$a_0>0$, $a_k\geqq0$ $(k=1,\,2,\,\cdots,\,n)$, $\sum_{k=0}^n a_k=1$ のとき , 方程式 $x=\sum_{k=0}^n a_k x^k$ が 0< x<1 を満たすただ 1 つの根をもつための必要十分条件は $\sum_{k=1}^n k a_k>1$ であることを証明せよ .