り ・ 座標空間内において,ベクトル

$$\overrightarrow{a} = (1, 2, 1), \quad \overrightarrow{b} = (1, 1, -1), \quad \overrightarrow{c} = (0, 0, 1)$$

が定める 2 直線

$$l:s\overrightarrow{a},\quad l':t\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}\quad (s,t$$
は実数)

を考える。点 A_1 を原点 $(0,\,0,\,0)$ とし,点 A_1 から直線 l' に下ろした垂線を A_1B_1 とおく。次に,点 $B_1(t_1\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c})$ から直線 l に下ろした垂線を B_1A_2 とおく。同様に,点 $A_k(s_k\overrightarrow{a})$ から直線 l' に下ろした垂線を A_kB_k ,点 $B_k(t_k\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c})$ から直線 l に下ろした垂線を B_kA_{k+1} とする手順を繰り返して,点 $A_n(s_n\overrightarrow{a})$, $B_n(t_n\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c})$ (n は正の整数)を定める。

- (1) s_n を用いて s_{n+1} を表せ。
- (2) 極限値 $S = \lim_{n \to \infty} s_n, T = \lim_{n \to \infty} t_n$ を求めよ。
- (3) (2) で求めた S,T に対して,点 A,B をそれぞれ $A(S\overrightarrow{a}),B(T\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c})$ とおくと,直線 AB は 2 直線 l,l' の両方と直交することを示せ。