半径 1cm の半球形の器が水平から角  $\theta$  だけ傾けて固定されている.ただし,  $0<\theta<\frac{\pi}{2}$  とする.この器に毎秒  $\frac{\pi}{18}cm^3$  の割合で水を入れるとき,入れはじめてから  $3+\cos^2\theta$  秒後に器から水が流れだした.このときの  $\theta$  の値を求めよ.