$oldsymbol{3}$ 数列 $\{a_n\}$ を次のように定める。

$$a_1 = 4$$
, $a_{n+1} = a_n^2 + n(n+2)$ $(n = 1, 2, 3, \dots)$

- (1) a_{2022} を 3 で割った余りを求めよ。
- (2) $a_{2022}, a_{2023}, a_{2024}$ の最大公約数を求めよ。