

説明

1 分裂方法と淘汰の方法

細菌が死滅する確率を $p(0 \leq p \leq 1)$ とする。
一つ一つの細菌は 1 秒毎に p の確率で死滅、 $1 - p$ の確率で分裂のどちらか一方の行動を取るものとする。

(./Assets/Scripts/Bacteria.cs 21 行目 ~ 34 行目)

2 数学的根拠

上記の方法で全体としても p の割合だけ死滅するかは確率変数の加法定理を用いて説明できる。

個体数を $n(n \geq 1)$ 死滅する確率を p とおく。

$k = 1, 2, \dots, n$ に対して確率変数 X_k を次のように定める。

$$X_k = \begin{cases} 1 & (k \text{ 番目の細菌が死滅した}) \\ 0 & (k \text{ 番目の細菌が死滅しなかった}) \end{cases}$$

X_k の期待値 $E(X_k)$ は

$$\begin{aligned} E(X_k) &= 1 * p + 0 * (1 - p) \\ &= p \end{aligned}$$

死滅する細菌の数を X とおくと、 $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ であるから期待値の加法定理より

$$\begin{aligned} E(X) &= E(X_1) + E(X_2) + \dots + E(X_n) \\ &= p + p + \dots + p \\ &= np \end{aligned}$$

よって全体で np 匹死滅する。
元々は n 匹いたから死滅する確率は

$$\frac{np}{n} = p$$

となり、全体でも p の割合で死滅する。