Laboration 3, Linjär algebra

Christian Jenei

November 25, 2020

1

a)

```
A = hilb(12)
dA=det(A)
```

Är matrisen inveterbar?

Eftersom Determinanten av A är 2.7698e-78 och ej lika med 0 är matrisen inverterbar

Lägger du märke till något speciellt i den här beräkningen?

Blir ett väldigt litet tal

b)

```
x = ones([12,1])
b = A*x
```

Förklara unika lösniningen
Eftersom x är lika med "ones([12,1])"

c)

```
xb = A\b

%{
xb =

   0.999999938662128
   1.000007838462005
   0.999751824675852
   1.003400193079303
   0.974958097192129
   1.110458299463376
   0.691212061854872
   1.560539627790581
   0.341217540508531
   1.483515838036137
   0.798589193099357
   1.036349591840494
%}
```

Vad kan du dra för slutsats av resultatet?
Vi får inte tillbaka x (x_{exakt}) utan en vector med nästan lika värden

d)

```
Ai = inv(A)
xi = Ai*b

%{
xi =

   0.968907071277499
   0.980803251266479
   1.053726196289063
   0.990966796875000
   1.004882812500000
   0.941406250000000
   1.085937500000000
   0.937500000000000
   1.328125000000000
   1.187500000000000
   1.007812500000000
   1.005859375000000
%}
```

Vad kan du dra för slutsats av resultatet?
Vi får varningen "Warning: Matrix is close to singular or badly scaled. Results may be inaccurate. RCOND = 2.602837e-17." Vi får fortfarande fel svar men nära till x (x_{exakt})

e)

```
sA=sym(hilb(12))
sx = sym(ones([12,1]))
sb=sym(A*x)

symres=sym(A\b)

%{
symres =

 9007198702258553/9007199254740992
 4503634928665063/4503599627370496
 9004963890146281/9007199254740992
 2259456367827717/2251799813685248
 8781641846432641/9007199254740992
   625132447959217/562949953421312
 6225884768407191/9007199254740992
 7028045686214551/4503599627370496
  768353594143249/2251799813685248
 6681161375377777/4503599627370496
 1798262996232185/2251799813685248
 4667303635638413/4503599627370496
 %}
```

vad händer om du använder symboliska beräkningar?
Nej, blir dock på bråkform

f)

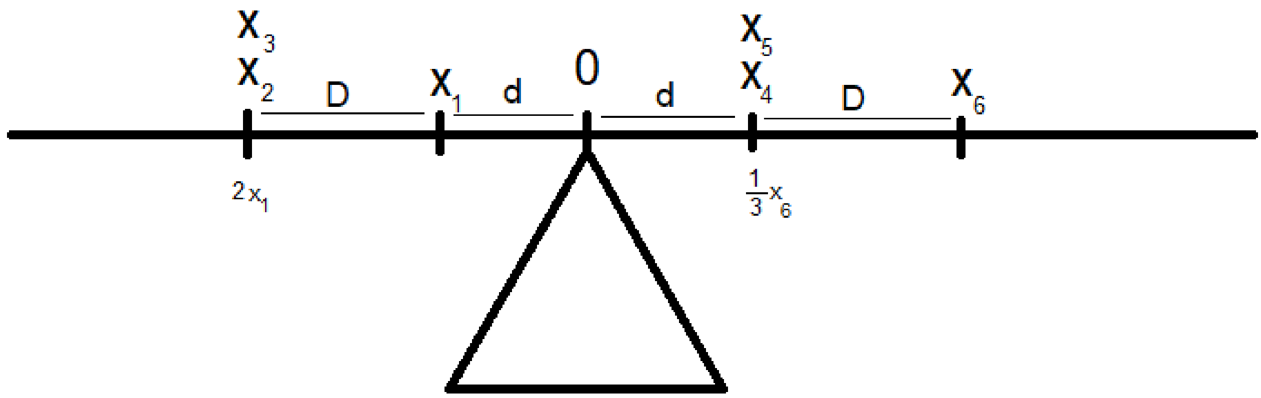
```
for K=1:11
fA = hilb(K)
fAi = inv(fA)
fx = ones([K,1])
fb = fA*fx

fxb = fA\fb
fxi = fAi*fb

if fxb == fx | fxi ==fx
awnsr= K

end
end
```

Vilket är det minsta värdet på k sådant att fenomenet i deluppgifterna c) och d) förekommer?
Enda gången då svaret blir likamed fx (x_{exakt}) är i $\mathbb{R}^1$ det är den enda gången hilbert matrisen inehåller endast heltal

2

a)

Tolka vad dessa villkor betyder.



b)

```
fA = sym('m',[1 6])
x6 = sym('x6')
x5=(1/3)*x6
x4=x5
x1=-x4
x2=2*x1
x3=x2
bx = sym([x1; x2; x3; x4; x5; x6])

bxres = fA*fx
```

Ange ekvationssystemet på formen $Ax = b$.

$$\begin{bmatrix} m_1 & m_2 & m_3 & m_4 & m_5 & m_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{1}{3}x_6 \\ 2 \cdot -\frac{1}{3}x_6 \\ 2 \cdot -\frac{1}{3}x_6 \\ \frac{1}{3}x_6 \\ \frac{1}{3}x_6 \\ x_6 \end{bmatrix} = \mathrm{b}$$

c)

```
m1=10
m2=10
m3=10
m4=10
m5=10
m6=10
mA = [m1 m2 m3 m4 m5 m6]
x6= 1
x5=(1/3)*x6
x4=x5
x1=-x4
x2=2*x1
x3=x2
bx = [x1; x2; x3; x4; x5; x6]
```

Antag att alla barnen väger 10 kg. Ange och beskriv den allmänna lösningen till ekvationssystemet i det här fallet.
Vi får svaret bxres= 0. Detta betyder att vi har jämnvikt

d)

```
m1=10
m2=10
m3=10
m4=8
m5=8
m6=8
mA = [m1 m2 m3 m4 m5 m6]
x6= 1
x5=(1/3)*x6
x4=x5
x1=-x4
x2=2*x1
x3=x2
bx = [x1; x2; x3; x4; x5; x6]
```

Antag nu istället att m1 = m2 = m3 = 10 kg och att m4 = m5 = m6 = 8 kg.
Ange och beskriv den allmänna lösningen till ekvationssystemet i det här fallet
Vi får svaret bxres= -3.3333333333333334. Detta betyder att vi inte har jämnvikt, barnen på den negativa axeln är altså tyngre

e)

```
m1=3
m2=2
m3=4
m4=5
m5=7
m6=1
mA = [m1 m2 m3 m4 m5 m6]
x6= 1
x5=(1/3)*x6
x4=x5
x1=-x4
x2=2*x1
x3=x2
bx = [x1; x2; x3; x4; x5; x6]

bxres = mA*bx
```

Visa med hjälp av ett exempel, där inte alla barnens massor är lika, att ekvationssystemet från b) icketriviala lösningar då m1 + 2m2 + 2m3 = m4 + m5 + 3m6.
Om vi har följande massor: m1=3, m2=2, m3=4, m4=5, m5=7, m6=1

f)

```
mA = sym('m',[1 6])
x6 = sym('x6')
x5=(1/3)*x6
x4=x5
x1=-x4
x2=2*x1
x3=x2
bx = sym([x1; x2; x3; x4; x5; x6])

bxres = sym(mA*bx)
simpbxres = simplify(bxres)
```

Bevisa att ekvationssystemet från b) alltid har icketriviala lösningar då m1 + 2m2 +2m3 = m4 +m5 + 3m6
Vi får utrycket

-(x6*(m1 + 2*m2 + 2*m3 - m4 - m5 - 3*m6))/3

Vi kan observera att lösningen är endast lika med noll då x6 är noll eller då utrycket inom parenteserna är likamed 0, altså:

m1 + 2*m2 + 2*m3 - m4 - m5 - 3*m6 = 0

Vi kan då observera att

m1 + 2*m2 + 2*m3 = m4 + m5 + 3*m6

För att relationen ska vara likamed 0