Самостійна робота. Тема 12.

Чисельні методи розв'язання інтегральних рівнянь.

Завдання . На основі прикладу 14.1 (с. 152) зі збірника з пакетом R виконати розв’язання інтегрального рівняння *методом послідовних наближень*. Знайти чисельний розв’язок диференціального рівняння

Оцінка 4 накопичувальних балів.

Дано інтегральне рівняння

$$u(x) - \lambda \int_a^b K(x,\xi) u(\xi) d\xi = f(x), \qquad a \le x \le b,$$

та початкове наближення $u_0(x)$. Якщо в умові Вашого прикладу не вказано окремо $u_0(x)$, то вважати що $u_0(x) = f(x)$

Завдання (варіанти):

1) $u(x) = 1 - \int_0^x u(t)dt, \quad u_0(x) = 0;$

2) $u(x) = \frac{x^2}{2} + x - \int_0^x u(t)dt, \qquad u_0(x) = \frac{x^2}{2} + x;$

3) $u(x) = 1 - x^2 - \int_0^x xu(t)dt, \qquad u_0(x) = 1;$

4) $u(x) = 1 + \int_0^x xu(t)dt, \quad u_0(x) = 0;$

5) $u(x) = 1 + \int_0^x tu(t)dt, \quad u_0(x) = 1;$

6) $u(x) = x + \int_0^x xtu(t)dt, \quad u_0(x) = x;$

7) $u(x) = \sin x + 2\int_0^x e^{x-t} u(t)dt, \quad u_0(x) = \sin x;$

8) $u(x)=chx-\int_0^x \frac{\mathrm{ch}x}{\mathrm{ch}t}u(t)dt, \quad u_0(x)=chx;$

9) $u(x)=\frac{1}{1+x^2}+\int_0^x \frac{1+t^2}{1+x^2}u(t)dt, \quad u_0(x)=\frac{1}{1+x^2};$

10) $u(x)=2x+\int_0^1 xtu(t)dt, \quad u_0(x)=2x;$

11) $u(x)=1-\frac{1}{\pi}\int_0^\pi (\cos^2 t)u(t)dt, \quad u_0(x)=1;$

12) $u(x)=\frac{1}{2}(1-x)+\pi\int_0^1 (1-x)(\sin 2\pi t)u(t)dt, \quad u_0(x)=\frac{1}{2}(1-x);$

13) $u(x)=2\sin x+\frac{1}{2\pi}\int_0^\pi (\sin x)tu(t)dt, \quad u_0(x)=2\sin x;$

14) $u(x)=\cos x-\frac{1}{2\pi}\int_0^\pi (\cos(x+t)+\cos(x-t))u(t)dt, \quad u_0(x)=\cos x;$

15) $u(x)=1-\frac{1}{\pi}\int_0^\pi (\cos^2 t)u(t)dt, \quad u_0(x)=1.$

16) $u(x)=1+x+e^x-\frac{1}{2}\int_0^\pi \sin\frac{xt}{5}u(t)dt;$

17) $u(x)=\sin\pi x-\int_0^{0,5} \frac{1}{5+\cos(x+t)}u(t)dt;$

18) $u(x)=1+e^x+0,3\int_0^1 \frac{1}{\ln(5+xt)}u(t)dt;$

19) $u(x)=\cos\pi x+\int_0^1 e^{-\frac{x+t}{5}}u(t)dt;$

20) $u(x)=\ln(1+x)+0,1\int_0^1 \mathrm{tg}\frac{x}{5+t}u(t)dt;$

21) $$u(x)=\cos x+\frac{1}{7}\int_0^{\pi}\frac{1}{5+\sin^2(x+t)}u(t)dt;$$

22) $$u(x)=e^{-x}+\frac{1}{2}\int_0^1\frac{\sin xt}{5+t}u(t)dt;$$

23) $$u(x)=1-x-\frac{1}{6}\int_0^1\arcsin\frac{xt}{5}u(t)dt;$$

24) $$u(x)=\frac{1}{1+x}+\frac{1}{3}\int_0^1 arctg\frac{x}{5+t}u(t)dt;$$

25) $$u(x)=\frac{\sin x}{1+x^2}-\frac{1}{9}\int_0^1\cos x(5+t)^2u(t)dt;$$

26) $$u(x)=1+\sin x+\int_0^{\pi} tg\frac{x+t}{10}u(t)dt;$$

27) $$u(x)=e^x-\frac{1}{4}\int_0^1\cos\frac{x}{5+t}u(t)dt;$$

28) $$u(x)=1+x^2+7\int_0^1\sin\frac{x-t}{50}u(t)dt;$$

29) $$u(x)=1-x-9\int_0^1 e^{-(xt+10)}u(t)dt;$$

30) $$u(x)=\frac{1}{1+x^2}+\frac{1}{8}\int_0^1\frac{x-t}{10t+13}u(t)dt;$$

31) $$u(x)=\frac{x^2}{2}+x-\int_0^x u(t)dt,\qquad u_0(x)=1;$$

32) $$u(x)=1-x^2-\int_0^x xu(t)dt,\qquad u_0(x)=1-x^2;$$

33) $$u(x)=1+\int_0^x xu(t)dt,\qquad u_0(x)=1-x^2;$$

34) $u(x)=1+\int_0^x tu(t)dt, \quad u_0(x)= x^2-2$

35) $u(x)=x+\int_0^x xtu(t)dt, \quad u_0(x)= \sin x-1$

36) $u(x)=\sin x+2\int_0^x e^{x-t}u(t)dt, \quad u_0(x)= x^2+1$

37) $u(x)=chx-\int_0^x \frac{\mathrm{ch}x}{\mathrm{ch}t}u(t)dt, \quad u_0(x)=chx+2$

38) $u(x)=\frac{1}{1+x^2}+\int_0^x \frac{1+t^2}{1+x^2}u(t)dt, \quad u_0(x)=\frac{x}{1+x^2};$

39) $u(x)=2x+\int_0^1 xtu(t)dt, \quad u_0(x)= \sin x-1$

40) $u(x)=1-\frac{1}{\pi}\int_0^\pi (\cos^2 t)u(t)dt, \quad u_0(x)= \sin x-1$

41) $u(x)=\frac{1}{2}(1-x)+\pi\int_0^1 (1-x)(\sin 2\pi t)u(t)dt, \quad u_0(x)= \sin x-1$

42) $u(x)=2\sin x+\frac{1}{2\pi}\int_0^\pi (\sin x)tu(t)dt, \quad u_0(x)= \sin x-1$

43) $u(x)=\cos x-\frac{1}{2\pi}\int_0^\pi (\cos(x+t)+\cos(x-t))u(t)dt, \quad u_0(x)= \sin x-1$

44) $u(x)=1-\frac{1}{\pi}\int_0^\pi (\cos^2 t)u(t)dt, \quad u_0(x)= \sin x-1$

45) $$u(x)=1+x+e^x-\frac{1}{2}\int_0^{\pi}\sin\frac{xt}{5}u(t)dt; \qquad u_0=1+x^2$$

46) $$u(x)=\sin\pi x-\int_0^{0,5}\frac{1}{5+\cos(x+t)}u(t)dt; \qquad u_0=1+x^2$$

47) $$u(x)=1+e^x+0,3\int_0^1\frac{1}{\ln(5+xt)}u(t)dt; \qquad u_0=1+x^2$$

48) $$u(x)=\cos\pi x+\int_0^1 e^{-\frac{x+t}{5}}u(t)dt; \qquad u_0=1+x^2$$

49) $$u(x)=\ln(1+x)+0,1\int_0^1\mathrm{tg}\frac{x}{5+t}u(t)dt; \qquad u_0=1+x^2$$

50) $$u(x)=\cos x+\frac{1}{7}\int_0^{\pi}\frac{1}{5+\sin^2(x+t)}u(t)dt; \qquad u_0=1+x^2$$

51) $$u(x)=e^{-x}+\frac{1}{2}\int_0^1\frac{\sin xt}{5+t}u(t)dt; \qquad u_0=1+x^2$$

52) $$u(x)=1-x-\frac{1}{6}\int_0^1\arcsin\frac{xt}{5}u(t)dt; \qquad u_0=1+x^2$$

53) $$u(x)=\frac{1}{1+x}+\frac{1}{3}\int_0^1 arctg\frac{x}{5+t}u(t)dt; \qquad u_0=1+x^2$$

54) $$u(x)=\frac{\sin x}{1+x^2}-\frac{1}{9}\int_0^1\cos x(5+t)^2u(t)dt; \qquad u_0=1+x^2$$

55) $u(x) = 1 + \sin x + \int_0^{\pi} tg\frac{x+t}{10}u(t)dt;$ $u_0 = 1 + x^2$

56) $u(x) = e^x - \frac{1}{4}\int_0^1 \cos\frac{x}{5+t}u(t)dt;$ $u_0 = 1 + x^2$

57) $u(x) = 1 + x^2 + 7\int_0^1 \sin\frac{x-t}{50}u(t)dt;$ $u_0 = 1 + x^2$

58) $u(x) = 1 - x - 9\int_0^1 e^{-(xt+10)}u(t)dt;$ $u_0 = 1 + x^2$

59) $u(x) = \frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{8}\int_0^1 \frac{x-t}{10t+13}u(t)dt;$ $u_0 = 1 + x^2$

60) $u(x) = 1 + \int_0^x xu(t)dt, \quad u_0(x) = 0;$ $u_0 = 1 + x^2$