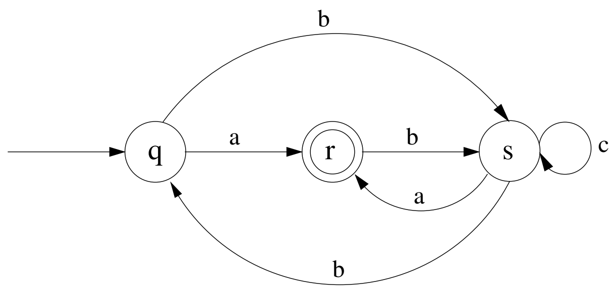
Teoretická informatika (TIN) – 2022/2023
Úkol 1
(max. zisk 5 bodů – 10 bodů níže odpovídá 1 bodu v hodnocení předmětu)

1. Uvažte NKA M_3 nad abecedou $\Sigma = \{a, b, c\}$ z obrázku 1:



Obrázek 1: NKA M_3

   (a) Řešením rovnic nad regulárními výrazy sestavte k tomuto automatu ekvivalentní regulární výraz.

   (b) Sestrojte relaci pravé kongruence $\sim$ s konečným indexem takovou, že $L(M_3)$ je sjednocením některých tříd rozkladu $\{a, b, c\}^*/_\sim$.

15 bodů

2. Mějme jazyk L_1 nad abecedou $\{a, b, c\}$ definovaný následovně:

$$L_1 = \{w \mid w \in \{a, b, c\}^* \wedge \#_a(w) > \#_b(w)\}$$

   Sestrojte jazyk L_2 takový, že $L_1 \cap L_2 \in \mathcal{L}_3$ a zároveň $L_1 \cup L_2 \in \mathcal{L}_3$. Dále rozhodněte a dokažte, zda L_2 je, či není, regulární. Pro důkaz regularity sestrojte příslušný konečný automat, nebo gramatiku. Pro důkaz neregularity použijte pumping lemma.

   Dokažte, že jazyk L_1 není regulární. 15 bodů

3. Uvažujme jazyk L_s, jehož slova jsou n-tice binárních čísel[1] oddělené znakem $\#$. Konkrétněji, jazyk L_s obsahuje slova tvaru $w_1\#w_2\#\ldots\#w_n\#$, kde $w_1, \ldots, w_n \in \{0, 1\}^+$ jsou binární čísla. Tato slova odpovídají regulárnímu výrazu $R = ((\mathtt{0}+\mathtt{1})(\mathtt{0}+\mathtt{1})^*\#)^*$. Uvažujme dále omezení, že alespoň jedno číslo ve slově $w_1\#w_2\#\ldots\#w_n\#$ je sudé—tedy jeho poslední znak je 0. Formálně zapsáno:

$$L_s = \{w \in \{0, 1, \#\}^* \mid w \in \mathcal{L}(R) \wedge w \in \mathcal{L}((\mathtt{0}+\mathtt{1}+\#)^*\mathtt{0}\#(\mathtt{0}+\mathtt{1}+\#)^*)\}$$

   (a) Sestrojte nedeterministický konečný automat M_1 přijímající jazyk L_s (není nutné použít algoritmický postup).

   (b) Automat M_1 převeďte algoritmicky na deterministický konečný automat M_2.

20 bodů

[1] Jako binární číslo budeme chápat libovolný řetězec nad abecedou $\{0, 1\}$. Číslo tak může obsahovat počáteční nuly.