$$\begin{cases} a_1 = 1, \\ a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + \frac{1}{n+1} & (n = 1, 2, \dots) \end{cases}$$

このとき , 各自然数 n に対して不等式  $a_n \leqq \frac{4}{n}$  が成り立つことを証明せよ .