Основные дискретные распределения

Основные **законы распределения** дискретных случ. величин:

1. Распределение Бернулли
2. Биномиальное распределение
3. Геометрическое распределение
4. Гипергеометрическое распределение
5. Распределение Пуассона

Случайные величины

Характеристика	**Дискретные случ. величины**	**Непрерывные случ. величины**
Закон распределения	Ряд распределения (таблица) $p_k = P\{\xi = x_k\}$, $k = 1, 2, \ldots, n$	
Функция распределения	Ступенчатая, разрывная функция со скачками в точках x_k $F(x) = \sum\limits_{k:\, xk<x} p_k$	
Основные распределения	1.Распределение Бернулли $\mathbf{B_p}$ 2.Биномиальное **B (n, p)** 3.Геометрическое **G (p)** 4.Гипергеометрическое **HG (N, M, n)** 5.Распределение Пуассона **Po (λ)**	

Основные дискретные распределения

Распределение Бернулли B_p

Случайная величина ξ имеет распределение Бернулли с параметром p ($0 \le p \le 1$), если она принимает значения 0 и 1 с вероятностями $q = 1 – p$ и p соответственно.

Ряд распределения:

ξ	**0**	**1**
P	p	q = 1 - p

Функция распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \le 0 \\ p, & \text{при } 0 < x \le 1 \\ 1, & \text{при } x > 1 \end{cases}$$

Основные дискретные распределения

Распределение Бернулли $\mathbf{B_p}$

Случайная величина ξ имеет распределение Бернулли с параметром p ($0 \le p \le 1$), если она принимает значения 0 и 1 с вероятностями $q = 1 – p$ и p соответственно.

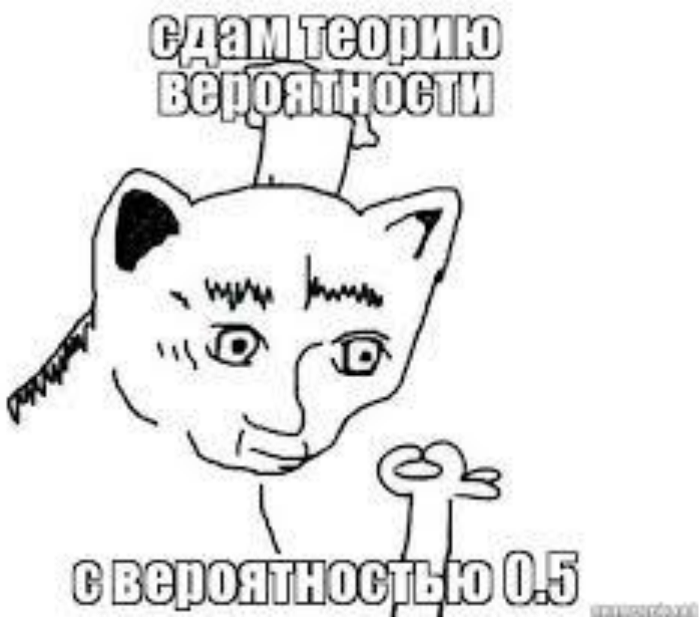
Условное обозначение распределения Бернулли – B_p.

Тот факт, что сл. величина ξ имеет распределение Бернулли, обозначается символом $\boldsymbol{\xi \succ B_p}$ или $\boldsymbol{\xi \in B_p}$.

Основные дискретные распределения

Распределение Бернулли B_p

Пример: Распределение Бернулли с параметром p = 0.5 имеет сл. величина ξ, равная числу выпадений герба при одном бросании симметричной монеты



Дискретные случайные величины

Распределение	**Обозначение**	**Формула расчета вероятностей**
1. Распределение Бернулли	$\mathbf{B_p}$	p или $q = 1 - p$

Основные дискретные распределения

Биномиальное распределение B (n, p)

Случайная величина ξ имеет биномиальное распределение с параметрами n и p ($n \in N$, $0 \le p \le 1$), если она принимает значения 0, 1, …, n в соответствии с биномиальными вероятностями (формула Бернулли):

$$p_k = P\{\xi = k\} = C_n^k p^k q^{n-k},\ k = 0, 1, \dots, n,\ q = 1 - p$$

Основные дискретные распределения

Биномиальное распределение B (n, p)

$$p_k = P\{\xi = k\} = C_n^k p^k q^{n-k},\ k = 0, 1, \ldots, n,\ q = 1 - p$$

Сумма вероятностей равна 1, т.к. выполняется бином Ньютона

$$\sum_{k=0}^{n} p_k = \sum_{k=0}^{n} C_n^k p^k q^{n-k} = (q + p)^n = 1$$

Основные дискретные распределения

Биномиальное распределение B (n, p)

Ряд распределения:

ξ	**0**	**1**	**…**	**n**	**Σ**
P	$p_0=P_n(0)$	$p_1=P_n(1)$	…	$p_n=P_n(n)$	**1**

Функция распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \le 0 \\ p_0, & \text{при } 0 < x \le 1 \\ \dots & \\ p_0+p_1+\cdots+pk_{-1,} & \text{при } k-1 < x \le k \\ 1, & \text{при } x > n \end{cases}$$

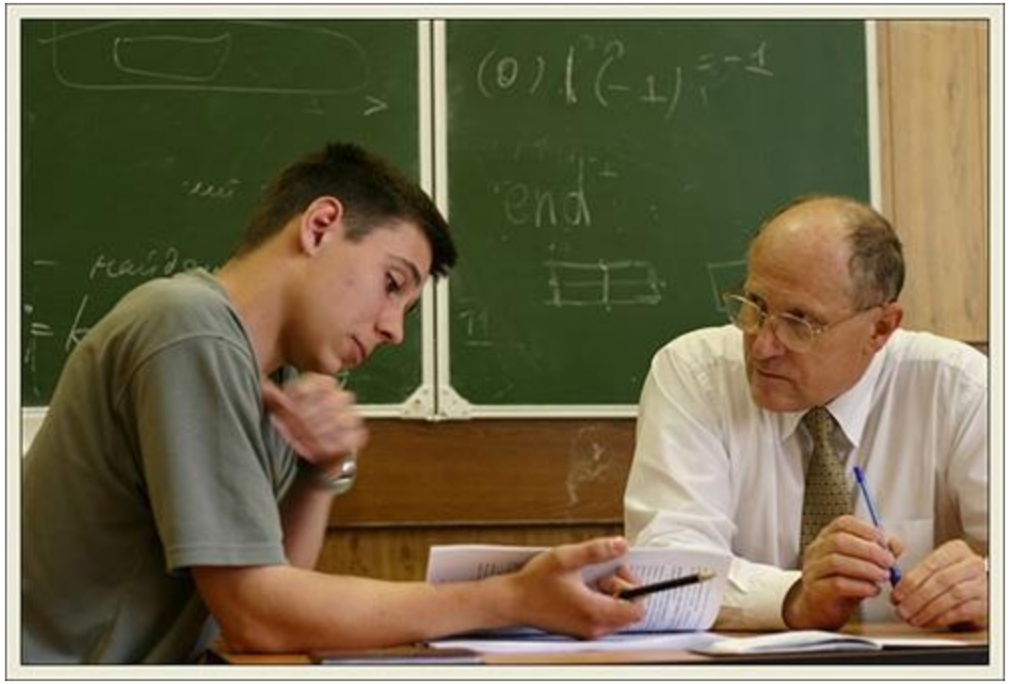
Очевидно, что описание случайной величины формулой выглядит проще, чем ее описание с помощью функции распределения

Основные дискретные распределения

Биномиальное распределение Бернулли B (n, p)

Пример: На зачете студент получил 4 задачи.
Вероятность правильно решить каждую задачу равна 0.7.

Постройте ряд распределения.



Основные дискретные распределения

Биномиальное распределение Бернулли B (n, p)

Пример: На зачете студент получил 4 задачи.
Вероятность правильно решить каждую задачу равна 0.7.

n = 4, p = 0.7, q = 0.3

$$p_k = P\{\xi = k\} = C_4^k p^k q^{4-k},\ k = 0, 1, 2, 3, 4$$

Ряд распределения имеет вид

ξ	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**Σ**
P	0,0081	0,0756	0,2646	0,4116	0,2401	**1**

Дискретные случайные величины

Распределение	**Обозначение**	**Формула расчета вероятностей**
1. Распределение Бернулли	$\mathbf{B_p}$	p или $q = 1 - p$
2. Биномиальное	**B (n, p)**	$p_k = P\{\xi = k\} = C_n^k p^k q^{n-k}$ *формула Бернулли*

Основные дискретные распределения

Геометрическое распределение G (p)

Случайная величина ξ имеет геометрическое распределение с параметром p ($0 \le p \le 1$), если она принимает значения 0, 1, …, n, … с вероятностями, образующими *бесконечно убывающую геометрическую прогрессию* со знаменателем $q = 1 - p$

$$p_k = P\{\xi = k\} = pq^k, \quad k = 0, 1, \dots, n, \dots$$

Основные дискретные распределения

Геометрическое распределение G (p)

$$p_k = P\,\{\xi = k\} = pq^k,\ k = 0,\ 1,\ \ldots,\ n,\ \ldots$$

Сумма членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии:

$$\sum_{k=0}^{\infty} p_k = \sum_{k=0}^{\infty} pq^k = p(1 + q + q^2 + \ldots + q^n + \ldots) = p\,/\,(1 - q) = 1$$

Основные дискретные распределения

Геометрическое распределение G (p)

Рассматривается схема Бернулли.

ξ – число испытаний, которое необходимо провести,
прежде чем появится первый успех,
причем успешное испытание не учитывается.

$$p_k = P\{\xi = k\} = pq^k, k = 0, 1, \ldots, n, \ldots$$

Основные дискретные распределения

Геометрическое распределение G (p)

$$p_k = P\{\xi = k\} = pq^k,\ k = 0, 1, \ldots, n, \ldots$$

Иногда геометрическое распределение определяется равенством

$$p_k = P\{\xi = k\} = pq^{k-1},\ k = 1, \ldots, n, \ldots$$

Тогда в числе испытаний до первого успеха учитывается и само успешное испытание.

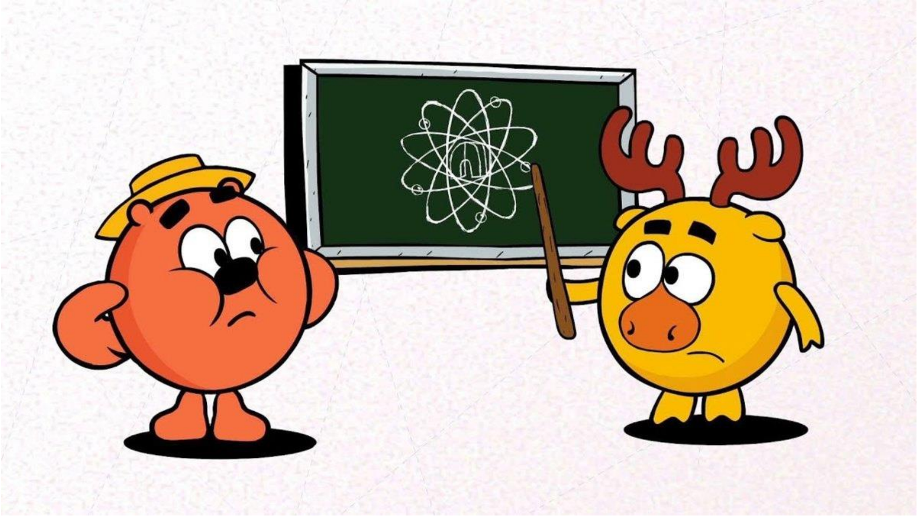
Основные дискретные распределения

Геометрическое распределение G (p)

Пример: Вероятность успешно провести физический опыт (получить ожидаемый эффект) равна 0.8.

Пусть ξ – число «пустых», неудачных опытов, прежде чем экспериментатор получит ожидаемый эффект.

Описать закон распределения сл. величины.



Основные дискретные распределения

Геометрическое распределение G (p)

Решение: ξ – дискретная случайная величина, имеющая геометрическое распределение. Формула

$$p_k = P\{\xi = k\} = pq^k,\ k = 0, 1, \ldots, n, \ldots$$

полностью описывает эту случайную величину при p = 0.8, это ее ряд распределения. Изобразим его в виде таблицы:

ξ	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**…**
P	0.8	0.16	0.032	0.0064	0.00128	

Дискретные случайные величины

Распределение	**Обозначение**	**Формула расчета вероятностей**
1. Распределение Бернулли	$\mathbf{B_p}$	*p* или *q* = *1* - *p*
2. Биномиальное	**B (n, p)**	$p_k = P\{\xi = k\} = C_n^k p^k q^{n-k}$ *формула Бернулли*
3. Геометрическое	**G (p)**	$p_k = P\{\xi = k\} = pq^k$ *геометрическая прогрессия*

Основные дискретные распределения

Гипергеометрическое распределение HG (N, M, n)

Случайная величина ξ имеет гипергеометрическое распределение с параметром N, M, n
(N, M, n – натуральные числа, $M \le n$, $N \le n$),
если она принимает значения m_0, $m_0 + 1$, …, m_1
с вероятностями

$$p_m = P\{\xi = m\} = \frac{C_M^m C_{N-M}^{n-m}}{C_N^n}$$

$$m = m_0, m_0+1, \ldots, n, \; m_0 = \max(0, M - N + n), \; m_1 = \min(M, n),$$

Основные дискретные распределения

Гипергеометрическое распределение HG (N, M, n)

Гипергеометрическое распределение является распределением числа объектов, обладающих заданным свойством среди n объектов, случайно извлеченных (без возвращения) из совокупности N объектов, из которых M обладают этим свойством.

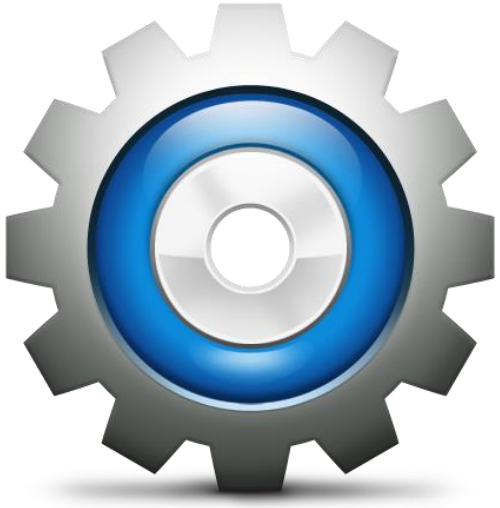
$$p_m = P\{\xi = m\} = \frac{C_M^m C_{N-M}^{n-m}}{C_N^n}$$

$m = m_0, m_0+1, \ldots, n$, $m_0 = \max(0, M - N + n)$, $m_1 = \min(M, n)$

Основные дискретные распределения

Гипергеометрическое распределение HG (N, M, n)

Пример (вероятность в конкретном значении):
Партия из 100 деталей содержит 15 бракованных. Для контроля из партии выбирают 50 деталей. Найти вероятность того, что среди них будет 7 бракованных – событие A.



Основные дискретные распределения

Гипергеометрическое распределение HG (N, M, n)

Решение:

Общее число элементарных исходов C_{100}^{50}.

Для вычисления числа m отметим, что 7 бракованных выбираются из общего числа 15 бракованных изделий, остальные (кондиционные) 43 выбираются из оставшихся 85 кондиционных.

Тогда, согласно основному правилу (принципу) комбинаторики:

$$p_m = P\{\xi = m\} = \frac{C_{15}^{7} C_{85}^{43}}{C_{100}^{50}}$$

Основные дискретные распределения

Гипергеометрическое распределение HG (N, M, n)

Пример:

В игре «Спортлото» из 49 номеров зачеркивают 6 номеров. Выигрыш определяется тем, сколько номеров угадал участник лотереи из шести выигрышных номеров, которые определяют случайным образом в момент розыгрыша лотереи.

Величина ξ, равная числу угаданных номеров.

Составьте ряд распределения.

Основные дискретные распределения

Гипергеометрическое распределение HG (N, M, n)

Пример:

$$p_m = P\{\xi = m\} = \frac{C_6^m C_{43}^{6-m}}{C_{49}^6}$$

Величина ξ, равная числу угаданных номеров в «Спортлото 6 из 49», имеет гипергеометрическое распределение с параметрами N = 49, M = 6, n = 6.

Ряд распределения:

ξ	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
p	0.4360	0.4130	0.1324	0.0176	0.00097	$2 * 10^{-5}$	$7 * 10^{-8}$

Дискретные случайные величины

Распределение	Обозначение	Формула расчета вероятностей
1. Распределение Бернулли	$\mathbf{B_p}$	p или $q = 1 - p$
2. Биномиальное	**B (n, p)**	$p_k = P\{\xi = k\} = C_n^k p^k q^{n-k}$ *формула Бернулли*
3. Геометрическое	**G (p)**	$p_k = P\{\xi = k\} = pq^k$ *геометрическая прогрессия*
4. Гипергеометрическое	**HG (N, M, n)**	$p_m = P\{\xi = m\} = \frac{C_M^m C_{N-M}^{n-m}}{C_N^n}$ *комбинаторные сочетания*

Основные дискретные распределения

Распределение Пуассона Po (λ) или P (λ)

Случайная величина ξ имеет распределение Пуассона
с параметром λ ($\lambda \geq 0$),
если она принимает значения 0, 1, …, n, …
с вероятностями

$$p_k = P\{\xi = k\} = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad k = 0, 1, \ldots, n, \ldots$$

Основные дискретные распределения

Распределение Пуассона Po (λ) или P (λ)

$$p_k = P\{\xi = k\} = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad k = 0, 1, \ldots, n, \ldots$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} p_k = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} = e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!} =$$

$$= \left[e^{\lambda} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!}, \textit{ряд Маклорена}\right] = e^{-\lambda} * e^{\lambda} = 1$$

Основные дискретные распределения

Распределение Пуассона Po (λ)

$$p_k = P\{\xi = k\} = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad k = 0, 1, \ldots, n, \ldots$$

Закон Пуассона – **закон редких событий** ($\lambda = np$ – мала)

Распределение Пуассона используется для:

- описания числа сбоев автоматической линии или числа отказов сложной системы, работающих в отлаженном режиме;
- числа требований на обслуживание, поступивших в единицу времени в систему массового обслуживания;
- числа несчастных случаев и редких заболеваний и т.д.

Основные дискретные распределения

Распределение Пуассона Po (λ)

Пример:

При работе аппарата возникают сбои. Количество сбоев за сутки – сл. величина ξ, распределенная по закону Пуассона или $\xi \succ Po(\lambda)$. Среднее число сбоев за сутки равно 1.5.

Определить вероятности событий:

A = {в течение суток произошел хотя бы один сбой},

B = {за двое суток не будет ни одного сбоя}.

Основные дискретные распределения

Распределение Пуассона Po (λ)

Решение:

Среднее число сбоев за сутки – np = $\lambda = 1.5$

$P(A) = 1 - P(0) = 1 - e^{-1/5} \approx 0.78$

$P(B) = (P\{X=0\}) * (P\{X=0\}) = e^{-1.5} * e^{-1.5} = e^{-3} \approx 0.95$

Дискретные случайные величины

Распределение	**Обозначение**	**Формула расчета вероятностей**
1. Распределение Бернулли	$\mathbf{B_p}$	*p* или *q = 1 - p*
2. Биномиальное	**B (n, p)**	$p_k = P\{\xi = k\} = C_n^k p^k q^{n-k}$ *формула Бернулли*
3. Геометрическое	**G (p)**	$p_k = P\{\xi = k\} = pq^k$ *геометрическая прогрессия*
4. Гипергеометрическое	**HG (N, M, n)**	$p_m = P\{\xi = m\} = \frac{C_M^m C_{N-M}^{n-m}}{C_N^n}$ *комбинаторные сочетания*
5. Распределение Пуассона	**Po (λ)**	$p_k = P\{\xi = k\} = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$ *формула Пуассона*

Случайные величины

Характеристика	Дискретные случ. величины	Непрерывные случ. величины
Закон распределения	Ряд распределения (таблица) $p_k = P\{\xi = x_k\}$, $k = 1, 2, \ldots, n$	
Функция распределения	Ступенчатая, разрывная функция со скачками в точках x_k $$F(x) = \sum_{k:\, xk<x} p_k$$	
Основные распределения	1.Распределение Бернулли $\mathbf{B_p}$ 2.Биномиальное **B (n, p)** 3.Геометрическое **G (p)** 4.Гипергеометрическое **HG (N, M, n)** 5.Распределение Пуассона **Po (λ)**	

Числовые характеристики случайных величин

- Описание случайной величины с помощью функции или закона распределения является **самым полным, НО**

1. Получение закона распределения может приводить к *сложным арифметическим вычислениям*
2. Эмпирическое (опытное) определение функции распределения случайной величины требует *большого числа измерений* (несколько сотен).

Числовые характеристики случайных величин

- Возникает необходимость в описании случайных величин не таким полным и подробным, но зато более простым способом (**некоторые свойства** случайной величины)

- *Числовые характеристики* многочисленны и могут быть разбиты на группы.

Числовые характеристики случайных величин

- **Характеристика положения** – это число, около которого группируются значения случайной величины.
- Оно является ее наиболее типичным значением (средние, мода, медиана и т.д.)

Из всех характеристик положения важнейшей является **математическое ожидание** случайной величины (*среднее значение* случайной величины)

Числовые характеристики случайных величин

Математическим ожиданием (средним значением) **дискретной** случайной величины называется величина **Mξ**, равная сумме произведений значений x_k случайной величины ξ на соответствующие им вероятности p_k:

$$\boxed{M(\xi) = M\xi = \sum_{k=1}^{\infty} x_k \, p_k}$$

Числовые характеристики случайных величин

Математическое ожидание

$$M(\xi) = M\xi = \sum_{k=1}^{\infty} x_k \, p_k$$

Справедливо, если ряд в правой части абсолютно сходится, т.е. математическое ожидание конечно:

$$\sum_{k=1}^{\infty} |x_k| p_k < \infty$$

Иначе полагают, что случайная величина не имеет мат. ожидания.

Числовые характеристики случайных величин

Пусть в результате N независимых опытов для сл. величины X получены значения: m_1 значений x_1 , m_2 значений x_2, …, m_n значений x_n, $\sum_{i=1}^{n} \mathrm{v}_i = N$.

Рассмотрим среднее арифметическое этих значений:

$$\frac{1}{N}(\mathrm{x}_1 + \mathrm{x}_1 + \cdots + \mathrm{x}_1 + \mathrm{x}_2 + \mathrm{x}_2 + \cdots \mathrm{x}_\mathrm{n}) = \frac{1}{N}\sum_{\mathrm{k}=1}^{n} \mathrm{v}_\mathrm{k}\mathrm{x}_\mathrm{k}$$

Числовые характеристики случайных величин

$$\frac{1}{N}(\mathrm{x}_1 + \mathrm{x}_1 + \cdots + \mathrm{x}_1 + \mathrm{x}_2 + \mathrm{x}_2 + \cdots \mathrm{x}_\mathrm{n}) = \frac{1}{N}\sum_{\mathrm{k}=1}^{n} \mathrm{v}_\mathrm{k}\mathrm{x}_\mathrm{k}$$

При этом число $\frac{\mathrm{v}_\mathrm{k}}{N}$ можно интерпретировать как относительную частоту события $\{\mathrm{X} = \mathrm{v}_\mathrm{k}\}$, и при $N \to \infty$ $\frac{\mathrm{v}_\mathrm{k}}{N} \to \mathrm{p}_\mathrm{k}$.

Среднее арифметическое приблизительно равно:

$$\frac{1}{N}\sum_{\mathrm{k}=1}^{n} \mathrm{v}_\mathrm{k}\mathrm{x}_\mathrm{k} \approx \sum_{\mathrm{k}=1}^{\infty} \mathrm{x}_\mathrm{k}\, \mathrm{p}_\mathrm{k} = MX$$

Поэтому мат. ожидание также называют **средним значением.**

Математическое ожидание случайной величины

«Механическая» интерпретация математического ожидания Mξ дискретной сл. в.:

Представим, что единичная масса распределена по оси абсцисс так, что в точке x_k сосредоточена масса p_k, $k = 1, 2, \dots n, \dots$

Тогда математическое ожидание Mξ есть не что иное, как *абсцисса центра тяжести* данной системы материальных точек.

Математическое ожидание еще называют **центром распределения случайной величины.**

Математическое ожидание случайной величины

Пример:

Найти математическое ожидание числа угаданных номеров ξ в «Спортлото 6 из 49».

ξ	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
p	0.4360	0.4130	0.1324	0.0176	0.00097	$2*10^{-5}$	$7*10^{-8}$

Mξ = 0*0.4360 + 1*0.4130 + 2*0.1324 + 3*0.0176 + 4*0.00097 + + $5*2*10^{-5}$ + $6*7*10^{-8}$ **≈ 0.735**

Среднее число угаданных номеров равно 0.735.

Математическое ожидание случайной величины

Пример: Пусть ξ – положительная целочисленная сл. величина с рядом распределения

$$p_k = \frac{1}{k\,(k+1)}, \qquad k = 1, 2, \dots$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} p_k = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right) = 1$$

НО:

$$\sum_{k=1}^{\infty} k p_k = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{k(k+1)} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k+1} = \infty$$

И значит, математическое ожидание Mξ не существует

Математическое ожидание случайной величины

Свойства математического ожидания Mξ:

1. Мат. ожидание случайной величины ξ заключено между ее наименьшим и наибольшим значениями:

$$a \leq M\xi \leq b,$$

где a – наименьшее, b – наибольшее значение сл. в. ξ

2. Математическое ожидание постоянной величины равно самой постоянной:

$$MC = C$$

Математическое ожидание случайной величины

Свойства математического ожидания Mξ:

3. Постоянный множитель можно выносить за знак математического ожидания:

$$\mathrm{M}(C\xi) = C\mathrm{M}\xi$$

4. Математическое ожидание суммы случайных величин равно сумме математических ожиданий слагаемых:

$$\mathrm{M}(\xi + \eta) = \mathrm{M}\xi + \mathrm{M}\eta$$

Математическое ожидание случайной величины

Свойства математического ожидания Mξ:

5. Математическое ожидание произведения *независимых* случайных величин равно произведению математических ожиданий множителей:

$$\mathrm{M}(\xi * \eta) = \mathrm{M}\xi * \mathrm{M}\eta$$

6. Отклонения значений случайной величины от Mξ в среднем равны 0:

$$\mathrm{M}(\xi - \mathrm{M}\xi) = 0$$

Числовые характеристики случайных величин

- Математическое ожидание не всегда является достаточной характеристикой сл. величины, т.к. в каждом отдельном испытании значения случайной величины отклоняются
от ее математического ожидания в ту или иную сторону.

- **Дисперсия** – величина, характеризующая *отклонение* случайной величины *от своего среднего*.

- **Дисперсия** (“рассеивание”) – величина *разброса значений* случайной величины относительно ее математического ожидания.

Числовые характеристики случайных величин

Дисперсией дискретной случайной величины называется величина **Dξ**, равная математическому ожиданию квадрата отклонения случайной величины от своего математического ожидания:

$$\boxed{D\xi = D(\xi) = M(\xi - M\xi)^2 = \sum_{k=1}^{\infty}(x_k - M\xi)^2\, p_k}$$

Числовые характеристики случайных величин

Дисперсия

$$D\xi = D(\xi) = M(\xi - M\xi)^2 = \sum_{k=1}^{\infty} (x_k - M\xi)^2 \, p_k$$

Величина

$$\boxed{\sigma(\xi) = \sigma = \sqrt{D\xi}}$$

называется **средним квадратическим** (стандартным) **отклонением** случайной величины ξ.
Размерность σ совпадает с размерностью ξ.

Дисперсия случайной величины

Дисперсию удобнее находить по формуле:

$$D\xi = M(\xi^2) - (M\xi)^2, \qquad M(\xi^2) = \sum_{k=1}^{\infty} x_k{}^2\, p_k$$

Доказательство:

$$D\xi = M(\xi - M\xi)^2 = M(\xi^2 - 2\xi M\xi + (M\xi)^2) =$$

$$= M(\xi^2) - M(2\xi M\xi) + M((M\xi)^2) = M(\xi^2) - 2M\xi M\xi + M\xi^2 =$$

$$= M(\xi^2) - (M\xi)^2$$

Дисперсия случайной величины

«Механическая» интерпретация дисперсии Dξ дискретной сл. в.:

Математическое ожидание – центр тяжести сл. величины.

Дисперсия – **момент инерции** заданного распределения единичной массы *относительно центра тяжести*.

Дисперсия случайной величины

Пример: Найти дисперсию числа угаданных номеров ξ в «Спортлото 6 из 49».

ξ	0	1	2	3	4	5	6
p	0.4360	0.4130	0.1324	0.0176	0.00097	$2*10^{-5}$	$7*10^{-8}$

$$M\xi \approx 0.735$$

$$M\xi^2 = 0^2*0.4360 + 1^2*0.4130 + 2^2*0.1324 + 3^2*0.0176 + 4^2*0.00097 + 5^2*2*10^{-5} + 6^2*7*10^{-8} \approx 1.117$$

$$\mathbf{D\xi = M(\xi^2) - (M\xi)^2} = 1.117 - (0.735)^2 \approx \mathbf{0.577}$$

Дисперсия случайной величины

Свойства дисперсии Dξ:

1. Дисперсия случайной величины ξ неотрицательна:

$$\mathrm{D}\xi \geq 0$$

2. Дисперсия постоянной величины равна нулю:

$$\mathrm{DC} = 0$$

3. Постоянный множитель можно выносить за знак дисперсии, возведя его в квадрат:

$$\mathrm{D}(\mathrm{C}\xi) = \mathrm{C}^2\mathrm{D}\xi$$

4. Дисперсия суммы *независимых* случайных величин равна сумме дисперсий слагаемых:

$$\mathrm{D}(\xi + \eta) = \mathrm{D}\xi + \mathrm{D}\eta$$

Характеристика	**Дискретные случ. величины**	**Непрерывные случ. величины**
Закон распределения	Ряд распределения (таблица) $p_k = P\{\xi = x_k\}$, $k = 1, 2, \ldots, n$	
Функция распределения	Ступенчатая, разрывная функция со скачками в точках x_k $F(x) = \sum\limits_{k:\ xk<x} p_k$	
Основные распределения	1.Распределение Бернулли $\mathbf{B_p}$ 2.Биномиальное **B (n, p)** 3.Геометрическое **G (p)** 4.Гипергеометрическое **HG (N, M, n)** 5.Распределение Пуассона **Po (λ)**	
Математическое ожидание	$M\xi = \sum\limits_{k=1}^{\infty} x_k\, p_k$	
Дисперсия	$D\xi = M(\xi - M\xi)^2 = M(\xi^2) - (M\xi)^2$	

Проверочная на лекции

Дискретная случайная величина подчинена следующему закону распределения:

ξ	**0**	**1**	**2**	**3**
p	0.1	0.2	0.3	???

Чему равно значение p при $\xi = 3$?

1. Найдите функцию распределения этой случайной величины
2. Постройте график функции распределения
3. Найти математическое ожидание сл. величины
4. Найти дисперсию сл. величины
5. Найти вероятность попадания в диапазон $\xi \in [0, 2)$