GRE

考 满 分 G R E

数 学 一 对 一

最新机经 600 题

考 前 巩 固 练 习

参考答案&解析

最新最全数学机经题

全面体现最新&最热门考点

4.1 直线与角专题

[专项练习]

答案&解析

1. 选 D

解题思路： 分别找到 x、y、z 的对顶角，正好是三角形的三个内角，也即 $x+y+z=180$，无法判断 $x+y$ 与 z 的大小关系

2. 填 40

解题思路： 现有三个角的补角 120°、140°、60°，正好是四边形三个内角，那么第四个角=360-120-140-60=40°

3. 填 86

解题思路： $\angle ECB=\angle ECA+\angle ACB=86°$，$l$ 与 m 平行，所以内错角相等，$\angle CBF=\angle ECB=86°$

4. 选 A

解题思路： 垂直的时候最短，角度越小越倾斜，夹在两条平行线之间的线段越长

5. 选 C

解题思路： x 的补角=$180-x$，x 的余角=$90-x$，因此可得 $90-x<x<1/2(180-x)$，也即 $45<x<60$

4.2 多边形专题

[专项练习]

答案&解析

1. 选 ABC

解题思路： 正 x 边形的内角和=(n-2)×180，那么正 x 变形的内角=180(n-2)/n，故 100<180(n-2)n<130，解得 4<n<7.2，也即 n 可以取 5、6、7，可以是五边形、六边形、七边形

2. 选 B

解题思路：QA=五边形的内角和+90=(5-2)×180+90=630

QB=六边形的内角和=(6-2)×180=720

3. 选 B

解题思路：梯形为四边形，内角和 360 度，内角平均度数=360÷4=90；

五边形内角和(5-2)×180=540 度，内角平均度数 540÷5=108

4. 填 2

解题思路：多边形内角和=(n-2)×180=180n-360，每相邻多边形内角和差 180°，多边形 A 与 B 的内角和差 360°，故边数差 2

5. 选 A

解题思路：这设等边三角形边长为 x，则等边三角形周长为 2·3x=6x，正五边形的边长为 6x/5>x

6. 选 C

解题思路：正八边形边长为 1，内角和(8-2)×180=1080°，每个内角=1080/8=135，左侧两个顶点向 AC 方向作垂线，可得上下两个等腰直角三角形，中间平移过来一条边，斜边为 1，直角边=√2/2，那么 AC=直角边×2+平移过来一条边=1+√2，那么三角形面积=(1+√2)×1×1/2=(1+√2)/2

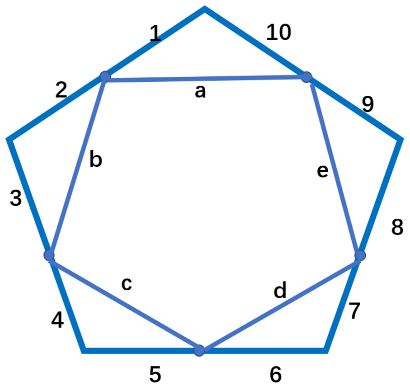
7. 选

解题思路：正六边形内角和(6-2)×180=720°，每个内角 720/6=120°，假设正六边形边长为 1，连接 1 条竖的对角线长度等于 Q 与 2 条横着的对角线长度等于 P，可以得到 4 个 30°、60°、90°的直角三角形，30°所对的直角边=1/2，那么 Q=1/2 + 1 +1/2=2，60°所对的直角边=√3/2，那么 P=√3

8. 选 A

解题思路：考察多边形与三角形边长关系。如下图所示，把外侧五边形的边拆成第 1~第 10 共 10 条线段，a~e 代表内侧五边形的五条边

根据三角形的两边之和大于第三边可推知：1+10>a, 2+3>b, 4+5>c, 6+7>d, 8+9>e，所以 1+2+……+10>a+b+c+d+e，所以 A>B



4.3 三角形专题

[专项练习]

答案&解析

1. B

解题思路： 三角形三条边为 13、13、10，等腰三角形向长为 10 的边画垂线，得直角三角形，斜边 13，短直角边 5，高为 12，那么三角形面积=10×12÷2=60<65

2. 选 D

解题思路：如果没有文字信息，无法确定三角形的形状，∠a 大小随意；如果题目告诉三角形是锐角三角形，那么∠a 一定大于 60 度

3. 选 A

解题思路：△DAF 与△DEF 同底等高，面积相等，明显△DAF 面积<△ABC 面积，所以△ABC 面积>△DEF 面积

4. 填 22

解题思路：AD+DC=四边形 ABCD 的周长-AB-BC=14，AC=AB=8，那么△ADC 的周长=14+8=22

5. 选 ABCD

解题思路：△ABD 是等边三角形，那么∠B=60°，∠C=30°，30°所对的直角边等于斜边的一半，AB=2，那么 BC=4，勾股定理可得 AC 长度，等边三角形中，BD、AD 长度自然等于 AB 长度

6. 选 D

解题思路：考察三角形三边的关系。等腰三角形的两边长度为 5 和 5，第三边的范围就是 0 到 10，周长范围就是 10 到 20，而 15 正好在这之间，所以无法确定

7. 填 58

解题思路：直角三角形当中，勾股定理得斜边= $\sqrt{12^2+16^2}=20$，那么右上方三角形为等边三角形，底角相等为 58°

8. 选 A

解题思路：同一个三角形内，两个底角变大，相应地顶角变小，顶角所对的边也变小了

9. 填 12

解题思路：等腰三角形 ABE 中，AB=BE=4，等腰三角形 ACF 中 AC=CF=3，直角三角形 ABC 中直角边分别为 3、4，斜边 BC=5，那么三角形 ABC 的周长=3+4+5=12

10. 选 B

解题思路：A（0.5，x），B（2，x），三角形 ACB 为等腰三角形，那么 C 的横坐标一定也是 AB 中点的横坐标，代入中点坐标公式得 C 的横坐标=(0.5+2)/2=1.25<1.75

11. 填 392

解题思路：等腰直角三角形 ABC 与 DEF 中，正方形 X 的面积 441，边长 21，正方形 X 讲△ABC 分成了三个区域，左上方和右下方均为小等腰直角三角形，那么小等腰直角三角形的斜边=21√2，大等腰直角三角形的斜边=2×小等腰直角三角形的斜边=42√2。类似的，正方形 Y 将△DEF 分出了三个小等腰直角三角形，左上和右下等腰直角三角形的直角边等于正方形的边长，那么大等腰直角三角形的斜边=3×正方形 Y 的边长，正方形 Y 的边长=1/3·（42√2）=14√2，面积=（14√2）^{2}=392

12. 填 1/9

解题思路：

方法一：同上题，正方形 Y 的边长×3=等腰直角三角形 DEF 的斜边，△DEF 面积为 1，直角边为√2，斜边为 2，那么 AB=1/3 · 2=2/3，等腰直角三角形的直角边=√2/3，面积=1/2(√2/3)^2=1/9

方法二：（相似法）同上题，△DEF 面积为 1，直角边为√2，正方形 Y 的边长×3=等腰直角三角形 DEF 的斜边，那么三角形 AEB 与三角形 DEF 的相似比为 1：3，因此 BE=1/3 · EF=√2/3，面积=1/2(√2/3)^2=1/9

13. 选 2+2√2

解题思路：正方形面积 4，边长 2，那么△ACB 的斜边为 2，直角边√2，周长=2+2√2

14. 选

解题思路：上方等腰直角三角形的斜边 14，直角边 14/√2，面积 1/2(14/√2)^2=196/4=49，左右两侧等腰直角三角形的斜边 6，直角边 6/√2，面积 1/2(6/√2)^2=9，矩形面积 14×6=84，那么总面积=49+2×9+84=151

15. 选 B

解题思路：等边三角形边长为 6，面积=√3/4×(6)^2=9√3<18

16. 选 D

解题思路：等腰三角形和等边三角形的高均为 20，由于等腰三角形的底不确定，可能比等边三角形的短，可能相等，可能长，所以面积大小无法比较

17. 选 C

解题思路：假设三角形为直角三角形——

- 当第三条边>4 时，假设 3、4 为直角边，那么斜边为 5，题目要求这个三角形为锐角三角形，那么第三条边一定要<5；
- 当第三条边<4 时，假设 4 为斜边，3 为直角边，那么另外一条直角边为 $\sqrt{7}$。题目要求这个三角形为锐角三角形，那么第三条边一定要> $\sqrt{7}$；
- 当第三条边=4 时，等腰三角形的三边分别为 4、4、3，为锐角三角形。

综上，要想这个三角形是锐角三角形，第三条边的取值范围为$(\sqrt{7}, 5)$

18. 填 15

解题思路：考查相似的判定与性质。由于 EF∥BC，所以两个同位角相等，且顶角相同，三个角度相等的两个三角形（△AEF 与△ABC）相似，AE=1/2BE，所以 AE/AB=1/3，故 EF/BC=1/3，EF=5，则 BC=15

19. 选 A

解题思路：设三角形 PQR 的面积为 x，三角形 PQT 的面积=1/2 三角形 PQR 的面积=x/2，而三角形 APS 的面积=1/3 三角形 AQR 的面积=x/3，那么三角形 APS 的面积：三角形 PQT 的面积=1/3：1/2=2/3，也即相似比为 $\sqrt{2}/\sqrt{3}$，也即 $\sqrt{6}/3$，PS：PT= $\sqrt{6}/3$，而 PT：PR=1：2，那么 PS= $\sqrt{6}/6$ · PR≈0.408·PR>1/3 ·PR

4.4 四边形专题

[专项练习]

答案&解析

1. 选 B

解题思路：

AB+BC>AC

AD+DC>AC

AB+AD>BD

CB+CD>BD

四个不等式左侧右侧分别相加，得 2（AB+BC+CD+DA）>2（AC+BD），也即（AB+BC+CD+DA）>（AC+BD）

2. 填 10

解题思路：这考察正方形面积计算。阴影面积等于大正方形面积减去小正方形面积，再除以 2，即为(6*6-4*4)/2=10

3. 选 A

解题思路：考察矩形面积计算。AE=CG 但是 AD>FG，两个长方体的交叉部分面积相同，非交叉的突出部分是 Quantity A 更大。

4. 选

解题思路：正方形边长 15，阴影部分面积占正方形的 75%，那么空白部分面积占正方形的 25%=15^2×0.25，而空白部分面积=2×等腰直角三角形的面积=2×1/2（15-x）^{2}，也即 15^2×0.25=2×1/2（15-x）^{2}，解得 x=7.5

5. 填 48

解题思路：设 EC=2x，则 BE=3x，AD=5x，由已知条件得，1/2 · 2x · DC=12，那么 DC=AB=12/x，梯形 ADEB 的面积=（BE+AD）×AB÷2=（3x+5x）×（12/x）÷2=48

6. 选 B

解题思路：正方形的面积等于等边三角形的面积，设等边三角形的边长为 x，则等边三角形的面积为√3/4x^2，正方形的面积亦为√3/4x^2≈0.433 x^2，那么正方形的边长约等于√0.433 x^2≈0.658x<x

7. 选 C

解题思路：设 EF=CD=x，FG=AB=y，那么梯形 ABCD 的面积=1/2（x+y）×高，三角形 EGH 的面积=1/2（x+y）×高

4.5 圆与扇形专题

[专项练习]

答案&解析

1. 选 A

解题思路： 考查圆与正方形的面积。设正方形边长为 2a，那么 QA 圆的面积=π × a^2，QB 正方形的面积的一半=1/2(2a)^2=2a^2。π>2，所以 A>B。

2. 选 C

解题思路：考察圆的周长和面积。圆的周长为π，半径就是 1/2，面积就是πr^2=π/4

3. 填 8/9

解题思路： 由题可知，R=3r，全部向 r 转化，阴影部分面积=大圆面积-小圆面积=πR^2-πrr^2=π(3r)^2-πr^2=8πr^2，所以阴影部分面积占大圆面积的比例=8πr^2/π(3r)^2=8/9

4. 选 D

解题思路：由于位置 r 与 1 的大小关系，所以 QA 与 QB 里哪个圆的半径更长无法判断

5. 选 61π/2-60

解题思路：三角形内切于半圆，则三角形为直角三角形，AB=12, BC=10，AC=√244，半径=√244/2，那么半圆面积=1/2π(√244/2)^{2}=61π/2，直角三角形面积=1/2 · 12 · 10=60，阴影部分面积=61π/2-60

6. 选 C

解题思路：三角形内切于半圆，且 AB 为直径，那么三角形 ABC 为直角三角形，a+b=90°

7. 选 D

解题思路：三角形内切于半圆，且 AB 为直径，那么三角形 ABC 为直角三角形，底为直径，高最大为半径，那么△ABC 的面积最大为 1/2 · 2r · r=r^{2}，那么 0<QA≤5r^{2}，QB=πr^{2}，因此二者大小关系无法判断

8. 选 A

解题思路：三角形内切于半圆，且 AB 为直径，那么三角形 ABC 为直角三角形。当 C 位于 ACB 弧的中点时，AC+BC 取到最大值=2√2x，而最小值接近于 2x，因此△ABC 的周长最大值=2x+2√2x，而最小值接近于 4x，但是仍然大于 4x

9. 选 B

解题思路：三角形内切于半圆，且 AB 为直径，那么三角形 ABC、三角形 ADB 均为直角三角形。AC=BC，那么三角形 ABC 的高达到最高值半径，故三角形 ADB 的面积<三角形 ABC 的面积

10. 填 115

解题思路：三角形内切于半圆，且 AB 为直径，那么三角形 ABC、三角形 ADB 均为直角三角形，∠ADB=90°，∠ACB=90°，∠CBD=65°，那么四边形 ACBD 中，∠CAD=360-90-90-65=115°

11. 选 25π/4-25/2

解题思路：三角形内切于半圆，且 AB 为直径，那么三角形为直角三角形。已知三角形为等腰三角形，那么这个三角形为等腰直角三角形，半径为 5，直径为 10，那么等腰直角三角形的高正好为半径 5，因此阴影部分面积=1/2（半圆面积-等腰直角三角形面积）=1/2·[1/2·π·5^2-10×5×1/2]=1/2（25π/2-25）=25π/4-25/2

12. 填 16

解题思路：设 AB=4x，则 A0+=OB=2x，小圆半径=x，已知三个半圆的面积之和=48，也即 2 · (1/2)·π x^2+(1/2)·π$(2x)^2$=48π，解得 x^2=16，x=4，那么 AB=4x=16

13. 选 3π

解题思路：考察扇形的面积。大圆半径是 2，其半圆面积就是（1/2）*2^2π =2π；小圆半径是 1，两个半圆就是一个圆面积就是π*1^2=π。所有阴影面积=3π。

14. 选 C

解题思路：考察圆的面积计算。

Quantity A=大半圆面积-2×小半圆面积= :$\frac{1}{2}\left(x^2\pi-2\times\left(\frac{x}{2}\right)^2\pi\right)=\frac{x^2\pi}{4}$ =Quantity B

15. 填 200

解题思路：圆的圆心位于原点，点（6，-8）在圆上，点到原点的距离即为半径=10，内切正方形的对角线即为直径=20，那么正方形的面积=1/2$(20)^2$=200

16. 选 C

解题思路：设小圆的半径为 x，则大圆的半径为 2x，那么蓝色区域面积=1/2 · π · $(x)^2$= πx^2/2，黄色区域面积=1/4 大圆面积-蓝色区域面积=1/4 π · $(2x)^2$- πx^2/2= πx^2/2

17. 填 18

解题思路：圆中，扇形 A 圆心角 80°，弧长 6；扇形 B 紧挨着扇形 A，弧长 3，求剩余弧的长度

设圆的半径为 2，则 80/360 · 2π · r=6，化简得 r=27/2π，则圆的周长=2πr=27，减去两段弧长即为剩下弧长=27-6-3=18

18. 选 r/R

解题思路：设 AB 弧和 DF 弧所对的圆心角均为 x（对顶角相等），则 AB 弧长=（x/360）·2πr，DF 弧长=（x/360）·2πR，那么二者的比例=（x/360）·2πr：（x/360）·2πR=r/R

19. 选 A

解题思路：由题可知，矩形 ABCD 面积=ln，圆的面积=$\pi(n/2)^2$，那么 ln= $4\cdot\pi(n/2)^2$，化简得 l/n=π>π/2

20. 选 B

解题思路：面积相等的圆与正方形，比较谁的周长更长。设圆的半径为 x，则周长为 2πx，面积为πx^2，正方形的面积亦为πx^2，那么正方形的边长为 √π · x，周长为 4√π · x，而 2π ＜4√π，那么 2π x< 4√π x

4.6 三维图形专题

[专项练习]

答案&解析

1. 选 A

解题思路： 考察空间想象力，圆与正方体体积公式。如图，圆柱体内切于正方体里面，设圆柱体底面半径为 R，则正方体边长为 2R，圆柱体体积为πR^2*2R，正方体体积为（2R）^{3}，二者比例$\pi/4$。

2. 填 2

解题思路：考察立体几何。假设 A 点下方的点是 B 点，正方体边长是 x. 连接 BG,AG，则 AB 垂直于 BG，根据勾股定理，$BG^2=2x^2$，$AG=3x^2=$（2*根号 3）$^2=12$，则 x=2，故正方体边长=2.

3. 选 A

解题思路：考查立方体体积公式。注意单位换算，1 码=3 英尺，所以 1 立方码=3^3 立方英尺=27 立方英尺。因此，100 个容器可以放下的拖鞋体积=100×3 立方英尺/27 =11.1111.... 立方码<13。

4. 选 √5

解题思路：长方体长是宽的 2 倍，宽和高相同，设宽=高=x，则长=2x，四面墙+屋顶的表面积=2×（长×高）+2×（宽×高）+长×宽=$8x^2$，每平方英尺需要花 10 刀，一共花了 400 刀，说明涂了 40 平方英尺的区域，也即 $8x^2=40$，x= √5