GRE

考 满 分 G R E

数 学 一 对 一

最新机经 600 题

考 前 巩 固 练 习

参考答案&解析

最新最全数学机经题

全面体现最新&最热门考点

3.1 代数式运算专题

[专项练习]

答案&解析

1. 选

解题思路：$(x+1)/x=10$， $1+1/x=10$, $x=1/9$, $(x+1)^2=(10/9)^2=100/81\approx 1.23<12$

3.2 指数运算法则专题

[专项练习]

答案&解析

1. 填 243

解题思路： $(9^x)(3^y)=(3^{2x})(3^y)=3^{2x+y}=3^5=243$

2. 填 3.75

解题思路：

$0.5^{-2}=4$

$0.5^{-1}=2$

$0.5^{0}=1$

$0.5^{1}=0.5$

$0.5^{2}=0.25$

极差=4-0.25=3.75

3. 选 C

解题思路： 2^{-r^2}=1/（$2^{r\wedge 2}$），由于 r 是正整数，因此函数 y 是一个单调递减，且函数值恒正。

令 r=1, 1/（$2^{r\wedge 2}$）=1/2

令 r=2, 1/（$2^{r\wedge 2}$）=$1/2^4$

令 r=3, 1/（$2^{r\wedge 2}$）=$1/2^9$

......

只有 C 可以取到

4. 选 C

解题思路： $a=(-1/37)^{12}=(1/37)^{12}=37^{-12}$

5. 选 D

解题思路：特值法——

当 x=-1 时，$x^3+1/x^3=-2$，x+1/x =-2，QA=QB

当 x=-1/2 时，$x^3+1/x^3=-1/8-8$，x+1/x =-1/2-2，QA<QB

6. 选 D

解题思路：移项得 $2r^3=2r$，$r^3=r$，r=1, -1, 0，无法判断 r 与 0 的大小关系

7. 选 A

解题思路：$QA-QB=7+10^m-(5+10^n)=2+10^m-10^n$，m 与 n 均为负数，m<n

举例 m 与 n 差距为-1，-2<-1，$10^m-10^n=-0.09$

当 m 无限小，n=-1，10^m-10^n 接近于-0.1

因此，10^m-10^n 最小接近于-0.1，$2+10^m-10^n$ 始终>0

8. 选 D

解题思路：$(ax)^4=a^4x^4=$，那么 $QA/QB= ax^4/ a^4x^4=1/a^3$

当 a>1，$QA/QB=1/a^3<1$

当 0<a<1，$QA/QB=1/a^3>1$

9. 选 D

解题思路：$QA/QB=(1/2)^n /(1/3)^n=(3/2)^n$

n>0 时，$(3/2)^n >1$

n<0 时，$(3/2)^n <1$

10. 选 5^6

解题思路：这个数字的个位是 5，既可以转换成一个完全平方数，也可以转换成一个完全立方数，那么这个数的指数为 6 的倍数即可，因此这个数字可以是 $5^6=3125$，而其他数字明显大于 100,000

11. 选 B

解题思路：$6\times\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{216}\times\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{216\times2}=\sqrt[3]{432}>\sqrt[3]{250}$

3.3 解线性方程专题

[专项练习]

答案&解析

1. D

解题思路： 化简得，$x\cdot 90=900$，$x=10$，不知道 y 的大小，无法判断 x 与 y 的关系

2. 选 $1.72\cdot 6^{25}$

解题思路： $3.28\times 6^{25}-0.26\times 6^{26}=6^{25}(3.28-0.26\times 6)=1.72\cdot 6^{25}$

2. 填 7

解题思路： N 个家庭，每个家庭都有 2 个男孩，1 个女孩，一共有男孩 2N 人，女孩 N 人

M 个家庭，每个家庭都有 1 个男孩，2 个女孩，一共有男孩 M 人，女孩 2M 人

M+N 个家庭里，总共有 11 个男孩，10 个女孩

也即——

$2N+M=11$

$N+2M=10$

解得 $N=4$，$M=3$，故一共有 $4+3=7$ 个家庭

3.4 解二次方程专题

[专项练习]

答案&解析

1.　选 B

解题思路： $ax^2+5x-6=0$ 有两个解，说明 $25-4a\times(-6)>0$，也即 $25+24a>0$，$24a>-25, a>-25/24$

3 是方程 $ax^2+5x-6=0$ 的解，可以代入得 $9a+15-6=0$，也即 $a=-1$

那么这个方程可以转换成 $x^2-5x+6=0$

也即 $(x-2)\times(x-3)=0$

另外一个解 $c=2>a=-1$

2. 选 A

解题思路： $x^2-x-20=0$，十字相乘得 $(x-5)\times(x+4)=0$，也即两个解为 5 和-4

$QA-QB=(a-b)^2-(a+b)^2=-4ab=80>0$，也即 $QA>QB$

3. 选 B

解题思路： $x^2+kx+1=0$ 有两个解，那么 $k^2-4>0$，也即 $k>2$ 或者 $k<-2$

方法一：

$x^2+kx+1=0$ 有两个解 r 与 t，那么式子可以写成 $(x-t)(x-r)=0$，化简得 $x^2-(t+r)x+tr=0$

也即 $t+r=-k$，$tr=1$

由于 $tr=1>0$，说明 tr 互为倒数，且同正或者同负

- 同负时，$t<r<0<1$，也即 $t<1$
- 同正时，$0<t<r$，tr 互为倒数，那么只能是 $0<t<1$，$1<r$，也即 $t<1$

因此，t 恒小于 1

方法二：

$t<r$，那么 $t=[-k-\sqrt{(k^2-4)}]/2=-[k+\sqrt{(k^2-4)}]/2$

比较 QA=t 与 QB=1 的大小关系，用 QA-QB

$QA-QB=-[k+\sqrt{(k^2-4)}]/2-1=-[k+2+\sqrt{(k^2-4)}]/2$

也即只用判断 $k+2+\sqrt{(k^2-4)}$ 与 0 的大小关系

当 $k>2$ 时，很明显 $k+2+\sqrt{(k^2-4)}>0$

当 $k<-2$ 时，$k+2<0$，$\sqrt{(k^2-4)}>0$，要想判断二者之和与 0 的大小关系，需要比较 $\sqrt{(k^2-4)}$ 与 $|k+2|$ 的大小关系，也即比较 (k^2-4) 与 $|k+2|^2$ 的大小关系

$(k^2-4)-|k+2|^2=-4k-8=-4(k+2)$，$k<-2$，那么 $k+2<0$，$-4(k+2)>0$，$(k^2-4)-|k+2|^2>0$，也即 $(k^2-4)>|k+2|^2>0$，

$\sqrt{(k^2-4)}>|k+2|$，虽然 $k+2$ 为负数，但是由于$|k+2|<\sqrt{(k^2-4)}$，$\sqrt{(k^2-4)}+k+2$ 仍然大于 0

综上所述，无论 $k>2$ 还是 $k<-2$，$k+2+\sqrt{(k^2-4)}>0$，$-[k+2+\sqrt{(k^2-4)}]/2<0$，也即 $QA-QB<0$，$QA<QB$

3.5 解线性不等式专题

[专项练习]

答案&解析

1. 选 E

解题思路： $1<-x<4$，那么 $-4<x<-1$，x 可以取 -3、-2，$2<y<5$，那么 y 可以取 3、4，故要使得 xy 最小，x 尽量小取 -3，y 尽量大取 4，此时 xy 取到最小值 -12

2. 填 19900

解题思路：列举法找规律

x 取 1，y 可以取 1、2、3……199，可以构成 199 个不同的点

x 取 2，y 可以取 1、2、3……198，可以构成 198 个不同的点

x 取 3，y 可以取 1、2、3……197，可以构成 197 个不同的点

……

x 取 197，y 可以取 1、2、3，可以构成 3 个不同的点

x 取 198，y 可以取 1、2，可以构成 2 个不同的点

x 取 199，y 可以取 1，可以构成 1 个不同的点

故一共可以形成 1+2+3+……+197+198+199=（1+199）×199÷2=19900 个点

3. 填 1601

解题思路：$8x/n < x/200$，不等式两侧同时乘以 200n，n 为正整数，不等式符号不变，得 $1600x<xn$，n 为正整数，不等式两边同时除以 x，得 $1600<n$，那么 n 最小取 1601

4. 选 A

解题思路：$x<y<z$，那么中位数是 y，平均数 $=(x+y+z)/3$，已知 $y<(x+y+z)/3$，化简得 $3y<x+y+z$，$2y<x+z$

5. 选 BD

解题思路：$x^2+y^2=1$，$x^2\geqslant 0$，所以 $y^2\leqslant 1$，也即 $y\leqslant 1$

$x^2+y^2=1$，也即 $(x+y)^2-2xy=1$，$(x+y)^2=1+2xy$，$x\geqslant 0, y\geqslant 0$，那么 $1+2xy\geqslant 1$，故 $(x+y)^2\geqslant 1$，$x+y\geqslant 1$

6. 选 B

解题思路：

A 选项，$-1<x<1$

B 选项，x(x-1)<0，也即 0<x<1

C 选项，$x^2(x-1)<0$，也即 x<1，x≠0

D 选项，$x^5<x^3$，故 0<x<1，或者 x<-1 均可

7. 选 B

解题思路：Quantity A 、Quantity B 均大于 0，Quantity A / Quantity A=(x+y)/[(1/x) + (1/y)]=xy，2<x<5，1/10<y<1/5，因此 xy 最小接近于 2/10，最大接近于 1，因此 xy<1，QA<QB

8. 选 D

解题思路：由 x+y>y 可得 x>0，由 x-y<x 可得 y>0，题目已知条件只能推知 x>0, y>0, x 与 y 的大小关系无法判定

9. 选 D

解题思路：相减相除不好判断，直接特值法——

当 a=-2, b=-1, QA=2, QB=1, QA>QB。

当 a=-2, b=-1/2, QA=1, QB=3/2, QA<QB;

当 a=-1/2, b=-1/3, QA=1/6, QB=1/6, QA=QB

不确定大小关系

10. 选 D

解题思路：

QA/QB=6s/5t=(6/5)·(s/t)，虽然已知 s<t，但是不知道 s/t 与 5/6 的大小关系，可大可小可等，那么(6/5)·(s/t)可能大于 1，小于 1，等于 1，故无法判断 QA 与 QB 的大小关系

11. 选 A

解题思路：QA-QB= m+np-(m+n)p=m-mp=m(1-p)，由于 m、n、p 均在 0 与 1 之间，m(1-p)为两个 0 到 1 之间的数字相乘，始终大于 0，也即 QA-QB>0, QA>QB

12. 选 D

解题思路：化简得 QA=6/x，QB=11x/6

QA、QB 均大于 0，QA/QB=36/11 · $(1/x^2)$

1<x<2，那么 $1<x^2<4$，$1/4<1/x^2<1$，9/11<36/11 · $(1/x^2)$<36/11

也即 QA/QB 在 9/11 与 36/11 之间，无法判断与 1 的大小关系

13. 选 D

解题思路：QA=(x+y)/xy，已知 xy<x+y

表面看起来$(x+y)/xy>1$，但是这是假设$0< xy<x+y$时

如果xy同负，不等式肯定不成立

如果$x<0$，$y>0$,，距离$x=-2$, $y=4$那么不等式成立，但是此时$x+y=2$, $xy=-8$, $(x+y)/xy=-1/4<0<1$

因此，QA可能大于1，但是也可能小于0，无法判断与1的大小关系

14. 选 B

解题思路： $QA-QB=(x+y)(r+t) -[r+t(x+y)]=(x+y)r-r=r(x+y-1)$

由于$0<x<y<1/2$, $0<x+y<1$, $-1<x+y-1<0$

由于$1/2<r<t<1$，$1/2<r<1$

因此$r(x+y-1)<0$

也即$QA-QB<0$, $QA<QB$

3.6 函数专题

[专项练习]

答案&解析

1. 选 B

解题思路：

g(f(c))=g[(1/3)c+3]= (1/2) [(1/3)c+3]-1=(1/6)c+1/2

f(g(c))=f[(1/2)c-1]=(1/3) [(1/2)c-1]+3=(1/6)c+8/3

明显 QA<QB

2. 选 B

解题思路：这 H(1/9)=1/9+9=82/9，H(82/9)= 82/9+9/82≈9.2<10

3. 选 C

解题思路：f(4m+1)=(4m+1)(4m+2)/2=(4m+1)(2m+1)，奇奇得奇，故$(-1)^{f(4m+1)}=-1$

f(4m+2)= (4m+2)(4m+3)/2=(2m+1) (4m+3)，奇奇得奇，故$(-1)^{f(4m+2)}=-1$

4. 选 E

解题思路：

当 x>0 时，f(x)=|2x|+4 为 f(x)=2x+4

当 x>0 时，f(x)=|2x|+4 为 f(x)=-2x+4

C 选项直线、D 选项直线斜率与 x>0 时，f(x)的斜率相等，但是 b 不等，故平行于 f(x)，不相交

A 选项直线、B 选项直线斜率均小于 2，且 b 值也小于当 x>0 时，f(x)的 b 值，故肯定低于 f(x)

只有 E 直线斜率=3>2，可能与 x>0 时的 f(x)相交

5. 选 C

解题思路：根据题目对 f(x)的定义——

f(1.75)=2

f(1.05)=2

6. 选 C

解题思路：根据题目对 p#的定义——

$(a+1)\#=(a+1-1)^2=a^2$

故 $QA=a^2/a^2=1$

7. 选 A

解题思路：根据题目对▼的定义——

2▼3=2-2·3=-4，1▼(2▼3)= 1▼-4=1-2·(-4)=9

1▼2=1-2·2=-3，(1▼2) ▼3=-3▼3=-3-2·3=-9

8. 选

解题思路：

r 为质数，n 为正整数，那么 p△=p×n

题目也举了例子 $25=5^2$，那么 25△=25×2=50

根据题目对△的定义——

$32=2^5$，那么 32△=32·5=160

9. 选 A

解题思路：

1/3>1/6，所以 QA=(1/6)×2÷(1/3)=1

4/3<5/3，所以 QB 括号里的部分=2×(4/3)÷(5/3)=8/5

而 1/2<8/5，所以 QB=2×(1/2)÷(8/5)=5/8

1>5/8，故 QA>QB

10. 填 49000

解题思路：设慈善机构需要募集 x 元，由表可知——

9000+9000·(1/3)+(x-9000)+(2/5)·(x-9000)=68000

解得 x=49000

3.7 坐标几何专题

[专项练习]

答案&解析

1. 选 B

解题思路： 将点（0, b）和（a, 10）代入曲线得——

5=b

$a^2+5=10$

也即 a=±$\sqrt{5}$，-a=±$\sqrt{5}$，恒小于 5

2. 选-1/5

解题思路：将点的坐标代入函数可得方程：2s-3=-3s-4，解得：s=-1/5

3. 选 C

解题思路：（x，y）与（7，5）之间的距离=2= $\sqrt{(x-7)^2+(y-5)^2}$

也即$(x-7)^2+(y-5)^2=4$

x 与 y 均为正数，因此(x-7)与(y-5)也是整数，平方和正好可以凑出 4，只能是 0+4=4，也即——

x-7=0

y-5=±2

故 x=7，y=7 或者 3

因此距离（7，5）为 2 的点有（7，7）（7，3）

或者

x-7=±2

y-5=0

故 x=9 或者 5，y=5

因此距离（7，5）为 2 的点有（9，5）（5，5）

一共有 4 个点满足要求

4. 选 ABDE

解题思路：直线 k 垂直于 l，而直线 l 斜率为-1，故直线 k 斜率为 1，且通过（7，7）点，因此直线 k 为 y=x，联立直线方程得交点为（2，2），离交点 A（2，2）余点 B（7，7）距离相等的点 O，在 AB 线段中垂线上，中垂线过 AB 中点（4.5，4.5），斜率为-1，代入点斜式得 b=9，故中垂线方程为 y=-x+9，只要符合此方程的点即可以是点 O

5. 填±8

解题思路：（6，0）（0，y）点的距离即为直径 5×2=10，也即 $10=\sqrt{(6-0)^2+(0-y)^2}$，解得 y=±8

6. 选 C

解题思路：(a，2）与（b，6）点的距离为 5，也即 $5=\sqrt{(a-b)^2+(2-6)^2}$，解得 a-b=±3，那么|a-b|=3

7. 选 A

解题思路：点（3，4）离 R 点和 S 点的距离相等，均为√13，但是点 T 的纵坐标大于 4，那么随着点 T 纵坐标不断上移，RT 的距离逐渐从√13 降到 2，再缓慢增加，而 ST 的距离从√13 开始一直增加，故 ST>RT，A 选项一定成立，D 错误

SR 的距离则恒定为 6，而 RT 的距离逐渐从√13 降到 2，再缓慢增加，与 6 的大小关系不确定

SR 的距离则恒定为 6，而 ST 的距离从√13 开始一直增加，与 6 的大小关系也不确定

8. 选 C

解题思路：点 Q 在直线 l 上，PQ=3，但是点 P 与直线 l 的距离为 2，连接 PQ，扩展出去可以形成一个矩形，矩形的四个顶点均可以为点 P

9. 选 B

解题思路：

方法一：y 截距为 6，说明直线 l 通过（0, 6）点，根据两点式求斜率 k=(-2-6)/a-0=-8/x，已知 a>0，所以斜率<0，小于 B。

方法二：直接画图，确定（0, 6）点，由于 a>0，（a, -2）一定在第四象限，两点连接起来，斜率一定为负。

10. 选 ACD

解题思路：考查截距的概念理解。既然直线 m 的斜率为正，x 截距为正，那么肯定过一三四象限。

11. 填 5

解题思路：两点式求得斜率=（6-3）/（-2-4）=-1/2，设直线 m 为 y=-1/2 · x+b，代入点（4，3）得 b=5，也即直线方程为 y=-1/2 · x+5，y 截距为当 x=0 的时候 y 的值=5

12. 选

解题思路：只知道直线过的一个点，那这条直线就可以 360°旋转，它跟 x 轴和 y 轴的截距大小是无法确定的

13. 选 A

解题思路：由题可知——

方法一：直线 l 为：y=px+f

直线 n 为：$y=qx+j$

直线 l 的 x 截距为 $-f/p$

直线 n 的 x 截距为 $-j/q$

$(-f/p)-(-j/q)=(pj-fq)/(pq)$

$0<q<p$, $0<f<j$，那么 $pj>fq$，$pq>0$，也即 $(pj-fq)/(pq)>0$，故 $(-f/p)-(-j/p)>0$，$(-f/p)>(-j/p)$

方法二（推荐）：画图亦很容易发现二者斜率的大小关系

14. 选 B

解题思路：直线 m 的斜率为 d，y 截距为 a，也即直线为 $y=dx+a$，x 截距为 $-a/d$

直线 n 的斜率是 b，y 截距为 c，也即直线为 $y=bx+c$，x 截距为 $=-c/b$

只知道 $0<c<a$，$0<d<b$，$a/d \div c/b=ab/cd$，$a>c, b>d$，所以 $a/d > c/b$，$-a/d < -c/b$，也即 m 的 x 截距小于 n 的 x 截距

方法二（推荐）：画图亦很容易发现二者斜率的大小关系

15. 填 1

解题思路：

方法一：联立两条抛物线方程得 $2x^2-2=-2x^2-2$，也即 $4x^2=0$，$x=0$，当 $x=0$ 时 $y=-2$，也即两条抛物线只交于点（0，-2）

方法二：根据抛物线的性质画图像，很容易发现二者只交于点（0，-2）

16. 选 B

解题思路：圆的圆心位于点（4，6），与 y 轴有交点，说明 $r>4$，与 x 轴无交点，说明 $r<6$，也即 $4<r<6$

17. 选

解题思路：圆的圆心位于原点，半径为 50，则圆的方程为 $x^2+y^2=2500$，代入选项中点的坐标，符合圆的方程的点即在圆上，因此点 ABC 均在圆上

18. 选

解题思路：圆的圆心在原点上，半径为 5，故圆的方程为 $x^2+y^2=25$

直线的斜率为 1/2，通过原点，故直线方程为 $y=1/2 \cdot x$

两式联立，得 $x=\pm2\sqrt{5}$，$y=\pm\sqrt{5}$，也即在第一象限的交点为（$2\sqrt{5}$，$\sqrt{5}$）

19. 选 B

解题思路：直线 k 通过点（7，7），且垂直于直线 l，直线 l 斜率为-1，那么直线 k 斜率为 1，方程为 $y=x$，联立方程求得两线交点坐标为（2，2），与点（7，7）的中点，代入中点坐标公式得(4.5，4.5)，故 $a+b=9<10$

20. 填 25

解题思路：三角形的底为 AB 点横坐标之差 6-1=5，高=C 点的纵坐标=10，故三角形的面积=1/2 ·(5)·(10)=25