

## Занятие 2. Вероятность события

Изучаемый материал: классическое и геометрическое определение вероятности события.

1. Классическое определение	2.1 – 2.8	2.13 – 2.20	2.25 – 2.57
2. Геометрическая вероятность	2.9 – 2.12	2.21 – 2.24	2.58 – 2.60

2.1. Какова вероятность выпадения герба при двукратном бросании монеты: а) один раз; б) по крайней мере один раз?

2.2. Игральную кость бросают один раз. Найти вероятность того, что появится: а) не менее трех очков; б) хотя бы четыре очка.

2.3. Бросают две игральных кости. Найти вероятность событий: а) сумма выпавших очков равна 8; б) произведение выпавших очков равна 8; в) выпадет одинаковое число очков.

2.4. В урне 15 шаров: 5 белых и 10 красных. Какова вероятность вынуть из урны а) белый шар; б) красный шар; в) синий шар?

2.5. В урне находятся 6 белых и 4 красных шара. Извлекают три шара. Найти вероятность того, что среди извлеченных шаров: а) один белый; б) два белых; в) все три белые; г) все красные; д) хотя бы один белый; е) хотя бы два белых.

2.6. В урне находятся три пронумерованных шара. Вынимают последовательно без возвращения все шары. Найти вероятность того, что все шары будут вынуты в порядке их номеров.

2.7. Из колоды, в которой 36 карт, наудачу извлекают три карты. Какова вероятность того, что они будут: а) все пики; б) все одной масти; в) все красного цвета; г) все тузы; д) хотя бы один туз.

2.8. Каждая из букв слова ТЕОРИЯ написана на одной карточке. Карточки перемешивают и случайным образом извлекают три карточки. Найти вероятность того, что: а) из извлеченных карточек можно составить слово ТРИ; б) в порядке выхода появится слово ТРИ.

2.9. На телефонной линии связи между пунктами  $A$  и  $B$  произошел разрыв. Длина линии 20 км. Какова вероятность того, что точка разрыва удалена от пункта  $A$  на расстояние, не меньшее 5 км?

2.10. В квадрат со стороной  $a$  помещен меньший квадрат со стороной  $b$  ( $a > b$ ). Меньший квадрат полностью лежит в большем. В больший квадрат наудачу брошена точка. Найти вероятность того, что она попадет в меньший квадрат.

2.11. В квадрат вписан круг. В квадрат наудачу брошена точка. Найти вероятность того, что она попадет в круг.

2.12. В круг вписан равносторонний треугольник. В круг наудачу брошена точка. Найти вероятность того, что она попадет в этот треугольник.

*Домашнее задание 2*

2.13. Монета брошена два раза. Найти вероятность того, что а) при первом и втором бросании выпадет герб; б) при первом и втором бросании монеты выпадут одной стороной.

2.14. Игральную кость бросают один раз. Найти вероятность событий: а) появление четного числа очков; б) выпадение не менее пяти очков; в) выпадение не более пяти очков.

2.15. Бросают две игральные кости. Найти вероятность того, что а) сумма выпавших очков равна 5; б) разность выпавших очков равна 3.

2.16. В урне находятся 10 шаров, из них 4 белых и 6 красных. Вынимают все шары, кроме одного. Найти вероятность того, что он а) белый; б) красный.

2.17. В урне находятся три пронумерованных шара. Вынимают последовательно с возвращением три шара. Найти вероятность того, что шары будут вынуты в порядке их номеров.

2.18. Из колоды, в которой 36 карт, наудачу извлекают три карты. Какова вероятность того, что они будут: а) все черного цвета; б) все одного цвета; в) имеются разного цвета; г) среди них два короля; д) среди них ни одного туза.

2.19. Каждая из букв слова ТЕОРИЯ написана на одной карточке. Карточки перемешивают и располагают случайным образом одну за другой. Какова вероятность того, что получится слово ТЕОРИЯ?

2.20. Каждая из 26 букв латинского алфавита написана на одной карточке. Карточки перемешивают и наудачу извлекают четыре карточки. Какова вероятность того, что а) из них можно составить слово ZERO; б) слово ZERO появится в порядке извлечения?

2.21. Минное заграждение состоит из мин, расположенных на одной прямой на расстоянии 50 метров одна от другой. Мина срабатывает, если корабль касается мины. Ширина корабля 20 м. Какова вероятность того, что корабль пройдет через заграждение в направлении, перпендикулярном линии заграждения?

2.22. В круг радиуса  $R$  помещен меньший круг радиуса  $r$ . Меньший круг полностью лежит в большем. В больший круг наудачу брошена точка. Найти вероятность того, что она попадет в меньший круг.

2.23. В круг вписан квадрат. В круг наудачу брошена точка. Найти вероятность того, что она попадет в этот квадрат.

2.24. В равносторонний треугольник вписан круг. В треугольник наудачу брошена точка. Найти вероятность того, что она попадет в этот круг.



### Дополнительное задание 2

2.25. Монету бросают до первого появления герба. Найти вероятность того, что будет произведено четыре бросания.

2.26. Бросают две игральных кости. Найти вероятность событий: а) сумма выпавших очков не превосходит 8; б) разность выпавших очков равна 5.

2.27. Бросают две игральных кости. Известно, что сумма выпавших очков равна 7. Какова вероятность того, что выпали 1 и 6 очков?

2.28. Бросают три игральных кости. Найти вероятности того, что: а) на каждой кости появится "6"; б) на всех появится одинаковое число очков; в) на всех появится разное число очков.

2.29. Игральную кость бросают два раза. Найти вероятности событий: а) сумма очков делится на 3; б) первый раз выпало меньше трех очков; в) произведение выпавших очков является нечетным.

2.30. В урне находятся 12 шаров, из них 4 красных и 8 синих. Извлекают два шара. Найти вероятность того, что а) оба красные; б) оба синие; в) оба разного цвета; г) оба одинакового цвета.

2.31. Из колоды, в которой 52 карты, наугад извлекают три карты. Какова вероятность того, что это будут тройка, семерка, туз?

*Примечание:* порядок извлечения не учитывается.

2.32. Случайно выбранная кость домино не была дублем. Найти вероятность того, что вторую, также наудачу взятую кость можно приставить к первой.

2.33. Номера автомобилей образованы тремя цифрами. Найти вероятность того, что номер первого встречного автомобиля состоит из: а) разных цифр; б) одинаковых цифр; в) из цифр, каждая из которых делится на 3.

*Примечание.* Номер 000 из рассмотрения исключается.

2.34. На 10 одинаковых карточках написаны цифры от 0 до 9. Наугад вынимают две карточки и укладывают их в порядке появления. В результате образуется число. Найти вероятность того, что а) оно будет четным; б) оно простое и сумма его цифр равна 5.

2.35. Наудачу выбирается пятизначное число. Какова вероятность того, что это число читается одинаково как слева направо, так и справа налево, например, 92629.

*Примечание.* Пятизначные числа начинаются с числа 10 000.

2.36. Из телефонного справочника случайным образом выбирают два номера телефона. Какова вероятность того, что цифры в последнем разряде каждого номера будут: а) одинаковыми; б) различными?

2.37. В записной книжке абонента стерлись две последние цифры номера телефона. Найти вероятность того, что абонент наберет правильный номер наугад с первой попытки при следующих условиях: а) абонент помнил, что эти цифры одинаковые; б) помнил, что эти цифры различны; в) помнил, что последняя цифра 1; г) ничего не помнил.

2.38. Кодовый замок дипломата содержит на общей оси четыре диска, каждый из которых разделен на 10 секторов, маркированных цифрами от 0 до 9. Замок открывается только в случае, если образована определенная комбинация из четырех цифр. Какова вероятность открыть замок с первой попытки?

2.39. На двери подъезда установлен кодовый замок, содержащий 10 цифр от 0 до 9. Дверь открывается, если набирается установленная комбинация из трех разных цифр. Какова вероятность того, что при случайном наборе цифр дверь будет открыта с первой попытки, если а) цифры набираются в определенной последовательности; б) цифры набираются в любой последовательности?

2.40. Из букв И, Н, С, Т, И, Т, У, Т наудачу составляется слово. Какова вероятность того, что получится слово ИНСТИТУТ.

2.41. 10 первых букв русского алфавита записаны на 10 карточках. Наудачу извлекают 4 карточки (без возвращения). Найти вероятность того, что последней будет буква А.

2.42. Из 30 экзаменационных билетов студент выучил 23. На экзамене он берет билет первым. Какова вероятность, что ему попадется билет, который он знает? Какова будет эта вероятность, если студент пришел на экзамен последним и тянет последний оставшийся билет?

2.43. Студент подготовил к экзамену только 30 вопросов из 40 вопросов программы. Экзаменационный билет содержит два вопроса. Найти вероятность того, что а) оба вопроса студент подготовил; б) оба вопроса студент не подготовил; в) подготовил только один вопрос.

2.44. Студент подготовил к экзамену только 30 вопросов из 40 вопросов программы. На экзамене ему предлагают наугад три вопроса. Найти вероятность того, что студент а) знает все вопросы; б) знает только два вопроса; в) знает только один вопрос; г) ни одного не знает.

2.45. В коробке пять одинаковых изделий, три из которых окрашены. Найти вероятность того, что среди двух наудачу извлеченных окажутся: а) одно окрашенное; б) два окрашенных; в) хотя бы одно окрашенное.

2.46. В партии 100 деталей, из которых 30 бракованных. Выбираются три детали. Какова вероятность того, что среди них одна бракованная?



2.47. В партии из 20 деталей имеется 4 дефектных. Какова вероятность того, что среди пяти взятых деталей одна дефектная?

2.48. Группа из 8 человек в случайном порядке занимает места за круглым столом. Какова вероятность того, что два определенных лица: а) окажутся рядом; б) не окажутся рядом?

2.49. В банке изготовлено 10 000 пакетов с денежными купюрами. Стало известно, что из-за ошибки оператора один пакет с браком: не доложена одна купюра. Найти вероятность того, что этот пакет будет находиться среди сотни наугад взятых пакетов.

2.50. 12 студентов получили дисциплинарные выговоры в деканате: трое – за опоздание на занятия, трое – за прогулы, двое – за неуспеваемость и четверо – за курение в здании учебного заведения. Найти вероятность того, что двое случайно выбранных штрафников получили выговор за одно и то же нарушение.

2.51. Однажды вечером Ваня и Тима сели играть в кости. Они по очереди бросали две игральные кости. Если сумма выпавших очков равнялась 7, то выигрывал Ваня, а если сумма очков равнялась 8, то выигрывал Тима. На кого бы из них вы поставили, если бы вам пришлось держать пари?

2.52. Теща Кисы Воробьянинова зашила фамильные бриллианты в один из двенадцати одинаковых стульев. Два из них в последствии остались в Старгороде, а десять стульев отправились в Москву. Какова вероятность отыскать бриллианты в одном из двух стульев, оставшихся в Старгороде?

2.53. При игре в «пьянипу» колода карт (36 штук) делится наугад пополам между двумя игроками. Игроки последовательно выкладывают по одной карте и тот, у кого окажется старшая карта, забирает себе карту соперника. Выигрывает тот, кто заберет себе все карты. Естественно, тузы, как самые старшие карты, пользуются преимуществом. Найти вероятность того, что при раздаче все тузы достанутся одному игроку.

2.54. Шифр сейфа заключается в комбинации из четырех разных цифр от 1 до 9. Взломщик пытается открыть сейф, угадав нужную комбинацию. Какова вероятность открыть сейф с первой попытки?

2.55. Известная поговорка «ТИШЕ ЕДЕШЬ – ДАЛЬШЕ БУДЕШЬ» была разрезана на отдельные слова, которые затем рассыпались и были составлены в произвольном порядке. Найти вероятность того, что поговорка оказалась составленной правильно (знаки препинания не учитывать).

2.56. Цитата из известного произведения А.С.Пушкина «Я ПОМНЮ ЧУДНОЕ МГНОВЕНЬЕ. ПЕРЕДО МНОЙ ЯВИЛАСЬ ТЫ» была разрезана на отдельные слова, которые затем рассыпались и были составлены в произвольном порядке. Найти вероятность того, что цитата оказалась составленной правильно (знаки препинания не учитывать).

2.57. На остановке во время дождя стояли 10 пассажиров. Подкатил переполненный автобус и половину пассажиров забрызгал грязью. Только двое из стоявших пассажиров смогли втиснуться в автобус. Найти вероятность того, что хотя бы один из них забрызган грязью (шанс втиснуться в автобус у всех пассажиров одинаковый).

2.58. В квадрат с вершинами  $(0, 0)$ ,  $(0, a)$ ,  $(a, 0)$ ,  $(a, a)$  наудачу брошена точка. Найти вероятность того, что она попадет в круг, уравнение которого  $x^2 + y^2 = a^2$ .

2.59. Два товарища договорились о встрече в условленном месте между 12 и 13 часами. Пришедший первым ждет своего товарища 20 минут, а затем уходит. Какова вероятность того, что встреча произойдет, если приход каждого из них в течение указанного срока произволен и моменты прихода независимы?

2.60. На плоскости нарисованы две концентрические окружности с радиусами 5 см и 10 см. В большой круг наудачу брошена точка. Какова вероятность того, что она попадет в кольцо, образованное этими окружностями?

### Ответы к занятию 2

- 2.1. а) 0,5; б) 0,75. 2.2. а)  $2/3$ ; б)  $1/2$ . 2.3. а)  $5/36$ ; б)  $1/18$ ; в)  $1/6$ .  
 2.4. а)  $1/3$ ; б)  $2/3$ ; в) 0. 2.5. а)  $3/10$ ; б)  $1/2$ ; в)  $1/6$ ; г)  $1/30$ ; д)  $29/30$ ; е)  $2/3$ .  
 2.6.  $1/6 = 0,167$ . 2.7. а) 0,012; б) 0,047; в) 0,114; г) 0,00056; д) 0,305.  
 2.8. а) 0,05; б) 0,0083. 2.9. 0,75. 2.10.  $\sigma^2/a^2$ . 2.11. 0,785. 2.12. 0,414.  
 2.13. а) 0,25; б) 0,5. 2.14. а)  $1/2$ ; б)  $1/3$ ; в)  $5/6$ . 2.15. а)  $1/9$ ; б)  $1/6$ .  
 2.16. а) 0,4; б) 0,6. 2.17. 0,037.  
 2.18. а) 0,114; б) 0,229; в) 0,771; г) 0,027; д) 0,695. 2.19. 0,0014.  
 2.20. а) 0,000067; б) 0,0000028. 2.21. 0,6. 2.22.  $r^2/R^2$ . 2.23. 0,640. 2.24. 0,604.  
 2.25. 0,0625. 2.26. а) 0,72; б) 0,056. 2.27.  $1/3$ .  
 2.28. а)  $1/6^3 = 0,0046$ ; б)  $1/6^2 = 0,028$ ; в)  $5/9 = 0,56$ . 2.29. а)  $1/3$ ; б)  $1/3$ ; в)  $1/4$ .  
 2.30. а) 0,091; б) 0,42; в) 0,048; г) 0,52. 2.31. 0,0029. 2.32. 0,44.  
 2.33. а) 0,72; б) 0,009; в) 0,027. 2.34. а) 0,5; б) 0,033. 2.35. 0,01.  
 2.36. а) 0,1; б) 0,9. 2.37. а) 0,1; б) 0,011; в) 0,1; г) 0,01. 2.38. 0,0001.  
 2.39. а) 0,0014; б) 0,0083. 2.40.  $1/3360 = 0,0003$ . 2.41. 0,1.  
 2.42. 0,77 для обоих вариантов. 2.43. а) 0,56; б) 0,058; в) 0,38.  
 2.44. а) 0,41; б) 0,44; в) 0,14; г) 0,012. 2.45. а) 0,6; б) 0,3; в) 0,9. 2.46. 0,448.  
 2.47. 0,47. 2.48. а) 0,286; б) 0,714. 2.49. 0,01. 2.50. 0,197.  
 2.51. Ставить на Ваню. 2.52.  $1/6 = 0,167$ . 2.53. 0,052. 2.54. 0,00033.  
 2.55. 0,042. 2.56. 0,000025. 2.57. 0,78. 2.58. 0,785. 2.59. 0,556. 2.60. 0,75.