5 双曲線

$$x^2 - 3y^2 = 1 \quad \cdots \quad \textcircled{1}$$

について,次のことを証明せよ.

- (1) 点 $(a,\,b)$ を双曲線①の上の点とすれば , 点 $(2a+3b,\,a+2b)$ は①の上にある .
- (2) n を正の整数とする.このとき $a+\sqrt{3}\,b=\left(2+\sqrt{3}\right)^n$ を満たす整数 a , b をとれば , 点 $(a,\,b)$ は双曲線①の上にある.