5 2 以上の自然数 n に対して,関数 $f_n(x)$ を

$$f_n(x) = (x-1)(2x-1)\cdots(nx-1)$$

と定義する。 $k=1,\,2,\,\cdots,\,n-1$ に対して, $f_n(x)$ が区間 $\frac{1}{k+1} < x < \frac{1}{k}$ でただ 1 つの 極値をとることを証明せよ。