

### Занятие 17. Интервальное оценивание

*Изучаемый материал:* интервальная оценка математического ожидания нормально распределенной случайной величины при известной дисперсии и при неизвестной дисперсии; распределение Пирсона; интервальная оценка дисперсии и среднего квадратического отклонения нормально распределенной случайной величины.

1. Нахождение доверительного интервала для оценки математического ожидания при известной дисперсии	17.1	17.9	17.17
2. Нахождение доверительного интервала для оценки математического ожидания при неизвестной дисперсии	17.2, 17.3	17.10, 17.11	17.18, 17.19
3. Нахождение доверительной вероятности для оценки математического ожидания при неизвестной дисперсии	17.4	17.12	17.20
4. Нахождение доверительного интервала для числовых характеристик по данным выборки	17.5, 17.6	17.13, 17.14	17.21
5. Нахождение доверительного интервала для оценки дисперсии и среднего квадратического отклонения	17.7, 17.8	17.15, 17.16	17.22 – 17.24

#### Типовые задачи интервальной оценки:

- 1) нахождение доверительной вероятности (достоверности)  $\gamma$  по  $\varepsilon$  и  $n$ ;
- 2) нахождение длины доверительного интервала (точности оценки)  $2\varepsilon$  по  $\gamma$  и  $n$ ;
- 3) нахождение объема выборки  $n$  по  $\gamma$  и  $\varepsilon$ .

**17.1.** Известно среднее квадратическое отклонение  $\sigma = 1$  нормально распределенной случайной величины. Известны также выборочное среднее  $\bar{x}_B = 70$  и объем выборки  $n = 64$ . Найти доверительные границы для оценки математического ожидания случайной величины с доверительными вероятностями а)  $\gamma = 0,90$  и б)  $\gamma = 0,95$ .

**17.2.** По выборке объема  $n = 5$  нормально распределенной случайной величины  $X$  найдены  $\bar{x}_B = 20,5$  и  $\tilde{\sigma}_B = 3$ . Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания с доверительными вероятностями а)  $\gamma = 0,90$  и б)  $\gamma = 0,95$ .

**17.3.** По выборке объема  $n = 25$  нормально распределенной случайной величины  $X$  найдены  $\bar{x}_B = 25$  и  $\tilde{\sigma}_B = 5$ . Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания с доверительными вероятностями а)  $\gamma = 0,90$  и б)  $\gamma = 0,95$ .

**17.4.** Нормально распределенная случайная величина  $X$  при объеме выборки  $n = 50$  имеет выборочное среднее  $\bar{x}_B = 1300$  и выборочное среднее квадратическое отклонение  $\tilde{\sigma}_B = 20$ . С какой вероятностью доверительный интервал  $(0,997\bar{x}_B; 1,003\bar{x}_B)$  покроет неизвестное математическое ожидание?

17.5. Из генеральной совокупности извлечена выборка. С доверительной вероятностью 0,90 найти доверительный интервал для математического ожидания, дисперсии и среднего квадратического отклонения нормально распределенной случайной величины:

$x_i$	-2	1	2	3	4	5
$m_i$	2	1	2	2	2	1

17.6. С доверительной вероятностью  $\gamma = 0,90$  произвести интервальную оценку математического ожидания и среднего квадратического отклонения случайной величины  $X$  по простой статистической совокупности:

0,46; 0,14; 2,46; -0,32; -0,07; 0,30; -0,29; 0,30; 0,06; -2,26.

*Примечание.* Данные взяты из таблицы нормально распределенных случайных чисел с числовыми характеристиками  $m_x = 0$ ,  $\sigma_x = 1$ .

17.7. Для выборки объема  $n = 17$  нормально распределенной случайной величины найдено исправленное выборочное среднее квадратическое отклонение  $\tilde{\sigma}_B = 2$ . С доверительной вероятностью 0,90 найти интервал для неизвестных дисперсии и среднего квадратического отклонения.

17.8. Для выборки объема  $n = 35$  нормально распределенного количественного признака  $X$  найдено исправленное среднее квадратическое отклонение  $\tilde{\sigma}_B = 3$ . Найти его интервальную оценку с доверительной вероятностью  $\gamma = 0,95$ .

### Домашнее задание 17

17.9. Известно среднее квадратическое отклонение  $\sigma = 2$  нормально распределенной случайной величины. Известны также выборочное среднее  $\bar{x}_B = 72$  и объем выборки  $n = 58$ . Найти доверительные границы для оценки математического ожидания случайной величины с доверительными вероятностями

а)  $\gamma = 0,90$  и б)  $\gamma = 0,95$ .

17.10. По выборке объема  $n = 10$  нормально распределенной случайной величины  $X$  найдены  $\bar{x}_B = 22$  и  $\tilde{\sigma}_B = 3,5$ . Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания с доверительными вероятностями а)  $\gamma = 0,90$  и б)  $\gamma = 0,95$ .

17.11. По выборке объема  $n = 35$  нормально распределенной случайной величины  $X$  найдены  $\bar{x}_B = 31,5$  и  $\tilde{\sigma}_B = 6$ . Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания с доверительными вероятностями а)  $\gamma = 0,90$  и б)  $\gamma = 0,95$ .

17.12. Нормально распределенная случайная величина  $X$  при объеме выборки  $n = 60$  имеет выборочное среднее  $\bar{x}_B = 1400$  и выборочное среднее квадратическое отклонение  $\tilde{\sigma}_B = 30$ . С какой вероятностью доверительный интервал  $(0,997 \bar{x}_B; 1,003 \bar{x}_B)$  покрывает неизвестное математическое ожидание?



17.13. Из генеральной совокупности извлечена выборка. С доверительной вероятностью 0,90 найти доверительный интервал для математического ожидания, дисперсии и среднего квадратического отклонения нормально распределенной случайной величины:

$x_i$	-0,5	-0,4	-0,2	0	0,2*	0,6	0,8	1,0	1,2	1,5
$m_i$	1	2	1	1	1	1	1	1	2	1

17.14. С доверительной вероятностью  $\gamma = 0,90$  произвести интервальную оценку математического ожидания и среднего квадратического отклонения случайной величины  $X$  по простой статистической совокупности:

- 0,53; - 0,19; 0,54; - 1,56; 0,19; - 1,19; 1,49; - 0,35; - 0,63; 0,70.

*Примечание.* Данные взяты из таблицы нормально распределенных случайных чисел с числовыми характеристиками  $m_x = 0$ ,  $\sigma_x = 1$ .

17.15. Для выборки объема  $n = 21$  нормально распределенной случайной величины найдено исправленное выборочное среднее квадратическое отклонение  $\tilde{\sigma}_B = 3$ . С доверительной вероятностью 0,90 найти интервал для неизвестных дисперсии и среднего квадратического отклонения.

17.16. Для выборки объема  $n = 60$  нормально распределенного количественного признака  $X$  найдено исправленное среднее квадратическое отклонение  $\tilde{\sigma}_B = 1$ . Найти его интервальную оценку с доверительной вероятностью  $\gamma = 0,99$ .

### Дополнительное задание 17

17.17. Известно среднее квадратическое отклонение  $\sigma = 3$  нормально распределенной случайной величины. Известны также выборочное среднее  $\bar{x}_B = 64$  и объем выборки  $n = 70$ . Найти доверительные границы для оценки математического ожидания случайной величины с доверительными вероятностями а)  $\gamma = 0,90$  и б)  $\gamma = 0,95$ .

17.18. Найти доверительный интервал с доверительной вероятностью 0,95 для оценки математического ожидания нормально распределенной случайной величины, если генеральное среднее квадратическое отклонение  $\sigma = 5$ , выборочное среднее  $\bar{x}_B = 14$  и объем выборки  $n = 25$ .

17.19. По выборке объема  $n = 17$  нормально распределенной случайной величины  $X$  найдены  $\bar{x}_B = 23,5$  и  $\tilde{\sigma}_B = 4,5$ . Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания с доверительными вероятностями а)  $\gamma = 0,90$  и б)  $\gamma = 0,95$ .

17.20. По выборке объема  $n = 60$  нормально распределенной случайной величины  $X$  найдены  $\bar{x}_B = 40$  и  $\tilde{\sigma}_B = 7$ . Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания с доверительными вероятностями а)  $\gamma = 0,90$  и б)  $\gamma = 0,95$ .

17.21. Нормально распределенная случайная величина  $X$  при объеме выборки  $n = 70$  имеет выборочное среднее  $\bar{x}_B = 1500$  и выборочное среднее квадратическое отклонение  $\tilde{\sigma}_B = 30$ . С какой вероятностью доверительный интервал  $(0,997 \bar{x}_B; 1,003 \bar{x}_B)$  покрывает неизвестное математическое ожидание?

17.22. С доверительной вероятностью  $\gamma = 0,90$  произвести интервальную оценку математического ожидания и среднего квадратического отклонения случайной величины  $X$  по простой статистической совокупности. Данные взяты из таблицы нормально распределенных случайных чисел с числовыми характеристиками  $m_x = 0$ ,  $\sigma_x = 1$ : 0,93; 1,38; 0,78; - 0,96; 1,02; - 0,47; 1,28; 3,52; 0,57; - 0,85.

17.23. Для выборки объема  $n = 26$  нормально распределенной случайной величины найдено исправленное выборочное среднее квадратическое отклонение  $\tilde{\sigma}_v = 1$ . С доверительной вероятностью 0,90 найти интервал для неизвестных дисперсии и среднего квадратического отклонения.

17.24. Для выборки объема  $n = 150$  нормально распределенного количественного признака  $X$  найдено исправленное среднее квадратическое отклонение  $\tilde{\sigma}_v = 5$ . Найти его интервальную оценку с доверительной вероятностью  $\gamma = 0,99$ .

### Ответы к занятию 14

17.1. а) (69,8; 70,2); б) (69,75; 70,25). 17.2. а) (17,64; 23,36); б) (16,77; 24,23).

17.3. а) (23,36; 26,64); б) (23,04; 26,96). 17.4.  $\gamma = 0,832$ .

17.5.	Доверительный интервал для		
	мат. ожидания	дисперсии	среднего кв. отклонения
	(0,60; 3,40)	(3,08; 15,67)	(1,75; 3,96)
17.6.	Доверительный интервал для		
	мат. ожидания	среднего кв. отклонения	
	(- 0,58; 0,74)	(0,83; 1,88)	

17.7. (2,43; 8,00); (1,56; 2,83). 17.8. (2,44; 4,06).

17.9. а) (71,57; 72,43); б) (71,49; 72,51).

17.10. а) (19,97; 24,03); б) (19,50; 24,50).

17.11. а) (29,84; 33,16); б) (29,51; 33,49). 17.12.  $\gamma = 0,72$ .

17.13.	Доверительный интервал для		
	мат. ожидания	дисперсии	среднего кв. отклонения
	(0,04; 0,79)	(0,29; 1,24)	(0,54; 1,11)
17.14.	Доверительный интервал для		
	мат. ожидания	среднего кв. отклонения	
	(- 0,68; 0,37)	(0,67; 1,49)	

17.15. (5,73; 16,51); (2,39; 4,06). 17.16. (0,82; 1,36).

17.17. а) (63,41; 64,59); б) (63,30; 64,70). 17.18. (12,04; 15,96).

17.19. а) (21,6; 25,4); б) (21,2; 25,8). 17.20. а) (38,52; 41,48); б) (38,23; 41,77).

17.21.  $\gamma = 0,79$ .

17.22.	Доверительный интервал для	
	мат. ожидания	среднего кв. отклонения
	(- 0,03; 1,48)	(0,95; 2,13)

17.23. (0,66; 1,71); (0,81; 1,31). 17.24. (4,38; 5,94).