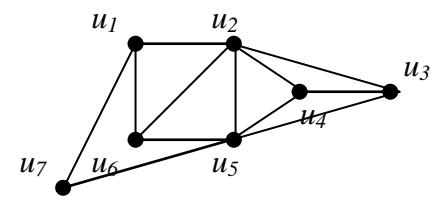


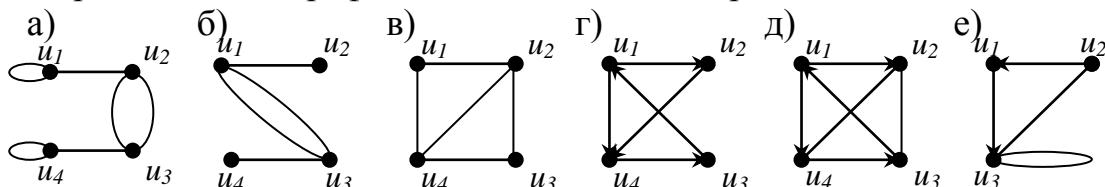
# Глава 3 Элементы теории графов

## Определения и элементы графов. Операции над графами

- 3.1** Выписать множества смежности  $\Gamma$ : а) для всех вершин графа  $G(V, E)$ ; б) для множеств вершин  $A = \{u_1, u_6\}$ ,  $B = \{u_1, u_3\}$ ,  $C = \{u_4, u_5\}$ .  
Определить степени всех вершин. Найти диаметр графа.

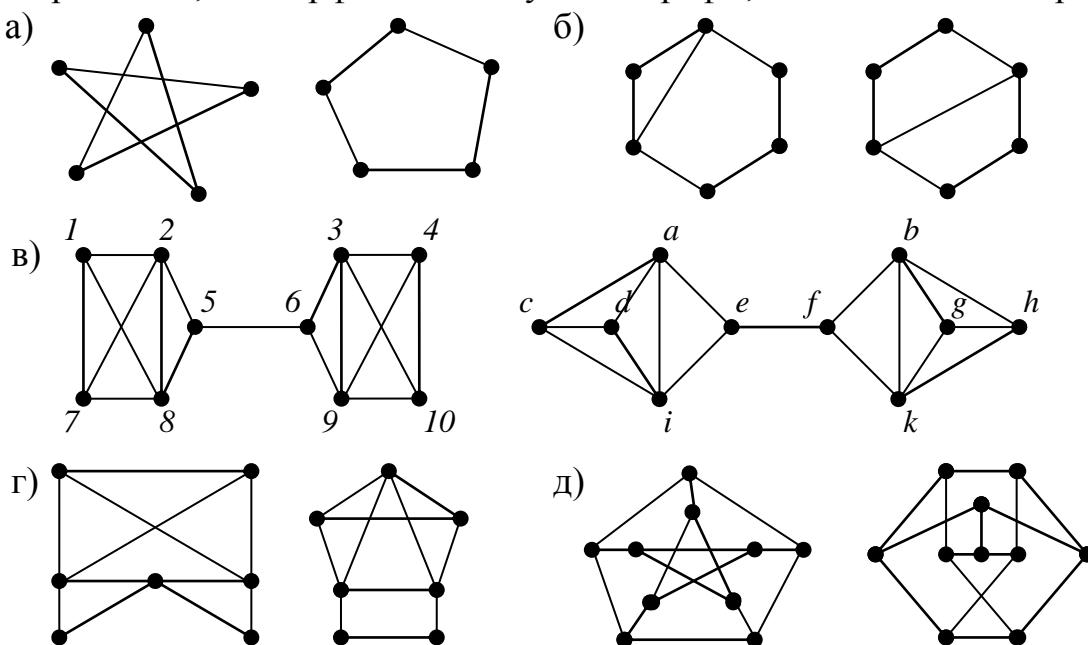


- 3.2** Определить вид графа и степени всех его вершин:

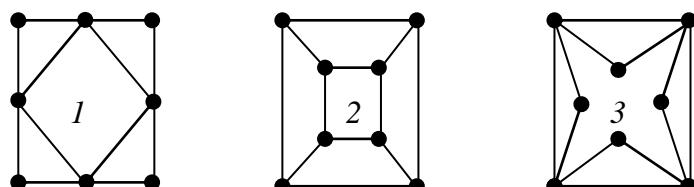


- 3.3** Перечислить все неизоморфные графы: а) с 3 вершинами; б) с 4 вершинами.

- 3.4** Определить, изоморфны ли следующие графы, и найти их диаметры:

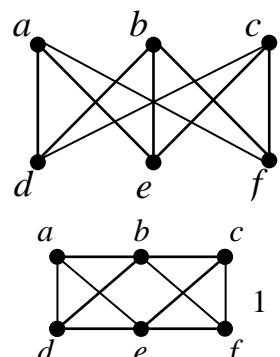


- 3.5** Какие из указанных графов изоморфны? Найти диаметр каждого.



- 3.6** Какие из приведенных последовательностей представляют цепь в графе  $G$ ? Какие из них являются простой цепью?  
Найти длину каждой цепи. а)  $aebfcd$ , б)  $aecdac$ ,  
в)  $aebecfbcd$ , г)  $aecfbdaefc$ .

- 3.7** Что из перечисленного является циклом в заданном графе?

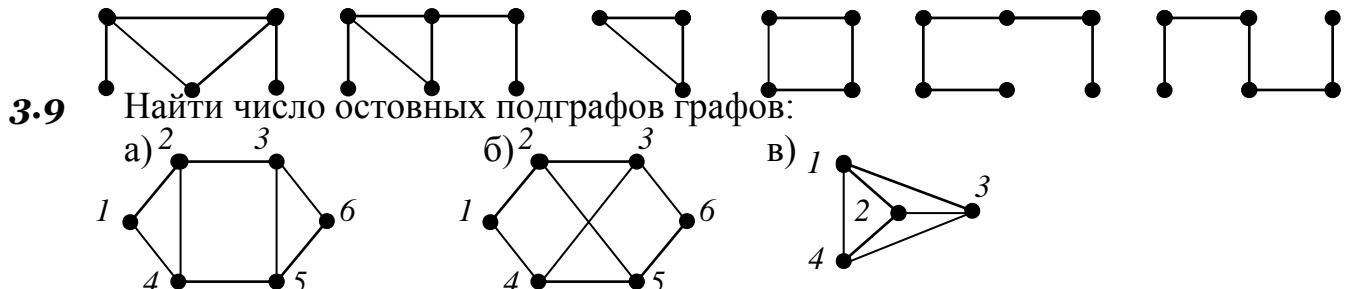


### Глава 3 Элементы теории графов

Какие из этих циклов простые? Найти длины всех циклов. а)  $dabc fbed$ , б)  $bfc edb fcb$ , в)  $abc febfca$ , г)  $aecfbda$ .

- 3.8** Какой из представленных на рисунке графов является собственным или оствовым подграфом графа из задачи 3.7? В случае положительного ответа обозначить вершины подграфа, соответствующие вершинам исходного графа, и достроить до него граф (с точностью до изоморфизма).

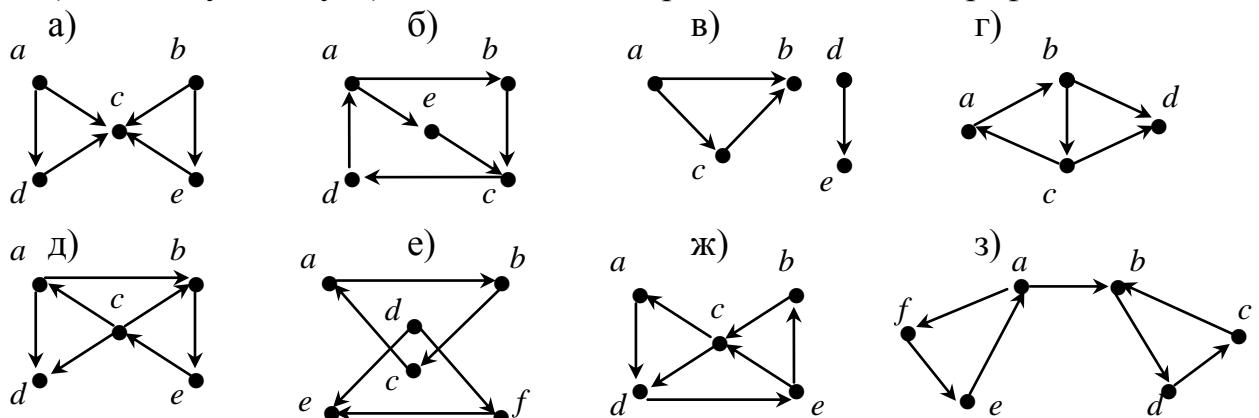
а)                    б)                    в)                    г)                    д)                    е)



- 3.10** Нарисовать графы:

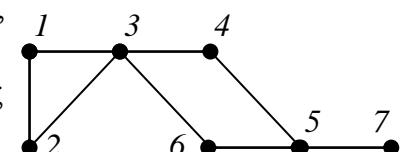
а)  $K_4$ ; б)  $K_{1,2}$ ; в)  $K_{1,3}$ ; г)  $K_{2,2}$ ; д)  $K_6$ ; е)  $K_{2,3}$ ; ж)  $K_{3,4}$ ; з)  $K_{2,4}$ .

- 3.11** Какой из приведенных на рисунке графов является связным? Сильно связным? Односторонним? Для каждого графа найти пути длины 2, 3, 4 и 5; найти путь максимальной длины. Какой самый длинный простой цикл (если он существует) может быть построен для каждого графа?

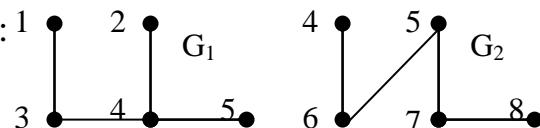


- 3.12** Дан граф  $G$  (см. рисунок). Построить графы, полученные:

- а) удалением вершины 3, вершины 5, вершины 6;  
б) удалением ребра  $(3,6)$ , ребра  $(3,4)$ ;  
в) добавлением ребра  $(4,6)$  и вершины 8;  
г) размножением вершины 5; вершины 3;  
д) отождествлением вершин 3 и 5, вершин 2 и 6;  
е) стягиванием ребра  $(3,6)$ , ребра  $(4,5)$ ;  
ж) стягиванием подграфа  $A = \{3,4,6\}$ ,  $B = \{2,3,6\}$ .

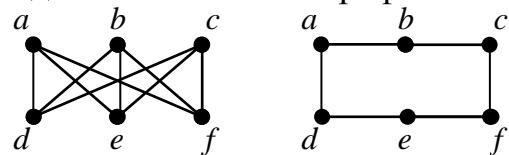
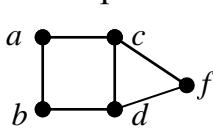
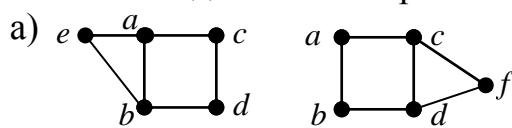


- 3.13** Нарисовать объединение графов  $G_1$  и  $G_2$ :

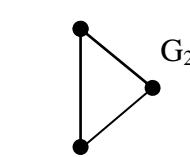


### Глава 3 Элементы теории графов

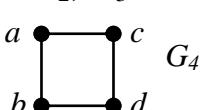
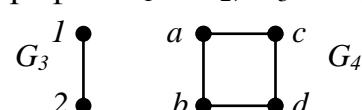
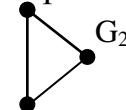
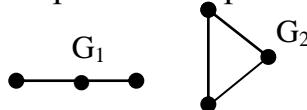
**3.14** Найти объединение и пересечение приведенных множеств графов:



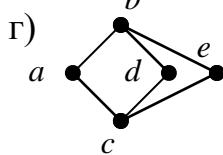
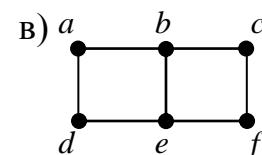
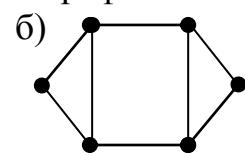
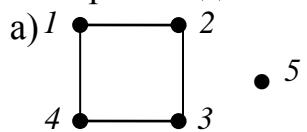
**3.15** Нарисовать соединение графов  $G_1$  и  $G_2$ ,  $G_2$  и  $G_3$ :



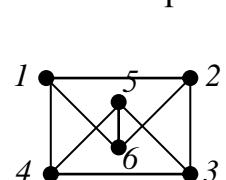
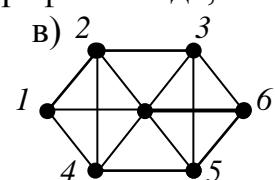
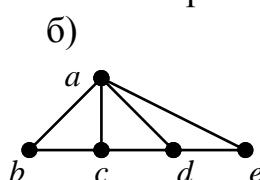
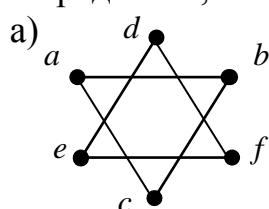
**3.16** Нарисовать произведение графов  $G_1$  и  $G_2$ ,  $G_3$  и  $G_4$ :



**3.17** Изобразить дополнения графов:

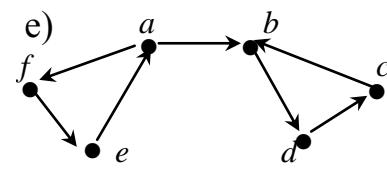
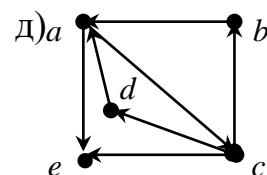
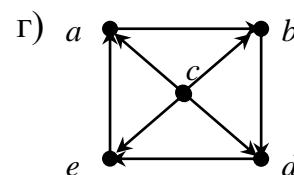
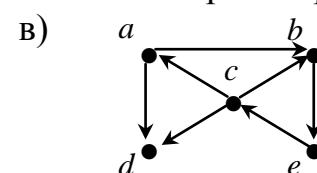
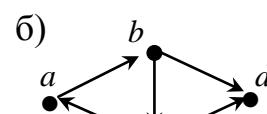
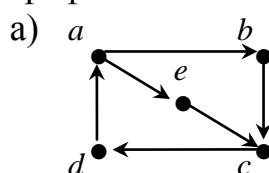


**3.18** Определить, является ли планарным график. Если да, найти его число граней:

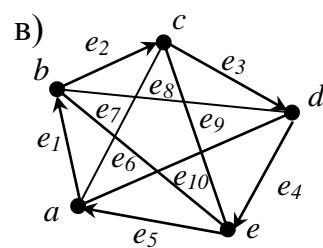
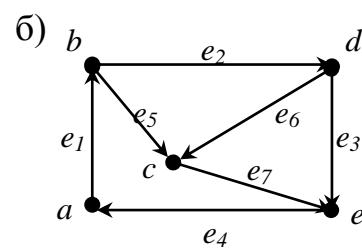
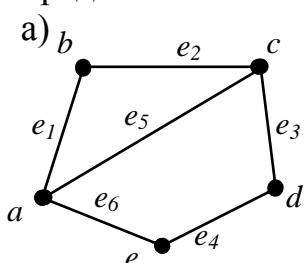


**3.19** Построить все попарно неизоморфные деревья: а) с четырьмя; б) пятью; в) шестью вершинами.

**3.20** Определить, какие вершины являются источником или стоком данного графа. Найти компоненты сильной связности и построить фактор-граф.



**3.21** Для заданного графа выписать все эквивалентные способы его представления:

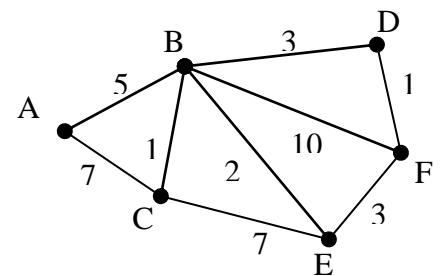


### Глава 3 Элементы теории графов

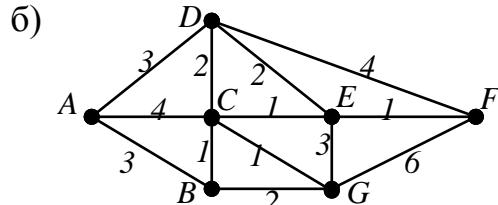
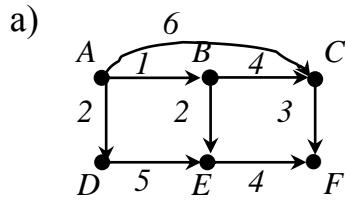
#### Взвешенные графы и обходы графов

**3.22** Найти кратчайшие пути в заданном графе, используя алгоритм Дейкстры:

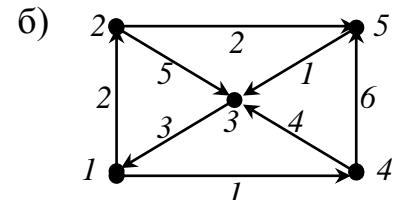
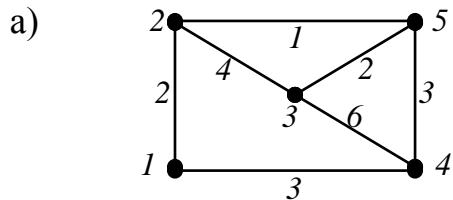
- от вершины A до F;
- от вершины C до D;
- от вершины F до C.



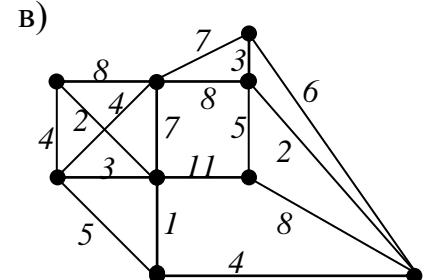
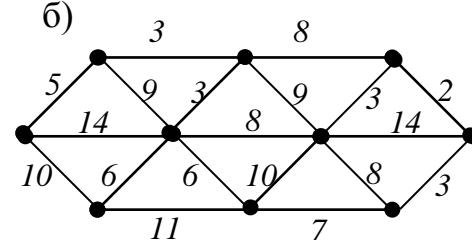
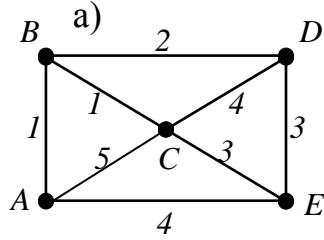
**3.23** Найти кратчайшие пути от вершины A до F в заданном графе, используя алгоритм Дейкстры:



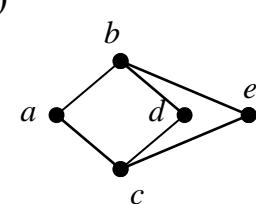
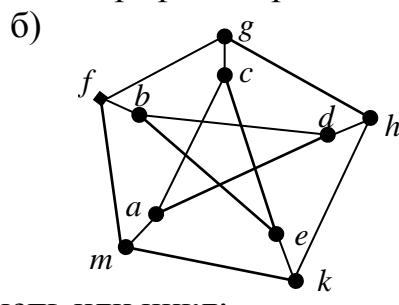
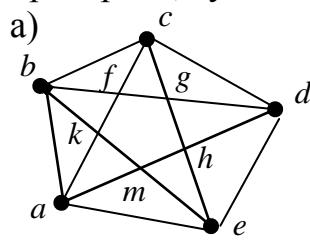
**3.24** Построить матрицу весов и найти кратчайшие пути между всеми парами вершин заданного графа:



**3.25** Найти минимальное оствое дерево (МОД) для следующих графов:



**3.26** Является ли граф эйлеровым? Если да – найти эйлеров цикл. Если нет – проверить, существует ли в графе эйлерова цепь (путь)?



**3.27** Найти гамильтонову цепь или цикл:

