

1. Escribe la fórmula de la solución a la ecuación en diferencias lineal homogénea de primer orden con condición inicial:

$$x_{n+1} = ax_n, x_0 = C$$

Solución:

$$x_1 = aC$$

$$x_2 = a^2C$$

$$x_3 = a^3C$$

Nos podemos dar cuenta que la a se eleva de acuerdo al subíndice de x

$$x_1 = aC, x_2 = a^2C, x_3 = a^3C, \dots, x_n = a^nC$$

Demostración de que la fórmula $x_n = a^nC$ es válida.

Por inducción en n sabemos que $x_0 = C$.

La fórmula dice que $x_0 = a^0C$ entonces $x_0 = C$.

Supongamos válida la fórmula para n , i.e.

$$x_{n+1} = ax_n$$

$$x_{n+1} = a(a^nC)$$

$$x_{n+1} = a^{n+1}C$$

2. Resuelve la ecuación en diferencias:

$$x_{n+1} - x_n = e^n, x_0 = 2$$

Podemos observar que: $x_{n+1} = e^n + x_n$

Entonces:

$$x_1 = e^0 + x_0$$

$$x_1 = e^0 + 2$$

$$x_2 = e^1 + x_1$$

$$x_2 = e^1 + e^0 + 2$$

La fórmula para la ecuación es:

$$x_{n+1} = 2 + \sum_{i=0}^n e^i$$

La demostración de la fórmula se deja al lector.