

Занятие 8. Нормальное и другие распределения случайных величин

Изучаемый материал: нормальное, равномерное, показательное, пуассоновское распределения, их определения и числовые характеристики.

1. Нормальное	8.1 - 8.3	8.11 - 8.14	8.23
2. Равномерное	8.4	8.15, 8.16	-
3. Показательное	8.5, 8.6	8.17, 8.18	8.24 - 8.26
4. Пуассоновское	8.7 - 8.10	8.19 - 8.22	8.27 - 8.33

8.1. Случайная величина X имеет нормальное распределение с характеристиками: $m_x = 4$, $\sigma_x = 0,4$. а) Какова вероятность ее появления в интервале (3;5). б) В каком интервале, симметричном относительно математического ожидания, ее следует ожидать с вероятностью 0,8?

8.2. Случайная величина X подчинена нормальному закону распределения с параметрами $m_x = 50$, $\sigma_x = 20$. Найти наибольшее отклонение случайной величины от ее математического ожидания с вероятностью $\gamma = 0,954$.

8.3. Диаметр детали распределен по нормальному закону с параметрами $m_x = 7$ см, $D_x = 0,04\text{см}^2$. Найти вероятность того, что диаметр детали будет не меньше 6,7 см и не больше 7,3 см.

8.4. Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение непрерывной случайной величины, распределенной равномерно на интервале [5; 9].

8.5. Среднее время безотказной работы телевизора – 3 года. Какой процент отказавших телевизоров потупит в гарантийный ремонт, если гарантийный срок установлен а) один год; б) два года ; в) три года; г) четыре года.

8.6. Время угона автомобиля (от взлома до транспортировки в безопасное место) распределено по показательному закону со средним временем 4 часа. Найти вероятность того, что автомобиль будет угнан а) за один час; б) за 4 часа.

8.7. Банк выдает в среднем две крупных ссуды в день. Найти вероятность того, что за два дня будет выдано более двух ссуд.

8.8. В течение часа пик в банк приходит в среднем 60 клиентов. Одного клиента обслуживают в среднем в течение 30 секунд. Какова вероятность того, что в течение этого времени а) нового клиента не будет; б) придет только один клиент; в) придут только два клиента; г) придет хотя бы один клиент; д) придут не более двух клиентов.

8.9. Интенсивность вызовов на станции скорой помощи равна 4 вызовам в минуту. Найти вероятность того, что в течение двух минут поступит один вызов.

8.10. Среднее число самолетов, прибывающих в аэропорт за одну минуту, равно двум. Поток самолетов – простейший. Найти вероятность того, что за три минуты прибудут: а) два самолета; б) менее двух самолетов; в) не менее двух самолетов.

Домашнее задание 8

8.11. Математическое ожидание нормально распределенной случайной величины $m_x = 46$, а дисперсия $D_x = 25$. Найти вероятность $p(40 \leq X \leq 60)$.

8.12. Каким должно быть среднее квадратическое отклонение нормально распределенной случайной величины, чтобы ее отклонение от математического ожидания не превышало 4 см с вероятностью $\gamma = 0,954$.

8.13. Диаметр изготавляемых деталей подчиняется нормальному закону распределения с дисперсией 0,25 кв. см. Найти вероятность того, что диаметр случайно выбранной детали отклонится от математического ожидания не больше, чем на 1,2 см.

8.14. Рост мужчин подчиняется нормальному закону с параметрами $m_x = 174$ см, $D_x = 25$. Найти вероятность того, что студент, первым вошедший в аудиторию, имеет рост от 168 до 178 см.

8.15. Непрерывная случайная величина равномерно распределена на интервале $[2; 8]$. Найти ее математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение.

8.16. Интервал движения между автобусами составляет 20 минут. Пассажир приходит на остановку в некоторый момент времени в интервале $[0; 20]$. Найти вероятность того, что он будет ждать не больше четырех минут.

8.17. Мотор отказывает в среднем через 2000 часов работы. Найти вероятность того, что мотор проработает безотказно 3000 часов.

8.18. Некоторая фирма установила гарантийный срок работы холодильника 10 лет, рекламируя этим его высокую надежность. Каким должно быть среднее время безотказной работы холодильника, чтобы с претензиями в течение гарантийного срока обращались а) 5% владельцев; б) 30% владельцев?

8.19. В банк в течение одного часа приходит в среднем 30 клиентов. Найти вероятность того, что в течение минуты поступит не более двух клиентов.

8.20. Поток страховых требований имеет интенсивность $\lambda = 2$ требования в день. Найти вероятность того, что за два дня будет 5 требований.

8.21. Интенсивность прибытия самолетов в аэропорт составляет 10 самолетов в час. Найти вероятность того, что в течение 10 минут будет посадка самолета.

8.22. Среднее число заявок, поступающих на предприятие за один час, равно трем. Поток заявок – простейший. Найти вероятность того, что за два часа поступит: а) четыре заявки; б) менее трех заявок; в) не менее трех заявок.

Дополнительное задание 8

8.23. Известно, что в некоторой местности рост мужчин X и рост женщин Y распределены по нормальному закону с параметрами $m_x = 174$, $\sigma_x = 5$, $m_y = 168$, $\sigma_y = 4$ см. а) В деревенском доме установлена притолока высотой 170 см. Какой процент мужчин и женщин должен наклонять голову, чтобы не стукнуться о притолоку? б) Какой высоты должна быть притолока, чтобы 90% мужчин могли свободно проходить через дверь без наклона головы? в) Какой высоты должна быть притолока, чтобы 90% женщин могли свободно проходить через дверь без наклона головы?

Примечание. Притолока – это верхний брус дверной рамы.

8.24. Средняя продолжительность телефонного разговора равна 4 мин. Найти вероятность того, что телефонный разговор будет продолжаться: а) не более 5 минут; б) не менее 3 минут?

8.25. Время безотказной работы устройства имеет показательное распределение $F(t) = 1 - e^{-0,03t}$. Найти вероятность того, что за 100 часов работы: а) устройство откажет; б) устройство не откажет.

8.26. Время безотказной работы двух устройств распределено по показательному закону соответственно $F_1(t) = 1 - e^{-0,02t}$ и $F_2(t) = 1 - e^{-0,05t}$. Найти вероятность того, что за 5 часов работы: а) оба устройства откажут; б) оба не откажут; в) только одно устройство откажет; г) хотя бы одно устройство откажет.

8.27. В течение часа на коммутатор поступает в среднем 60 вызовов. Неисправный блок заменяют в течение 30 секунд. Какова вероятность того, что в течение этого времени а) вызовов не будет; б) поступит только один вызов; в) поступят только два вызова; г) поступит хотя бы один вызов; д) поступят не более двух вызовов.

8.28. На телефонную станцию в течение определенного часа дня поступает в среднем 30 вызовов. Найти вероятность того, что в течение минуты поступит не более двух вызовов.

8.29. Среднее число заказов такси, поступающих на диспетчерский пункт за одну минуту, равно трем. Найти вероятность того, что за две минуты поступит: а) четыре вызова; б) менее четырех вызовов; в) не менее четырех вызовов.

8.30. Интенсивность вызовов на станции скорой помощи равна 2 вызова в минуту. Найти вероятность того, что за 3 минуты вызовов не будет.

8.31. Среднее число вызовов, поступающих на телефонную станцию за одну минуту, равно четырем. Найти вероятность того, что за 30 секунд поступит: а) три вызова; б) менее трех вызовов; в) не менее трех вызовов.

8.32. Интенсивность перегорания ламп равна 2 лампы в сутки. Найти вероятность того, что в течение двух суток не перегорит ни одна лампа.

8.33. Средняя плотность болезнетворных микробов в 1 кубическом метре равна 100. Берется на пробу 2 кубических дециметра воздуха. Найти вероятность того, что в нем будет обнаружен хотя бы один микроб, если считать, что микробы в воздухе распределены по закону Пуассона.

8.34. Средняя плотность изюминок в 1 кубическом сантиметре теста равна 0,5. Берется на пробу булочки из этого теста, объемом 10 кубических сантиметров. Найти вероятность того, что в ней будет обнаружено хотя бы три изюминки, если считать, что изюминки в тесте распределены по закону Пуассона.

8.35. В некотором американском городе число ограблений банка подчиняется распределению Пуассона с интенсивностью $\lambda = 2,5 \text{ год}^{-1}$.

а) Сколько ограблений происходит в среднем за один год? б) Какова вероятность того, что в течение года не будет ограбления? в) Какова вероятность того, что в течение года произойдет одно ограбление? г) Какова вероятность того, что в течение года произойдет хотя бы одно ограбление?

Ответы к занятию 8

- 8.1. а) 0,988; б) (3,488; 4,512). 8.2. 40. 8.3. 0,866. 8.4. $m_x = 7$; $\sigma_x = 1,15$.
 8.5. а) 28%; б) 49%; в) 63%; г) 74%. 8.6. а) 0,221; б) 0,632. 8.7. 0,766.
 8.8. а) 0,607; б) 0,303; в) 0,076; г) 0,393; д) 0,986. 8.9. 0,0026.
 8.10. а) 0,045; б) 0,018; в) 0,982. 8.11. 0,882. 8.12. 2. 8.13. 0,984. 8.14. 0,673.
 8.15. $m_x = 5$; $\sigma_x = 1,73$. 8.16. 0,2. 8.17. 0,223. 8.18. а) 200 лет; б) 28,5 лет.
 8.19. 0,986. 8.20. 0,156. 8.21. 0,81. 8.22. а) 0,135; б) 0,062; в) 0,938.
 8.23. а) 78,8%, 30,8%; б) 180,4 см; в) 173,1 см. 8.24. а) 0,713; б) 0,472.
 8.25. а) 0,95; б) 0,05. 8.26. а) 0,021; б) 0,705; в) 0,274; г) 0,295.
 8.27. а) 0,607; б) 0,303; в) 0,076; г) 0,393; д) 0,986. 8.28. 0,986.
 8.29. а) 0,135; б) 0,1525; в) 0,8475. 8.30. 0,0025.
 8.31. а) 0,18; б) 0,675; в) 0,325. 8.32. 0,018. 8.33. 0,18. 8.34. 0,875.
 8.35. а) 2,5; б) 0,082; в) 0,205; г) 0,918.