3 k を正の実数とする.座標空間において,原点 O を中心とする半径 1 の球面上の 4 点 $A,\,B,\,C,\,D$ が次の関係式を満たしている.

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OD} = \frac{1}{2},$$

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = -\frac{\sqrt{6}}{4},$$

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OD} = k$$

このとき,k の値を求めよ.ただし,座標空間の点 X,Y に対して, $\overrightarrow{OX}\cdot\overrightarrow{OY}$ は, \overrightarrow{OX} と \overrightarrow{OY} の内積を表す.