

# GRE

考 满 分 G R E

数 学 一 对 一

最新机经 600 题

考 前 巩 固 练 习

参 考 答 案 & 解 析

最新最全数学机经题

全面体现最新&最热门考点

## 1.1 整数专题

### [专项练习]

### 答案&解析

#### 1. 填 1392

**解题思路：**这个数字包含三个部分——

- 一位数 (1 到 9) 9 个, 每个数字占 1 位, 一共占  $9 \times 1 = 9$  位;
- 两位数 (10 到 99) 90 个, 每个数字占 2 位, 一共占  $90 \times 2 = 180$  位;
- 三位数 (100 到 500) 401 个, 每个数字占 3 位, 一共占  $401 \times 3 = 1203$  位;

因此, 这个数字一共包含  $9 + 180 + 1203 = 1392$  位。

#### 2. 填 5

**解题思路：**这个数字包含两个部分——

- 一位数 (1、3、5、7、9) 5 个, 每个数字占 1 位, 一共占 5 位;
- 两位数 (11、13、15、17、19……), 每个数字占 2 位。

这个数字一共 41 位, 除了一位数占的 5 位, 还需要占  $41 - 5 = 36$  位。11 以后的奇数, 每个奇数占 2 位, 一共需要  $36 \div 2 = 18$  个奇数。10~20 有 5 个奇数 (21、23、25、27、29), 20~30 有 5 个奇数 (同理), 30~40 有 5 个奇数 (同理), 紧接着再数 3 个奇数 41、43、45。因此这个数字的最后一位也即个位, 即是 5。

#### 3. 选 BDFG

**解题思路：**注意题目定义域  $a$ 、 $b$  均为整数, 正负都需要考虑——

$1 + 144 = 145$ , 也即  $(\pm 1)^2 + (\pm 12)^2 = 145$ ,  $a+b$  的可能取值有 13, -13, -11, 11

$64 + 81 = 145$ , 也即  $(\pm 8)^2 + (\pm 9)^2 = 145$ ,  $a+b$  的可能取值有 17, -17, -1, 1

#### 4. 选 D

**解题思路：**

$(\pm 4)^2 + (\pm 6)^2 = 52$ , 保证  $x > y$ , 那么  $x$ 、 $y$  可以取 4, -6, 或者 -4, -6。那么  $x$  可以取 4 或者 -4, 可能等于 4, 可能小于 4, 选 D。

#### 5. 填 4

**解题思路：**

- $4 \times 12 + 1 + 1 = 50$ , 一共只用了 14 个桌子;
  - $4 \times 11 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 = 50$ , 正好 16 个桌子 (11 个桌子各 4 人, 1 个桌子 2 人, 4 个桌子各 1 人);
- 假如 5 个桌子各坐 1 人, 那么省下 11 个桌子坐 45 人, 平均每个桌子人数超过 4 人, 不符合要求;

因此，坐 1 人的桌子数最多 4 张，不能更多。

## 6. 选 AB

**解题思路：**满足条件的三个不同整数包括——

- $1+2+8=11$
- $1+3+7=11$
- $1+4+6=11$
- $2+3+6=11$
- $2+4+5=11$

没有 1，没有 4，只能是 2、3、6。

## 7. 选 BCD

**解题思路：**设买了铅笔  $x$  支，钢笔  $y$  支——

$$2x+3y=15$$

- $2 \times 0 + 3 \times 5 = 15$ ，一共  $0+5=5$  支；
- $2 \times 3 + 3 \times 3 = 15$ ，一共  $3+3=6$  支；
- $2 \times 6 + 3 \times 1 = 15$ ，一共  $6+1=7$  支；

## 8. 选 AC

**解题思路：**设打中白色区域  $x$  次，阴影区域  $y$  次，则  $px+3y=47$

代入选项 A， $11x+3y=47$ ，当  $x=1$ ， $y=12$  时等式成立；

代入选项 B， $12x+3y=47$ ，不存在满足条件的整数取值对；

代入选项 C， $13x+3y=47$ ，当  $x=2$ ， $y=7$  时等式成立；

## 9. 填 20

**解题思路：**

- **方案一：**如果只用可以装 5 个钱包的盒子装，需要 391 除 5，商 78 余 1，也即需要 79 个可以装 5 个钱包的盒子，需要费用  $79 \times 1 = 79$  刀；
- **方案二：**可以装 5、12、20 个钱包的盒子，分别花费 1、2、3 刀，三个盒子平均装每个包分别需要  $1/5$ 、 $2/12$ ， $3/20$  刀，而  $1/5 > 2/12 > 3/20$ ，也即可以装 20 个钱包的盒子最具性价比，平均装每个包所需的钱最少。因此，要想总价最低，尽量用可以装 20 个钱包的盒子来装， $20 \times 19 + 11 = 391$ ，用 19 个可以装 20 个钱包的盒子来装 380 个包，花费  $3 \times 19 = 57$  刀，剩下 11 个包，用一个花费 2 刀的可以装 12 个钱包的盒子来装即可，总花费  $57 + 2 = 59$  刀

那么，二者花费的差距  $= 79 - 59 = 20$ 。

## 10. 选 B

**解题思路：**7 个连续整数，设最小为  $x$ ，则最大为  $x+6$  ( $x, x+1, x+2, \dots, x+6$ )，极差= $x+6-x=6$ 。

### 11. 选 B

**解题思路：**10 个连续整数，设最小为  $x$ ，则最大为  $x+9$  ( $x, x+1, x+2, \dots, x+9$ )，极差= $x+9-x=9$ 。

### 12. 填 32

**解题思路：**77 个连续整数可以表示成  $x-38, x-37, \dots, x-1, x, x+1, \dots, x+37, x+38$ ，中位数  $x=70$ ，那么最小值  $x-38=32$ 。

### 13. 填 30

**解题思路：**25 个连续整数，中位数是最小值的 3 倍，设连续 25 个连续整数为  $x-12, \dots, x-1, x, x+1, \dots, x+12$ ，那么  $x=3 \cdot (x-12)$ ，解得  $x=18$ ，那么最大值  $x+12=30$ 。

### 14. 填 105

**解题思路：**和固定为  $14 \times 14 = 196$ ，要想找出最大值，其他 13 个值需要尽量小，但是题目又要求 14 个正整数都不相同，其他 13 个值只能取从 1 到 13 这 13 个连续正整数，那么最大值= $196 - (1+2+3+\dots+13)$ 。  
 $1+2+3+\dots+13 = (1+13) \times 13 \div 2 = 91$ ，故最大值= $196-91=105$ 。

### 15. 选 A

**解题思路：**

**方法一：列举法——**

连续  $N$  个整数（包括 2）的和为 -11，所以起码要包含 -5、-4、-3、-2、-1，当前和为 -15，还需要加 4，但是  $0+1+2=3$ ， $0+1+2+3=6$ ，都不是恰好加 4，右侧只能暂时取  $0+1+2+3$ ，左侧再补充 -6，从 -6 到 -1 的和为 -21，右侧  $0+1+2+3=6$ ，需要再补充 4， $0+1+2+3+4=10$ ， $-21+10=-11$ ，正好满足条件，所以起码需要连续 11 个整数（从 -6 到 4）的和才可能是 -11。

**方法二：找规律&发现连续整数之和的规律——**

连续 10 个整数的和一定是 5 的正负倍数 ( $x-4, x-3, x-2, x-1, x, x+1, x+2, x+3, x+4, x+5$  加起来= $10x+5=5$  的正负倍数)；

- 可以总结规律——连续  $n$ （偶数）个数字的和，一定是  $n/2$  的倍数，

连续 11 个整数的和 ( $x-5, x-4, x-3, x-2, x-1, x, x+1, x+2, x+3, x+4, x+5$ ) 加起来= $11x$ ；

- 可以总结规律——连续  $n$ （奇数）个数字的和，一定是  $n$  的倍数，

因此，要想连续  $N$  个数字的和为 11， $n$  的取值有——

- 如果  $n$  是偶数，可以是 22

- 如果  $n$  是奇数，可以是 11、

具体来说——

- 连续 22 个整数的和一定是 11 的正负倍数 ( $x-10, \dots, x-4, x-3, x-2, x-1, x, x+1, x+2, x+3, x+4, \dots, x+10, x+11$ )

加起来= $22x+11$ ，是 11 的正负倍数，当  $x=-1$  时，和为 -11，为从 -11 到 10 这连续 22 个整数)；

- 连续 11 个整数的和  $(x-5, x-4, x-3, x-2, x-1, x, x+1, x+2, x+3, x+4, x+5)$  加起来  $=11x$ ，当  $x=-1$  时，和为 -11，为从 -6 到 4 这连续 11 个整数；

因此，只能是连续 22 个整数（-11 到 10）或者连续 11 个整数（从 -6 到 4）。

**\*补充说明：**连续 2 个整数的和一定是 1 的倍数，13 是 1 的倍数，-6，-5 的和 -11，但是其中不包括 2，所以不符合要求；

## 16. 选 E

**解题思路：** $1 < -x < 4$ ，也即  $-4 < x < -1$ ， $2 < y < 5$ ，且  $x$ 、 $y$  均为整数——

要想  $xy$  尽量小，那么  $x$  尽量小取 -3， $y$  尽量大取 4，此时  $xy$  最小  $= (-3) \times 4 = -12$ 。

## 17. 选 D

**解题思路：** $x^4 y^3 z^2 < 0$ ，说明  $x, y, z$  均不等于 0， $x^4$  与  $z^2$  肯定为正数，正负得负，那么  $y^3$  为负， $y$  为负——

- 当  $x$  为正， $z$  为正， $y$  为负， $xyz$  为负；
- 当  $x$  为正， $z$  为负， $y$  为负， $xyz$  为正；

因此  $xyz$  的正负无法确定。

## 18. 选 D

**解题思路：** $(\pm 11)^2 = 121$ ， $(\pm 15)^2 = 225$ ，但是由于  $121 < k^2 < 225$ ，因此  $\pm 11$  与  $\pm 15$  取不到， $k^2$  可以是  $(\pm 12)^2$ 、 $(\pm 13)^2$ 、 $(\pm 14)^2$ ， $k$  的可能取值有  $\pm 12$ 、 $\pm 13$ 、 $\pm 14$ ，一共 6 个。

## 19. 选 D

**解题思路：** $(\pm 4)^2 + (\pm 6)^2 = 52$ ，保证  $x > y$ ，那么  $x$ 、 $y$  可以取 4，-6，或者 -4，-6。那么  $x$  可以取 4 或者 -4，可能等于 4，可能小于 4。

## 20. 选 C

**解题思路：** $3n+1$  为偶数， $3n$  为奇数， $n$  为奇数， $n+1$  为偶数，那么  $(-1)^{n+1} = 1$ 。

## 21. 选 C

**解题思路：** $f(n) = \frac{n(n+1)}{2}$ ，那么——

$$f(4m+1) = \frac{(4m+1)(4m+2)}{2} = (2m+1)(4m+1)，为奇数，故 (-1)^{f(4m+1)} = -1；$$

$$f(4m+2) = \frac{(4m+2)(4m+3)}{2} = (2m+1)(4m+3)，为奇数，故 (-1)^{f(4m+2)} = -1；$$

## 22. 填 $2n+2$

**解题思路：**连续偶数的中位数等于平均数。

### 23. 选 D

**解题思路：**特值法——

当  $x=1, y=6$  时，1 与 6 之间的偶数有 2 个 (2&4)，奇数有 2 个 (3&5)；

当  $x=1, y=7$  时，1 与 7 之间的偶数有 3 个 (2&4&6)，奇数有 2 个 (3&5)；

### 24. 选 D

**解题思路：**

- 2 的偶因数有 1 个 (2)，奇因数有 1 个 (1)
- 6 的偶因数有 2 个 (2&6)，奇因数有 2 个 (1&3)
- 10 的偶因数有 2 个 (2&10)，奇因数有 2 个 (1&5)
- 20 的偶因数有 4 个 (2&4&10&20)，奇因数有 2 个 (1&5)
- 30 的偶因数有 4 个 (2&6&10&30)，奇因数有 4 个 (1&3&5&15)

### 25. 选 B

**解题思路：**

$210=2\times 3\times 5\times 7$ ， $1<2<3<5<7$ ，也即  $w=2, z=7$ ， $w+z=9<10$

### 26. 填 89

**解题思路：**

两位数中 3 的倍数有  $3\times 4\cdots 3\times 33$

两位数中 5 的倍数有  $5\times 2\cdots 5\times 19$

因此，这个集合包括 10、12 $\cdots$ 95、96、99，极差=99-10=89

### 27. 填 6/4 或者 3/2

**解题思路：**

1 到 19 之间（包含两端）3 的倍数有  $3\times 1\cdots 3\times 6$ ，共计 6 个

1 到 19 之间（包含两端）4 的倍数有  $4\times 1\cdots 4\times 4$ ，共计 4 个

因此 3 的倍数的个数：4 的倍数的个数=6：4=3/2。

### 28. 填 20

**解题思路：**所有人当中，15%，也即 3/20 的人年龄为 16 岁及以上，那么总人数起码需要是 20 的倍数，这样算下来 16 岁及以上的人数才可能是整数，故总人数最少为 20 人。

### 29. 选 BDF

**解题思路：**女性占比 4/7，男性占比 3/7，因此男性人数=总人数 $\times 3/7$ =(总人数 $\times 1/7$ ) $\times 3$ ，(总人数 $\times 1/7$ )—

定是整数，因此男性人数一定是 3 的倍数。

### 30. 选 C

**解题思路：**1 月 1 号是周六，每周 7 天，完成一个循环，第 7 天为周五，20 周为完成 20 个循环，也即第 140 天为周五。那么，第 141 天为周六，第 142 天为周日，第 143 天为周一，第 144 天为周二（也即 20 周之后紧接着的周二），还剩  $365-144=221$  天。

### 31. 选 C

**解题思路：**短除法可得 36 和 60 的最大公约数为  $d=12$ ，最小公倍数  $m=180$ 。所以  $QA=36/12=3$ ， $QB=180/60=3$ 。

### 32. 填 75

**解题思路：**这个数字既能被 3 整除，也能被 4 整除，也即是 3 和 4 的公倍数，一定是 3 和 4 的最小公倍数 12 的倍数，100 到 1000 之间（包含两端）12 的倍数有  $12 \times 9 \cdots 12 \times 83$ ，一共  $83-9+1=75$  个。

### 33. 选 B

**解题思路：**1 到 100 之间（包含两端）一共有 100 个整数，其中——

3 的倍数有  $3 \times 1$ 、 $3 \times 2 \cdots 3 \times 33$ ，一共 33 个；

7 的倍数有  $7 \times 1$ 、 $7 \times 2 \cdots 7 \times 14$ ，一共 14 个；

其中 3 和 7 的公倍数一定是最小公倍数 21 的倍数，有  $21 \times 1$ ， $21 \times 2 \cdots 21 \times 4$ ，一共 4 个

因此，1 到 100 之间（包含两端）3 的倍数，7 的倍数，去掉重合的部分，一共有  $33+14-4=43$  个，那么既不是 3 的倍数也不是 7 的倍数的数有  $100-43=57$  个。

### 34. 选 D

**解题思路：**

1 到 100 之间（包含两端）3 的倍数有  $3 \times 1 \cdots 3 \times 33$ ，一共有 33 个；

1 到 100 之间（包含两端）4 的倍数有  $4 \times 1 \cdots 4 \times 25$ ，一共有 25 个；

1 到 100 之间（包含两端）5 的倍数有  $5 \times 1 \cdots 5 \times 20$ ，一共有 20 个；

1 到 100 之间（包含两端）3 和 4 的公倍数一定是最小公倍数 12 的倍数，有  $12 \times 1 \cdots 12 \times 8$ ，一共有 8 个，因此 3 或 4 的倍数有  $33+25-8=50$  个；

1 到 100 之间（包含两端）4 和 5 的公倍数一定是最小公倍数 20 的倍数，有  $20 \times 1 \cdots 20 \times 5$ ，一共有 5 个，因此 4 或 5 的倍数有  $25+20-5=40$  个。

### 35. 选 C

**解题思路：**A 独自需要 20 分钟整理完 1 本书，B 独自需要 12 分钟整理完 1 本书；20 与 12 的最小公倍数为 60，也即每 60 分钟为 1 个循环，这个循环内，A 整理 3 本书，B 整理 5 本书，也即每 60 分钟为 1 个循环内 A 与 B 共同整理 8 本书。一共有 160 本书，需要共同完成 20 个循环，正好共同整理完 160 本书。此时，A 完成

20 个循环，每个循环整理 3 本，一共整理  $20 \times 3 = 60$  本书

### 36. 填 9

**解题思路：**JKL 作为数位上的数字，都必须是 1 到 9 的正整数，使得两位数 J-K 与 K-L 都能被 9 整除的组合有——

18 与 81

27 与 72

36 与 63

45 与 54

54 与 45

63 与 36

72 与 27

81 与 18

**99 与 99（易忽略掉）**

那么，这个三位数 J-K-L 可能的取值有 181、272、363……818、999，共计 9 个。

### 37. 填 26

**解题思路：**24 可以被其个位数 4 整除。10 到 70 之间（包含两端）类似的数字还有

11、21……61 可以被 1 整除，共 6 个；

12、22……62 可以被 2 整除，共 6 个；

15、25……65 可以被 5 整除，共 6 个；

24、44、64 可以被 4 整除，共 3 个；

33、63 可以被 3 整除，共 2 个；

36、66 可以被 6 整除，共 2 个；

48 可以被 8 整除，共 1 个；

个位是 7 的数字，不能被 7 整除（通过 99 乘法表验证）；

个位是 9 的数字，不能被 9 整除（通过 99 乘法表验证）；

因此，一共有  $6+6+6+3+2+2+1=26$  个。

### 38. 填 12

**解题思路：** $\frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3}{2^x \times 3^y} = \frac{2^3 \times 7 \times 2 \times 3 \times 5 \times 2^2 \times 3}{2^x \times 3^y} = \frac{2^6 \times 3^2 \times 5 \times 7}{2^x \times 3^y}$  为整数，那么 x 最大为 6，y 最大为 2，xy 最大为

12

### 39. 选 D

**解题思路：**当 n 是 1000 以上 3 和 17 的公倍数时（如 1183），除 3 和除 17 的余数相同，都为 0，QA=QB；



当  $n$  是 1184 时, 除 3 的余数是 2, 除 7 的余数是 1,  $QA > QB$

#### 40. 选 C

**解题思路:**  $k^2 - k = k(k-1)$ , 由于  $k$  为大于 1 的正整数,  $k(k-1)$  即为两个连续整数, 其中一定有一个偶数, 因此  $k(k-1)$  整体一定可以被 2 整除, 余数为 0

#### 41. 选 C

**解题思路:**  $10^8 + 10^9 + 10^{10} + 10^{11} = 11110000 \cdots 000$  (11 个 0),  $1111 \div 11 = 101$ , 因此  $11110000 \cdots 000$  (11 个 0) 能被 11 整除, 余数为 0。

#### 42. 选 B

**解题思路:**  $n^2$  能被 7 整除, 说明  $n$  本身自带 7, 那么  $n$  除 7 能整除, 余数为 0

#### 43. 选 D

**解题思路:**

当  $m$  与  $n$  均为正偶数时,  $m+n$  为偶数,  $m^n$  也为偶数, 除 2 都能整除, 余数都为 0,  $QA = QB$ ;

当  $m$  与  $n$  均为正奇数时,  $m+n$  为偶数, 除 2 余 0,  $m^n$  也为奇数, 除 2 余 1,  $QA < QB$ 。

#### 44. 选 C

**解题思路:** 假设余数均为  $m$ , 则  $x = 9a + m$ ,  $y = 9b + m$ , 那么  $x$  与  $y$  除 3 时,  $9a$  与  $9b$  都可以被整除掉, 二者都只需要考虑  $m$  除 3 的余数是几, 二者的余数都是  $m$  除 3 的余数。

#### 45. 填 1

**解题思路:** 找规律求余数——

$3^1$  除 8 余 3

$3^2$  除 8 余 1

$3^3$  除 8 余 3

$3^4$  除 8 余 1

.....

发现规律, 也即 3 的奇数次方除 8 余 3, 偶数次方除 8 余 1。

#### 46. 选 BEG

**解题思路:** 根据题目条件, 设  $6n$  除 75 的商为  $6n = 75m + 30$ , 也即  $6n - 30 = 75m$ , 由于  $n$  是整数,  $6n$  一定是偶数,  $6n - 30$  一定是偶数, 那么  $75m$  必须是偶数, 故  $m$  必须是偶数, 必须重新调整, 设商为  $2m$ , 也即  $6n = 75 \cdot 2m + 30$ , 化简得  $n = 25m + 5$ ,  $7n = 175m + 35$ , 接下来找规律——

当  $m=0$ ,  $7n$  除 75 的余数为 35

当  $m=1$ ,  $7n$  除 75 的余数为 60

当  $m=2$ ,  $7n$  除 75 的余数为 10

当  $m=3$ ,  $7n$  除 75 的余数为 35

当  $m=4$ ,  $7n$  除 75 的余数为 60

当  $m=5$ ,  $7n$  除 75 的余数为 10

.....

#### 47. 填 0

**解题思路：** $3^x$  的个位呈 3、9、7、1 循环，21 除 4 余 1，所以  $23^{21}$  的个位为 3，那么  $23^{21}-3$  的差的个位为 0

#### 48. 填 9

**解题思路：** $2^x$  的个位呈 2、4、8、6 循环，25 除 4 余 1，所以  $2^{25}$  的个位为 2，那么  $2^{25}$  减去 53 的个位为 9

#### 49. 填 6

**解题思路：** $2^x$  的个位呈 2、4、8、6 循环，19 除 4 余 3，所以  $32^{19}$  的个位为 8，那么  $32^{19}$  减去 32 的个位为 6

#### 50. 填 0

**解题思路：** $x$  是偶数，设  $x=2m$  ( $m$  为整数)，那么  $x^3=(2m)^3=8m^3$  偶数，因此  $5x^3=5 \cdot 8m^3=40m^3$ ，个位一定是 0

#### 51. 填 3

**解题思路：**

$2^x$  的个位呈 2、4、8、6 循环，2012 除 4 整除，所以  $2^{2012}$  的个位为 6；

$3^x$  的个位呈 3、9、7、1 循环，2012 除 4 整除，所以  $3^{2012}$  的个位为 1；

$5^x$  的个位始终为 5，所以  $5^{2012}$  的个位为 5；

$7^x$  的个位呈 7、9、3、1 循环，2012 除 4 整除，所以  $7^{2012}$  的个位为 1；

因此， $2^{2012}+3^{2012}+5^{2012}+7^{2012}$  的个位  $=6+1+5+1$  的个位  $=3$

#### 52. 填 5

**解题思路：**

•  $3^x$  的个位呈 3、9、7、1 循环，7 除 4 余 3，所以  $3^7$  的个位为 7；

•  $5^x$  的个位始终为 5，所以  $5^4$  的个位为 5；

•  $7^x$  的个位呈 7、9、3、1 循环，11 除 4 余 3，所以  $7^{11}$  的个位为 3；

因此， $3^7 \cdot 5^4 \cdot 7^{11}$  的个位为  $7 \times 5 \times 3$  的个位，为 5

•  $4^2$  的个位为 6；

- $5^3$  的个位为 5 ;

因此,  $4^2 5^3 11$  的个位为  $6 \times 5 \times 1$  的个位, 为 0

故前者减去后者的差的个位为  $5-0=5$

### 53. 填 15625

**解题思路 :**

$x$  既是一个完全平方数, 也是一个完全立方数, 说明  $x$  的指数为 6 的倍数

$x$  的个位为 5, 说明  $x$  的个位为 5

由于  $0 < x < 10^7$ ,  $x$  只可能是  $5^6 = 15625$

### 54. 选 BEF

**解题思路 :**

- **方法一 :**  $2n$  为偶数, 个位可能是 0、2、4、6、8, 那么  $(2n)^2$  的个位可能是 4、6、0, 故  $4n+3$  的个位是 7、9、3
- **方法二 :** 考查个位数找规律。  $n$  为正整数, 那么  $n$  的平方的个位可以是 1、4、5、6、9、0, 于是  $4n$  的个位是 4、6、0,  $4n+3$  的个位是 7、9、3

### 55. 填 2

**解题思路 :** 除数为 5 时, 求余数只看个位即可,  $3^x$  的个位呈 3、9、7、1 循环, 27 除 4 余 3, 所以  $3^{27}$  的个位为 7, 除 5 余 2

### 56. 填 1

**解题思路 :** 除数为 5 时, 求余数只看个位即可,  $9^x$  的个位呈 9、1 循环, 78 为偶数, 所以  $9^{78}$  的个位为 1, 除 5 余 1

### 57. 选 C

**解题思路 :**  $x$  和  $y$  均小于 30, 且  $x$  是质数,  $y$  的奇数, 但不是质数

- A 选项,  $48=2 \times 24$ , 从中间开始试数,  $23+25=48$ , 满足要求 ;
- B 选项,  $50=2 \times 25$ , 从中间开始试数,  $23+27=50$ , 满足要求 ;
- C 选项,  $52=2 \times 26$ , 从中间开始试数, 找不到满足要求的  $x$  和  $y$  ;
- D 选项,  $54=2 \times 27$ , 从中间开始试数,  $29+25=54$ , 满足要求 ;
- E 选项,  $56=2 \times 28$ , 从中间开始试数,  $29+27=56$ , 满足要求。

### 58. 填 $1+p$

**解题思路 :**  $p$  是质数, 只有 1 个自身两个因数,  $p=mn$ , 因此  $m$  与  $n$  之间, 有一个数字是 1, 另外个数字则是  $p$  自身, 那么  $m+n=1+p$

### 59. 选 B

**解题思路：**除了 2 以外，所有的质数都是奇数，相加肯定为偶数。既然这两个质数加起来为奇数 43，肯定有一个是 2，那么另外一个自然是 41，二者乘积为 82。

### 60. 选 B

**解题思路：**除了 2 以外，所有的质数都是奇数，相加肯定为偶数。既然这两个质数加起来为奇数，肯定有一个是 2，那么另外一个大于 2 的质数，既然  $m < n$ ， $m=2$

### 61. 填 5

**解题思路：**男孩数量是质数，女孩数量是质数，且男女总人数是质数，10 以内相差为 1 的质数只有 2 和 3，总数 5 也是质数，满足要求

### 62. 选 B

**解题思路：**由题可知， $f(100)=2 \times 4 \times 6 \cdots \times 100 = 2 \times (1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 46 \times 47 \times 48 \times 49 \times 50)$ ，48、49、50 都可以进一步拆解，所以最大质因数为 47。

### 63. 选 D

**解题思路：**P 是质数，那么——

5P 的质因数包括 5 和 P，和为  $5+P$

6P 的质因数包括 2、3 和 P，和为  $2+3+P=5+P$

但是，当  $P=5$ ， $5P=25$ ，25 的质因数只有 5， $QA=5$

而  $6P=30$ ，30 的质因数有 2、3、5， $QB=10$ ，故  $QA < QB$ ，因此无法确定 QA 与 QB 的关系

### 64. 填 43

**解题思路：** $79^2 - 50^2 = (79+50) \times (79-50) = 129 \times 29 = 3 \times 43 \times 29$ ，最大质因数为 43

### 65. 选 AC

**解题思路：**

A 选项， $4(x+20)^2$  一定是偶数，那么  $4(x+20)^2 - 1$  一定是奇数；

B 选项，随便代入  $x=1$ ， $n=1763$ ，不能被 5 整除，所以  $n$  不一定能被 5 整除，不一定是 5 的倍数；

C 选项， $4(x+20)^2$  除 4 能整除，那么  $4(x+20)^2 - 1$  一定除 4 余 3