${f 3}$ 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある .

$$a_1 = 2$$
, $a_{n+1} = 8a_n^2$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$

- (1) $b_n = \log_2 a_n$ とおく . b_{n+1} を b_n を用いてあらわせ .
- (2) 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ.
- (3) $P_n = a_1 a_2 a_3 \cdots a_n$ とおく、数列 $\{P_n\}$ の一般項を求めよ、
- (4) $P_n > 10^{100}$ となる最小の自然数 n を求めよ .