

Групповой проект. Этап №2

Теплопроводность и детерминированное горения

Горяйнова А.А. Гузева И.Н. Извекова М. П. Алиева М. А. Шошина Е. А.

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Теплопроводность и
детерминированное горение.
Алгоритмы

- Разработка численных алгоритмов для системы уравнений теплопроводности и химической реакции.
- Реализация явной и неявной разностных схем.
- Подготовка к численному моделированию на Julia и OpenModelica.

- Уравнение теплопроводности:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{\partial N}{\partial t}$$

- Уравнение химической реакции:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = -\frac{N}{\tau} e^{-E/T}$$

- Пространственная сетка: $x_i = i \cdot h$
- Временная сетка: $t^n = n \cdot \Delta t$
- Обозначения:
 - T_i^n — температура в узле i в момент времени t^n
 - N_i^n — концентрация реагента в узле i в момент времени t^n

На основе дискретизации системы уравнений:

$$\Delta N_i = -\frac{N_i^n}{\tau} e^{-E/T_i^n} \Delta t$$

$$T_i^{n+1} = T_i^n + \chi \frac{\Delta t}{h^2} (T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n) - \Delta N_i$$

$$N_i^{n+1} = N_i^n + \Delta N_i$$

- Проста в реализации
- Требуется двух массивов (старого и нового слоя)
- Устойчива при $\chi \Delta t / h^2 < 0.5$

Для краевых точек используется адиабатное приближение:

$$T_0 = T_2, \quad T_{n+1} = T_{n-1}$$

*Неявная разностная схема

- Основана на использовании T^{n+1} в правой части уравнений:

$$\frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} = \chi \frac{T_{i+1}^{n+1} - 2T_i^{n+1} + T_{i-1}^{n+1}}{h^2} - \frac{N_i^{n+1} - N_i^n}{\Delta t}$$

- Требует решения системы линейных уравнений на каждом шаге времени
- Более стабильна, чем явная

*Метод помечен звёздочкой, так как в рамках учебной реализации он считается более сложным и может быть опущен при первом приближении. Тем не менее, он крайне важен для стабильности при больших шагах времени.

Критерий	Явная схема	Неявная схема
Устойчивость	Условная	Безусловная
Сложность	Простая	Требует решений СЛАУ
Производительность	Высокая при малом времени	Зависит от метода

- Разработаны две численные схемы: явная и неявная*
- Явная проще, но менее устойчива
- Неявная* — стабильна, но требует решения системы уравнений