a}| |\vec{b}| sin(\vec{a}, \vec{b})$
- 1.15 Сформулировать свойство коммутативности (симметричности) скалярного произведения и свойство антикоммутативности (антисимметричности) векторного произведения.

$$\forall \vec{a}, \vec{b}$$
 
$$\vec{a}\vec{b}=\vec{b}\vec{a}\text{ - симметричность скалярного произведения}$$
 
$$\vec{a}\times\vec{b}=-\vec{b}\times\vec{a}\text{ - кососимметричность векторного произведения}$$

1.16 Сформулировать свойство линейности векторного произведения векторов.

$$\begin{split} \forall \vec{a}, \vec{b} \forall k \in \mathbb{R} \\ (k\vec{a}) \times \vec{b} &= k(\vec{a} \times \vec{b}) \\ \vec{a} \times (k\vec{b}) &= k(\vec{a} \times \vec{b}) \\ \forall \vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \\ (\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{c} &= \vec{a} \times \vec{c} + \vec{b} \times \vec{c} \\ \vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) &= \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c} \end{split}$$

1.17 Записать формулу для вычисления векторного произведения в правом ортонормированном базисе.

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}, \vec{a} \{a_1; a_2; a_3\}, \vec{b} \{b_1; b_2; b_3\}$$

Copnright pluttan (

1.18 Дать определение смешанного произведения векторов.

Смешанным произведением 3 векторов  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  называется число, равное  $(\vec{a} \times \vec{b})\vec{c}$  Обозначение  $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}), \vec{a}\vec{b}\vec{c}$ 

1.19 Сформулировать свойство перестановки (кососимметричности) смешанного произведения.

При перестановке любых двух векторов, смешанное произведение меняет знак.  $\forall \vec{a}, \vec{b}, \vec{c} : \vec{a} \vec{b} \vec{c} = -\vec{b} \vec{a} \vec{c} = -\vec{c} \vec{b} \vec{a}$ 

1.20 Сформулировать свойство линейности смешанного произведения.

$$\begin{aligned} \forall \vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \forall k \in \mathbb{R} \\ (k\vec{a})\vec{b}\vec{c} &= k(\vec{a}\vec{b}\vec{c}) \\ \vec{a}(k\vec{b})\vec{c} &= k(\vec{a}\vec{b}\vec{c}) \\ \vec{a}\vec{b}(k\vec{c}) &= k(\vec{a}\vec{b}\vec{c}) \\ \forall \vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d} \\ (\vec{a} + \vec{d})\vec{b}\vec{c} &= \vec{a}\vec{b}\vec{c} + \vec{d}\vec{b}\vec{c} \\ \vec{a}(\vec{b} + \vec{d})\vec{c} &= \vec{a}\vec{b}\vec{c} + \vec{a}\vec{d}\vec{c} \\ \vec{a}\vec{b}(\vec{c} + \vec{d}) &= \vec{a}\vec{b}\vec{c} + \vec{a}\vec{b}\vec{d} \end{aligned}$$

1.21 Записать формулу для вычисления смешанного произведения в правом ортонормированном базисе.

$$\vec{a}\vec{b}\vec{c} = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \vec{a}\{a_1; a_2; a_3\}, \vec{b}\{b_1; b_2; b_3\}, \vec{c}\{c_1; c_2; c_3\}$$

1.22 Записать общее уравнение плоскости и уравнение «в отрезках». Объяснить геометрический смысл входящих в эти уравнения параметров.

- 1.23 Записать уравнение плоскости, проходящей через 3 данные точки.
- 1.24 Записать условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.
- 1.25 Записать формулу для расстояния от точки до плоскости, заданной общим уравнением.
- 1.26 Записать канонические и параметрические уравнения прямой в пространстве. Объяснить геометрический смысл входящих в эти уравнения параметров.
- 1.27 Записать уравнение прямой, проходящей через две данные точки в пространстве.
- 1.28 Записать условие принадлежности двух прямых одной плоскости.
- 1.29 Записать формулу для расстояния от точки до прямой в пространстве.
- 1.30 Записать формулу для расстояния между скрещивающимися прямыми.

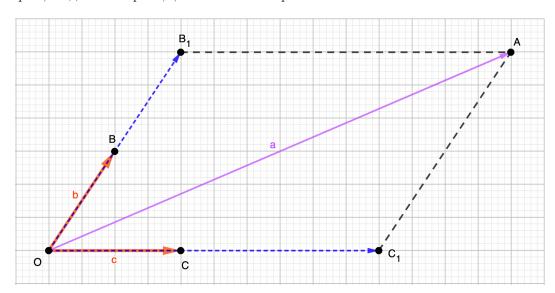
# 2 Теоретические вопросы повышенной сложности

# 2.1 Доказать геометрический критерий линейной зависимости трёх векторов.

3 вектора линейно зависимы iff они комплонарны

#### 2.1.1 Необходимость

Пусть  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  линейно зависимы, тогда один их них является линейной комбинацией остальных. К примеру  $\vec{a} = \beta \vec{b} + \gamma \vec{c} (\beta, \gamma \in \mathbb{R})$  Приложим  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  к одной точке O, получим  $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}: \overrightarrow{OA} = \beta \overrightarrow{OB} + \gamma \overrightarrow{OC}$ . Тогда  $\overrightarrow{OA}$  диагонать парралелограмма. Следовательно  $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$  лежат в одной плоскости, значит они комплонарны, тогда и векторы  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  тоже комплонарны.

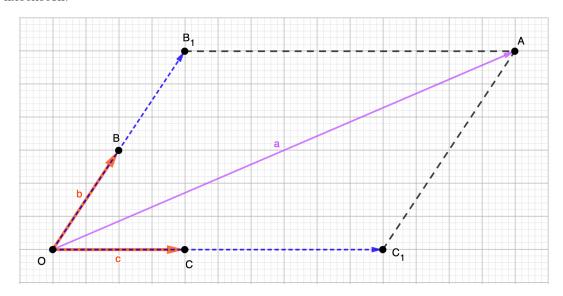


#### 2.1.2 Достаточность

Пусть  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  комплонарны. Рассмотрим 2 случая:

1. Хотя бы один нулевой  $(\vec{a}=\vec{0})$ . Тогда  $\vec{a}=\vec{0}\vec{b}+\vec{0}\vec{c}$  т.е.  $\vec{a}$  является линейной комбинацией  $\vec{b},\vec{c}$  тогда по основной теореме  $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$  линейно зависимы.

2. Ни один не нулевой. Приложим  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  к одной точке O, получим  $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ , которые лежат в одной плоскости.



 $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OC_1}$ . Т.к.  $\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OB_1}$  коллинеарны, то  $\overrightarrow{OB_1} = \beta \overrightarrow{OB}$ , аналогично  $\overrightarrow{OC_1} = \beta \overrightarrow{OC}$   $\vec{a} = \beta \vec{b} + \gamma \vec{c}$ , тогда  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  линейно зависимы.

## 2.2 Доказать теорему о разложении вектора по базису.

Любой вектор можно разложить по базису, причем единственным способом  $\forall \vec{x} \in V_1 \exists ! x \in \mathbb{R} \quad \forall \vec{x} \in V_2 \exists ! x_1, x_2 \in \mathbb{R} \quad \forall \vec{x} \in V_3 \exists ! x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}$ 

### 2.2.1 Существование

Из геометрических критериев следует, что 4 вектора  $\vec{x}, \vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3}$ . Тогда  $\exists \alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  (не все равны нулю), что  $\alpha_0 \vec{x} + \alpha_1 \vec{e_1} + \alpha_2 \vec{e_2} + \alpha_3 \vec{e_3} = \vec{0}(1)$ . Тогда по определению линейно зависимых  $\vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3}$  линейно зависимы, т.е. комплонарны.  $\vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3}$  - базис в  $V_3$   $\alpha_0 \neq 0$ . Умножим (1) на  $\frac{1}{\alpha_0}$  и выразим  $\vec{x}$ .  $\vec{x} = -\frac{\alpha_1}{\alpha_0} \vec{e_1} - \frac{\alpha_2}{\alpha_0} \vec{e_2} - \frac{\alpha_3}{\alpha_0} \vec{e_3}$ . Пусть  $-\frac{\alpha_i}{\alpha_0} = x_i$ , тогда  $\vec{x} = x_1 \vec{e_1} + x_2 \vec{e_2} + x_3 \vec{e_3}$ 

#### 2.2.2 Единственность

От противного. Пусть существуют 2 разложения для  $\vec{x}:\vec{x}=x_1\vec{e_1}+x_2\vec{e_2}+x_3\vec{e_3};\vec{x}=y_1\vec{e_1}+y_2\vec{e_2}+y_3\vec{e_3}$  Рассмотрим разность  $\vec{0}=\vec{x}-\vec{x}=(x_1-y_1)\vec{e_1}+(x_2-y_2)\vec{e_2}+(x_3-y_3)\vec{e_3}$  - линейная комбинация  $\vec{e_1},\vec{e_2},\vec{e_3}$ . Т.к.  $\vec{e_1},\vec{e_2},\vec{e_3}$  не комплонарны тогда их линейная комбинация равна  $\vec{0},x_1-y_1=0$   $x_2-y_2=0$   $x_3-y_3=0$  Получили  $x_1=y_1$   $x_2=y_2$   $x_3=y_3$  разложение единственно.

# 2.3 Доказать свойство линейности скалярного произведения.

$$\forall \vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \forall k \in \mathbb{R}$$

**2.3.1** 
$$(k\vec{a})\vec{b} = k(\vec{a}\vec{b})$$

- 1.  $\vec{b} = \vec{0}$  левая часть =  $(k\vec{a})\vec{0} = \vec{0}$ , правая часть =  $k(\vec{a}\vec{0}) = \vec{0}$
- $2.\ \vec{b} 
  eq \vec{0}$  левая часть  $= (k\vec{a})\vec{b} = \vec{b}(k\vec{a}) = |\vec{b}|np_{\vec{b}}(k\vec{a}) = k|\vec{b}|np_{\vec{b}}(\vec{a}) = k(\vec{b}\vec{a}) = k(\vec{a}\vec{b}) =$  правая часть

### **2.3.2** $\vec{a}(k\vec{b}) = k(\vec{a}\vec{b})$

Левая часть  $= \vec{a}(k\vec{b}) = (k\vec{b})\vec{a} = k(\vec{a}\vec{b}) =$  правая часть

- **2.3.3**  $(\vec{a} + \vec{b})\vec{c} = \vec{a}\vec{c} + \vec{b}\vec{c}$ 
  - 1.  $\vec{c}=\vec{0}$  левая часть  $=(\vec{a}+\vec{b})\vec{c}=\vec{0}$ , правая часть  $=\vec{a}\vec{0}+\vec{b}\vec{0}=\vec{0}$
  - $2.\ \vec{c} 
    eq \vec{0}$  левая часть  $= \vec{c}(\vec{a} + \vec{b}) = |\vec{c}| np_{\vec{c}}(\vec{a} + \vec{b}) = |\vec{c}| (np_{\vec{c}}\vec{a} + np_{\vec{c}}\vec{b}) = \vec{c}\vec{a} + \vec{c}\vec{b} = \vec{a}\vec{c} + \vec{b}\vec{c}$  правая часть

**2.3.4**  $\vec{a}(\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a}\vec{b} + \vec{a}\vec{c}$ 

Левая часть =  $\vec{a}(\vec{b}+\vec{c})=(\vec{b}+\vec{c})\vec{a}=\vec{a}\vec{b}+\vec{a}\vec{c}=$ правая часть

2.4 Вывести формулу для вычисления скалярного произведения векторов, заданных в ортонормированном базисе.

$$\vec{a}\vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$$

Распишем по свойствам линейности

$$\vec{a}\vec{b} = (a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k})(b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}) = a_1b_1(\vec{i}\vec{i}) + a_1b_2(\vec{i}\vec{j}) + a_1b_3(\vec{i}\vec{k}) + a_2b_1(\vec{j}\vec{i}) + a_2b_2(\vec{j}\vec{j}) + a_2b_3(\vec{j}\vec{k}) + a_3b_1(\vec{k}\vec{i}) + a_3b_2(\vec{k}\vec{j}) + a_3b_3(\vec{k}\vec{k}) + a_3b_3(\vec{k}\vec{k}$$

2.5 Вывести формулу для вычисления векторного произведения в правом ортонормированном базисе.

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}, \vec{a}\{a_1; a_2; a_3\}, \vec{b}\{b_1; b_2; b_3\}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_1 \vec{i} + a_2 \vec{j} + a_3 \vec{k}) \times (b_1 \vec{i} + b_2 \vec{j} + b_3 \vec{k}) = a_1 b_1 (\vec{i} \times \vec{i}) + a_1 b_2 (\vec{i} \times \vec{j}) + a_1 b_3 (\vec{i} \times \vec{k}) + a_2 b_1 (\vec{j} \times \vec{i}) + a_2 b_2 (\vec{j} \times \vec{j}) + a_2 b_3 (\vec{j} \times \vec{k}) + a_3 b_1 (\vec{k} \times \vec{i}) + a_3 b_3 (\vec{k} \times \vec{k}) + a_3 b_3 (\vec{k} \times$$

2.6 Доказать свойство линейности смешанного произведения.

$$\forall \vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d} \forall k \in \mathbb{R}$$

**2.6.1**  $(k\vec{a})\vec{b}\vec{c} = k(\vec{a}\vec{b}\vec{c})$ 

$$(k\vec{a})\vec{b}\vec{c} = ((k\vec{a}) \times \vec{b})\vec{c} = (k(\vec{a} \times \vec{b}))\vec{c} = k((\vec{a} \times \vec{b})\vec{c}) = k(\vec{a}\vec{b}\vec{c})$$

**2.6.2**  $\vec{a}(k\vec{b})\vec{c} = k(\vec{a}\vec{b}\vec{c})$ 

$$\vec{a}(k\vec{b})\vec{c} = (k\vec{b})\vec{c}\vec{a} = k(\vec{b}\vec{c}\vec{a}) = k(\vec{a}\vec{b}\vec{c})$$

**2.6.3**  $\vec{a}\vec{b}(k\vec{c}) = k(\vec{a}\vec{b}\vec{c})$ 

$$\vec{a}\vec{b}(k\vec{c}) = (k\vec{c})\vec{a}\vec{b} = k(\vec{c}\vec{a}\vec{b}) = k(\vec{a}\vec{b}\vec{c})$$

**2.6.4**  $(\vec{a} + \vec{d})\vec{b}\vec{c} = \vec{a}\vec{b}\vec{c} + \vec{d}\vec{b}\vec{c}$ 

$$(\vec{a} + \vec{d})\vec{b}\vec{c} = ((\vec{a} + \vec{d}) \times \vec{b})\vec{c} = (\vec{a} \times \vec{b} + \vec{d} \times \vec{b})\vec{c} = \vec{a}\vec{b}\vec{c} + \vec{d}\vec{b}\vec{c}$$

**2.6.5**  $\vec{a}(\vec{b}+\vec{d})\vec{c} = \vec{a}\vec{b}\vec{c} + \vec{a}\vec{d}\vec{c}$ 

$$\vec{a}(\vec{b} + \vec{d})\vec{c} = (\vec{b} + \vec{d})\vec{c}\vec{a} = \vec{b}\vec{c}\vec{a} + \vec{d}\vec{c}\vec{a} = \vec{a}\vec{b}\vec{c} + \vec{a}\vec{d}\vec{c}$$

**2.6.6**  $\vec{a}\vec{b}(\vec{c} + \vec{d}) = \vec{a}\vec{b}\vec{c} + \vec{a}\vec{b}\vec{d}$ 

$$\vec{a}\vec{b}(\vec{c}+\vec{d}) = (\vec{c}+\vec{d})\vec{a}\vec{b} = \vec{c}\vec{a}\vec{b} + \vec{d}\vec{a}\vec{b} = \vec{a}\vec{b}\vec{c} + \vec{a}\vec{b}\vec{d}$$

2.7 Вывести формулу для вычисления смешанного произведения трёх векторов в правом ортонормированном базисе.

$$\vec{a}\vec{b}\vec{c} = (\vec{a} \times \vec{b})\vec{c} = (\vec{i} \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix})\vec{c} = c_1 \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix} - c_2 \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix} + c_3 \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

- 2.8 Вывести формулу для расстояния от точки до плоскости, заданной общим уравнением.
- 2.9 Вывести формулу для расстояния от точки до прямой в пространстве.
- 2.10 Вывести формулу для расстояния между скрещивающимися прямыми.