**Интерполяция** – в вычислительной математике способ нахождения промежуточных значений величины по имеющемуся дискретному набору известных значений.

**Одна переменная:**  
Точка (х) – узел интерполяции, а множество различных (х) – интерполяционная сетка.

Задача интерполяции состоит в поиске такой функции F, что: F(x) = y, F(x) – интерполирующая функция

**Две переменные:**  
Пара (x,y) – узел, множество таких(различных!) пар – сетка.   
Задача такая же, но F(x,y)=z. Т.е. мы переходим в 3-х мерное пространство. Т.к. две оси х,у задают узел, а его значение задает ось z.

**Виды интерполяции для одной переменной:**

*Интерполяция полиномами (многочленами)*

Лагранж

L(x) = \sum_{i=0}^n y_i l_i(x)

l_i(x)=\prod_{j=0, j\neq i}^{n} \frac{x-x_j}{x_i-x_j} = \frac{x-x_0}{x_i-x_0} \cdots \frac{x-x_{i-1}}{x_i-x_{i-1}} \frac{x-x_{i+1}}{x_i-x_{i+1}} \cdots \frac{x-x_{n}}{x_i-x_{n}}\,\!

Ньютона – хитроипучая формула, но фишка в том, что вводится такое понятие как разностного отношения и через него выводится новая формула.

P_n(x) = y_0 + q \Delta y_0 + \frac{q(q-1)}{2!} \Delta^2 y_0 + \ldots + 
\frac{q(q-1)\ldots(q-n+1)}{n!} \Delta^n y_0,

\Delta^ky_i - конечные разности, q=\frac{x-x_0}h, \; y_i=f_i  
Разностное отношение первого порядка:  
f(x_i,x_j)=\frac{f(x_j)-f(x_i)}{x_j-x_i}

N+1 порядка:  
f(x_0,x_1,...,x_{n+1})=\frac{f(x_1,x_2,...,x_{n+1})-f(x_0,x_1,...,x_n)}{x_{n+1}-x_0}  
Ньютоновский полином круче Лагранжа тем, что при добавлении нового узла полином Лагранжа надо полностью перестраивать этот полином, в Ньютоновском же надо добавить только пару сумм.

*Интерполяция сплайнами*

Основная идея [сплайн](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%BF%D0%BB%D0%B0%D0%B9%D0%BD)-интерполяции функций - построение кусочно-полиномиальной интерполяции, при которой остается непрерывной функция \tilde f(x) и несколько ее первых производных.

*Интерполяция кубическими сплайнами*

Интерполяция сплайнами третьего порядка - это быстрый, эффективный и устойчивый способ интерполяции функций.

В основе сплайн-интерполяции лежит следующий принцип. Интервал интерполяции разбивается на небольшие отрезки, на каждом из которых функция задается полиномом третьей степени. Коэффициенты полинома подбираются таким образом, чтобы выполнялись определенные условия (какие именно, зависит от способа интерполяции). Общие для всех типов сплайнов третьего порядка требования - непрерывность функции и, разумеется, прохождение через предписанные ей точки. Дополнительными требованиями могут быть линейность функции между узлами, непрерывность высших производных и т.д.

Основными достоинствами сплайн-интерполяции являются её устойчивость и малая трудоемкость. Системы линейных уравнений, которые требуется решать для построения сплайнов, очень хорошо обусловлены, что позволяет получать коэффициенты полиномов с высокой точностью. В результате даже про очень больших *N* вычислительная схема не теряет устойчивость. Построение таблицы коэффициентов сплайна требует *O(N)*операций, а вычисление значения сплайна в заданной точке - всего лишь *O(log(N))*.

Наш кубический сплайн получается тогда, если потребовать непрерывности первой и второй производных. Кубический сплайн задается значениями функции в узлах и значениями производных на границе отрезка интерполяции (либо первых, либо вторых производных).

**Проблема выбора узла при двух переменных:**

1. Это все при интерполяции полиномами.  
   Заметим что не любое число узлов интерполяции выгодно. Если для одной переменной степень многочлена была взаимно однозначно связана с числом узлов, то для двух переменных многочлен *n*-ой степени имеет (n+1)(n+2)/2 (Это на порядок больше, чем для одной переменной, ваш кеп). Если число узлов не соответствует этой формуле, то часть коэффициентов при высших степенях должна задаваться принудительно (в частности нулями): для выбора этих коэффициентов редко есть разумные основания.
2. Также не всякое расположение узлов допустимо: в одномерном случае узлы не должны были совпадать. Теперь же для интерполяции многочеленом P(x,y) необходимо, чтобы узлы не лежали на прямой в плоскости (x,y). Поэтому для хорошей интерполяции сетка должна быть регулярно построенной, а не представлять собой совокупность беспорядочно расположенных точек.

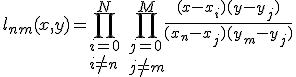
Полином Лагранжа для двух точек:

L(x) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M f_{nm} l_{nm}(x,y)

l_{nm}(n,m)=1

l_{nm}(x,y)=0 при x\ne n\  V \ y\ne m

базисные полиномы вычисляются по следующей формуле:



Отсюда следует, что L(x), как линейная комбинация lnm(x,y), может иметь степень не больше n×m, и по определению L(xn,ym)=f(xn,ym)