Лабораторная работа №2

Задача о погоне

Горяйнова Алёна

Содержание

# 1 Цель работы

Построить математическую модель для выбора правильной стратегии при решении примера задаче о погоне.

# 2 Задание

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 15,5 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4,5 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Записать уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найти точку пересечения траектории катера и лодки

# 3 Теоретическое введение

Кривая погони — кривая, представляющая собой решение задачи о «погоне», которая ставится следующим образом. Пусть точка A равномерно движется по некоторой заданной кривой. Требуется найти траекторию равномерного движения точки P такую, что касательная, проведённая к траектории в любой момент движения, проходила бы через соответствующее этому моменту положение точки A [**wiki:bash?**].

# 4 Выполнение лабораторной работы

Запишем уравнение описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).

Принимем за , – место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров (), а полярная ось проходит через точку нахождения катера береговой охраны.

Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса , только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

Чтобы найти расстояние (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время катер и лодка окажутся на одном расстоянииx от полюса. За это время лодка пройдет , а катер (или , в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как или (во втором случае ). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояниеx можно найти из следующего уравнения:

Отсюда мы найдем два значения и , задачу будем решать для двух случаев.

После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: - радиальная скорость и - тангенциальная скорость. Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса, . Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем .

Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости на радиус , .

Получаем:

Из чего можно вывести:

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

С начальными условиями для первого случая:

Или для второго:

Исключая из полученной системы производную по , можно перейти к следующему уравнению:

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

## 4.1 Построение модели

В результате получаем такой рисунок (рис. 1):

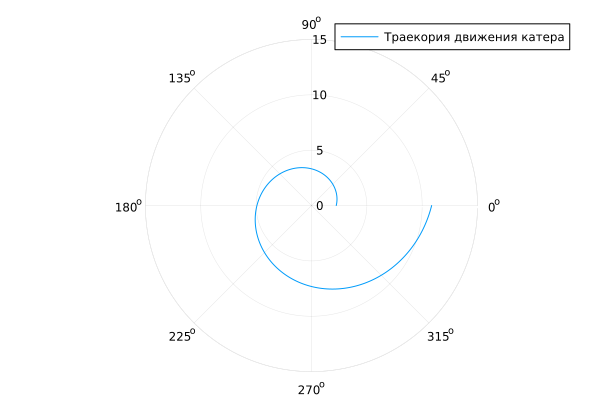


Рис. 1: Траекория движения катера в 1 случае

В результате получаем такой рисунок (рис. 2):

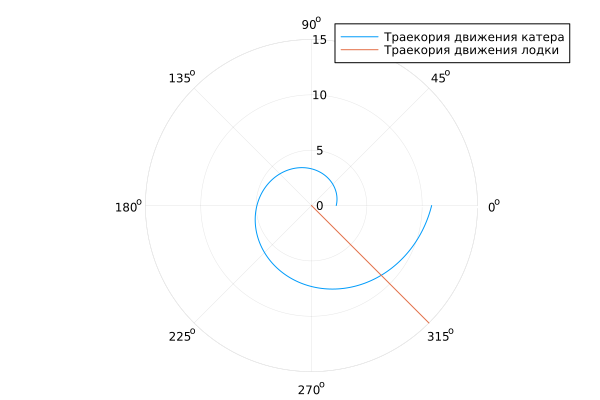


Рис. 2: Траекория движения катера и лодки

Теперь перейдем к решению в случае 2.

В результате получаем такой рисунок (рис. **¿fig:003?**):

В результате получаем такой рисунок (рис. 3):

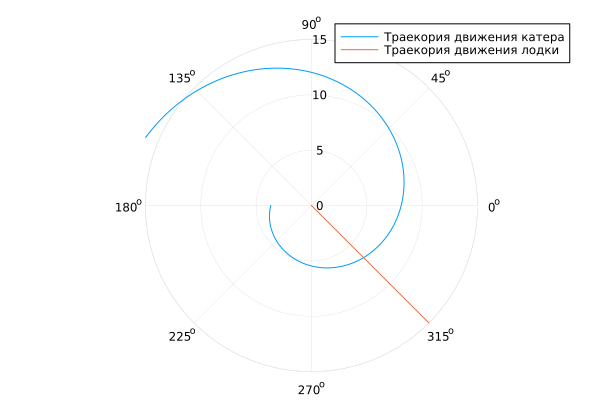


Рис. 3: Траекория движения катера во 2 случае

y2(x)=(114*exp((10*x/sqrt(1581))+(10\*pi/sqrt(1581))))/(31)

# 5 подставим в точное решение угол, под которым движется лодка браконьеров для нахождения точки пересечения

y2(fi-pi)

# 6 точка пересечения лодки и катера для 2 случая

6.651143558300665 ```

# 7 Выводы

В процессе выполнения данной лабораторной работы я построила математическую модель для выбора правильной стратегии при решении примера задаче о погоне.

# Список литературы