$$4$$
  $xy$  平面上の双曲線  $C_1: rac{x^2}{a^2} - rac{y^2}{b^2} = -1 \; (a>0, \, b>0)$  と円  $C_2: x^2 + (y-\sqrt{a^2+b^2})^2 = c^2 \; (c>0)$  について,以下の問いに答えよ.

- (1) 双曲線  $C_1$  と円  $C_2$  が接するとき, c を a と b で表せ.
- (2) 双曲線  $C_1$  と円  $C_2$  の共有点の個数が,0 個,1 個,2 個,3 個のそれぞれの場合に c の取り得る範囲を a と b で表せ.
- (3)  $c=rac{b}{2}+1$  のとき,共有点が2 個になる範囲をab 平面上で図示せよ.