$\alpha$  は  $0<\alpha<1$  を満たす実数とする.任意の自然数 n に対して, $2^{n-1}\alpha$  の整数部分を  $a_n$  とし, $2^{n-1}\alpha=a_n+b_n$  とおくと,n が奇数のとき  $0\leq b_n<\frac{1}{2}$ ,n が偶数のとき  $\frac{1}{2}< b_n<1$  になるという. $a_n$  および  $\alpha$  を求めよ.