(1)  $m \ge 0$  ,  $n \ge 1$  である整数 m , n にたいし  $a_{m,n} = \int_0^\pi \theta^m \cos n\theta d\theta$  ,  $b_{m,n} = \int_0^\pi \theta^m \sin n\theta d\theta$  とおくとき , 次の式を示せ . m+1

$$a_{m+1,n} = -\frac{m+1}{n}b_{m,n}, \quad b_{m+1,n} = (-1)^{n+1}\frac{\pi^{m+1}}{n} + \frac{m+1}{n}a_{m,n}$$

(2) 半径 1 の球面上の定点を端点とする長さ  $\pi$  のひもを考える.このひもが球の外側の空間を動くとき,ひもの通過しうる領域の体積を求めよ.