

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

Занятие 1. Комбинаторика

Изучаемый материал: правило сложения и умножения, упорядоченные и неупорядоченные множества элементов, перестановки, сочетания, размещения.

Аудиторное задание	Домашнее задание	Дополнительное задание
1.1 – 1.11	1.12 – 1.22	1.23 – 1.37

1.1. Монету бросают два раза. а) Сколько имеется возможных комбинаций (исходов)? Сколько комбинаций (исходов) соответствуют событиям: б) герб выпал один раз; в) герб выпал хотя бы один раз.

1.2. Бросают две игральных кости. Сколько возможных комбинаций соответствуют событиям: а) сумма выпавших очков равна 7; б) разность выпавших очков равна 4?

1.3. В урне 10 красных и 8 синих шаров. Выбирают три. Сколькими способами можно выбрать: а) три красных; б) два красных шара и один синий; в) один красный и два синих; г) три синих?

1.4. Из колоды с 36 картами случайным образом извлекают три карты. Сколькими способами может быть получено каждое извлечение так, чтобы среди этих трех карт оказались: а) валет, дама, король; б) одна шестерка и два туза; в) все тузы; г) все пики; д) все одной масти; е) все черного цвета; ж) все одного цвета; з) есть красного и черного цвета.

1.5. Три стрелка стреляют по одному разу по мишени. а) Сколько имеется различных возможных исходов каждого испытания? Сколько различных исходов (комбинаций) соответствуют событиям: б) одно попадание; в) два попадания; г) три попадания; д) мишень поражена?

1.6. От сада Дзержинского до Красного проспекта можно проехать троллейбусами двух маршрутов, автобусами трех маршрутов или маршрутными такси четырех маршрутов. а) Сколькими способами можно проехать от сада Дзержинского до Красного проспекта?; б) Сколькими способами можно проехать от сада Дзержинского до Красного проспекта и обратно?; в) Сколькими способами можно проехать от сада Дзержинского до Красного проспекта и обратно при условии, что движение всех троллейбусов нарушено?; г) Сколькими способами можно проехать от сада Дзержинского до Красного проспекта и обратно при условии, что на обратном пути движение всех троллейбусов нарушено?;

1.7. Сколько различных трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5 при условии, что каждая цифра встречается один раз?

1.8. Докажите, что среди студентов вашего учебного заведения есть, по крайней мере, два человека с одинаковыми инициалами. Справедливо ли утверждение для вашей группы (потока)?

1.9. Сколько различных слов можно образовать из букв слова а) ЗАЧЕТ, каждое слово состоит из пяти букв; б) СТУДЕНТ, каждое слово состоит из семи букв; в) ИНСТИТУТ, каждое слово состоит из восьми букв?

Примечание. Под словом понимается любая комбинация букв, расположенных в определенном порядке.

1.10. Сколько различных слов можно образовать из букв слова ТЕОРИЯ, если слова должны состоять а) из шести букв; б) из пяти букв; в) из четырех букв; г) из трех букв, д) из двух букв, е) из одной буквы.

1.11. Группу из 10 человек нужно распределить на три подгруппы: 2, 3 и 5 человек. Сколькими способами можно это сделать?

Домашнее задание 1

1.12. Монета брошена три раза. а) Сколько имеется возможных комбинаций (исходов)? Сколько комбинаций (исходов) соответствуют событиям: б) герб выпадает один раз; в) герб выпадает хотя бы один раз; г) герб выпадает два раза; д) герб выпадает не менее двух раз?

1.13. В урне 4 белых и 8 красных шаров. Наудачу извлекают три шара. Сколькими способами может быть получено каждое извлечение так, чтобы среди извлеченных шаров оказались: а) один белый; б) два белых; в) три белых; г) ни одного белого.

1.14. Из колоды с 36 картами случайным образом извлекают две карты. Сколькими способами может быть получено каждое извлечение, чтобы среди этих карт оказались: а) любые две карты; б) обе бубновой масти; в) обе не бубновой масти; г) обе одной масти; д) обе красного цвета; е) обе одного цвета; ж) обе разного цвета; з) две дамы; и) дама и король.

1.15. Три стрелка стреляют по одному разу по мишени. Сколько различных исходов (комбинаций) соответствуют событиям: а) не все попали по мишени; б) один промах; в) хотя бы два промаха; г) хотя бы один промах.

1.16. В большом городе автомобилист должен проехать из пункта А в пункт С. Любой путь проходит через площадь В. Путь АВ можно проделать четырьмя способами, а путь ВС – тремя способами. Сколькими способами можно проехать а) от А до С, если все пути с двусторонним движением; б) туда и обратно, если все пути с двусторонним движением; в) туда и обратно, если два пути между А и В с односторонним движением в противоположных направлениях?

1.17. Сколько различных слов можно образовать из букв слова а) ЭКЗАМЕН, каждое слово состоит из семи букв; б) ДЕКАНАТ, каждое слово состоит из семи букв; в) МАТЕМАТИКА, каждое слово состоит из десяти букв?

Примечание. Под словом понимается любая комбинация букв, расположенных в определенном порядке.

1.18. Сколько различных слов можно образовать из букв слова КНИГА, если слова должны состоять а) из пяти букв; б) из четырех букв; в) из трех букв; г) из двух букв, д) из одной буквы.

1.19. Каким числом способов пять человек могут находиться в очереди?

1.20. Пассажирский поезд состоит из двух багажных, четырех плакартных и трех купированных вагонов. Сколькими способами можно сформировать состав, если багажные вагоны должны стоять в начале, а купированные в конце?

1.21. Для проведения собрания группы избирается президиум из трех человек. Сколькими способами это возможно, если в группе 24 студента?

1.22. В автомашине 5 мест. Сколькими способами пять человек можно посадить в ней, если место водителя могут занять только трое из них.

Дополнительное задание 1

1.23. Сколько различных трехзначных чисел можно составить их цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5 при условии, если а) каждая цифра встречается один раз; б) цифры могут повторяться?

1.24. На двери подъезда установлен кодовый замок, содержащий 10 цифр от 0 до 9. Дверь открывается, если набирается установленная комбинация из трех цифр. Сколько комбинаций может быть установлено на этом замке, если все комбинации состоят из разных цифр и а) цифры набираются в определенной последовательности; б) цифры набираются в любой последовательности?

1.25. Сколько существует четырехзначных чисел, которые делятся на 5?

1.26. Сколько различных шестизначных чисел, начинающихся цифрой 2 и оканчивающихся цифрой 5, можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6 при условии, что каждая цифра в обозначении числа встречается один раз?

1.27. Сколько различных правильных дробей можно составить из чисел 1, 2, 3, 5, 7?

1.28. Студенту необходимо сдать 4 экзамена за 10 дней. Сколькими способами можно расставить в расписании эти экзамены? Дать ответ на тот же вопрос в предположении, что 10-й день тоже должен быть занят экзаменом.

1.29. В группе из 20 студентов 10 владеют английским языком, 6 – французским и 4 – немецким. Сколько можно составить бригад, в которые входят два «англичанина», один «француз» и один «немец»?

1.30. В цветочном магазине имеется восемь видов цветов. Сколькими разными способами можно составить букет, содержащий три цветка?

1.31. В комнате семь стульев. Сколькими способами можно разместить на них: а) семь гостей; б) трех гостей?

1.32. Сколькими способами можно расставить 7 книг, если: а) книги расставлены в произвольном порядке; б) две определенные книги должны стоять рядом; в) эти две книги не должны стоять рядом.

Примечание. В этой задаче все расстановки книг упорядочены.

1.33. В пассажирском поезде 9 вагонов. Сколькими способами можно посадить четырех человек при условии, чтобы они были: а) в разных вагонах; б) в одном вагоне?

1.34. Для выполнения работы нужно сформировать бригаду из четырех человек, которых следует выбрать из имеющихся 10 человек. Сколькими способами это можно сделать?

1.35. В некоторых западно-европейских странах детям дают простое, двойное или тройное имя, например, Isaak Newton, Albert Einstein, Pierre Simon Laplace, Karl Friedrich Gauss, Jean Baptiste Joseph Fourier, Karl Theodor Wilhelm Weierstrass. Общее число разных исходных имен равно 200. Перестановка исходных имен в двойном или тройном имени приводит к другому имени. Сколькими способами можно назвать ребенка а) одним именем; б) двойным именем; в) тройным именем; г) именем, в котором не более трех исходных имен?

1.36. Супруги Ивановы пригласили своих друзей – три супружеские пары – на день рождения мужа. В процессе празднования провозглашались тосты и сидящие за столом чокались. Сколько чоканий имело место, когда был провозглашен тост: а) “за именинника” (все чокнулись только с именинником); б) “за дружбу” (каждый чокнулся с каждым); в) “за наших дам” (каждый мужчина чокнулся с каждой дамой); г) “за Петровых” (каждый чокнулся с супругами Петровыми).

1.37. На остановке во время дождя стояли 10 пассажиров. Подкатил переполненный автобус и половину пассажиров забрызгал грязью. Только двое из стоявших пассажиров смогли втиснуться в автобус. Сколькими способами могут втиснуться в автобус два пассажира: а) из всех стоявших на остановке; б) оба забрызганные; в) один забрызганный, другой не забрызганный?

Ответы к занятию 1

- 1.1. а) 4; б) 2; в) 3. 1.2. а) 6; б) 4. 1.3. а) 120; б) 360; в) 280; г) 56.
 1.4. а) 64; б) 24; в) 4; г) 84; д) 336; е) 816; ж) 1632; з) 5508.
 1.5. а) 8; б) 3; в) 3; г) 1; д) 7. 1.6. а) 9; б) 81; в) 49; г) 63. 1.7. 60.
 1.9. а) 120; б) 2520; в) 3360. 1.10. а) 720; б) 720; в) 360; г) 120; д) 30; е) 6.
 1.11. 2520. 1.12. а) 8; б) 3; в) 7; г) 3; д) 4. 1.13. а) 112; б) 48; в) 4; г) 56.
 1.14. а) 630; б) 36; в) 351; г) 144; д) 153; е) 306; ж) 324; з) 6; и) 16.
 1.15. а) 7; б) 3; в) 4; г) 7. 1.16. а) 12; б) 144; в) 81.
 1.17. а) 5040; б) 2520; в) 151 200. 1.18. а) 120; б) 120; в) 60; г) 20; д) 5.
 1.19. 120. 1.20. 288. 1.21. 2024. 1.22. 72. 1.23. а) 100; б) 180.
 1.24. а) 720; б) 120. 1.25. 1800. 1.26. 24. 1.27. 10. 1.28. 5040; 2016. 1.29. 1080.
 1.30. 120. 1.31. а) 5040; б) 210. 1.32. а) 5040; б) 1440; в) 3600.
 1.33. а) 3024; б) 9. 1.34. 210. 1.35. а) 200; б) 39 800; в) 7 880 400; г) 7 920 400.
 1.36. а) 7; б) 28; в) 16; г) 12. 1.37. а) 45; б) 10; в) 25.