

## Pozitivně semi-definitní matice

**DEF** Buď  $A \in R^{n \times n}$  symetrická matice. Pokud  $x^T A x \leq 0$  pro všechna  $x$ , řekneme že je pozitivně semi-definitní. Pokud  $> 0$  tak pozitivně definitní.

Jeli  $A$  pozitivně definitní, tak platí:

- Jeli  $B$  pd,  $A + B$  je pd
- $\alpha A$  je pd pro  $\alpha > 0$
- Jeli  $A$  regulární, tak  $A^{-1}$  je pd
- Vlastní čísla  $A$  jsou kladná
- Existuje matice  $U \in R^{m \times n}$  hodnosti  $n$ , že  $A = UU^T$

Jeli  $A$  pozitivně semi-definitní:

- Vlastní čísla  $A$  jsou nezáporná
- Existuje matice  $U \in R^{m \times n}$  libovolné hodnosti, že  $A = UU^T$

### Testování

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & a^T \\ a & A^* \end{pmatrix}$$

$A$  je pd, pokud  $\alpha > 0$  a  $A^* - \frac{1}{\alpha}aa^T$  je pd

nebo

$A$  je pd, pod jsou determinanty všech hlavních podmatic kladné.