

Teoretická informatika (TIN) – 2022/2023

Úkol 2

(max. zisk 5 bodů – 10 bodů níže odpovídá 1 bodu v hodnocení předmětu)

1. Uvažujte abecedu $\Sigma = \{a, b, A, 0, B\}$. Sestrojte deterministický zásobníkový automat přijímající jazyk $L \subseteq \Sigma^*$ definovaný jako

$$L = \{w.0 \mid w \in \{a, b\}^* \wedge \#_a(w) = \#_b(w)\} \cup \\ \{w.A \mid w \in \{a, b\}^* \wedge \#_a(w) > \#_b(w)\} \cup \\ \{w.B \mid w \in \{a, b\}^* \wedge \#_a(w) < \#_b(w)\},$$

kde $\#_x(w)$ pro $x \in \{a, b\}$ značí počet výskytů symbolu x v řetězci w . Použijte abecedu zásobníkových symbolů $\Gamma = \{\times, \bullet\}$ a symbol \times jako startovací symbol zásobníku. Automat zapište v grafické formě. Demonstrujte přijetí slova $abaabA$.

12 bodů

2. Uvažujte abecedu Σ takovou, že $\Sigma \cap \{0, 1\} = \emptyset$ a jazyk $L = L(G)$ nad abecedou Σ zadaný pomocí bezkontextové gramatiky G . Dále uvažujte jazyk L' definovaný jako

$$L' = \{w.x \mid w \in \Sigma^* \wedge (w \in L \iff x = 1) \wedge (w \notin L \iff x = 0)\}.$$

Inspirujte se v kapitole o uzávěrových vlastnostech bezkontextových jazyků a proveďte jedno z následujících:

- (a) Navrhněte algoritmus, který bude mít na vstupu gramatiku G a sestaví bezkontextovou gramatiku G' takovou, že $L(G') = L'$.
- (b) Dokažte, že takový algoritmus neexistuje.

12 bodů

3. Navrhněte algoritmus, který pro bezkontextovou gramatiku $G = (N, \Sigma, P, S)$ spočítá množinu

$$N_{aa} = \{A \in N \mid \exists w \in \Sigma^* : A \Rightarrow_G^+ w \wedge aa \text{ je podřetězec } w\}.$$

V algoritmu můžete využít množinu $N_\epsilon = \{A \in N \mid A \Rightarrow_G^+ \epsilon\}$. Doporučujeme nadefinovat si další vhodné množiny neterminálů a algoritmicky popsat jejich výpočet (u N_ϵ popis výpočtu není potřeba).

Ilustrujte použití algoritmu na příkladě gramatiky s pravidly

$$S \rightarrow XY \mid YX \mid Z \quad X \rightarrow Xba \mid \epsilon \quad Y \rightarrow Yab \mid \epsilon \quad Z \rightarrow XbaaU$$

14 bodů

4. Uvažujte následující operátor $\blacktriangle: 2^{\Sigma^*} \times 2^{\Sigma^*} \rightarrow 2^{\Sigma^*}$ na jazycích nad abecedou Σ :

$$L_1 \blacktriangle L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid \forall w_1, w_2 \in \Sigma^* : w_1 w_2 = w \implies (w_1 \in L_1 \vee w_2 \in L_2)\}$$

Dokažte, že množina rekurzivně vyčíslitelných jazyků je uzavřena na \blacktriangle .

12 bodů