

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)
Институт Финансовых Технологий и Экономической Безопасности
Кафедра Финансового мониторинга

Лабораторная работа №3
по дисциплине «Эконометрика»

Выполнил студент группы С20-702:
Проверил:

Нуритдинходжаева А.А.
Домашова Д.В.

Оглавление

| | |
|--|----|
| 1. Постановка задачи..... | 3 |
| 2. Визуальный анализ..... | 4 |
| 3. Критерий Дарбина-Уотсона | 7 |
| 4. Построение обобщенной линейной модели множественной регрессии | 8 |
| Вывод..... | 12 |
| Приложение А | 13 |
| Приложение Б | 15 |

1. Постановка задачи

Рассмотрим процедуру исследования линейной модели множественной регрессии на наличие или отсутствие автокорреляции на основе информации о результатах голосования по поправкам в Конституцию (y), задолженности по кредитам предоставленным кредитным организациями физическим лицам (x_4), средств (вкладов) физических лиц на рублевых счетах в Сбербанке России (x_5), среднедушевые доходы населения (x_7).

$$\hat{y} = 86,03118 - 0,12325x_4 - 0,10977x_5 + 0,00031x_7$$

Исходные данные приведены в Приложении А.

Для оценки параметров регрессионной модели воспользуемся методом пошаговой регрессии (методом исключения переменных). Процедура построения уравнения множественной регрессии более подробно рассмотрена в лабораторной работе №1.

Результаты оценивания представлены в таблице 1.

Таблица 1 Результат оценивания параметров регрессионной модели

| N=8 5 | Regression Summary for Dependent Variable: y (исходные in Данные) R= ,58004301 R²= ,33644989 Adjusted R²= ,31187396 F(3,81)=13,690 p<,00000 Std/Error of estimate: 7,8739 | | | | | |
|-----------|---|----------------|----------|---------------|----------|----------|
| | b* | Std.Err. of b* | b | Std.Err. of b | t(81) | p-value |
| Intercept | | | 86,03118 | 2,413853 | 35,64061 | 0,000000 |
| x4 | -0,664366 | 0,155096 | -0,12325 | 0,028772 | -4,28359 | 0,000050 |
| x5 | -0,519770 | 0,146013 | -0,10977 | 0,030836 | -3,55974 | 0,000624 |
| x7 | 0,663058 | 0,192380 | 0,00031 | 0,000090 | 3,44661 | 0,000903 |

```
independentVariables = data.drop(columns=['Y'])
independentVariables.head()
```

```
def YX(data, response, vars_x):
    nones = pandas.DataFrame({'Intercept': ones(data.shape[0])})
    X = nones.join(data.loc[:, vars_x])
    Y = data[response]
    return (Y, X)
Y, X = YX(data, 'Y', independentVariables.columns.tolist())
model = sm.OLS(Y, X).fit()
model.summary()
```

OLS Regression Results

| | | | |
|-------------------|------------------|---------------------|----------|
| Dep. Variable: | Y | R-squared: | 0.336 |
| Model: | OLS | Adj. R-squared: | 0.312 |
| Method: | Least Squares | F-statistic: | 13.69 |
| Date: | Fri, 19 May 2023 | Prob (F-statistic): | 2.63e-07 |
| Time: | 08:12:21 | Log-Likelihood: | -293.96 |
| No. Observations: | 85 | AIC: | 595.9 |
| Df Residuals: | 81 | BIC: | 605.7 |
| Df Model: | 3 | | |

Covariance Type: nonrobust

| | coef | std err | t | P> t | [0.025 | 0.975] |
|-----------|---------|----------|--------|-------|--------|--------|
| Intercept | 86.0312 | 2.414 | 35.641 | 0.000 | 81.228 | 90.834 |
| x4 | -0.1232 | 0.029 | -4.284 | 0.000 | -0.180 | -0.066 |
| x5 | -0.1098 | 0.031 | -3.560 | 0.001 | -0.171 | -0.048 |
| x7 | 0.0003 | 8.97e-05 | 3.447 | 0.001 | 0.000 | 0.000 |

Omnibus: 0.223 Durbin-Watson: 2.292
 Prob(Omnibus): 0.895 Jarque-Bera (JB): 0.213
 Skew: 0.112 Prob(JB): 0.899
 Kurtosis: 2.902 Cond. No. 1.49e+05

По данным Приложения А:

- 1) построить МНК-оценки коэффициентов линейной модели множественной регрессии;
- 2) исследовать регрессионные остатки на наличие автокорреляции;
- 3) используя процедуру Кохрейна-Оркатта, построить ОМНК-оценки параметров ОЛММР с автокоррелированными остатками.

2. Визуальный анализ

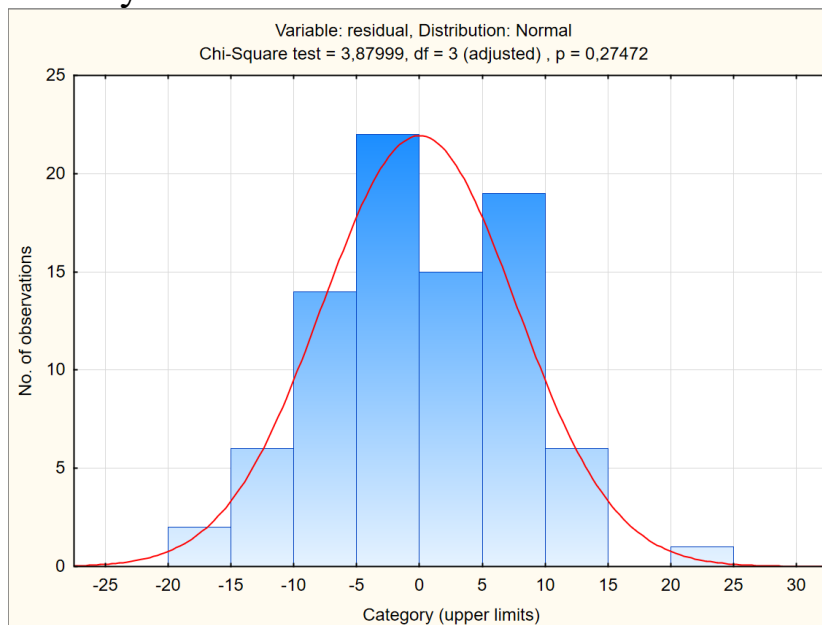


Рисунок 1 Гистограмма распределения регрессионных остатков

E=model.resid

import matplotlib.pyplot as plt

from scipy.stats import norm, kstest

```

from numpy import arange

#зададим размер гистограммы
plt.figure(figsize=(9, 6))

# построим гистограмму остатков
histData = plt.hist(E)

#построим красную линию, соответствующую ожидаемому нормальному
распределению
range_ = arange(min(E), max(E), 0.05)
coefY = len(E) * (histData[1][1] - histData[1][0])

plt.plot(range_,
         [norm(E.mean(),E.std()).pdf(x) * coefY for x in range_],
         color='r')

#нанесем деления оси абцисс\n",
plt.xticks(histData[1])

#проведем тест К-С
KS_maxD, KS_PValue = kstest(E, cdf='norm', args=(E.mean(), E.std()))

#название гистограммы
plt.title("Histogram of the distribution of regression residues\n" +
         "Distribution: Normal\n" +
         "Kolmogorov-Smirnov test = {:.5}, p-value = {:.5}".format(KS_maxD, KS_PValue),
         fontsize=15)

#подпись осей\n",
plt.ylabel("No. of observations", fontsize=12)
plt.xlabel("Category (upper limits)", fontsize=12)

plt.grid()
plt.show()

```

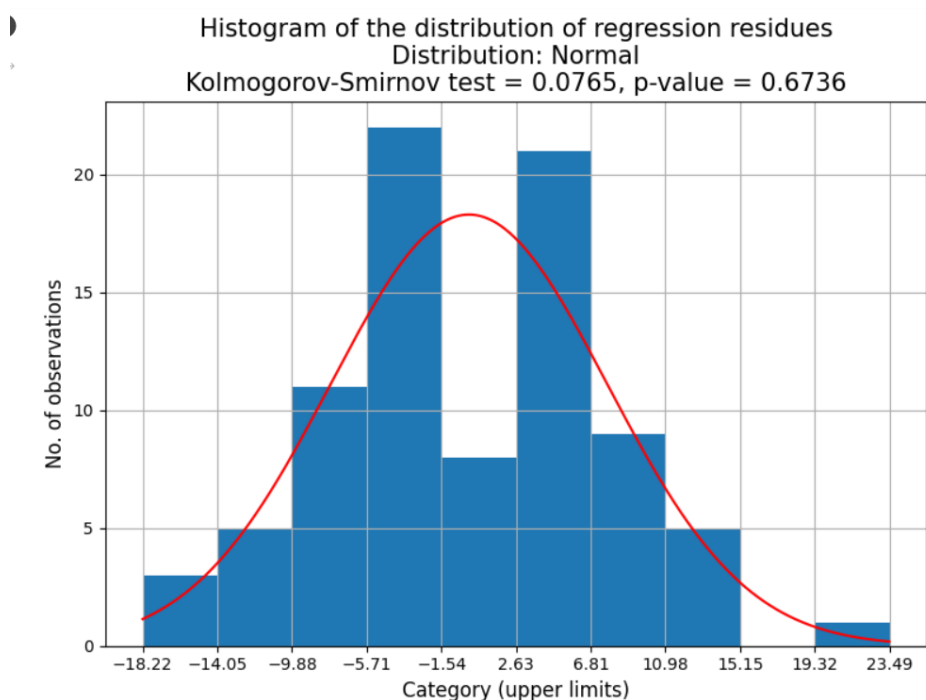


Рисунок 1.2 Гистограмма распределения регрессионных остатков

Результаты формальной проверки гипотезы о нормальном характере распределения регрессионных остатков позволяют ее не отвергнуть, и есть смысл проводить дальнейший анализ построенного уравнения множественной регрессии.

Поскольку построили значимую регрессионную модель, то следующим этапом является исследование регрессионных остатков на наличие/отсутствие автокорреляции.

Наличие автокорреляции можно предположить по графику разброса значений регрессионных остатков, которые в свою очередь могут быть положительно или отрицательно автокоррелированы.

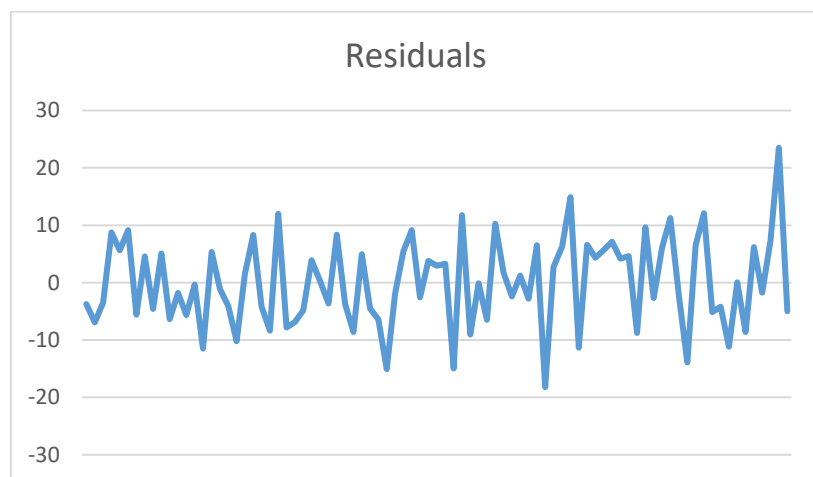


Рисунок 3 График регрессионных остатков

```
plt.figure(figsize=(15, 5))
```

```
plt.grid()
```

```
plt.title("Зависимость значений регрессионных остатков от номера наблюдения",  
fontsize=15)
```

```
range_ = arange(1, 86, 1)
```

```
plt.plot(range_,E)
pylab.plot( range_,E,'o')
plt.show()
```



Рисунок 4.1 График регрессионных остатков

На рисунке 2 видно, что явной зависимости нет и тенденции к частому изменению знака не наблюдается. Следовательно, можно предположить отсутствие автокорреляции между регрессионными остатками.

Для того, чтобы убедиться в отсутствии автокорреляции воспользуемся критерием Дарбина-Уотсона, с помощью которого сможем подтвердить сделанный вывод о визуальном анализе, либо опровергнуть его.

3. Критерий Дарбина-Уотсона

При проведении теста Дарбина-Уотсона выдвигается нулевая гипотеза $H_0: \rho = 0$ (отсутствие автокорреляции), и альтернативная ей $H_1: \rho \neq 0$ (наличии автокорреляции). Для теста используется статистика:

$$DW = \frac{\sum_{i=1}^n (e_i - e_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2} = 2(1 - r_{e_i e_{i-1}})$$

При проведении теста в программе Statistica мы получаем следующий результат (табл. 2):

Таблица 2 Результаты теста Дарбина-Уотсона

| | Durbin-Watson d (данные in лаб3) and serial correlation of residuals | |
|----------|--|--------------|
| | Durbin-Watson d | Serial Corr. |
| Estimate | 2,291704 | -0,150469 |

```
from statsmodels.stats.stattools import durbin_watson
durbin_watson(model.resid)
```

2.291704532994178

Значение критерия больше 2, оно составляет 2,291704, предположение об отсутствии автокорреляции допустимо. Для расчета критического значения воспользуемся таблицей значений статистики Дарбина-Уотсона. В нашем случае для $\alpha=0,05$, $n = 85$, $k = 3$ получаем $d_n = 1,57$ и $d_b = 1,72$. Так как $4-d_b < DW < 4-d_n$, $2,28 < 2,29 < 2,43$, следовательно гипотеза не может быть ни принята, ни отвергнута, и вопрос о наличии автокорреляции остается открытым.

4. Построение обобщенной линейной модели множественной регрессии

Для построения обобщенной линейной модели множественной регрессии нам нужно рассчитать ОМНК-оценки коэффициентов уравнения регрессии:

$$b_{\text{ОМНК}} = (X^T \cdot \Sigma_0 \cdot X)^{-1} \cdot (X^T \cdot \Sigma_0^{-1} \cdot Y)$$

При наличии автокорреляции первого порядка матрица (Σ^{-1}_0) имеет вид:

$$\Sigma_0^{-1} = \frac{1}{1 - (\rho^{(1)})^2} \begin{pmatrix} 1 & -\rho^{(1)} & \dots & 0 \\ -\rho^{(1)} & 1 + (\rho^{(1)})^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

Таким образом, задача сводится к оценке параметра ρ . Для решения этой задачи воспользуемся процедурой Кохрейна-Оркатта:

- 1) С помощью метода МНК оцениваем уравнение регрессии;
- 2) Используя построенную оценку, рассчитываем регрессионные остатки первой итерации.
- 3) Оцениваем коэффициент регрессии

$$e_i^{(1)} = \rho \cdot e_{i-1}^{(1)} + \delta_i^{(1)}, i = \overline{1, 85}$$

В результате получаем, что $\hat{\rho}^{(1)} = -0,15047$

| Regression Summary for Dependent Variable: y0 (паб3) R= ,15030262 R?= ,02259088 Adjusted R?= ,01081487 F(1,83)=1,9184 p | | | | | | |
|---|-----------|----------------|-----------|---------------|----------|----------|
| N=84 | b* | Std.Err. of b* | b | Std.Err. of b | t(83) | p-value |
| x0 | -0,150303 | 0,108517 | -0,150469 | 0,108638 | -1,38506 | 0,169747 |

- 4) Строим матрицу (Σ_0^{-1}) (рис.3) и вычисляем оценки $b_{\text{ОМНК}}$ (рис.4)

| | | | | | | | | | | | | | |
|----------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| $\Sigma 0(-1)$ | 1,023165 | 0,153955 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 0,153955 | 1,046331 | 0,153955 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 0,153955 | 1,046331 | 0,153955 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | 0,153955 | 1,046331 | 0,153955 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | 0,153955 | 1,046331 | 0,153955 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,153955 | 1,046331 | 0,153955 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,153955 | 1,046331 | 0,153955 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,153955 | 1,046331 | 0,153955 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,153955 | 1,046331 | 0,153955 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,153955 | 1,046331 | 0,153955 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,153955 | 1,046331 | 0,153955 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,153955 | 1,046331 | 0,153955 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,153955 | 1,046331 |

Рисунок 3 Матрица на 1 итерации

| б _{омнк} | |
|-------------------|----------|
| b0 | 85,51497 |
| b4 | -0,1242 |
| b5 | -0,1054 |
| b7 | 0,000315 |

Рисунок 4 Оценки на 1 итерации

5) Вычисляем регрессионные остатки на первой итерации. Оценки вектора регрессионных остатков приведена в приложении Б.

После расчетов $\hat{\rho}^{(2)} = 0,836864$

| | | | | | | |
|----------|---|----------------|----------|---------------|----------|----------|
| N=8 5 | Regression Summary for Dependent Variable: y1 (лаб3) R= ,81938803 R?= ,67139674 Adjusted R?= ,66748480 F(1,84)=171,63 p | | | | | |
| | b* | Std.Err. of b* | b | Std.Err. of b | t(84) | p-value |
| | x1 | 0,819388 | 0,062546 | 0,836864 | 13,10066 | 0,000000 |

6) Строим матрицу (Σ_0^{-1}) (рис.5) и вычисляем оценки $b_{\text{омнк}}$ (рис.6)

| | | | | | | | | | | | | | |
|----------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| $\Sigma 0(-1)$ | 3,337137 | -2,79273 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | -2,79273 | 5,674274 | -2,79273 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | -2,79273 | 5,674274 | -2,79273 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | -2,79273 | 5,674274 | -2,79273 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | -2,79273 | 5,674274 | -2,79273 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | -2,79273 | 5,674274 | -2,79273 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -2,79273 | 5,674274 | -2,79273 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -2,79273 | 5,674274 | -2,79273 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -2,79273 | 5,674274 | -2,79273 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -2,79273 | 5,674274 | -2,79273 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -2,79273 | 5,674274 | -2,79273 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -2,79273 | 5,674274 | -2,79273 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -2,79273 | 5,674274 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -2,79273 |

Рисунок 5 Матрица на 2 итерации

| б _{омнк} | |
|-------------------|----------|
| b0 | 88,0992 |
| b4 | -0,12691 |
| b5 | -0,13347 |
| b7 | 0,000305 |

Рисунок 6 Оценки на 2 итерации

- 7) Вычисляем регрессионные остатки на второй итерации. Оценки вектора регрессионных остатков приведена в приложении Б.

После расчетов $\hat{\rho}^{(3)} = 0,858865$

| Regression Summary for Dependent Variable: y2 (лаб3) R= ,84468299 R?= ,71348935 Adjusted R?= ,71007851 F(1,84)=209,18 p | | | | | | |
|---|----------|-------------------|----------|------------------|----------|----------|
| N=8 5 | b* | Std.Err. of b* | b | Std.Err. of b | t(84) | p-value |
| x2 | 0,844683 | 0,058402 | 0,858865 | 0,059383 | 14,46315 | 0,000000 |

- 8) Строим матрицу (Σ_0^{-1}) (рис.7) и вычисляем оценки $b_{омнк}$ (рис.8)

| | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Σ_0^{-1} | 3,811696 | -3,27373 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | -3,27373 | 6,623393 | -3,27373 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | -3,27373 | 6,623393 | -3,27373 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | -3,27373 | 6,623393 | -3,27373 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | -3,27373 | 6,623393 | -3,27373 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | -3,27373 | 6,623393 | -3,27373 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -3,27373 | 6,623393 | -3,27373 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -3,27373 | 6,623393 | -3,27373 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -3,27373 | 6,623393 | -3,27373 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -3,27373 | 6,623393 | -3,27373 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -3,27373 | 6,623393 | -3,27373 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -3,27373 | 6,623393 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -3,27373 |

Рисунок 7 Матрица на 3 итерации

| б _{омнк} | |
|-------------------|----------|
| b0 | 88,03433 |
| b4 | -0,12696 |
| b5 | -0,1336 |
| b7 | 0,000305 |

Рисунок 8 Оценки на 3 итерации

- 9) Вычисляем регрессионные остатки на третьей итерации. Оценки вектора регрессионных остатков приведена в приложении Б.

После расчетов $\hat{\rho}^{(4)} = 0,858482$

| Regression Summary for Dependent Variable: y3 (лаб3) R= ,84429617 R?= ,71283602 Adjusted R?= ,70941740 F(1,84)=208,52 p | | | | | | |
|---|----------|-------------------|----------|------------------|----------|----------|
| N=8 5 | b* | Std.Err. of b* | b | Std.Err. of b | t(84) | p-value |
| x3 | 0,844296 | 0,058469 | 0,858482 | 0,059451 | 14,44008 | 0,000000 |

eps=0.001

r_new = 10

E=forwardModel.resid

```

import numpy as np
E = np.array(E)[: , np.newaxis]
Ye=np.copy(E[1:])
Xe=np.copy(E[:n])
while(1):
    r=1/np.dot(Xe.T,Xe)*(np.dot(Xe.T,Ye))
    Cov = (1/(1-r**2))*((-r)*np.eye(n+1,n+1,-1)+(1+r**2)*np.eye(n+1,n+1,0)+(-
r)*np.eye(n+1,n+1,1))
    Cov[0,0]=1
    Cov[n,n]=1
    b_new=np.linalg.inv(np.dot(X.T,Cov).dot(X)).dot(np.dot(X.T,Cov)).dot(Y)
    e_new = Y - np.dot(X,b_new)
    Ye = np.copy(e_new[1:])
    Ye = Ye[:,np.newaxis]
    Xe = np.copy(e_new[:n])
    Xe = Xe[:,np.newaxis]
    print(b_new)
    print('\n')
    if (abs(r_new - r[0][0])<= eps):
        break
    r_new = r[0][0]

```

```
[ 8.55197334e+01 -1.24195593e-01 -1.05354900e-01  3.15350281e-04]
```

```
[ 8.54942087e+01 -1.24267686e-01 -1.05130991e-01  3.15722089e-04]
```

```
[ 8.54929731e+01 -1.24271244e-01 -1.05120135e-01  3.15740254e-04]
```

```

S = ((Y-X.dot(b_new)).T.dot(Cov).dot(Y-X.dot(b_new)))*(1/(n-k))
Eb = S*np.linalg.inv(np.dot(X.T,Cov).dot(X))
Eb.diagonal()*0.5

```

```
[2.27769808e+00, 2.83377895e-02, 2.90307852e-02, 8.59640234e-05]
```

Вычислим $|\hat{\rho}^{(3)} - \hat{\rho}^{(2)}| = |0,858865 - 0,836864| = 0,022001$

Данный результат означает, что процесс стабилизировался, поэтому прекращаем процедуру Кохрейна-Орактта и в качестве итоговых оценок коэффициентов уравнения регрессии берём оценки, полученные на третьей итерации.

Получим новое уравнение регрессии, в котором отсутствует автокорреляция:

$$\hat{y} = 88,03 - 0,13x_4 - 0,13x_5 + 0,000305x_7$$

Используя полученные результаты, определим оценку коэффициента детерминации.

Результаты расчетов представлены в Таблице 3

Таблица 3 Расчеты для оценки адекватности

| | |
|-------|-------------|
| Qфакт | 11507,31703 |
| Qобщ | 13 353,60 |

| | |
|-------------------|-------------|
| R ² | 0,861738966 |
| F _{расч} | 168,2827861 |
| F _{кр} | 2,717342734 |

Т.к. $F_{расч} > F_{кр}$, следовательно, отвергаем гипотезу о незначимости модели.

```

from scipy.stats import f
Fkr = f.ppf(0.95,X.shape[1]-1,X.shape[0]-1)
Y = X.dot(b_new)
Qost = e_new.T.dot(e_new)
Qfact = (Y - np.mean(Y)).T.dot(Y - np.mean(Y))
R2=Qfact/(Qfact+Qost)
F = (R2/k)/((1-R2)/(n-k-1))
print("F(расчетное)=",F,"F(критическое)=", Fkr)
if F>Fkr:
    print("%.3f"%F, ">", "%.3f"%Fkr, "=> Отвергаем гипотезу о незначимости")
else:
    print('{:.3f}'.format(F), "<", '{:.3f}'.format(Fkr), "=> Принимаем гиотезу о незначимости")

```

F(расчетное)= 12.670586776061251 F(критическое)= 2.713227129429893
 12.671 > 2.713 => Отвергаем гипотезу о незначимости

Вывод

1. На основании построенных ОМНК-оценок регрессионной модели было получено следующее уравнение регрессии:

$$\hat{y} = 88,03 - 0,13x_4 - 0,13x_5 + 0,000305x_7$$

2. При увеличении задолженностей по кредитам предоставленным кредитным организациями физическим лицам на 1, результаты голосования по поправкам в Конституцию уменьшатся на 0,13.
3. При увеличении средств (вкладов) физических лиц на рублевых счетах в Сбербанке России на 1 результаты голосования по поправкам в Конституцию уменьшатся на 0,13.
4. При увеличении среднедушевого дохода населения на 1 результаты голосования по поправкам в Конституцию увеличатся на 0,000305.

Приложение А

Исходные данные:

| Наименование | у | х4 | х5 | х7 |
|--|-------|-----|-----|--------|
| Алтайский край | 71,91 | 114 | 59 | 32729 |
| Амурская область | 70,42 | 153 | 74 | 59187 |
| Архангельская область без автономного округа | 65,78 | 172 | 121 | 57076 |
| Астраханская область | 86,7 | 120 | 56 | 41615 |
| Белгородская область | 81,76 | 109 | 84 | 41349 |
| Брянская область | 87,55 | 98 | 60 | 35578 |
| Владимирская область | 71,18 | 105 | 73 | 37708 |
| Волгоградская область | 83,39 | 102 | 58 | 38073 |
| Вологодская область | 71,16 | 129 | 77 | 45453 |
| Воронежская область | 80,07 | 109 | 93 | 40730 |
| г. Москва | 65,29 | 178 | 245 | 111395 |
| Еврейская автономная область | 77,30 | 122 | 67 | 50039 |
| Забайкальский край | 72,92 | 132 | 61 | 50193 |
| Ивановская область | 76,23 | 94 | 71 | 31881 |
| Иркутская область | 64,28 | 146 | 83 | 54318 |
| Кабардино-Балкарская Республика | 90,48 | 59 | 29 | 31172 |
| Калининградская область | 72,5 | 132 | 81 | 41298 |
| Калужская область | 70,17 | 139 | 86 | 47854 |
| Камчатский край | 61,76 | 201 | 163 | 92667 |
| Карачаево-Черкесская Республика | 84,8 | 77 | 30 | 32128 |
| Кемеровская область — Кузбасс | 87,29 | 123 | 63 | 48411 |
| Кировская область | 70,89 | 124 | 60 | 35390 |
| Костромская область | 67,92 | 107 | 67 | 34989 |
| Краснодарский край | 88,92 | 117 | 66 | 40955 |
| Красноярский край | 70,10 | 152 | 72 | 60026 |
| Курганская область | 69,58 | 121 | 51 | 35356 |
| Курская область | 73,92 | 107 | 59 | 40206 |
| Ленинградская область | 79,12 | 159 | 67 | 52513 |
| Липецкая область | 78,12 | 105 | 71 | 40185 |
| Магаданская область | 62,03 | 242 | 219 | 108460 |
| Московская область | 78,96 | 190 | 106 | 63414 |
| Мурманская область | 62,54 | 196 | 172 | 75495 |
| Ненецкий автономный округ | 44,42 | 216 | 185 | 44854 |
| Нижегородская область | 79,31 | 116 | 91 | 41162 |
| Новгородская область | 71,44 | 118 | 71 | 39473 |
| Новосибирская область | 67,59 | 155 | 66 | 46444 |
| Омская область | 62,09 | 124 | 56 | 40655 |
| Оренбургская область | 73,60 | 136 | 50 | 38146 |
| Орловская область | 79,74 | 115 | 77 | 35174 |
| Пензенская область | 85,25 | 108 | 71 | 36058 |
| Пермский край | 70,75 | 141 | 85 | 45178 |
| Приморский край | 78,86 | 144 | 93 | 55076 |
| Псковская область | 78,74 | 108 | 69 | 34727 |
| Республика Адыгея (Адыгея) | 84,55 | 95 | 36 | 35633 |
| Республика Алтай | 66,16 | 105 | 36 | 38702 |
| Республика Башкортостан | 88,68 | 134 | 50 | 41647 |
| Республика Бурятия | 71,95 | 115 | 42 | 44709 |
| Республика Дагестан | 90,34 | 26 | 21 | 32180 |
| Республика Ингушетия | 85,89 | 16 | 12 | 31230 |
| Республика Калмыкия | 84,00 | 147 | 40 | 33167 |
| Республика Карелия | 70,46 | 169 | 107 | 49303 |
| Республика Коми | 65,08 | 195 | 118 | 59721 |
| Республика Крым | 90,07 | 31 | 46 | 37993 |
| Республика Марий Эл | 75,76 | 104 | 50 | 35202 |
| Республика Мордовия | 85,60 | 101 | 46 | 34441 |
| Республика Саха (Якутия) | 58,34 | 219 | 73 | 82555 |
| Республика Северная Осетия — Алания | 82,83 | 87 | 48 | 32603 |
| Республика Татарстан (Татарстан) | 82,81 | 136 | 60 | 44854 |
| Республика Тыва | 96,79 | 129 | 23 | 46092 |
| Республика Хакасия | 69,52 | 118 | 47 | 47148 |
| Ростовская область | 83,54 | 113 | 65 | 39045 |
| Рязанская область | 79,1 | 122 | 80 | 40282 |
| Самарская область | 80,55 | 121 | 86 | 42729 |
| Санкт-Петербург | 77,66 | 195 | 136 | 75920 |
| Саратовская область | 82,24 | 104 | 60 | 37089 |
| Сахалинская область | 74,84 | 212 | 173 | 94587 |
| Свердловская область | 65,97 | 146 | 75 | 48347 |
| Севастополь | 84,6 | 34 | 172 | 39127 |
| Смоленская область | 71,97 | 116 | 75 | 36097 |
| Ставропольский край | 84,85 | 96 | 62 | 37090 |
| Тамбовская область | 87,41 | 101 | 71 | 33689 |
| Тверская область | 71,87 | 127 | 77 | 39692 |
| Томская область | 64,86 | 131 | 61 | 50481 |
| Тульская область | 83,06 | 124 | 71 | 43892 |
| Тюменская область без автономных округов | 85,57 | 176 | 74 | 55770 |
| Удмуртская Республика | 68,92 | 142 | 58 | 38564 |
| Ульяновская область | 71,16 | 115 | 69 | 35991 |
| Хабаровский край | 62,28 | 158 | 104 | 59247 |
| Ханты-Мансийский автономный округ — | 69 | 271 | 92 | 85211 |
| Челябинская область | 69,54 | 123 | 56 | 43477 |
| Чеченская Республика | 97,92 | 25 | 6 | 30942 |
| Чувашская Республика — Чувашия | 72,57 | 126 | 65 | 35531 |
| Чукотский автономный округ | 80,3 | 231 | 228 | 130483 |
| Ямало-Ненецкий автономный округ | 89,16 | 335 | 136 | 115987 |
| Ярославская область | 70,69 | 108 | 90 | 41389 |

| | y | x4 | x5 | x7 |
|---|----------|------------|------------|--------------|
| 0 | 71.91 | 113.818441 | 59.074254 | 32729.066667 |
| 1 | 70.42 | 152.949959 | 74.094058 | 59187.475000 |
| 2 | 65.78 | 171.649203 | 120.779311 | 57076.416667 |
| 3 | 86.70 | 119.958612 | 55.908922 | 41614.916667 |
| 4 | 81.76 | 109.315794 | 83.862578 | 41348.641667 |

Приложение Б

Оценки регрессионных остатков

| new1_ei | new2_ei | new3_ei |
|--------------|--------------|--------------|
| -44,29262736 | -48,50506412 | -48,45302223 |
| -41,9001245 | -46,97991282 | -46,93149566 |
| -53,78310483 | -60,22423024 | -60,18271877 |
| -19,60604736 | -24,08569964 | -24,03344778 |
| -26,17057671 | -31,4060069 | -31,35691745 |
| -16,42204439 | -20,95025835 | -20,89752653 |
| -35,05536754 | -39,97403688 | -39,92333782 |
| -20,9687753 | -25,46900071 | -25,41627698 |
| -38,47666804 | -43,58228478 | -43,53320832 |
| -28,76376212 | -34,25451231 | -34,20659049 |
| -68,15467725 | -78,1096167 | -78,08458123 |
| -30,44107835 | -35,23826275 | -35,18755037 |
| -35,43547295 | -40,08380871 | -40,03273528 |
| -28,40507011 | -33,22672243 | -33,17522749 |
| -48,07857044 | -53,38963269 | -53,34205475 |
| -5,505395817 | -9,076600727 | -9,018203202 |
| -37,9574815 | -43,17019114 | -43,12172826 |
| -41,66308812 | -47,03240903 | -46,98489256 |
| -65,95154816 | -73,66684468 | -73,63218036 |
| -13,37186244 | -16,99621415 | -16,93861958 |
| -20,09433378 | -24,78140791 | -24,73020116 |
| -36,39157591 | -40,9987531 | -40,94723136 |
| -37,95033642 | -42,7061865 | -42,65480194 |
| -18,18839064 | -22,95747383 | -22,90648353 |
| -41,89062406 | -46,89849225 | -46,84972515 |
| -36,31856273 | -40,66031976 | -40,60745978 |
| -31,11498908 | -35,63640635 | -35,58394799 |
| -33,28176897 | -38,19326032 | -38,14426318 |
| -27,907932 | -32,77204574 | -32,72109314 |
| -76,67772931 | -86,06811997 | -86,04253678 |
| -41,28757459 | -47,36529364 | -47,32267219 |
| -65,50927362 | -73,46112839 | -73,42740606 |
| -87,37866085 | -95,7298476 | -95,69860617 |
| -30,29059145 | -35,75568776 | -35,70788888 |
| -36,13628335 | -41,01992637 | -40,96947752 |
| -44,17103841 | -49,03554246 | -48,98619749 |
| -44,73347196 | -49,23436155 | -49,18233073 |
| -34,07665704 | -38,43805231 | -38,38576085 |
| -28,16160953 | -33,22580359 | -33,17609265 |
| -21,13741457 | -25,99816551 | -25,94730158 |
| -41,22414095 | -46,57552993 | -46,52798874 |
| -34,37888048 | -39,9704564 | -39,92412992 |

| | | |
|--------------|--------------|--------------|
| -27,52986873 | -32,35206569 | -32,30103073 |
| -16,65506506 | -20,52000943 | -20,4641265 |
| -36,181058 | -40,06342957 | -40,00792733 |
| -18,73377394 | -23,08464447 | -23,03224165 |
| -32,35165668 | -36,44107413 | -36,38686284 |
| -0,602923567 | -3,850792795 | -3,789824309 |
| -2,909134282 | -5,874209537 | -5,811627434 |
| -24,00036958 | -28,11674454 | -28,06366608 |
| -47,29184713 | -53,33293781 | -53,28948592 |
| -57,12993153 | -63,55192932 | -63,5110909 |
| -4,180804654 | -8,144614368 | -8,087137213 |
| -27,97811028 | -32,25292773 | -32,19922268 |
| -17,39226439 | -21,55332743 | -21,49900594 |
| -62,05471113 | -67,279533 | -67,23389762 |
| -18,56469794 | -22,73488345 | -22,68014704 |
| -25,94277611 | -30,58474043 | -30,53375549 |
| -7,145617532 | -10,7258981 | -10,66976049 |
| -35,64605834 | -39,87589457 | -39,82242845 |
| -22,90954296 | -27,63083427 | -27,57948819 |
| -29,91416326 | -35,06502731 | -35,01593852 |
| -29,07547433 | -34,40765319 | -34,35938516 |
| -46,41572699 | -53,35205831 | -53,31358502 |
| -22,5216906 | -27,08306225 | -27,03067044 |
| -55,18173409 | -63,19742448 | -63,16448344 |
| -45,56718967 | -50,66087633 | -50,6122896 |
| -23,33787853 | -30,8551854 | -30,81427189 |
| -35,86493521 | -40,86447938 | -40,81451817 |
| -19,18427406 | -23,77236182 | -23,71986191 |
| -18,16267167 | -23,02438705 | -22,97329831 |
| -37,47259221 | -42,56183075 | -42,51261323 |
| -43,36588973 | -48,01764849 | -47,96655102 |
| -25,30730931 | -30,22727519 | -30,17717808 |
| -29,5971451 | -34,72888339 | -34,68144997 |
| -40,36561369 | -44,96119287 | -44,91019105 |
| -35,96434921 | -40,8096309 | -40,75891802 |
| -53,82394712 | -59,75304611 | -59,70873137 |
| -59,80160498 | -65,69533831 | -65,65445437 |
| -37,20064812 | -41,69220808 | -41,64012064 |
| 8,569269516 | 5,734798001 | 5,797693399 |
| -35,47179131 | -40,22393893 | -40,17314948 |
| -57,88933456 | -67,49650869 | -67,4715568 |
| -52,29798313 | -59,61724252 | -59,58501088 |
| -37,67384121 | -43,0783297 | -43,02996722 |
| -85,51497439 | -88,09919848 | -88,03433201 |