

Занятие 12. Предельные теоремы в схеме Бернулли

Изучаемый материал: теорема Бернулли (закон больших чисел), локальная и интегральная теоремы Лапласа, отклонение частоты события от его вероятности в схеме Бернулли, приближенная формула Пуассона в схеме Бернулли.

| | | | |
|--|--------------|---------------|---------------|
| 1. Формулы Муавра-Лапласа | 12.1 - 12.4 | 12.11 - 12.14 | 12.21 - 12.23 |
| 2. Отклонение частоты события от вероятности | 12.5 - 12.7 | 12.15 - 12.17 | 12.24 - 12.30 |
| 3. Формула Пуассона | 12.8 - 12.10 | 12.18 - 12.20 | 12.31 - 12.38 |

12.1. Игальную кость бросают 300 раз. Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение: а) числа выпадений грани “6”; б) числа событий “не меньше трех”; в) наивероятнейшее число выпадений грани “6”; г) вероятность наивероятнейшего числа выпадений грани “6”; д) наивероятнейшее число выпадений события “не меньше трех”; е) вероятность наивероятнейшего числа выпадений события “не меньше трех”.

12.2. Вероятность поражения мишени при одном выстреле равна 0,8. Какова вероятность того, что при 100 выстрелах мишень будет поражена а) ровно 75 раз; б) не менее 75 раз; в) не менее 75 и не более 90 раз; г) не более 75 раз?

12.3. От 120-квартирного дома ежемесячно поступает в среднем 30 заявок на ремонт сантехнического оборудования. Найти вероятность того, что в некоторый месяц поступит а) 30 заявок; б) не менее 30 заявок; в) от 20 до 30 заявок.

12.4. Вероятность наступления события равна 0,4. Проводится 500 испытаний. Найти вероятность того, что число событий отклонится от его математического ожидания не более чем на 25.

12.5. Игальную кость бросают 1000 раз. Какова вероятность отклонения относительной частоты выпадения “шестерки” от вероятности события “6” на величину, меньшую 0,02.

12.6. Вероятность события при одном испытании равна 0,8. Сколько нужно сделать испытаний, чтобы с вероятностью 0,9 можно было ожидать, что относительная частота ее появления отклонится от 0,8 не более чем на 0,05?

12.7. Вероятность того, что выпускник вуза устроится на работу по специальности, равна 0,6. Обследовано 200 выпускников. Найти вероятность того, что относительная частота выпускников, работающих по специальности, отклонится от вероятности 0,6 не более чем на 0,05.

12.8. На участке врача-педиатра находится 2000 детей. В среднем поступает 5 вызовов в день. Найти вероятность того, что в некоторый день а) вызовов не будет; б) будет только один вызов; в) не менее двух вызовов; г) пять вызовов.

12.9. Вероятность того, что при перевозке пива будет раздавлен один баллон, равна 0,0002. Найти вероятность того, что при перевозке 5000 баллонов будет раздавлено два баллона.

12.10. Магазин получает 1000 изделий. Вероятность повреждения изделия в пути равна 0,003. Найти вероятность того, что магазин получит поврежденными: а) ни одного изделия; б) одно изделие; в) более одного изделия; г) два изделия.

Домашнее задание 12

12.11. Монету бросают 2000 раз. Какова вероятность того, что а) герб выпадет 1000 раз; б) более 1000 раз; в) от 950 до 1050?

12.12. Вероятность наступления события в каждом из независимых испытаний равна 0,8. Найти вероятность того, что в 125 испытаниях событие наступит а) не менее 75 раз; б) не более 90 раз; в) ровно 100 раз.

12.13. Узнав, что выигрывает в среднем каждый пятый билет лотереи, студент на всю стипендию купил 100 билетов. Найти вероятность того, что выигрышными окажутся: а) не более 20 билетов; б) не менее 40 билетов; в) от 20 до 40 билетов.

12.14. На потоке 175 студентов. Какова вероятность того, что у 20 из них в этом году день рождения будет а) в воскресенье; б) в субботу или воскресенье?

12.15. Монету бросают 1000 раз. Какова вероятность того, что относительная частота появления герба отклонится от вероятности появления герба меньше, чем на 0,01?

12.16. Сколько раз надо подбросить игральную кость, чтобы с вероятностью, большей чем 0,9 можно было утверждать, что отклонение доли выпадения трех очков от вероятности выпадения трех очков не превышает 0,05?

12.17. Вероятность того, что масса плитки шоколада удовлетворяет стандарту, равна 0,9. Проверено 100 плиток шоколада. Найти вероятность того, что отклонение доли плиток шоколада, удовлетворяющих стандарту, от вероятности 0,9, не превзойдет 0,05.

12.18. Вероятность того, что при перевозке молока лопнет пакет, равна 0,001. Найти вероятность того, что при перевозке 3000 пакетов лопнут два пакета.

12.19. В общежитии проживают 1500 студентов. Свои дни рождения они отмечают в столовой общежития. Найти вероятность того, что в предстоящее воскресенье а) столовая будет пуста; б) один студент будет отмечать день рождения; в) два студента будут отмечать день рождения; г) не менее двух студентов будут отмечать день рождения.

Примечание. Полагается, что дни рождения отмечаются строго по датам рождения (без переносов).

12.20. В партии из 1000 изделий приходится в среднем 10 дефектных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, окажутся дефектными: а) два изделия; б) менее двух изделий; в) не менее двух изделий; г) более двух изделий.

Дополнительное задание 12

- 12.21. Вероятность отказа одной радиолампы за время T равна 0,2. Определить вероятность того, что за время T из 100 ламп откажут:
 а) не менее 20 радиоламп; б) не более 28 радиоламп; в) от 14 до 26 радиоламп.
- 12.22. Вероятность наступления события в каждом из независимых испытаний равна 0,8. Найти вероятность того, что в 125 испытаниях событие наступит
 а) не менее 75 раз; б) не более 90 раз; в) ровно 100 раз.
- 12.23. Парк освещается 2000 лампами. Вероятность перегорания лампы в течение месяца равна 0,4. Какова вероятность того, что в течение этого месяца
 а) будут гореть все лампы; б) будут гореть не менее 1100 ламп; в) будут гореть от 1150 до 1250 ламп?
- 12.24. Найти вероятность того, что среди 200 новорожденных детей окажется
 а) 100 мальчиков; б) мальчиков от 90 до 110.
- 12.25. В учебном заведении 60% студентов владеют английским языком. Найти вероятность того, что среди 2000 студентов отклонение числа студентов, владеющих английским языком, от математического ожидания не превзойдет 50.
- 12.26. Вероятность того, что телевизор потребует ремонта в течение гарантийного срока, равна 0,2. Сколько телевизоров необходимо иметь, чтобы с вероятностью 0,95 можно было утверждать, что отклонение частоты телевизоров, потребовавших ремонта, от вероятности 0,2 не превзойдет 0,05?
- 12.27. Вероятность выигрыша по лотерейному билету равна 0,1. Куплено 225 билетов. Найти наибольшее отклонение относительной частоты выигрышных билетов среди купленных от вероятности с вероятностью 0,954.
- 12.28. В цехе 600 электрических лампочек. Вероятность перегорания одной лампочки в течение месяца равна 0,3. Найти вероятность того, что отклонение относительной частоты перегоревших лампочек от вероятности 0,3 не превзойдет 0,015.
- 12.29. Вероятность события в одном испытании равна 0,8. Проведено 625 независимых испытаний. Найти вероятность того, что относительная частота появления события отклонится от его вероятности не более, чем на 0,04.
- 12.30. Вероятность события в одном испытании равна 0,5. Проведено 900 независимых испытаний. Найти вероятность того, что относительная частота появления события отклонится от его вероятности не более, чем на 0,02.
- 12.31. Вероятность события в одном испытании равна 0,75. Проведено 10 тысяч независимых испытаний. Найти вероятность того, что относительная частота появления события отклонится от его вероятности не более, чем на 0,01.
- 12.32. Вероятность события в одном испытании равна 0,2. Сколько надо провести испытаний, при которых с вероятностью 0,99 можно ожидать, что относительная частота события отклонится от его вероятности не более, чем на 0,04.

12.33. В дачном поселке 600 домов. Все дома застрахованы, страховой взнос равен 150 руб. Вероятность пожара в течение страхового периода равна 0,005. В случае пожара выплачивается страховая сумма 12 000 руб. Какова вероятность того, что страховая компания понесет убыток?

12.34. Устройство состоит из 1000 элементов. Вероятность отказа каждого элемента в течение времени T равна 0,002. Найти вероятность того, что за время T откажут три элемента.

12.35. Завод отправил на базу 500 изделий. Вероятность повреждения изделия в пути равна 0,002. Найти вероятность того, что в пути будут повреждены:
а) три изделия; б) менее трех изделий; в) более трех изделий; г) хотя бы три изделия.

12.36. Завод отправил на базу 500 изделий. Вероятность повреждения изделия в пути равна 0,0004. Найти вероятность того, что в пути а) не будет повреждений или будут повреждены: б) одно изделие; в) два изделия; г) не менее двух изделий; д) не более двух изделий.

12.37. Магазин получил 1000 бутылок минеральной воды. При перевозке разбивается в среднем 3 бутылки из тысячи. Найти вероятность того, что в партии из 1000 бутылок окажутся разбитыми: а) две бутылки; б) менее двух бутылок; в) более двух бутылок; г) хотя бы одна бутылка.

12.38. Вероятность выигрыша по одному лотерейному билету равна 0,01. Сколько нужно купить билетов, чтобы выиграть хотя бы по одному из них с вероятностью: а) не меньшей чем 0,9; б) не меньшей чем 0,95; в) не меньшей чем 0,99?

12.39. Среди семян пшеницы семена сорняков встречаются с вероятностью 0,0002. Найти вероятность того, что при отборе 5000 семян обнаружится 5 семян сорняков.

12.40. Вероятность того, что лампа перегорит в течение суток, равна 0,001. В общежитии 1000 ламп. Найти вероятность того, что в течение суток перегорят: а) ни одной лампы; б) не менее одной; в) две лампы.

12.41. В городе Н-ске в среднем каждый пятый пассажир муниципального транспорта является безбилетным. Контролер проверил 200 пассажиров. Какова вероятность того, что среди этих пассажиров а) не будет безбилетников; б) будет только один безбилетник; в) хотя бы два безбилетника.

12.42. В городе Н-ске в среднем каждый пятый пассажир муниципального транспорта является безбилетным. Контролер имеет план: за смену оштрафовать не менее 40 безбилетников. Сколько пассажиров должен проверить контролер, чтобы выполнить это задание с вероятностью 0,95?

12.43. Вероятность безбилетного проезда на транспорте равна 0,1. Сколько пассажиров надо обследовать, чтобы с вероятностью, большей чем 0,9, можно было утверждать, что доля безбилетных пассажиров будет отличаться от вероятности безбилетного проезда не более чем на 0,04?

12.44. В городе М-ске в среднем один из 200 пассажиров муниципального транспорта является безбилетным. Контролер проверил 1000 пассажиров. Найти вероятность того, что среди этих пассажиров а) не будет безбилетников; б) будет один безбилетник; в) хотя бы два безбилетника.

12.45. В магазин поступила партия носков 1000 пар с фабрики "Красный носок". Известно, что 0,2% продукции этой фабрики является бракованной. Найти вероятность того, что среди поступившей партии а) не будет брака; б) будут четыре бракованные пары носков.

12.46. В магазин поступила партия обуви 500 пар с фабрики "Красная пятка". Как оказалось, каждая пятая пара обуви этой фабрики является бракованной. Найти вероятность того, что а) не более 30 пар обуви окажется бракованной; б) не менее 380 пар обуви окажутся доброкачественными.

Ответы к занятию 12

12.1. а) 50; 6,45; б) 200; 8,16; в) 50; г) 0,062; д) 200; е) 0,049.

12.2. а) 0,046; б) 0,894; в) 0,888; г) 0,106.

12.3. а) 0,084; б) 0,5; в) 0,483. **12.4.** 0,978. **12.5.** 0,910. **12.6.** 175. **12.7.** 0,850.

12.8. а) 0,007; б) 0,035; в) 0,958; г) 0,182.

12.9. 0,184. **12.10.** а) 0,050; б) 0,150; в) 0,800; г) 0,225.

12.11. а) 0,018; б) 0,482; в) 0,976. **12.12.** а) 1,0; б) 0,012; в) 0,089.

12.13. а) 0,5; б) 0; в) 0,5. **12.14.** а) 0,048; б) 0.

12.15. 0,472. **12.16.** 152. **12.17.** 0,904. **12.18.** 0,225.

12.19. а) 0,017; б) 0,070; в) 0,144; г) 0,913.

12.20. а) 0,076; б) 0,911; в) 0,089; г) 0,013. **12.21.** а) 0,5; б) 0,977; в) 0,866.

12.22. а) 1,0; б) 0,012; в) 0,089. **12.23.** а) 0; б) 1,0; в) 0,978.

12.24. а) 0,056; б) 0,842. **12.25.** 0,978. **12.26.** 246. **12.27.** 0,04. **12.28.** 0,576.

12.29. 0,988. **12.30.** 0,770. **12.31.** 0,980. **12.32.** 676. **12.33.** 0,35. **12.34.** 0,18.

12.35. а) 0,061; б) 0,920; в) 0,019; г) 0,080.

12.36. а) 0,819; б) 0,164; в) 0,016; г) 0,017; д) 0,999.

12.37. а) 0,225; б) 0,200; в) 0,575; г) 0,950.

12.38. а) не менее 230; б) не менее 300; в) не менее 460. **12.39.** 0,0031.

12.40. а) 0,368; б) 0,632; в) 0,184. **12.41.** а) 0; б) 0; в) 1,0. **12.42.** 253.

12.43. 154. **12.44.** а) 0,007; б) 0,035; в) 0,958. **12.45.** а) 0,135; б) 0,09.

12.46. а) 0; б) 0,988.