- 5 以下の問いに答えよ。
- (1) 実数 θ に対し,

$$\alpha = \cos \theta + i \sin \theta, \quad \beta = \cos \theta - i \sin \theta$$

とおく。すべての自然数 n に対して ,

$$\alpha^n = \cos n\theta + i\sin n\theta, \quad \beta^n = \cos n\theta - i\sin n\theta$$

が成り立つことを示せ。ただし, i は虚数単位を表す。

- (2) $\theta=rac{2\pi}{7}$ とし,(1) で定めた lpha,eta を考える。 $lpha^7=1$ を示せ。また,k,l は自然数で k+l が 7 の倍数のとき, $lpha^k=eta^l$ となることを示せ。
- (3) $\theta=rac{2\pi}{7}$ とし,(1) で定めた lpha,eta を考える。

$$A = \alpha + \alpha^2 + \alpha^4$$
, $B = \beta + \beta^2 + \beta^4$

とおいたとき,A+B,ABの値を求めよ。

(4) $heta=rac{2\pi}{7}$ のとき , $\sin heta+\sin2 heta+\sin4 heta$ の値を求めよ。