平面上で放物線  $y=1-x^2$  と x 軸とで囲まれた図形に内接する三角形を考える.放物線上の定点  $A(a,\,1-a^2)\;(0\le a\le 1)$  を 1 頂点とする内接三角形の面積の最大値を求めよ.