

Lineární zobrazení

DEF Lineární zobrazení je taková funkce $f : U \rightarrow V$ pro kterou platí, že:

- $f(u + v) = f(u) + f(v)$
- $f(\alpha u) = \alpha f(u)$

DEF Buď $f : U \rightarrow V$ lineární zobrazení:

- obraz $f(U) = \{f(v) : v \in U\}$
- $\text{Ker}(f) = \{x \in U : f(x) = 0\}$

THM Buď $f : U \rightarrow V$ lineární zobrazení, pak platí:

- $f(U)$ je podprostorem V
- $\text{Ker}(f)$ je podprostorem U

THM Buď $f : U \rightarrow V$ lineární zobrazení, pak následující tvrzení jsou ekvivalentní:

- f je prosté
- $\text{Ker}(f) = 0$
- obraz libovolné lineární nezávislé množiny je nezávislá množina

DEF Buď $f : U \rightarrow V$ lineární zobrazení, $B_U = \{x_1 \dots x_n\}$ báze U , $B_V = \{y_1 \dots y_m\}$ báze V . Necht $\sum_i a_{ij} y_i = f(x_j)$. Potom matice zobrazení A je tvořena prvky a_{ij} . Značíme ${}_{B_V}[f]_{B_U}$

Taková matice vždy existuje a je jednoznačná.

DEF zobrazení je izomorfní, pokud je surjektivní a injektivní. Pokud mezi dvěma prostory existuje izomorfní zobrazení, tyto prostory jsou izomorfní.

- Jeli $f : U \rightarrow V$ izomorfismus, pak $f^{-1} : V \rightarrow U$ je také izomorfismus
- Jsou-li $f : U \rightarrow V$ a $g : V \rightarrow W$ izomorfismy, pak $f \circ g$ je izomorfismus