4 $p=2+\sqrt{5}$ とおき , 自然数 $n=1,\,2,\,3,\,\cdots$ に対して

$$a_n = p^n + \left(-\frac{1}{p}\right)^n$$

と定める。以下の問いに答えよ。ただし設問(1)は結論のみを書けばよい。

- (1) a_1 , a_2 の値を求めよ。
- (2) $n \ge 2$ とする。積 $a_1 a_n$ を , a_{n+1} と a_{n-1} を用いて表せ。
- (3) a_n は自然数であることを示せ。
- (4) a_{n+1} と a_n の最大公約数を求めよ。