$$2$$
 $P_0(x)=1$, $P_1(x)=x$, $P_2(x)=rac{1}{2}(3x^2-1)$ とおくとき , 次の問に答えよ .

(1)
$$\int_{-1}^1 P_m(x) P_n(x) dx \; (0 \leqq m \leqq n \leqq 2) \; \mathfrak{O}値を定めよ \; .$$

(2) a_0 , a_1 , a_2 を定数として,

$$f(x) = a_0 P_0(x) + a_1 P_1(x) + a_2 P_2(x)$$

とおく.このとき,

$$a_k = \frac{2k+1}{2} \int_{-1}^1 f(x) P_k(x) dx \quad (k=0, 1, 2)$$

が成り立つことを示せ.