GRE

考满分 GRE

ViS G12

数学冲分班

排列组合与概率

课下专项练习

参考答案&解析

2.5 乘法原理、阶乘、排列与组合 Multiplication Principle, Factorial, Permutation and Combination

[专项练习]

答案&解析

1. 选 E

解题思路：$X/2=n!$， 所以 $X=2\times n!$

$1!=1$，所以 $X=2\times n!=2$

$2!=2$，所以 $X=2\times n!=4$

$3!=6$，所以 $X=2\times n!=12$

$4!=24$，所以 $X=2\times n!=48$

$5!=120$，所以 $X=2\times n!=240$

$6!=720$，所以 $X=2\times n!=1440$

……

2. 选 B

解题思路：$QB=5!-4!=4!(5-1)= 4!\cdot4>4!$。

3. 填 2500/49

解题思路：（$51!-50!$）÷（$50!-49!$）$=50!\ (51-1) / 49!\ (50-1)= 50\times49!\ (51-1) / 49!\ (50-1)=2500/49$

4. 填 3481

解题思路：$(60!-59!)\div58!= 59!\times(60-1) / 58!= 59\times58!\times(60-1) / 58!=59^2=3481$。

5. 选 A

解题思路：QA=$60!\times20!=$**$60\times\cdots\cdots\times41$**$\times40!\times20!$

QB=$40!\times30!=$**$30\times\cdots\cdots\times21$**$\times40!\times20!$。

6. 选 B

解题思路： QA=89!-88!-87! =87!（89×88-88-1）=87![（89-1）×88]-1）=（88^2-1）87!<QB=88^2×87!

7. 选 B

解题思路： 当 n 与 k 只差 1 时，比如 n=3, k=2 时，(n-k)!=1，n!-k!=4，QA<QB；事实上，对于任意相差 1 的 n 与 k，QA<QB；

当 n 与 k 的差逐渐增加，(n-k)!为 n 减掉 k 再阶乘，降幅较大，而 n!-k!为 n 阶乘减去 k 阶乘，仍然后者相对更大。

8. 填 108

解题思路：

- 一位数当中，有 1-9 共 9 个 palindrome；
- 两位数当中，有 10-99 共 90 个 palindrome；
- 三位数当中，要想凑成 palindrome，必须保证各位与百位相同——从 1-9 中选 1 个数字作为百位&各位，有 9 种选法（百位作为首位，不能为 0，连带着各位也不行），接下来再从 0-10 中选一个数字作为十位，有 10 种选法，乘法原理，共计 9× 10=90 种选法，对应 90 个三位数 palindrome；

因此，从 1 到 1000 种，共计有 9+90+90=108 个 palindrome。

9. 选 C

解题思路： 奇数包含 1、3、5、7、9，所以一共可以形成 5×5×5=125 个三位数（数字可以重复使用）。

10. 选 B

解题思路： 偶数包括 0、2、4、6、8，但是作为首位不能为 0，所以一共可以形成 4×5×5 个三位数（数字可以重复使用）；奇数包含 1、3、5、7、9，所以一共可以形成 5×5×5 个三位数（数字可以重复使用）。

11. 选 A

解题思路： 集合 A 包含 3 个元素，数字可以重复使用，任意选构成一个四位数，有 3×3×3×3=81 种构法；集合 B 包含 4 个元素，数字可以重复使用，任意选构成一个三位数，有 4×4×4=64 种构法。

12. 选 B

解题思路：

首位不能是 0 或 1，只能从 2-9 选 1 个，有 8 种选法；

第二位必须是 0 或 1——

- 当第二位是 0 的时候，第三位不能为 0，只能从 1-9 选 1 个，有 9 种选法；
- 当第二位是 1 的时候，第三位任意从 0-9 选 1 个，有 10 种选法；

也即——

- 当第二位为 0 时，第一位有 8 种选法，第三位有 9 种选法，一共可以形成 8×9=72 种不同密码；
- 当第二位为 1 时，第一位有 8 种选法，第三位有 10 种选法，一共可以形成 8×10=80 种不同密码；

故总共有 72+80=152 种不同密码。

13. 选 B

解题思路：从集合 A 的 4 个数字里选 1 个，有 4 种选法；从集合 B 的 5 个数字里选 1 个，有 5 种选法。因此，一共可以相乘 4×5=20 次，但是其中很容易发现乘积存在相同的情况，比如 1×8=4×2，因此乘积的不同可能性一定<20。

14. 选 80

解题思路：第一层有 5 种选法，第二层不能与第一层相同有 4 种选法，第三层不能与第二层相同即可，也有 4 种选法，所以共计有 5×4×4=80 种选法。

15. 选 C

解题思路：从集合 T 种的 7 个数字中选 4 个不重复的数字构成一个四位数，可能有 A（7，4）=7×6×5×4 种构法。

16. 填 1800

解题思路： 从 6 个字母当中不重复至少选 4 个字母，形成一个密码，可以拆分成选 4、5、6 个三种情况：

- 6 选 4 不重复与顺序有关：A（6，4）
- 6 选 5 不重复与顺序有关：A（6，5）
- 6 选 6 不重复与顺序有关：A（6，6）

共计有 A（6，4）+ A（6，5）+ A（6，6）=6×5×4×3（1+2+2）=1800 种选法，对应 1800 个不同密码。

17. 选 D

解题思路：10000 以内，各个数位上的数字之积为 210，但数位上的数字必须是 0~9 之间——

- 210=3×7×2×5，只要是 3、7、2、5 这 4 个数字不重复调整顺序构成的四位数都满足条件 A（4，4）
- 210=6×7×5，只要是 6、7、5 这 3 个数字不重复调整顺序构成的四位数都满足条件 A（3，3）
- 210=1×6×7×5，只要是 1、6、7、5 这 4 个数字不重复调整顺序构成的四位数都满足条件 A（4，4）

一共有 A（4，4）+ A（3，3）+A（4，4）=54 种构法，对应 54 个不同的四位数。

18. 填 165

解题思路：W 博士与 M 经理已经选好，只需要从剩下 6+3+4-2=11 个人里选 5-2=3 个不同的人即可，C（11，3）=165 种选法。

19. 选 CE

解题思路：从 8 个人里选 k 个不同人出来有 C（8，k）=56 种选法，代值发现 C（8，3）=56，那么 C（8，5）=56。

20. 填 7

解题思路：要想使得百位与十位，十位与个位的和均为 7，只可能是 161、252、343、434、525、616、707 这 7 个数字。

21. 填 30

解题思路：从 2 个男孩 5 个女孩中选 4 个人出来，保证至少 1 个男孩 1 个女孩，可以拆分成两种情况——

1 个男孩 3 个女孩：C（2，1）×C（5，3）=20 种选法；

2 个男孩 2 个女孩：C（2，2）×C（5，2）=10 种选法；

故一共有 20+10=30 种选法。

22. 填 15

解题思路：偶数个位必须是 2、4、6，拆分成 3 种情况：

个位是 2，数字不能重复使用，十位有 5 种选法；

个位是 4，数字不能重复使用，十位有 5 种选法；

个位是 6，数字不能重复使用，十位有 5 种选法；

故一共有 5×3=15 种选法。

23. 填 6

解题思路：5 个相同球分在 3 个不同盒子里，每个盒子至少放 1 个，那么不同可能性的来源在于剩下的 2 个相同球是怎么放的，拆分两种情况：

- 从 3 个盒子里选 1 个盒子 C（3，1）=3，2 个相同球一起放进去这个盒子；
- 从 3 个盒子里选 2 个盒子 C（3，2）=3，2 个相同球分别放进去这个盒子；

故一共有 3+3=6 种放法。

24. 选 D

解题思路：从 5、7、11、13 这 4 个数字里选 2 个或 2 个以上不同数字，求连续相乘可以构成多少种不同的积。

从 4 个数字里选 2 个不同数字，求积的可能性，与顺序无关：C（4，2）=6

从 4 个数字里选 3 个不同数字，求积的可能性，与顺序无关：C（4，3）=4

从 4 个数字里选 4 个不同数字，求积的可能性，与顺序无关：C（4，4）=1

故一共有 6+4+1=11 种选法，对应 11 种不同积。

25. 选 B

解题思路：至少选 2 本自传，一共选 4 本书，可以拆分成以下三种情况——

4 本自传	6 本小说	可能性
2	2	C（4，2）×C（6，2）=90
3	1	C（4，3）×C（6，1）=24
4	0	C（4，4）=1

故一共有 90+24+1=115 种选法，对应 115 种不同积。

26. 填 11/15

解题思路：至少选 1 本小说，最多选 1 本自传，一共选 3 本书，可以拆分成以下五种情况——

4 本小说	3 本自传	3 本其他书	可能性
1	1	1	C（4，1）×C（3，1）×C（3，1）=36
1	0	2	C（4，1）×C（3，2）=12
2	1	0	C（4，2）×C（3，1）=18
2	0	1	C（4，2）×C（3，1）=18
3	0	0	C（4，3）=4

故一共有 36+12+18+18+4=88 种选法，总可能性事件为 C（10，3），故正好选中至少选 1 本小说，最多选 1 本自传的概率=88÷C（10，3）=11/15。

27. 选

解题思路：幼儿园里，第一排 3 个座位坐 3 个较矮一些的孩子，有 A（3，3）种坐法；第二排 4 个座位坐 4 个较高的孩子，有 A（4，4）种坐法；两排孩子相互匹配，一共有 A（3，3）×A（4，4）=144 种坐法。

28. 选

解题思路：A 与 B 坐最前最后两个位置 A（2，2），其他 3 个人排中间剩下的 3 个位置 A（3，3），一共有 A（2，2）×A（3，3）=12 种坐法。

29. 填 48

解题思路：要想形成偶数，个位必须是 2 或 4，其他四位从剩余 4 个数字选 4 个不重复——

- 个位是 2，其他四位有 A（4，4）种构法；
- 个位是 4，其他四位有 A（4，4）种构法；

故一共有 A（4，4）+ A（4，4）=48 种选法。

30. 选 B

解题思路：这个六位数必须大于 400,000，所以首位必须从 4、5、6、7 里选 1 个数字 C（4，1），然后剩下从剩下 5 个数字里选 5 个出来构成接下来的五个数位，与顺序有关，有 A（5，5）种构法。那么，一共就有 C（4，1）×A（5，5）=480 种构法，对应 480 个不同六位数。

31. 填 60

解题思路：一个三位数，百位与个位从 5 个奇数里选 2 个，与顺序有关 A（5，2），个位从 3 个偶数里选 1 个，C（3，1），故一共有 A（5，2）×C（3，1）=30 种不同选法，对应 60 个不同三位数。

32. 填 720

解题思路：C 必须站在最中间 3 个位置之一 C（3，1），M 必须站在 C 的旁边 C（2，1），其他 5 个人站剩下 5 个位置 A（5，5），故一共有 C（3，1）×C（2，1）×A（5，5）=720 种站法。

33. 填 15120

解题思路：5 张卡（1 张 100 刀、1 张 50 刀、1 张 25 刀、2 张 10 刀）分给 10 个孩子，每个孩子拿不超过 1 张卡，那么——

- **方法一：**10 个孩子中，有 5 个孩子没拿到卡，5 个孩子拿到卡 C（10，5），其中 2 个孩子拿到相同卡 C（5，2），剩下 3 个孩子拿 3 张不同卡 A（3，3），总可能性 C（10，5）×C（5，2）×A（3，3）=15120；
- **方法二：**10 个孩子中，有 2 个孩子拿到 2 张相同卡与顺序无关 C（10，2），剩下 7 个孩子中有 3 个孩子拿 3 张不同卡与顺序有关 A（8，3），总可能性 C（10，2）× A（8，3）=15120；
- **方法三：**10 个孩子中，有 3 个孩子拿到 3 张不同卡与顺序有关 A（10，3），剩下 7 个孩子中有 2 个孩子拿 2 张相同卡与顺序无关 C（7，3），总可能性 A（10，3）× C（7，2）× =15120；

34. 填 1950

解题思路：

- **第一步：**从 26 个字母里不重复选 2 个，不考虑顺序，有 C（26，2）种选法。
- **第二步：**每选出来 2 个没顺序的字母（以 A、B 为例），就有（A 用 2 次 B 用一次 AAB、ABA、BAA 三种情况+B 用 2 次 A 用一次 BBA、BAB、ABB 三种情况）六种排法。

所以总共有 C（26，2）×6=1950 种排法，对应 1950 个不同的密码。

35. 填 80

解题思路：首先分两种情况——

- 5 种颜色的花，选 3 种，分别排进 3 层：A（5，3）=60 种排法；
- 5 种颜色的花，选 2 种，排进 3 层：

针对第二种情况，进行拆步——

- 第一步：首先从 5 种颜色里选 2 种出来，不带顺序 C（5，2）
- 第二步：然后每选出来 2 种颜色（以红、绿为例），就有（红绿红、绿红绿）2 种情况。

所以第二种排法总共有 C（5，2）×2=20 种排法，那么总共就有 60+20=80 种排法。

36. 填 72

解题思路：首先男生作为一个整体，女生作为一个整体，排左侧、右侧两个区域 A（2，2），大方向确定后，男生内部有 A（3，3）种调整方法，女生内部也有 A（3，3）种调整方法，所以一共有 A（2，2）×[A（3，3）×A（3，3）]=72 种排法。

37. 填 48

解题思路：首先三对夫妻作为三个整体，排左中右三个区域 A（3，3），大方向确定后每对夫妻都有 A（2，2）种内部调整方法，所以总共有 A（3，3）×[A（2，2）× A（2，2）× A（2，2）]=48 种排法。

38. 填 144

解题思路：首先三种科目的书作为三个整体，排上中下三层 A（3，3），大方向确定后每种科目的书都可以内部调整，历史 A（2，2），地理 A（3，3），哲学 A（2，2），所以总共有 A（3，3）×[A（2，2）× A（3，3）× A（2，2）]=144 种排法。

39. 选 C

解题思路：7 位数，只打出 5 位，说明少打了 2 个 3，但是分两种情况：

- 连续未打出：从 5 个数字产生的 6 个空隙里，选 1 个，把两个 3 一同插进去，有 C（6，1）种插法，对应 C（6，1）种不同数字；
- 分开未打出：从 5 个数字产生的 6 个空隙里，选 2 个，把两个 3 分别插进去，与顺序无关，有 C（6，2）种插法，对应 C（6，2）种不同数字；

所以原始 7 位数总共有 C（6，1）+ C（6，2）=21 种不同可能。

40. 选 21/64

解题思路：一个硬币连续投掷 6 次，每次正反不定，记正面朝上为 A，反面朝上为 B，形成一组关于 AB 的字母列，总共有 2^6=64 种不同的可能性。其中，要想统计没有任何两个连续正面（也即 A）的可能性，需要对所有 64 种可能性进行拆分——

A 朝上的次数	B 朝上的次数		插空方法	可能性
0	6	BBBBBB		1
1	5	BBBBB	5 个 B 形成 6 个空隙，挑 1 个空把 A 插进去	C（6，1）
2	4	BBBB	4 个 B 形成 5 个空隙，挑 2 个空把 A 分别插进去，保证 A 不连续	C（5，2）
3	3	BBB	3 个 B 形成 4 个空隙，挑 3 个空把 A 分别插进去，保证 A 不连续	C（4，3）
4	2		肯定会存在两个 A 连续	0
5	1		同上	0

6	0		同上	0

所以总可能性=1+ C（6，1）+ C（5，2）+ C（4，3）=21，总概率=21/64。

41. 填 231

解题思路：从 1 到 10^{21}，没提到 inclusive，说明实际只能从 2 取到 10^{21}-1，也即 999······999（21 个 9）。其中各个数位数字之和等于 2，可以拆分成两种情况——

- 1+1：想象面前 21 个空格，最小全部填 0，最大全部填 9，那么只要从 21 个空里选 2 个空出来，与顺序无关，把 2 个 1 填进去即可 C（21，2）
- 2：类似的，只要从 21 个空里选 1 个空出来，把 1 个 1 填进去即可 C（21，1）

所以总共有 C（21，2）+ C（21，1）=231 种可能填法，对应 231 种不同的数字。

42. 填 19900

解题思路：从 1 到 399 共有 200 个奇数，从小打到排列，形成 200 个空格，从其中任选 2 个空格对应的数字，就按照从小到大的顺序，就可以构成一个点的坐标，也即有 C（200，2）=19900 种不同选法，对应 19900 个不同的点。

43. 填 10

解题思路：首先不考虑 AB 不能同时排进双人间，从 A、B、C、D 四个人里选两个出来，排进双人间，有 C（4，2）种选法，接下来从剩下两个人中选两个排进两个单人间，与顺序有关 A（2，2），所以总共有 C（4，2）×A（2，2）种排法。但是，需要减去 AB 正好排在双人间，匹配 C、D，或者匹配 D、C 的这两种情况，只剩 C（4，2）×A（2，2）-2=10 种排法。

44. 填 22

解题思路：首先不考虑不能匹配在一起的上衣和裤子，分别从上衣、裤子和鞋子里选 1 个出来全匹配，有 4×3×2=24 种可能性。但是，需要减去正好这件上衣和这条裤子被搭配在一起，和两双鞋子匹配出来的 2 种可能性，只剩 24-2=22 种可能性。

45. 选 D

解题思路：一共 40 个 DVD，其中 17 张有关心理学，14 张有关生物学，9 张有关历史。但是，要求这 9 张历史 DVD 整体而言按时间排序。

方法一：

1）首先就按照年代排好这 9 个 DVD，9 张 DVD 之间形成了 10 个空隙，随便挑 1 个空隙放进去历史 DVD 之外的其他一张 DVD，有 10 种方法；

2）放好后，这 10 张 DVD 之间形成了 11 个空隙，随便挑 1 个空隙再放进去历史 DVD 之外的其他一张 DVD，有 11 种方法；……

以此类推，之后逐渐有 12 种、13 种……40 种放法，因此总共有 40×29×38……×10=40！/9！种放法；

方法二：

1） 首先，这 40 张 DVD 全排 A（40，40）=40！;

2） 但是，仔细分析后发现，假如其他 31 张 DVD 已排好固定，这 9 张历史 DVD 还可以进行 A（9，9）种内部调整变化；

3） 而本题中要求这 9 张历史 DVD 整体而言，从左到右必须按照时间顺序排列，所以不需要他们进行内部调整变化，因此需要除掉这 9 张 DVD 内部调换顺序的 A（9，9）=9！种情况；

故实际的不同排法只有 40！/9！种。

46. 填 30

解题思路：五位密码由特殊字符组成，其中包含 1 个@、两个$、两个#，假设五个字符全部不同，一共有 5！种排法，但是其中两个$相同，只剩 5！/2！种排法；紧接着，两个#也相同，只剩 5！/(2！)^2=30 种排法。

47. 选 A

解题思路：本题表面看起来较为复杂，无从下手，但是只要稍加分析，追踪溯源，就会发现，只要首先从 6 个孩子里选 3 个孩子出来 C（6，3），然后把完全相同的红色衣服发给他们就好，剩下 3 个孩子自然而然就领到完全相同的绿色衣服。所以总可能性就等于 C（6，3）=20。

48. 填 30

解题思路：5 对龙凤胎，每队如果出人只出 1 人，不能全出，总共选 4 人出来（2 男 2 女），求一共有多少种选法。本题表面看起来非常复杂，无从下手，但是只要稍加分析，追踪溯源，就会发现，只要首先从 5 对龙凤胎中选 2 对出来，让这 2 对提供男孩子，有 C（5，2）种选法；接下来再从剩下 3 对龙凤胎种选 2 对出来，让他们贡献女孩子即可，有 C（3，2）种选法。所以，总可能性= C（5，2）×C（3，2）=30 种选法。

49. 选

解题思路：6 个点，每两个点相连，求一共可以形成多少条不同线段。点 A 与点 B 连线，和点 B 与点 A 连线，形成的线段是相同的——

- **方法一：**从 6 个点里任选 2 个出来，与顺序无关，有 C（6，2）=15 种选法，就对应 15 条不同线段；
- **方法二：**代入握手问题公式，一共 6 个点，每个点都要同其他 5 个点连接，一共要连 6×5 次，但是连线段是相互的，会正好重合一半，所以其实只能形成（6×5）/2=15 种条不同线段。

50. 填 105

解题思路：7 个孩子，每两个孩子都要对决，每次对决要进行五局，求所有孩子对决完毕一共需要进行多少局比赛——

- **方法一：**从 7 个点里任选 2 个孩子出来，与顺序无关，有 C（7，2）=21 种选法，就对应 21 次不同对决，每次对决进行 5 局，那么总共要进行 21×5=105 局比赛；
- **方法二：**代入握手问题公式，一共 7 个孩子，每个孩子都要同其他 6 个孩子对决，一共要对决 7×6 次，但是对决是相互的，会正好重合一半，所以其实只能进行（7×6）/2=21 次不同对决。每次对决进行 5 局，那么总共要进行 21×5=105 局比赛。

51. 选 B

解题思路：聚会上来了一些人，每个人都要与其他人握手，总共握了 21 次手，求来了多少人。设来了 x 人——

- **方法一：**从 x 个人里任选 2 个人出来，与顺序无关，有 C（x，2）种选法，就对应 C（x，2）次不同握手，题目已知总共握了 21 次手，也即 C（x，2）=21，简单代值解得 x=7；
- **方法二：**代入握手问题公式，一共 x 个人，每个人都要同其他（x-1）个人握手，一共要握手 x（x-1）次，但是握手是相互的，会正好重合一半，所以其实只能进行 x（x-1）/2 次不同对决。题目已知总共握了 21 次手，也即 x（x-1）/2=21，简单代值解得 x=7（只考虑正数解）。

52. 选 A

解题思路：代入握手问题公式，房间里有 10 个人，每个人恰好与其他 3 个人握手，一共握 10×3 次手，但是握手是相互的，其中正好重合一半，所以实际只需要进行（10×3）/2=15 次不同的握手，即可恰好每个人与其他 3 个人握手。

53. 填 144

解题思路：本题表面看起来是握手问题，但是需要看清楚最后所求。10 支队伍，每支队伍与其他所有 9 支队伍都要对决，每次对决都要进行 16 场比赛，求每支队伍需要打的比赛场数自然就等于 9×16=144。本题不是

让求所有队伍总共需要打多少场比赛，而是具体到每支队伍需要打多少场比赛，不需要宏观考虑重复的情况。

2.6 概率 Probability

[专项练习]

答案&解析

1. 选 E

解题思路： 25 美分硬币被抽总的概率=x/(10+x)=0.6，解方程得 x=15。

2. 选 B

解题思路： 1-1000 当中，2 和 8 的公倍数包括 8×1，8×2……8×125，一共有 125 个，总共 1000 个数字，所以选中 2 和 8 的公倍数的概率=125/1000=1/8。

3. 填 2/3 或者 4/6

解题思路： 大于 3 的数字包括 4、5、6，偶数包括 2、4、6，二者的并集为 2、4、5、6，共 4 个数字，所以从 1、2、3、4、5、6 这 6 个数字当中选中要么大于 3，要么是偶数，要么都是的概率=4/6=2/3。

4. 填 1/5

解题思路： 从 10 个数字当中不重复选两个数字，一共有 C(10, 2)种选法，不考虑顺序，其中二者差距为 1 的可能性包括 1&2、2&3、3&4……9&10，共 9 种，所以从 10 个数字当中不重复选两个数字，这两个数字的差距正好为 1 的概率=9/ C(10, 2)=1/5。

5. 填 12/35

解题思路： 从 15 个节目当中选 2 个，总可能性为 C(15, 2)，这两个正好都是新节目，也即正好从 9 个新节目当中选了两个，所有可能性为 C(9, 2)，因此从 15 个节目当中选 2 个，这两个正好都是新节目的概率= C(9, 2)/ C(15, 2)=12/35。

6. 填 153/190

解题思路： 20 个灯泡当中，有 2 个坏的，18 个好的，从其中任意选择 2 个，一共有 C(20, 2)种选法，但是正好选出的 2 个都不坏，意味着正好从 18 个好的里面选出来了 2 个，有 C(18, 2)种选法，所以正好选出的 2 个都不坏的概率= C(18, 2)/ C(20, 2)=153/190。

7. 填 2/15

解题思路：10 家公司里选 4 家，一共有 C(10, 4)种选法，其中 C1、C2 正好被选中，那么差异性的来源在于另外从剩下的 8 家公司里选了哪两家，与 C1、C2 匹配，共同构成不同的可能性，一共有 C(8, 2)中选法，也就是说，C1、C2 被选中，有 C(8, 2)种方式，因此 C1、C2 被选中的概率= C(8, 2)/ C(10, 4)=2/15。

8. 填 26/165

解题思路：从 100 人中选 40 人，一共有 C(100, 40)种选法，其中 A、B 正好被选中，那么差异性的来源在于另外从剩下的 98 人里选了哪 38，与 A、B 匹配，共同构成不同的可能性，一共有 C(98, 38)中选法，也就是说，A、B 被选中，有 C(98, 38)种方式，因此 A、B 被选中的概率= C(98, 38) / C(100, 40)=26/165。

9. 选 A

解题思路：从 3×5=15 个不同碟子里任意选 2 个，一共有 C(15, 2)种选法，其中这 2 个碟子正好来自同一组，因为三组是不同的，那么可以拆分成三种情况：

- 如果来自第一组，那么是第一组 5 个里选了哪两个 C(5, 2)；
- 同样的，如果是第二组，也有 C(5, 2)种选法；
- 如果是第三组，也有 C(5, 2)种选法；

因此这 2 个碟子正好来自同一组的概率= C(5, 2)·3/ C(15, 2)=2/7。

10. 选 D

解题思路：特值法——

假设红球 2 个蓝球 5 个，加一个蓝球后抽到红球的概率=2/8，移除一个红球后抽到红球的概率=1/6，大于号；

假设红球 5 个蓝球 2 个，加一个蓝球后抽到红球的概率=5/8，移除一个红球后抽到红球的概率=4/6，小于号；

11. 填 1/10

解题思路：从 1、2、3、4、5 种选 2 个不同数字形成一个两位数，然后剩下三个数字组成一个三位数，一共有 A(5, 2)·A(3, 3)种方法，也即 A(5, 5)，其中这两个数字均为偶数，那么两个数字的个位必须为 2 或者 4，分成两种情况：

- 两位数的个位是 2，三位数的个位是 4：还剩 3 个数字，排这两个数字剩下的 3 个数位，与顺序有关，A(3,

3)种排法；

- 两位数的个位是 4，三位数的个位是 2：还剩 3 个数字，排这两个数字剩下的 3 个数位，与顺序有关，A(3, 3)种排法；

因此，这两个数字均为偶数的概率= A(3, 3)·2/ A(5, 2)·A(3, 3)=1/10。

12. 填 1/8

解题思路：

方法一：要想最后和是 15，只可能是 10+5+0+0+0+0+0，因此 4 个面值 10 的硬币选 1 个正面朝上 C（4，1），2 个面值 5 的硬币选 1 个正面朝上 C（2，1），一共 C（4，1）×C（2，1）=8 种可能，总可能 2^6=64，因此概率=8/64=1/8。

方法二：3 个硬币（面值分别为 10、10、5）一起抛两次，求正面朝上的面值之和恰好等于 15 的概率。首先分析第一次投掷，每个硬币有正反两种情况，所以 3 个硬币一共有 2^3=8 种匹配关系，对应 8 种正面朝上的面值之和（相等的面额和也重复考虑进去）。第二次投掷，也是重复以上过程，可能有 8 种正面朝上的面值之和。一共 8×8=64 种两次投掷的匹配关系中，正面朝上的可能性包括：

- 第一次投掷之和=0，第二次投掷之和=15（2 种情况）
- 第一次投掷之和=10（2 种情况），第二次投掷之和=5
- 第一次投掷之和=5，第二次投掷之和=10（2 种情况）
- 第一次投掷之和=15（2 种情况），第二次投掷之和=0

也即，一共有 8 种情况，符合要求，故 2 次投掷硬币正面朝上面值之和等于 15 的概率=8/64=1/8。

		第一次投掷				第二次投掷	
		面值为 10 的硬币	**面值为 10 的硬币**	**面值为 5 的硬币**	**正面朝上的面值之和**	**正面朝上的面值之和**	**两次投掷的面值之和等于 15 的情况**
正面朝上的面值	全反	0	0	0	0	0	第一次和为 0 第二次和为 15（×2）
	一个正面朝上	10	0	0	10	10	第一次和为 10（×2） 第二次和为 5
		0	10	0	10	10	
		0	0	5	5	5	第一次和为 5

							第二次和为 10（×2）
	二个正面朝上	10	10	0	20	20	
		10	0	5	15	15	第一次和为 15（×2） 第二次和为 0
		0	10	5	15	15	
	三个正面朝上	10	10	5	25	25	
					8×8=64 种匹配关系		**合计：2+2+2+2=8**

13. 选 B

解题思路：从 8 个不同点选 4 个不同点，一共有 C(8, 4)种选法，其中四个点正好构成正方形只有 2 种情况，那么正好是正方式的概率=2/(8, 4)=1/35。

14. 选 E

解题思路：求弦 RQ 长>半径=20 英尺的概率。首先找到弦 RQ 长=半径=20 英尺的位置，也即 RPQ 为等边三角形的时候，上下分别恰好与 PQ 夹角 60 度，R 可以在圆周上任意移动，活动范围整个占圆心角 360 度，其中在等边三角形之外，也即 360-60×2=240 度内活动时，RQ>半径，所以 RQ>半径的概率=240/360=2/3。

15. 选 D

解题思路：求弦 AB>半径 2 的概率，首先找到弦 AB=半径 2 的位置，同上题，也即 AOB 为等边三角形的时候，此时上下夹角分别为 60°。R 可以在圆周上任意移动，活动范围整个占圆心角 360 度，其中在等边三角形之外，也即 360-60×2=240 度内活动时，AB>半径，所以 AB>半径的概率=240/360=2/3。

16. 选 A

解题思路：事件 E 发生，与事件 E 不发生，为对立事件，概率之和 p+s=1，概率定义域默认≤1，所以 ps<1。

17. 填 1/16

解题思路：从 4 红 5 蓝 3 黄中任选一个，选中黄色块的概率=3/(4+5+3)=1/4。放回后再拿第二次，两次随机抽选，且放回，相互为独立事件，要想两次都选中黄色块，那么概率需要相乘 1/4 · 1/4=1/16。

18. 选

解题思路：从集合 A 中选中质数的概率=4/5，从集合 B 中选中质数的概率=3/4，所以从集合 A、B 分别选一个数字，两个数字均为质数的概率=4/5 · 3/4=3/5。

19. 选 A

解题思路：A 组抽中男生的概率=20/(20+40)=$\frac{1}{3}$，设 B 组总人数为 x，则 B 组中抽中男生的概率=$\frac{\geq 7}{x}$，两组都抽中的概率（独立事件）=$\frac{1}{3}\cdot\frac{\geq 7}{x}\leqslant\frac{1}{15}$，也即$\frac{\geq 7}{x}\leqslant\frac{1}{5}$

- 当分子部分男生人数=7，x⩾35，女生人数⩾28 即可；
- 当分子部分男生人数=8，x⩾40，女生人数⩾32 即可；
- 当分子部分男生人数=9，x⩾45，女生人数⩾36 即可；

……

故 B 组人数大于 34 一定成立，但是女生人数不一定大于 32，也不一定小于 34。

20. 选 CDE

解题思路：事件 A 与 B 为独立事件，两个事件都发生的概率为 1/2，也即 P(A) · P(B)=1/2。概率定义域默认⩽1，所以 P(A)⩾1/2 即可，否则，当 P(A)<1/2，P(B)必须要大于 1 了，不符合概率的定义域。

21. 选 A

解题思路：事件 A 与 B 为独立事件，都发生的概率为概率相乘，P(A)·P(B)=0.6。概率定义域默认⩽1，所以 P(A)一定⩾0.6，否则，当 P(A)<0.6，P(B)必须要大于 1 了，不符合概率的定义域。

22. 选 D

解题思路：A 和 J 前后放回随机从 1-10 号球中抽 1 个球，求都拿到同一个球的概率。首先，需要拆分出十种情况：都拿到 1 号球、2 号球……10 号球。以都拿到 1 号球为例，A 拿到 1 号球的概率=1/10，J 拿到 1 号球的概率=1/10，既要 A 拿到 1 号球，又要 J 拿到 1 号球，独立事件概率相乘=1/10 · 1/10=1/100。类似的，A 和 J 都拿到 2 号球的概率=1/100……所以 A 和 J 都拿到同号球的概率=10 × 1/100=1/10。

23. 选 AB

解题思路：分别前后拿两次球，不放回，设盒子里有红球、绿球各 x 个——

情境	第一次	第二次	概率
①	红球 x/2x	红球(x-1)/(2x-1)	(x-1)/2(2x-1)
②	红球 x/2x	绿球 x/(2x-1)	x/2(2x-1)
③	绿球 x/2x	红球 x/(2x-1)	x/2(2x-1)
④	绿球 x/2x	绿球(x-1)/(2x-1)	(x-1)/2(2x-1)

A 选项，第一次拿到绿球，也即第③第④种情境，概率= x/2(2x-1)+ (x-1)/2(2x-1)=1/2；

B 选项，第二次拿到绿球，也即第②第④种情境，概率= x/2(2x-1)+ (x-1)/2(2x-1)=1/2；

C 选项，两次中有一次拿到绿球，也即第②第③种情境，概率= x/2(2x-1)+ x/2(2x-1)=x/(2x-1)>1/2；

24. 选 B

解题思路：G 和 H 是独立事件，发生的概率分别为 r 与 s（r、s≠0），求要么 G 发生，要么 H 发生，但是不能同时发生的概率。首先需要理解“要么 G 发生，要么 H 发生，但是不能同时发生”的含义，也即——

- G 发生 H 不发生：概率=r(1-s)
- G 不发生 H 发生：概率=(1-r)s

所以，“要么 G 发生，要么 H 发生，但是不能同时发生”的概率= r(1-s)+ (1-r)s=r+s-2rs，因为 r、s≠0，所以 r+s-2rs 一定小于 r+s-r×s。

25. 选 B

解题思路：部件第一次使用坏的概率 0.1，那么第一次不坏的概率 0.9。当第一次不坏，六个月内不坏的概率为 0.8，因此部件六个月都不坏的概率=第一次不坏的概率×六个月内不坏的概率=0.9×0.8=0.72<0.75。

26. 填 7/10

解题思路：5 个红包中，2 个装了现金，3 个装了礼物，前后不放回选两个红包出来，求两次当中至少有一次拿到装有现金的概率。为了简便运算，直接用 1 减去两次抽取都抽到没有现金的红包的概率即可。第一次抽到不是现金的红包的概率=3/5，不放回，第二次也抽到不是现金红包的概率=2/4，那么两次都抽到不是现金的红包的概率=3/5 · 2/4=3/10。于是，两次当中至少有一次拿到装有现金的概率=1 - 3/10=7/10。

27. 填 7/8

解题思路：在盒子当中，抽到红球的概率为 5/8，不放回抽两次，如果第一次没抽到红球，第二次抽到红球的概率为 2/3，求至少抽到一次红球的概率。为了简便运算，直接用 1 减去两次都不是红球的概率即可。第一次抽到不是红球的概率=1- 5/8=3/8，题目已知如果第一次没抽到红球，第二次抽到红球的概率为 2/3，那么如果第一次没抽到红球，第二次抽到不是红球的概率为 1/3。既要第一次没抽到红球，又要第二次没抽到红球，独立事件概率相乘，3/8 × 1/3=1/8。于是，至少抽到一次红球的概率=1- 1/8=7/8。

28. 填 0.51

解题思路：第五次出现 X，要求第七次也出现 X，那么第六次 X 或者 Y 都可以。已知——

前次出现 X，下次也出现 X 的概率为 0.3；

前次出现 Y，下次也出现 Y 的概括为 0.4。

- 当 X+X+X 时，P（第七次也出现 X）=0.3×0.3=0.09
- 当 X+Y+X）时，P（第七次也出现 X）=（1-0.3）×（1-0.4）=0.42。

所以，P（第七次也出现 X）=0.09+0.42=0.51。

29. 选 A

解题思路：8 只黑袜子，6 只灰袜子，4 只橘袜子中不放回随机抽两次，求最多拿几次，能够确保拿到了同色的两只袜子。最幸运的情况，第一次黑色，第二次也是黑色，两次就可以拿到同色的两只袜子。但是，最不幸的情况，第一次黑色，第二次灰色，第三次橘色，那么起码第四次也会拿到黑/灰/橘色袜子中的一只，使得拿到某同色的两只袜子。

30. 选 C

解题思路：5 种不同颜色的铅笔，各有 6 只，一次拿一只，不放回，最不幸的情况，前 4×6=24 次，拿完了全部 4 种颜色各 6 只一共 24 只铅笔，那么接下来第 25、第 26 次分别会拿到第 5 种颜色的铅笔各 1 只。此时，能够确保一定能够每种颜色的铅笔至少拿了两只。