(1) 任意の正の整数 n に対して,次の不等式が成立する.

$$(n+6)^2 < 2^{n+5}$$

この事実を,数学的帰納法で証明せよ.

(2) $1+3+5+\cdots+(2k+1)=2^k+4$ を満たす正の整数 k を求めよ.