Билеты по общей физике. 4-й семестр. Оптика.

27 марта 2018 г.

Оглавление

Глава 1.

Список вопросов

1) Волновое уравнение. Монохроматические волны. Комплексная амплитуда. Уравнение Гельмгольца.

2) Монохроматические волны. Комплексная амплитуда. Уравнение плоской и сферической волн. Принцип суперпозиции, интерференция.

3) Интерференция монохроматических волн. Интерференция плоской и сферической волн. Ширина интерференционных полос. Видность полос.

4) Влияние немонохроматичности света на видность интерференционных полос. Функция временной когерентности. Связь времени когерентности с шириной спектра. Теорема Винера-Хинчина. Соотношение неопределенностей.

5) Видность интерференционных полос и ее связь со степенью когерентности при использовании квазимонохроматических источников света. Оценка максимального числа наблюдаемых полос. Максимально допустимая разность хода в интерференционных опытах.

6) Апертура интерференционной схемы и влияние размеров источника на видность интерференционных полос. Функция пространственной когерентности. Радиус пространственной когерентности.

7) Связь радиуса пространственной когерентности с угловым размером протяженного источника. Теорема Ван-Циттерта-Цернике. Видность интерференционных полос при использовании протяженных источников света. Звездный интерферометр Майкельсона.

Глава 2.

Волновое уравнение.

2.1. Волновое уравнение

Волной называется процесс, обладающий некоторым свойством инвариантности, что некоторая физическая величина представляется профилем перемещающимся с постоянной скоростью:

$$S(x,t) \equiv S(x \pm ut) \tag{2.1}$$

Волновое уравнение можно получить дважды продифференцировав (2.1):

$$\frac{\partial^2 S}{\partial t^2} = \frac{u^2 \partial^2 S}{\partial x^2} \tag{2.2}$$

В общем трехмерном случае

$$\nabla^2 S - \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 S}{\partial t^2} = 0 \tag{2.3}$$

Монохроматическая волна — это строго синусоидальная волна с постоянной во времени **частотой** ω, **амплитудой** a и **начальной частотой** φ.

В общем случае имеет вид

$$S(\vec{r},t) = a(\vec{r})\cos(\omega t - \varphi(\vec{r})) \,. \tag{2.4}$$

Несколько важных примеров простейших типов монохроматических волн:

2.1.1. Плоская монохроматическая волна

Описывается функцией координат и времени вида:

$$S(z,t) = a\cos(\omega t - kz - \varphi) \tag{2.5}$$

a — амплитуда волны, $\Phi = \omega t - kz - \varphi$ — фаза волны, $\varphi = \Phi\,(z = 0, t = 0)$ — начальная фаза.

Из уравнения (2.5) видно, что в плоскости $z = \mathrm{const}$ колебания происходят по одному и тому же закону с одной и той же частотой, амплитудой и одной и той же начальной фазой φ. Поверхности, на которых колебания возмущения S происходят синфазно называются **волновыми поверхностями**.

2.1.2. Сферическая волна

Волна, описываемая уравнением

$$S\,(\vec{r}, t) = \frac{a}{r}\cos\left(\omega t - kr - \varphi_0\right) \tag{2.6}$$

называется **сферической**.

2.2. Комплексная амплитуда волны

В самом общем виде уравнение **монохроматической волны**

$$S\,(\vec{r}, t) = a\,(\vec{r})\cos\left(\omega t - \varphi\,(\vec{r})\right) \tag{2.7}$$

Наряду с волной (2.7) рассмотрим волновой процесс вида

$$S_1\,(\vec{r}, t) = a\,(\vec{r})\sin\left(\omega t - \varphi\,(\vec{r})\right)$$

Ясно, что линейная комбинация функций вида

$$V\,(\vec{r}, t) = S\,(\vec{r}, t) - iS_1\,(\vec{r}, t) \tag{2.8}$$

также удовлетворяет волновому уравнению.

Используя тождество $\cos\alpha - i\sin\alpha = e^{-i\alpha}$, перепишем (2.8) в виде

$$V\,(\vec{r}, t) = a\,(\vec{r})\,e^{-i[\omega t - \varphi(\vec{r})]}$$

Получаем, что функцию $V\,(\vec{r}, t)$ можно записать в виде произведения двух функций

$$V\,(\vec{r}, t) = f\,(\vec{r})\,e^{-i\omega t}$$

где $f\,(\vec{r}) = a\,(\vec{r})\,e^{i\varphi(\vec{r})}$ есть **комлексная амплитуда волны**.

2.3. Уравнение Гельмгольца

Комплексная функция $V(\vec{r},t) = f(\vec{r})\, e^{-i\omega t}$ должна быть решением волнового уравнения

$$\nabla^2 V - \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = 0.$$

Дифференцируя $V(\vec{r},t)$ дважды по координатам получаем

$$\nabla^2 V = e^{-i\omega t}\nabla^2 f$$

Дифференцируя дважды по времени

$$\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = f(\vec{r})\,(-i\omega)^2\, e^{-i\omega t}$$

подставляя выражение $\nabla^2 V$ и $\frac{\partial^2 V}{\partial t^2}$ в волновое уравнение приходим к следующему равенству

$$\nabla^2 f + k^2 f = 0 \tag{2.9}$$

где $k = \frac{\omega}{v}$ волновое число. Полученное уравнение для комплексных амплитуд называется **уравнением Гельмгольца**.

Глава 3.

Уравнения плоской и сферической волн.

3.1. Интерференция плоских волн

Рассмотрим результат интерференции двух плоских волн, волновые векторы $\vec{k}_1$ и $\vec{k}_2$ которых составляют углы $\pm\alpha$ с нормалью к плоскости.

$$f_1(x,z) = a_1 e^{i(kx\sin\alpha + kz\cos\alpha)}, \quad f_2(x,z) = a_2 e^{i(-kx\sin\alpha + kz\cos\alpha)}$$

Результирующую картину интенсивности найдем, используя **общее соотношение**

$$I(x) = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos(2kx\sin\alpha) \tag{3.1}$$

Картина имеет вид чередующихся светлых и темных полос. Ширина полос:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2\sin(\alpha)} \tag{3.2}$$

3.2. Интерференция сферических волн

Две сферические волны излучаются точечными источниками S_1 и S_2. Комплексные амплитуды волн в точке наблюдения есть

$$f_1 = \frac{a_0}{r_1}e^{ikr_1}, \quad f_2 = \frac{a_0}{r_2}e^{ikr_2}$$

Разность фаз в точке наблюдения $\Delta\varphi = k\cdot\Delta$, где $\Delta = r_2 - r_1$ — разность хода волн, приходящих в точку. Если рассматривать небольшую область наблюдения, в которой амплитуды двух слагаемых волн примерно одинаковы: $a_0/r_1 \approx a_0$, $a_0/r_2 \approx a_0$, то получаем

$$I = 2I_0\left[1 + \cos\left(\frac{\omega}{c}\right)\Delta\right] \tag{3.3}$$

3.3. Уравнение плоской и сферической волн.

1) Для **плоской**

$$S\left(\vec{r},t\right) = a\cos\left(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} - \varphi\right)$$

и в комплексной форме комплексная амплитуда для плоской волны имеет вид

$$f\left(\vec{r}\right) = ae^{i\varphi}e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} = ce^{i(k_x x + k_y y + k_z z)}$$

2) Для **сферической волны**

$$S\left(\vec{r},t\right) = \frac{a}{r}\cos\left(\omega t - kr - \varphi_0\right)$$

и в комплексной форме комплексная амплитуда для сферической волны имеет вид

$$f\left(\vec{r}\right) = \frac{a}{r}e^{i\varphi_0}e^{ikr} = \frac{a_0}{r}e^{ikr+\varphi_0}$$