

Universidad Nacional San Agustín de Arequipa

FACULTAD DE INGENIERIAS DE PRODUCCION Y SERVICIOS

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA  
DE SISTEMAS

*Física Computacional*

Alumno:

Fuentes Paredes Nelson Alejandro

Mayo 2020

```
[1]: %%matplotlib notebook
      %matplotlib inline
```

## 1 Importando Librerías

```
[2]: import matplotlib.pyplot as plt
      import math
      import numpy as np
```

## 2 Importando Modelos

```
[3]: from models.Graphic import Graphic, Graphic3D
      from models.Vector import Vector, Coordinate
```

Código de los modelos en los anexos

## 3 Métodos

### 3.1 Graficar Vector 2D

```
[4]: def vector2D(axis, vector):
      axis.quiver(vector.origin.x, vector.origin.y, vector.x, vector.y ,
      ↪ angles='xy', scale_units='xy', scale=1)
```

### 3.2 Graficar Punto 2D

```
[5]: def point2D(axis, coordinate):
      axis.plot(coordinate.x, coordinate.y, marker="o", )
```

## 4 $a = 0$ , no hay aceleración

### 4.1 Velocidad constante en una dimensión

#### 4.1.1 Ejercicio 1

Sea una partícula, cuya posición inicial es  $t_0 = 0$ ,  $y_0 = -5$  m y  $v = 2$  m/s. Determine la posición de la partícula para  $t = 10$  s. ¿Qué dirección toma?

```
[27]: fig, axis = plt.subplots(2 , 2, constrained_layout=True) # Esquema

      t0 = 0 # tiempo inicial
      y0 = Vector(value=Coordinate(x=0,y=-5)) # punto inicial
      v0 = Vector(value=Coordinate(x=1,y=2), origin=y0) # vector velocidad
      tf = 10 # vector del punto inicial
```

```

pv = v0.mulEscalar(tf - t0)                # vector velocidad por el tiempo
↪ total
yf = y0 + pv                               # vector resultante del desplazamiento
a0 = Vector()

#point2D(axis[1][0], Coordinate())
#vector2D(axis[1][0], y0)
#vector2D(axis[1][0], yf)

point2D(axis[1][0], y0.destiny)
point2D(axis[1][0], yf.destiny)
vector2D(axis[1][0], pv)
axis[1][0].set(ylabel = 'Desplazamiento', xlabel='Tiempo')
axis[1][0].grid()

axis[1][1].plot([t0,tf],[v0.y , v0.y])
axis[1][1].set(ylabel = 'Velocidad', xlabel='Tiempo')
axis[1][1].grid()

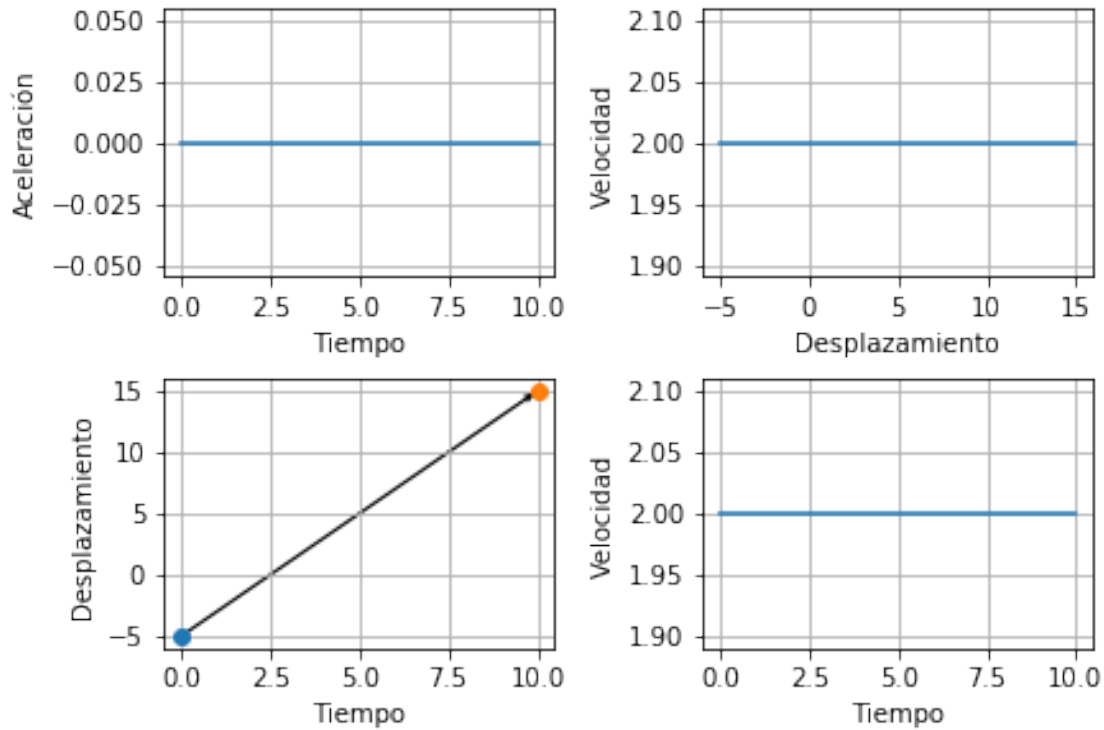
axis[0][0].plot([t0,tf], [a0.x, a0.x])
axis[0][0].grid()
axis[0][0].set(ylabel = 'Aceleración', xlabel='Tiempo')

axis[0][1].plot([y0.y, yf.y], [v0.y, v0.y])
axis[0][1].grid()
axis[0][1].set(ylabel = 'Velocidad', xlabel='Desplazamiento')

print("Resultado:\t{}".format(yf.y))

```

Resultado: 15



#### 4.1.2 Ejercicio 2

Sea una partícula, cuya posición inicial es  $t_0 = 0$ ,  $z_0 = 3$  m y  $v_z = -3$  m/s. Determine la posición de la partícula para  $t = 20$  s. ¿Qué dirección toma?

```
[28]: fig, axis = plt.subplots(2, 2, constrained_layout=True) # Esquema

t0 = 0 # tiempo inicial
y0 = Vector(value=Coordinate(x=0,y=3)) # punto inicial
v0 = Vector(value=Coordinate(x=1,y=-3), origin=y0) # vector velocidad
tf = 20 # vector del punto inicial
pv = v0.mulEscalar(tf - t0) # vector velocidad por el tiempo
    ↪ total
yf = y0 + pv # vector resultante del desplazamiento
a0 = Vector()

#point2D(axis[1][0], Coordinate())
#vector2D(axis[1][0], y0)
#vector2D(axis[1][0], yf)

point2D(axis[1][0], y0.destiny)
point2D(axis[1][0], yf.destiny)
```

```

vector2D(axis[1][0], pv)
axis[1][0].set(ylabel = 'Desplazamiento', xlabel='Tiempo')
axis[1][0].grid()

axis[1][1].plot([t0,tf],[v0.y , v0.y])
axis[1][1].set(ylabel = 'Velocidad', xlabel='Tiempo')
axis[1][1].grid()

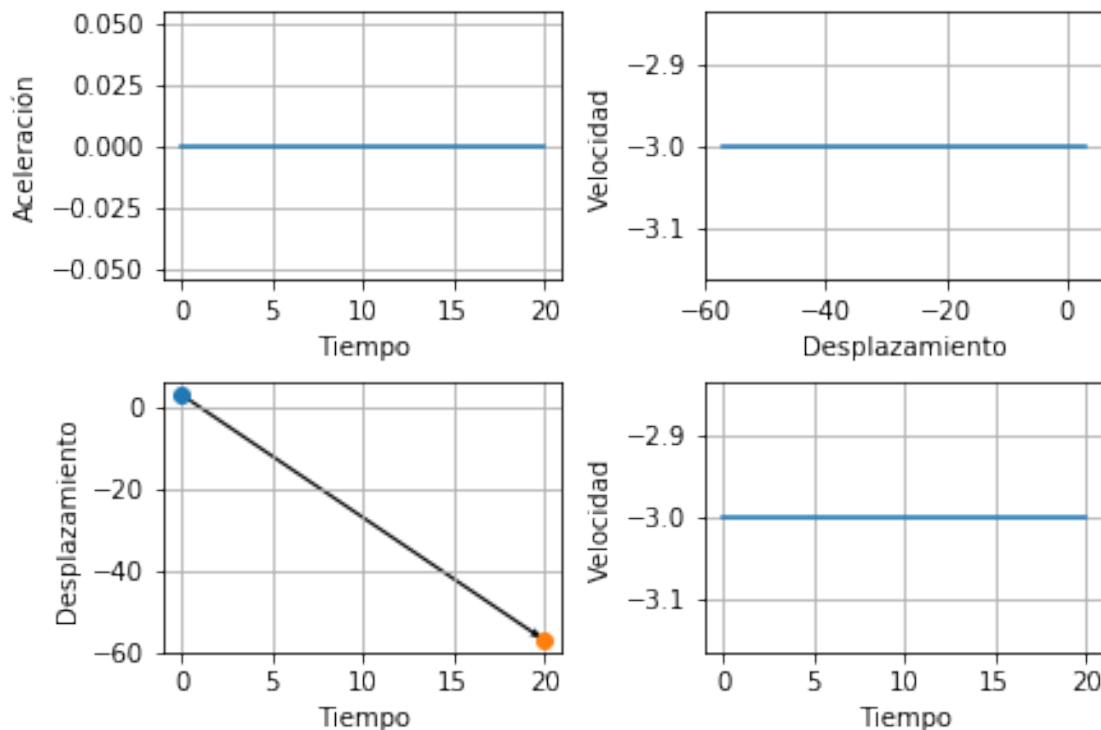
axis[0][0].plot([t0,tf], [a0.x, a0.x])
axis[0][0].grid()
axis[0][0].set(ylabel = 'Aceleración', xlabel='Tiempo')

axis[0][1].plot([y0.y, yf.y], [v0.y, v0.y])
axis[0][1].grid()
axis[0][1].set(ylabel = 'Velocidad', xlabel='Desplazamiento')

print("Resultado:\t{}".format(yf.y))

```

Resultado:        -57



### 4.1.3 Ejercicio 3

Sea una partícula, cuya posición inicial es  $t_0 = 0$ ,  $x_0 = 0$  m y  $v_x = 4$  m/s. Determine la posición de la partícula para  $t = 15$  s. Que dirección toma?

```
[29]: fig, axis = plt.subplots(2 , 2, constrained_layout=True) # Esquema

t0 = 0                                     # tiempo inicial
y0 = Vector(value=Coordinate(x=0,y=0))     # punto inicial
v0 = Vector(value=Coordinate(x=1,y=4), origin=y0) # vector velocidad
tf = 15                                    # vector del punto inicial
pv = v0.mulEscalar(tf - t0)                # vector velocidad por el tiempo
    ↪ total
yf = y0 + pv                              # vector resultante del desplazamiento
a0 = Vector()

#point2D(axis[1][0], Coordinate())
#vector2D(axis[1][0], y0)
#vector2D(axis[1][0], yf)

point2D(axis[1][0], y0.destiny)
point2D(axis[1][0], yf.destiny)
vector2D(axis[1][0], pv)
axis[1][0].set(ylabel = 'Desplazamiento', xlabel='Tiempo')
axis[1][0].grid()

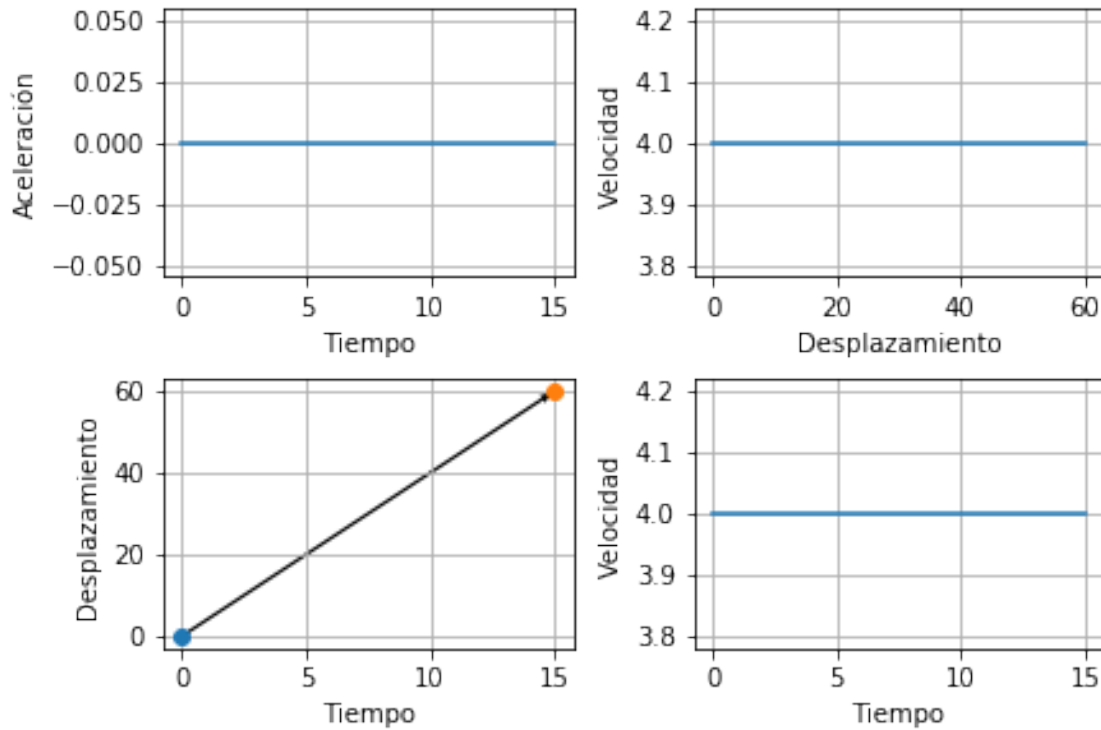
axis[1][1].plot([t0,tf],[v0.y , v0.y])
axis[1][1].set(ylabel = 'Velocidad', xlabel='Tiempo')
axis[1][1].grid()

axis[0][0].plot([t0,tf], [a0.x, a0.x])
axis[0][0].grid()
axis[0][0].set(ylabel = 'Aceleración', xlabel='Tiempo')

axis[0][1].plot([y0.y, yf.y], [v0.y, v0.y])
axis[0][1].grid()
axis[0][1].set(ylabel = 'Velocidad', xlabel='Desplazamiento')

print("Resultado:\t{}".format(yf.y))
```

Resultado: 60



#### 4.1.4 Ejercicio 4

Sea una partícula, cuya posición inicial es  $t_0 = 0$ ,  $y_0 = -7$  m y  $v_y = 1$  m/s. A su vez se manifiesta una velocidad del viento  $v = 3$  m/s en la dirección  $y$ . Determine la posición de la partícula para  $t = 10$  s. Qué dirección toma?

```
[30]: fig, axis = plt.subplots(2, 2, constrained_layout=True) # Esquema

vp = 1 # velocidad de la partícula
vw = 3 # velocidad del viento
t0 = 0 # tiempo inicial
y0 = Vector(value=Coordinate(x=0,y=-7)) # punto inicial
v0 = Vector(value=Coordinate(x=1,y=vp+vw), origin=y0.destiny) # vector
    ↳ velocidad
tf = 10 # vector del punto inicial
pv = v0.mulEscalar(tf - t0) # vector velocidad de la
    ↳ partícula por el tiempo total
yf = y0 + pv # vector resultante del desplazamiento
a0 = Vector()

#point2D(axis[1][0], Coordinate())
#vector2D(axis[1][0], y0)
#vector2D(axis[1][0], yf)
```

```

point2D(axis[1][0], y0.destiny)
point2D(axis[1][0], yf.destiny)
vector2D(axis[1][0], pv)
axis[1][0].set(ylabel = 'Desplazamiento', xlabel='Tiempo')
axis[1][0].grid()

axis[1][1].plot([t0,tf],[v0.y , v0.y])
axis[1][1].set(ylabel = 'Velocidad', xlabel='Tiempo')
axis[1][1].grid()

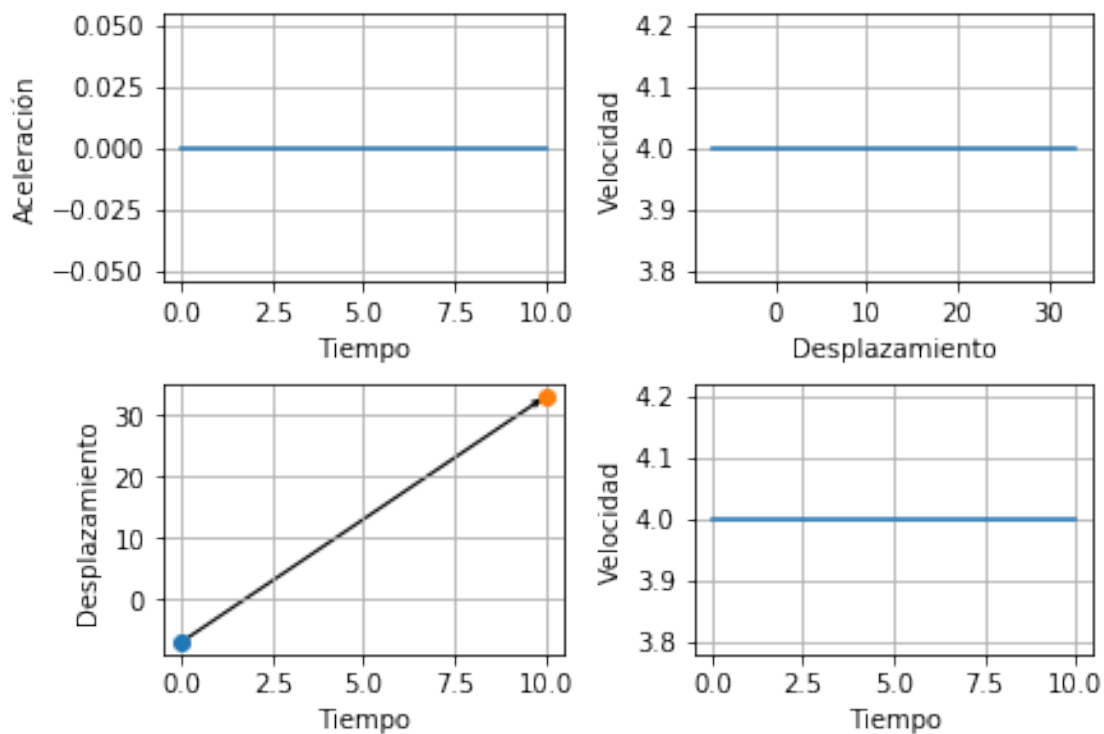
axis[0][0].plot([t0,tf], [a0.x, a0.x])
axis[0][0].grid()
axis[0][0].set(ylabel = 'Aceleración', xlabel='Tiempo')

axis[0][1].plot([y0.y, yf.y], [v0.y, v0.y])
axis[0][1].grid()
axis[0][1].set(ylabel = 'Velocidad', xlabel='Desplazamiento')

print("Resultado:\t{}".format(yf.y))

```

Resultado: 33





#### 4.1.5 Ejercicio 5

Sea una partícula, cuya posición inicial es  $t_0 = 0$ ,  $x_0 = 2$  m y  $v_x = 1$  m/s. A su vez se manifiesta una velocidad del viento  $v = -3$  m/s en la dirección x. Determine la posición de la partícula para  $t = 20$  s. Qué dirección toma?

```
[26]: fig, axis = plt.subplots(2 , 2, constrained_layout=True) # Esquema

vp = 1                                # velocidad de la partícula
vw = -3                               # velocidad del viento
t0 = 0                                # tiempo inicial
y0 = Vector(value=Coordinate(x=0,y=2)) # punto inicial
v0 = Vector(value=Coordinate(x=1,y=vp+vw), origin=y0.destiny) # vector
    ↪ velocidad
tf = 20                               # vector del punto inicial
pv = v0.mulEscalar(tf - t0)           # vector velocidad de la
    ↪ partícula por el tiempo total
yf = y0 + pv                          # vector resultante del desplazamiento
a0 = Vector()

#point2D(axis[1][0], Coordinate())
#vector2D(axis[1][0], y0)
#vector2D(axis[1][0], yf)

point2D(axis[1][0], y0.destiny)
point2D(axis[1][0], yf.destiny)
vector2D(axis[1][0], pv)
axis[1][0].set(ylabel = 'Desplazamiento', xlabel='Tiempo')
axis[1][0].grid()

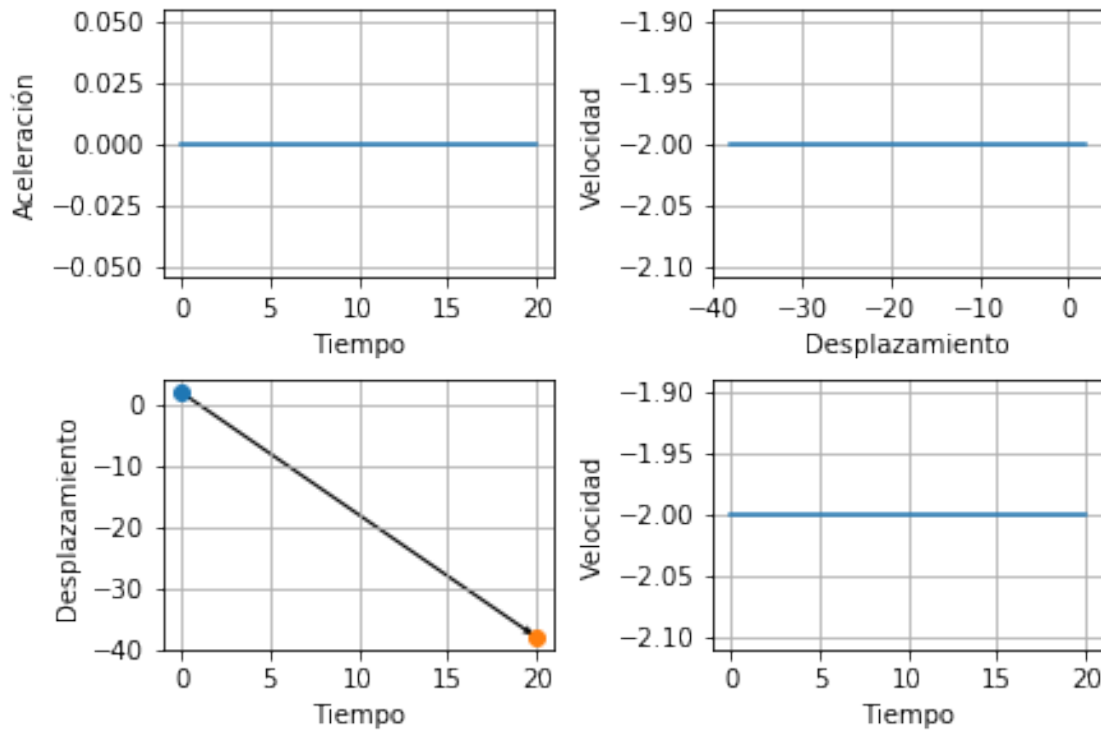
axis[1][1].plot([t0,tf],[v0.y , v0.y])
axis[1][1].set(ylabel = 'Velocidad', xlabel='Tiempo')
axis[1][1].grid()

axis[0][0].plot([t0,tf], [a0.x, a0.x])
axis[0][0].grid()
axis[0][0].set(ylabel = 'Aceleración', xlabel='Tiempo')

axis[0][1].plot([y0.y, yf.y], [v0.y, v0.y])
axis[0][1].grid()
axis[0][1].set(ylabel = 'Velocidad', xlabel='Desplazamiento')
```

```
print("Resultado:\t{}".format(yf.y))
```

Resultado:        -38



#### 4.1.6 Ejercicio 6

La posición inicial de una partícula es  $x_0 = -5$  m para  $t_0 = 0$  y con velocidad  $v_x = 3$  m/s. Después de 3 s, se adiciona una velocidad  $v_1 = 3$  m/s transcurriendo 5 s. Después nuevamente adquiere  $v_x = 3$  m/s por 2 s. Finalmente se adiciona una velocidad de  $v_2 = -5$  m/s y la partícula avanza por 5 s. Encuentre la posición de la partícula.

```
[31]: fig, axis = plt.subplots(2 , 2, constrained_layout=True) # Esquema

acelerations = [
    [Vector(value=Coordinate(x=0,y=3)),3],
    [Vector(value=Coordinate(x=0,y=3)),5],
    [Vector(value=Coordinate(x=0,y=3)),2],
    [Vector(value=Coordinate(x=0,y=-5)),5]
]

t0 = 0 # tiempo inicial
y0 = Vector(value=Coordinate(x=0,y=-5)) # punto inicial
v0 = Vector(value=Coordinate(x=1,y=0), origin=y0.destiny) # vector velocidad
```

```

yf = y0
vy = []
vx = []
vs = []
dx = []
dy = []
dx.append(yf.destiny.x)
dy.append(yf.destiny.y)

for a in acelerations:
    v0 = v0 + a[0]
    a[0].setOrigin(Coordenate(x = yf.x, y = 0))
    yfy = yf.y
    yf = yf + v0.mulEscalar(a[1])
    yf.setOrigin(v0.origin)
    dx.append(yf.destiny.x)
    dy.append(yf.destiny.y)
    vx = vx + list(range(yfy, yf.y))
    vy = vy + [v0.y]*v0.mulEscalar(a[1]).y
    vs = vs + [v0.y]*a[1]

axis[1][0].grid()
vector2D(axis[1][0], yf)
axis[1][0].plot(dx, dy)
point2D(axis[1][0], yf.destiny)
point2D(axis[1][0], y0.destiny)
axis[1][0].set(ylabel = 'Desplazamiento', xlabel='Tiempo')

axis[0][0].plot(np.diff(vs))
axis[0][0].grid()
axis[0][0].set(ylabel = 'Aceleración', xlabel='Tiempo')

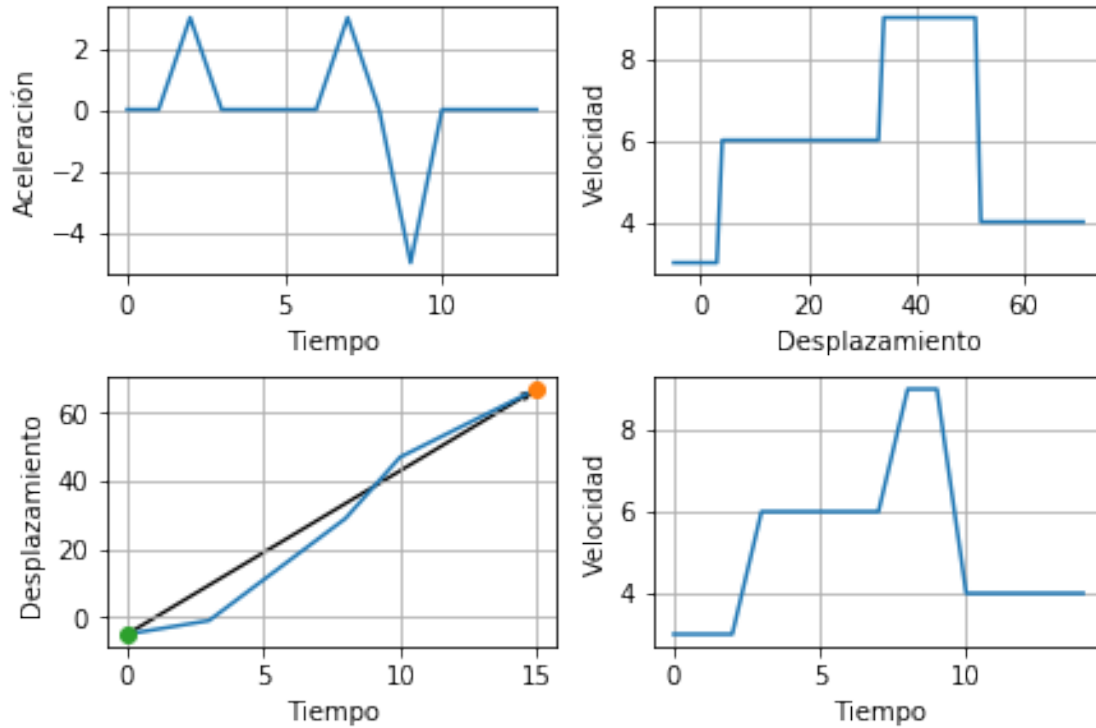
axis[0][1].plot(vx,vy)
axis[0][1].grid()
axis[0][1].set(ylabel = 'Velocidad', xlabel='Desplazamiento')

axis[1][1].plot(vs)
axis[1][1].set(ylabel = 'Velocidad', xlabel='Tiempo')
axis[1][1].grid()

print("Resultado:\t{}".format(yf.y))

```

Resultado:        72



#### 4.1.7 Ejercicio 7

Una partícula, llega a una posición final  $x_o = 2$  m en 10 s con  $v_x = 4$  m/s. Encuentre la posición inicial cuando  $t_o = 0$ .

```
[32]: fig, axis = plt.subplots(2 , 2, constrained_layout=True) # Esquema

t0 = 0                                     # tiempo inicial
yf = Vector(value=Coordinate(x=10,y=2))    # punto inicial
v0 = Vector(value=Coordinate(x=1,y=4))     # vector velocidad
tf = 10                                    # vector del punto inicial
pv = v0.mulEscalar(tf - t0)                # vector velocidad de la
    ↪ partícula por el tiempo total
y0 = yf - pv                              # vector resultante del desplazamiento
a0 = Vector()
pv.setOrigin(y0.destiny)

#point2D(axis[1][0], Coordinate())
#vector2D(axis[1][0], y0)
#vector2D(axis[1][0], yf)

point2D(axis[1][0], y0.destiny)
```

```

point2D(axis[1][0], yf.destiny)
vector2D(axis[1][0], pv)
axis[1][0].set(ylabel = 'Desplazamiento', xlabel='Tiempo')
axis[1][0].grid()

axis[1][1].plot([t0,tf],[v0.y , v0.y])
axis[1][1].set(ylabel = 'Velocidad', xlabel='Tiempo')
axis[1][1].grid()

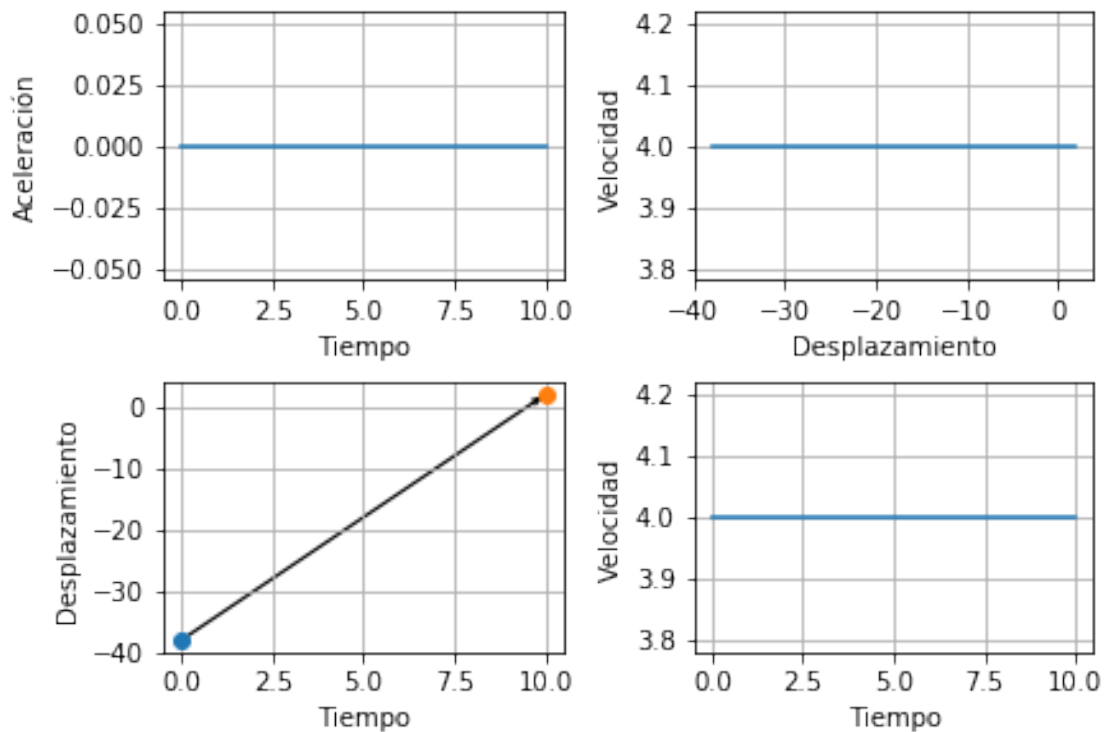
axis[0][0].plot([t0,tf], [a0.x, a0.x])
axis[0][0].grid()
axis[0][0].set(ylabel = 'Aceleración', xlabel='Tiempo')

axis[0][1].plot([y0.y, yf.y], [v0.y, v0.y])
axis[0][1].grid()
axis[0][1].set(ylabel = 'Velocidad', xlabel='Desplazamiento')

print("Resultado:\t{}".format(y0.y))

```

Resultado:        -38



#### 4.1.8 Ejercicio 8

Un automóvil parte del reposo desde  $x_0 = 0$  y pasa por  $x = 300$  m en 2 s. Determine la velocidad.

```
[33]: fig, axis = plt.subplots(2 , 2, constrained_layout=True) # Esquema

t0 = 0 # tiempo inicial
y0 = Vector(value=Coordinate(x=0,y=0)) # punto inicial
tf = 2 # vector del punto inicial
yf = Vector(value=Coordinate(x=2,y=300)) # vector
    ↪ resultante del desplazamiento
v0 = (yf-y0) # vector velocidad
v0 = v0.mulEscalar(1/v0.x)
a0 = Vector()
pv.setOrigin(y0.destiny)

point2D(axis[1][0], y0.destiny)
point2D(axis[1][0], yf.destiny)
vector2D(axis[1][0], yf)
axis[1][0].set(ylabel = 'Desplazamiento', xlabel='Tiempo')
axis[1][0].grid()

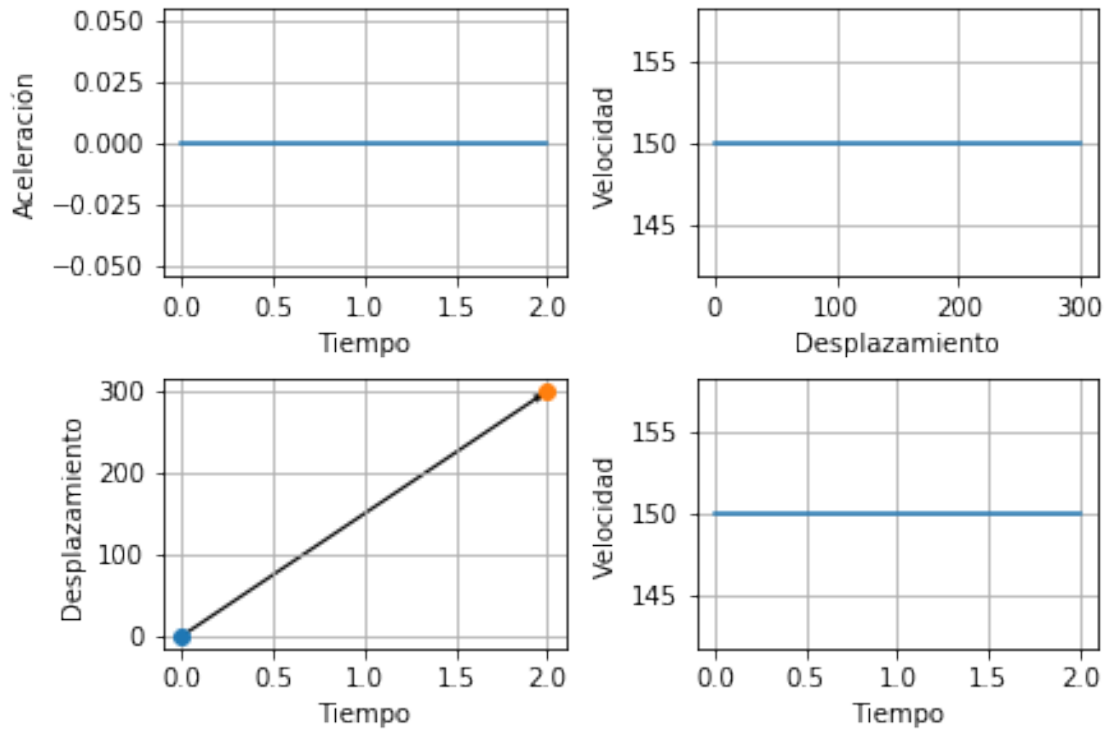
axis[1][1].plot([t0,tf],[v0.y , v0.y])
axis[1][1].set(ylabel = 'Velocidad', xlabel='Tiempo')
axis[1][1].grid()

axis[0][0].plot([t0,tf], [a0.x, a0.x])
axis[0][0].grid()
axis[0][0].set(ylabel = 'Aceleración', xlabel='Tiempo')

axis[0][1].plot([y0.y, yf.y], [v0.y, v0.y])
axis[0][1].grid()
axis[0][1].set(ylabel = 'Velocidad', xlabel='Desplazamiento')

print("Resultado:\t{}".format(v0.y))
```

Resultado: 150.0



## 4.2 Velocidad constante en dos dimensiones

### 4.2.1 Ejercicio 1

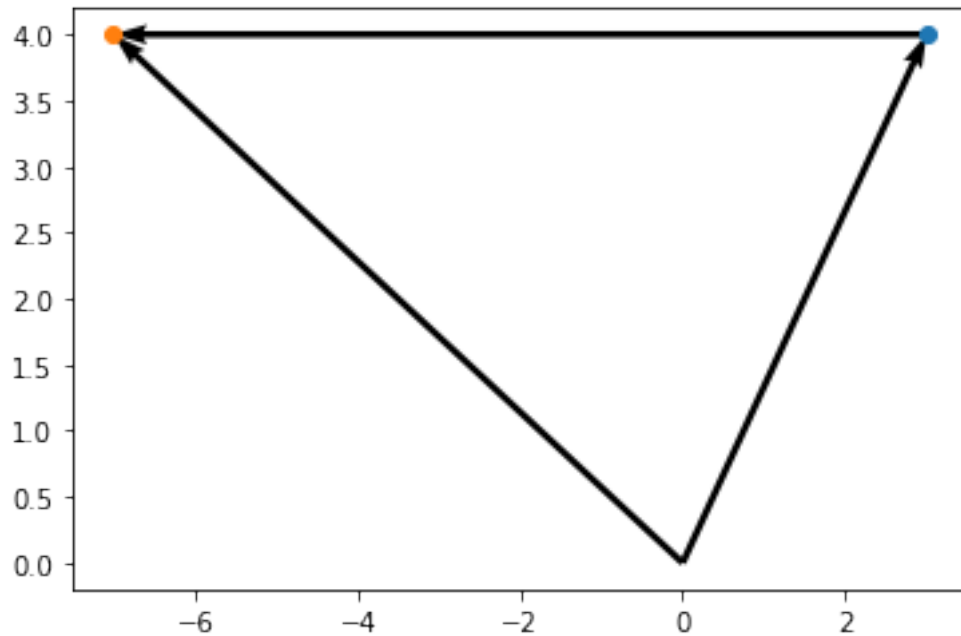
Una partícula parte del reposo desde  $\mathbf{r} = (3\mathbf{i} + 4\mathbf{j})$  m con una velocidad  $\mathbf{v} = -2\mathbf{i}$  m/s. Encuentre su posición final y desplazamiento cuando  $t = 5$  s.

```
[14]: fig, ax = plt.subplots()

r = Vector(value=Coordinate(x=3,y=4))
v = Vector(value=Coordinate(x=-2,y=0), origin=r.destiny)
vp = v.mulEscalar(5)
d = r+vp
vector2D(ax, r)
vector2D(ax, vp)
vector2D(ax, d)
point2D(ax, r.destiny)
point2D(ax, vp.destiny)

print("Resultado\tt:\t[{};{}]" .format(d.x , d.y))
```

Resultado : [-7;4]



### 4.2.2 Ejercicio 2

Una partícula parte del reposo desde  $r = (3i + 4j)$  m con una velocidad  $v = 2j$  m/s. Encuentre su posición final y desplazamiento cuando  $t = 5$  s.

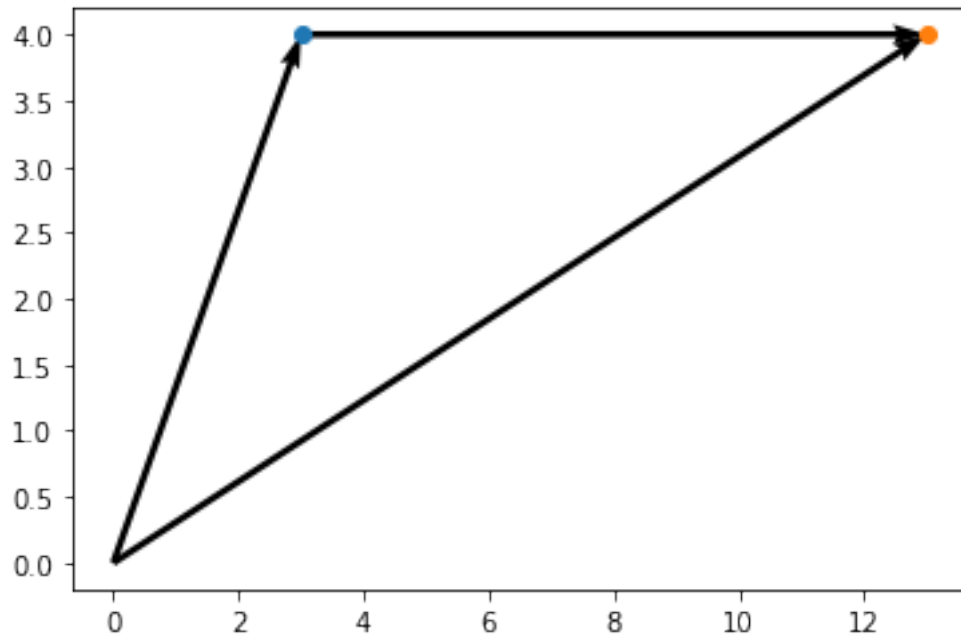
```
[15]: fig, ax = plt.subplots()

r = Vector(value=Coordinate(x=3,y=4))
v = Vector(value=Coordinate(x=2,y=0), origin=r.destiny)
vp = v.mulEscalar(5)
d = r+vp
vector2D(ax, r)
vector2D(ax, vp)
vector2D(ax, d)
point2D(ax, r.destiny)
point2D(ax, vp.destiny)

print("Resultado\t:\t[{};{}]".format(d.x , d.y))
```

Resultado : [13;4]





### 4.2.3 Ejercicio 3

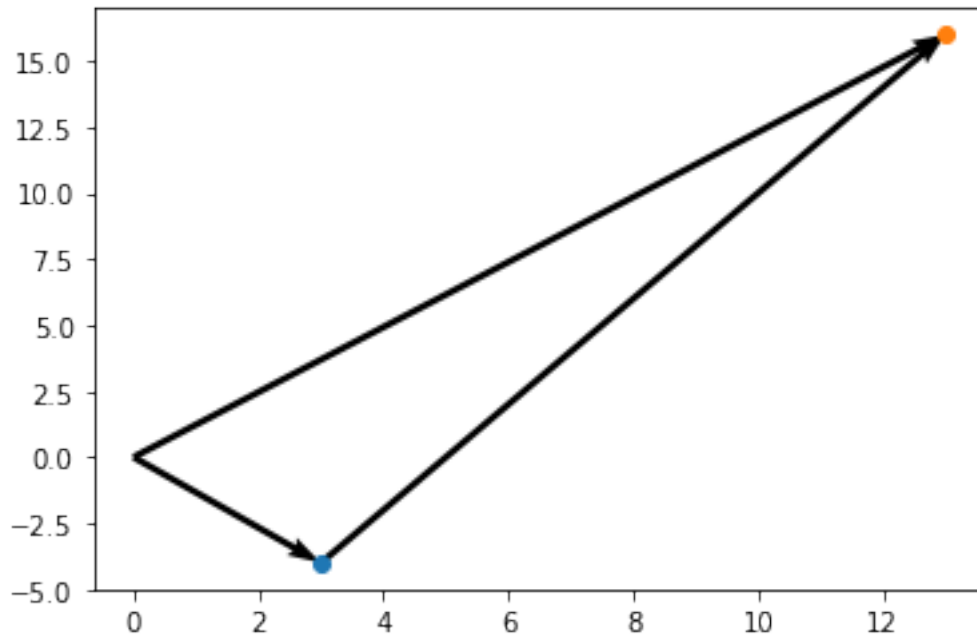
Una partícula parte del reposo desde  $\mathbf{r} = (3\mathbf{i} - 4\mathbf{j})$  m con una velocidad  $\mathbf{v} = (2\mathbf{i} + 4\mathbf{j})$  m/s. Encuentre su posición final y desplazamiento cuando  $t = 5$  s.

```
[16]: fig, ax = plt.subplots()

r = Vector(value=Coordinate(x=3,y=-4))
v = Vector(value=Coordinate(x=2,y=4), origin=r.destiny)
vp = v.mulEscalar(5)
d = r+vp
vector2D(ax, r)
vector2D(ax, vp)
vector2D(ax, d)
point2D(ax, r.destiny)
point2D(ax, vp.destiny)

print("Resultado\t:\t[{};{}]".format(d.x , d.y))
```

Resultado : [13;16]



#### 4.2.4 Ejercicio 4

Una partícula parte del reposo desde  $\mathbf{r} = (3\mathbf{i} - 4\mathbf{j})$  m con una velocidad  $\mathbf{v} = (4\mathbf{i} - 3\mathbf{j})$  m/s. Cuando inicia su movimiento se presenta una velocidad del viento  $\mathbf{vv} = (-3\mathbf{i} + 5\mathbf{j})$  m/s. Encuentre su posición final y desplazamiento cuando  $t = 10$  s.

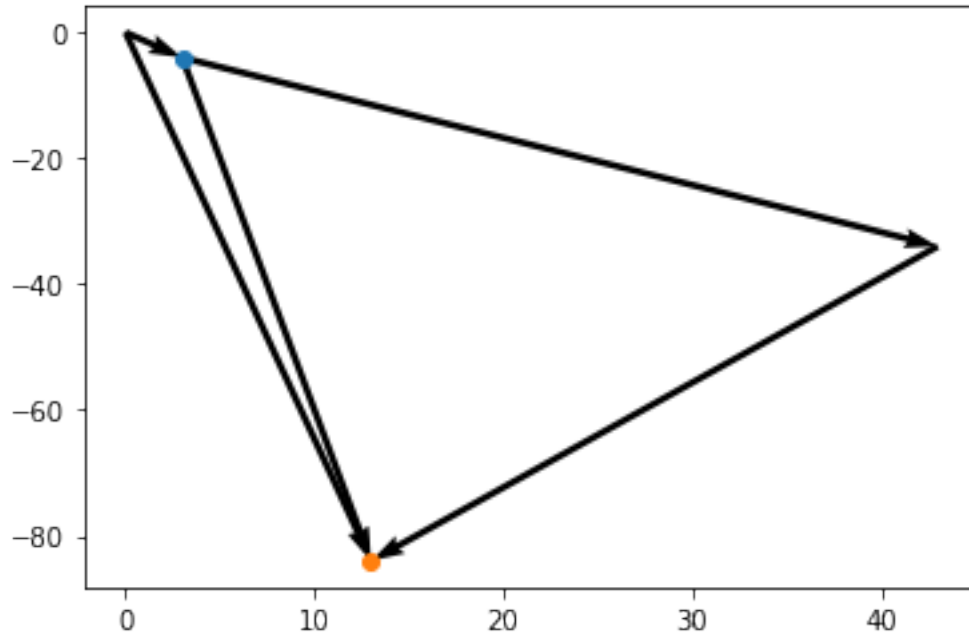
```
[17]: fig, ax = plt.subplots()

r = Vector(value=Coordinate(x=3,y=-4))
v = Vector(value=Coordinate(x=4,y=-3), origin=r.destiny)
vp = v.mulEscalar(10)
vp.setOrigin(r.destiny)
vv = Vector(value=Coordinate(x=-3,y=-5), origin=vp.destiny)
vvp = vv.mulEscalar(10)
v_vv = vp + vvp
d = r+vp + vvp

vector2D(ax, r)
vector2D(ax, vp)
vector2D(ax, vvp)
vector2D(ax, v_vv)
vector2D(ax, d)
point2D(ax, r.destiny)
point2D(ax, d.destiny)

print("Resultado\t:\t{0};{0}".format(d.x , d.y))
```

Resultado : [13;-84]



### 4.3 Velocidad constante en tres dimensiones

#### 4.3.1 Ejercicio 1

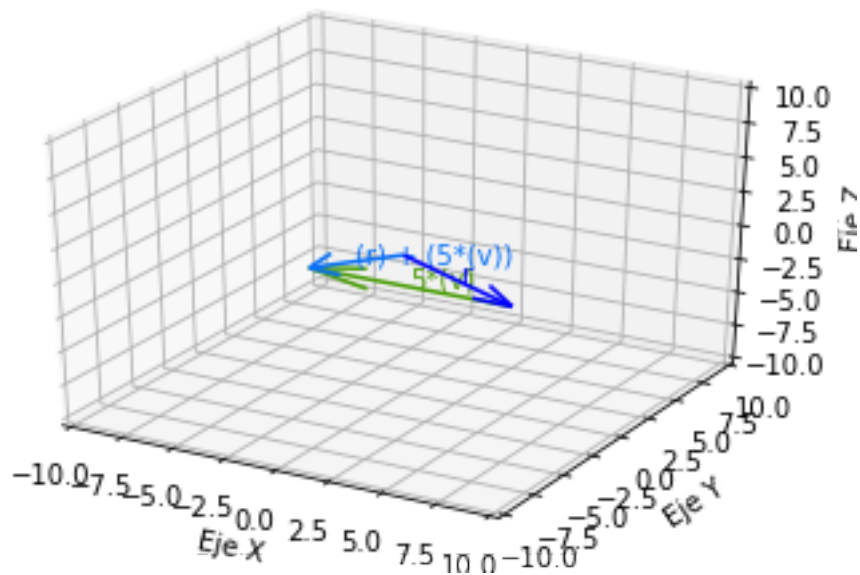
Una partícula parte del reposo desde  $\mathbf{r} = (3\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 5\mathbf{k})$  m con una velocidad  $\mathbf{v} = -2\mathbf{i}$  m/s. Encuentre su posición final y desplazamiento cuando  $t = 5$  s.

```
[18]: r = Vector(value=Coordinate(x = 3, y = 4, z = -5), label='r')
v = Vector(value=Coordinate(x = -2), origin=r.destiny, label='v')
vp = v.mulEscalar(5)
d = r + vp

g = Graphic3D()
g.vector(r)
g.vector(vp)
g.vector(d)

print("Resultando\tt:\t{t}".format(d))
```

Resultando : [-7.00; 4.00; -5.00]



#### 4.3.2 Ejercicio 2

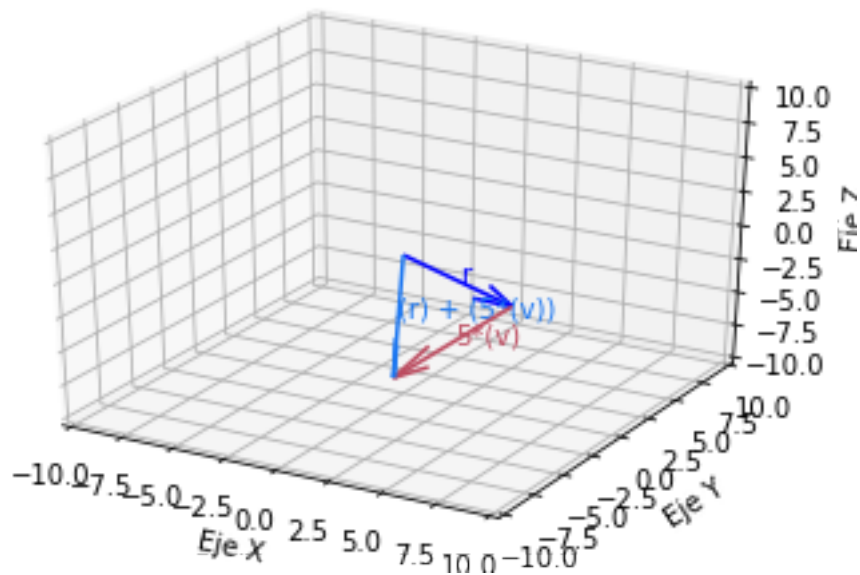
Una partícula parte del reposo desde  $r = (3i + 4j - 5k)$  m con una velocidad  $v = 2j$  m/s. Encuentre su posición final y desplazamiento cuando  $t = 5$  s.

```
[19]: r = Vector(value=Coordinate(x = 3, y = 4, z = -5), label='r')
      v = Vector(value=Coordinate(y = -2), origin=r.destiny, label='v')
      vp = v.mulEscalar(5)
      d = r + vp

      g = Graphic3D()
      g.vector(r)
      g.vector(vp)
      g.vector(d)

      print("Resultando\t:\t{}".format(d))
```

Resultando : [3.00; -6.00; -5.00]



### 4.3.3 Ejercicio 3

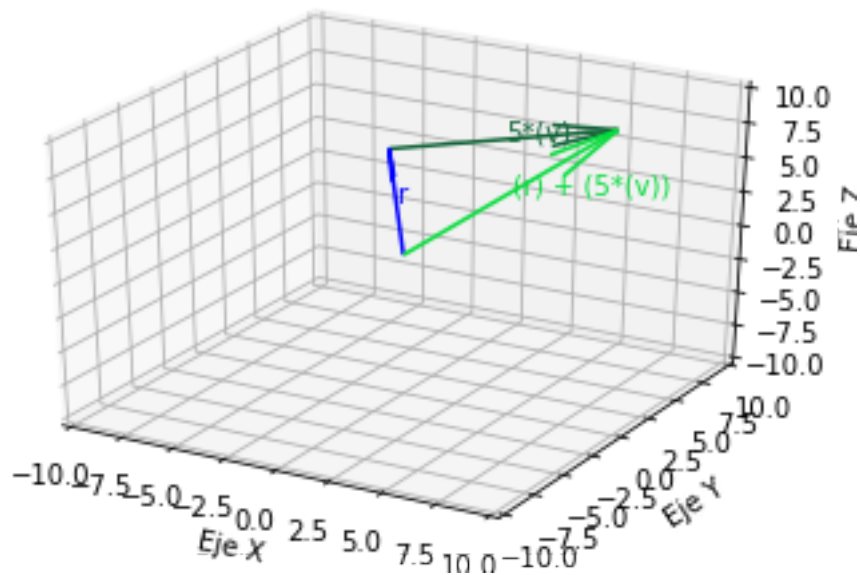
Una partícula parte del reposo desde  $r = (-3i + 4j + 5k)$  m con una velocidad  $v = 2k$  m/s. Encuentre su posición final y desplazamiento cuando  $t = 5$  s.

```
[20]: r = Vector(value=Coordinate(x = -3, y = 4, z = +5), label='r')
v = Vector(value=Coordinate(x = 1, y=1), label='v').resize(2)
v.setLabel('v')
v.setOrigin(r.destiny)
vp = v.mulEscalar(5)
d = r + vp

g = Graphic3D()
g.vector(r)
g.vector(vp)
g.vector(d)

print("Resultando\tt:\t{t}".format(d))
```

Resultando : [4.07; 11.07; 5.00]



#### 4.3.4 Ejercicio 4

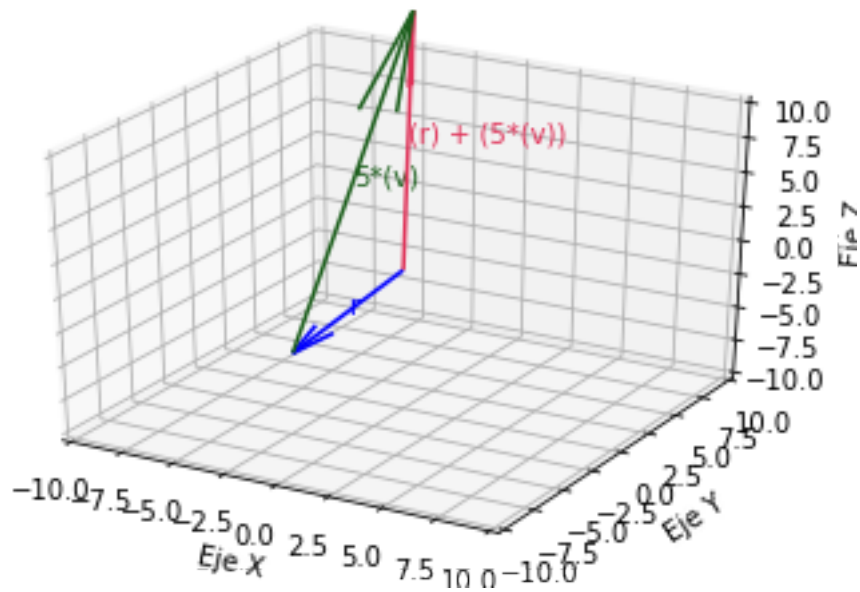
Una partícula parte del reposo desde  $r = (-3i - 4j - 5k)$  m con una velocidad  $v = (2j + 4k)$  m/s. Encuentre su posición final y desplazamiento cuando  $t = 5$  s.

```
[21]: r = Vector(value=Coordinate(x = -3, y = -4, z = -5), label='r')
v = Vector(value=Coordinate(y = 2, z=4), label='v', origin=r.destiny)
vp = v.mulEscalar(5)
d = r + vp

g = Graphic3D()
g.vector(r)
g.vector(vp)
g.vector(d)

print("Resultando\tt:\t{t}".format(d))
```

Resultando : [-3.00; 6.00; 15.00]



#### 4.3.5 Ejercicio 5

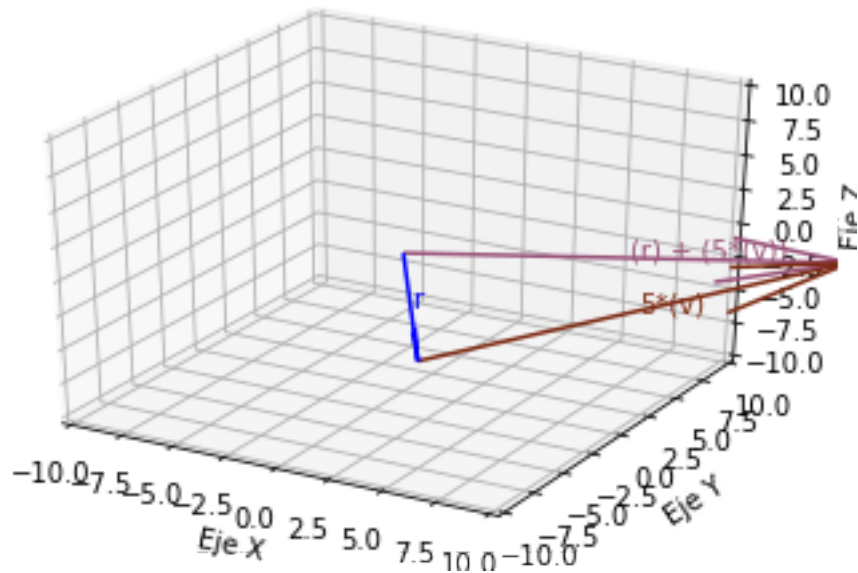
Una partícula parte del reposo desde  $r = (3i - 4j - 5k)$  m con una velocidad  $v = (2i + 4j)$  m/s. Encuentre su posición final y desplazamiento cuando  $t = 5$  s

```
[22]: r = Vector(value=Coordinate(x = 3, y = -4, z = -5), label='r')
v = Vector(value=Coordinate(x = 2, y=4), label='v', origin=r.destiny)
vp = v.mulEscalar(5)
d = r + vp

g = Graphic3D()
g.vector(r)
g.vector(vp)
g.vector(d)

print("Resultando\t:\t{}".format(d))
```

Resultando : [13.00; 16.00; -5.00]



#### 4.3.6 Ejercicio 6

Una partícula parte del reposo desde  $r = (3i - 4j + 5k)$  m con una velocidad  $v = (-2i + 4j + 6k)$  m/s. Cuando inicia su movimiento se presenta una velocidad del viento  $vv = (-3j + 5k)$  m/s. Encuentre su posición final y desplazamiento cuando  $t = 10$  s

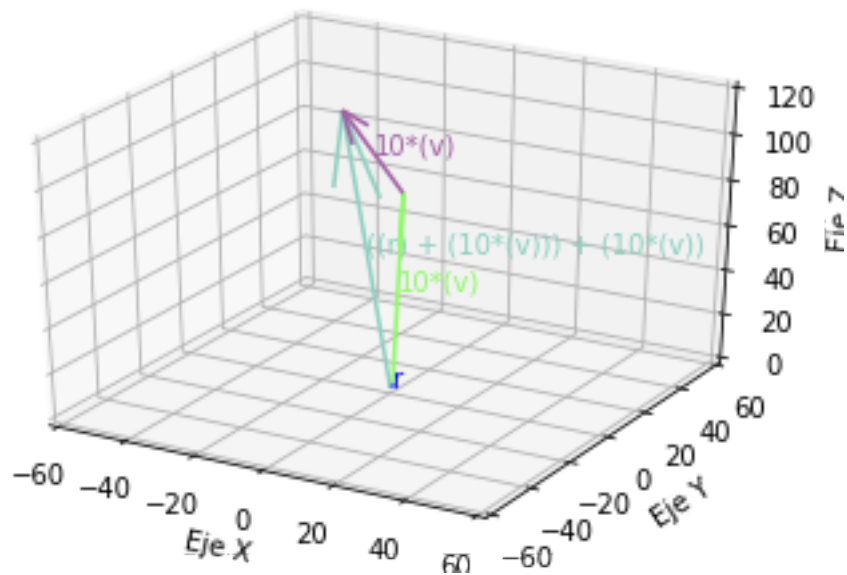
```
[23]: r = Vector(value=Coordinate(x = 3, y = -4, z = 5), label='r')
v = Vector(value=Coordinate(x = -2, y=4, z=6), label='v', origin=r.destiny)
vp = v.mulEscalar(10)
vv = Vector(value=Coordinate(y=-3, z=5), label='v', origin=vp.destiny)
vvp = vv.mulEscalar(10)
d = r + vp + vvp

g = Graphic3D(zmin = 0, zmax =120, ymin = -60, ymax =60, xmin = -60, xmax =60)
g.vector(r)
g.vector(vp)
g.vector(d)
g.vector(vvp)

print("Resultando\t:\t{t}".format(d))
```

Resultando : [-17.00; 6.00; 115.00]





## 5 Aceleración constante

### 5.1 Aceleración constante en una dimensión. Caída libre

#### 5.1.1 Ejercicio 1

Una partícula se lanza desde el suelo hacia arriba con una velocidad inicial  $v_{yi} = 2 \text{ m/s}$ . Haga los diagramas  $a - t$ ,  $v - t$ ,  $x - t$  y  $v - x$  cuando la partícula llegue al suelo.

```
[34]: fig, axis = plt.subplots(2 , 2, constrained_layout=True) # Esquema
a = Vector(value=Coordinate(x=1, y=-10))

t0 = 0 # tiempo inicial
y0 = Vector(value=Coordinate(x=0,y=0)) # punto inicial
v0 = Vector(value=Coordinate(x=0,y=2)) # vector velocidad
tf = 0.4 # vector del punto inicial
pv.setOrigin(y0.destiny)
h = 0.0005
yf = y0
axis[0][0].plot([t0,tf], [a.y, a.y])
axis[0][0].grid()
axis[0][0].set(ylabel = 'Aceleración', xlabel='Tiempo')

t = [ 0 ]
vy = [ v0.y ]
dy = [ 0 ]
```

```

for i in np.arange(0,tf,h):
    v0 = v0 + a.mulEscalar(h)
    yf = yf + v0.mulEscalar(h)
    t.append(i+h)
    vy.append(v0.y)
    dy.append(yf.y)

axis[1][1].plot(t,vy)
axis[1][1].set(ylabel = 'Velocidad', xlabel='Tiempo')
axis[1][1].grid()

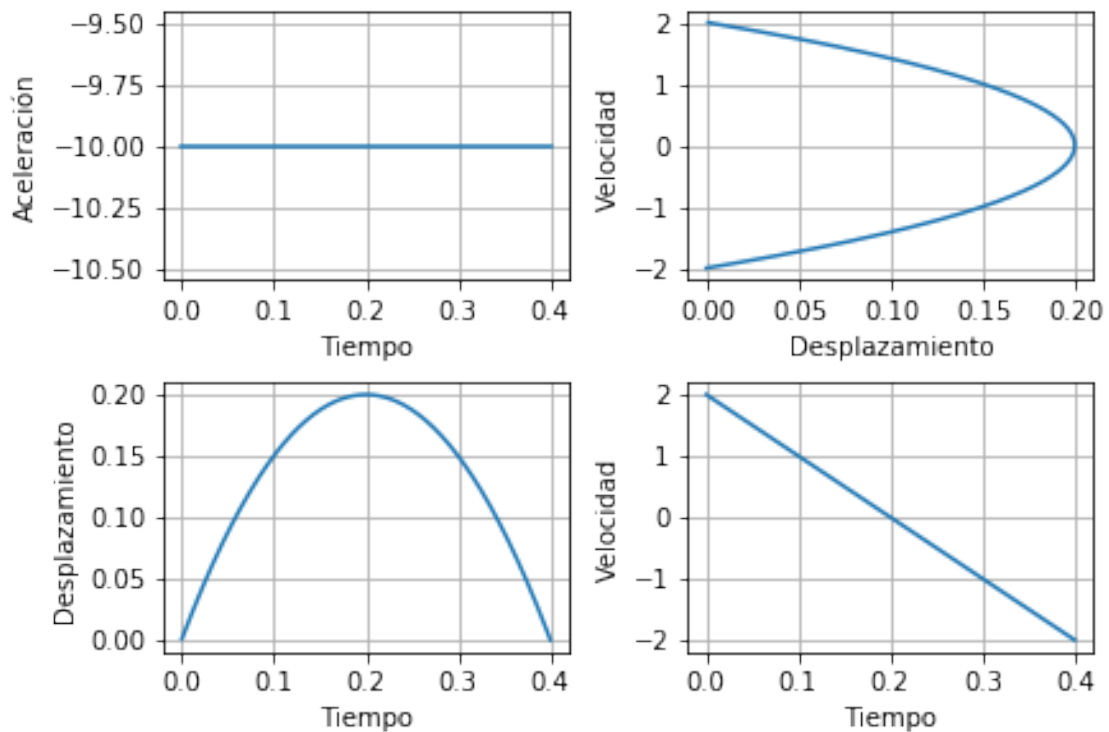
axis[1][0].plot(t, dy)
axis[1][0].set(ylabel = 'Desplazamiento', xlabel='Tiempo')
axis[1][0].grid()

axis[0][1].plot(dy, vy)
axis[0][1].grid()
axis[0][1].set(ylabel = 'Velocidad', xlabel='Desplazamiento')

print("Resultado:\t{}".format(yf.y))

```

Resultado: -0.00099999999999918301



## 6 Anexos

### 6.1 Clase Grafico

```
[2]: import matplotlib.pyplot as plt
from Vector import Vector
import numpy as np
from mpl_toolkits.mplot3d import axes3d

class Graphic:

    DEFAULT_X_MIN = -10
    DEFAULT_X_MAX = 10
    DEFAULT_Y_MIN = -10
    DEFAULT_Y_MAX = 10
    DEFAULT_Z_MIN = -10
    DEFAULT_Z_MAX = 10

    def __init__(self, xmin=DEFAULT_X_MIN, xmax=DEFAULT_X_MAX,
        ymin=DEFAULT_Y_MIN, ymax = DEFAULT_Y_MAX, zmin = DEFAULT_Z_MIN, zmax =
        DEFAULT_Z_MAX):
        self.__figure__ = plt.figure()
        self.__axis__ = self.__figure__.gca(projection='3d')
        self.__axis__.set(xlim=(xmin, xmax), ylim=(ymin, ymax),
        zlim=(zmin,zmax), xlabel='Eje X', ylabel='Eje Y', zlabel='Eje Z')

    def vector(self, v: Vector):
        self.__axis__.text((v.destiny.x + v.origin.x) / 2, (v.destiny.y + v.
        origin.y) / 2, (v.destiny.z + v.origin.z) / 2, v.label, color=v.color)
        return self.__axis__.quiver(v.origin.x, v.origin.y, v.origin.z, v.
        value.x, v.value.y, v.value.z, color=v.color)

    def show(self):
        plt.show()
```

```
[ ]:
```

### 6.2 Clase Coordenada

```
[1]: class Coordinate:
    DEFAULT_X = 0
    DEFAULT_Y = 0
    DEFAULT_Z = 0

    def __init__(self, x=DEFAULT_X, y=DEFAULT_Y, z=DEFAULT_X):
        self.__x__ = x
```

```

        self.__y__ = y
        self.__z__ = z

    @property
    def x(self):
        return self.__x__

    @property
    def y(self):
        return self.__y__

    def __add__(self, other):
        return Coordinate(x=self.__x__ + other.__x__, y=self.__y__ + other.
→ __y__, z=self.__z__ + other.__z__)

    def __sub__(self, other):
        return Coordinate(x=self.__x__ - other.__x__, y=self.__y__ - other.
→ __y__, z=self.__z__ - other.__z__)

    @property
    def z(self):
        return self.__z__

    def mulEscalar(self, number):
        return Coordinate(x=self.x * number, z=self.z * number, y=self.y *
→ number)

    def __str__(self):
        return '({}, {}, {})'.format(self.__x__, self.__y__, self.__z__)

```

### 6.3 Class Vector

```

[2]: class Vector:
    DEFAULT_ORIGIN = Coordinate()
    DEFAULT_VALUE = Coordinate()
    DEFAULT_LABEL = "v"
    DEFAULT_COLOR = "b"

    def __init__(self, origin=DEFAULT_ORIGIN, value=DEFAULT_VALUE,
→ label=DEFAULT_LABEL, color=DEFAULT_COLOR):
        self.__origin__ = origin
        self.__value__ = value
        self.__label__ = label
        self.__color__ = color

    def __add__(self, other):

```

```

        return Vector(origin=self.origin, value=self.value + other.value,
↳color=numpy.random.rand(3, ),
                        label='({}) + ({}).format(self.label, other.label))

    def __sub__(self, other):
        return Vector(origin=self.origin, value=self.value - other.value,
↳color=numpy.random.rand(3, ),
                        label='({}) - ({}).format(self.label, other.label))

    def setOrigin(self, origen=Coordinate()):
        self.__origin__ = origen

    def setLabel(self, label):
        self.__label__ = label

    @property
    def color(self):
        return self.__color__

    @property
    def label(self):
        return self.__label__

    @property
    def origin(self):
        return self.__origin__

    @property
    def destiny(self):
        return self.origin + self.value

    @property
    def value(self):
        return self.__value__

    @property
    def length(self):
        return float(math.sqrt(self.value.x ** 2 + self.value.y ** 2 + self.
↳value.z ** 2))

    def mulEscalar(self, number):
        return Vector(origin=self.origin, value=self.value.mulEscalar(number),
                        label=str(number) + '*( ' + self.label + ' )', color=numpy.
↳random.rand(3, ))

    def __str__(self):

```

```

        return "[{}; {}; {}]".format("{:.2f}".format(self.value.x), "{:.2f}".
↪format(self.value.y),
                                     "{:.2f}".format(self.value.z))

def __matrixRotationZ(self, radians):
    return [
        [math.cos(radians), -1 * math.sin(radians), 0],
        [math.sin(radians), math.cos(radians), 0],
        [0, 0, 1]
    ]

def __matrixRotationY(self, radians):
    return [
        [math.cos(radians), 0, math.sin(radians)],
        [0, 1, 0],
        [-1 * math.sin(radians), 0, math.cos(radians)]]

def __matrixRotationX(self, radians):
    return [
        [1, 0, 0],
        [0, math.cos(radians), -1 * math.sin(radians)],
        [0, math.sin(radians), math.cos(radians)]]

def list(self):
    return [[ self.value.x ],[ self.value.y],[self.value.z ]]

def rotateZ(self, grades):
    radians = grades*math.pi/180
    self.__rotate__(self.__matrixRotationZ(radians))

def rotateY(self, grades):
    radians = grades * math.pi / 180
    self.__rotate__(self.__matrixRotationY(radians))

def rotateX(self, grades):
    radians = grades * math.pi / 180
    self.__rotate__(self.__matrixRotationX(radians))

def __rotate__(self, matrix):
    array = numpy.dot(matrix, self.list())
    x, y, z = numpy.transpose(array).tolist()[0]
    length = self.length
    self.__value__ = Coordinate(x, y, z)

def __mul__(self, vector):
    return self.value.x * vector.value.x + self.value.y * vector.value.y +
↪self.value.z * vector.value.z

```

```

def angle(self, vector):
    return float(math.acos((self * vector)/(self.length * vector.length)))

def productCrux(self, vector, length = None):
    label = "({})  ({}).format(self.label, vector.label)
    crux = Vector(
        value=Coordinate(
            x=self.value.y * vector.value.z - self.value.z * vector.value.y,
            y=self.value.z * vector.value.x - self.value.x * vector.value.z,
            z=self.value.x * vector.value.y - self.value.y * vector.value.
→x),
        label=label,
        color=numpy.random.rand(3, )
    )
    if length is not None:
        crux_resize = crux.resize(length)
        crux_resize.setLabel(label)
        return crux_resize
    else:
        return crux

def unitaryVector(self):
    length = self.length
    return Vector(
        value=Coordinate(
            x=self.value.x/length,
            y=self.value.y/length,
            z=self.value.z/length,
        ),
        label="unitary({}).format(self.label),
        color=numpy.random.rand(3, )
    )

def resize(self, length):
    new_vector = self.unitaryVector()
    new_vector.__value__ = Coordinate(
        x=new_vector.value.x*length,
        y=new_vector.value.y*length,
        z=new_vector.value.z*length
    )
    new_vector.setLabel("resize from ({} length: {}".format(self.label,
→length))
    return new_vector

def areParallels(self, vector):
    try:

```

```
        dx = self.value.x / vector.value.x
        dy = self.value.y / vector.value.y
        dz = self.value.z / vector.value.z
        return dx == dy and dx == dz
    except:
        return False

def arePerpendicular(self, vector):
    return self * vector == 0
```

```
[ ]:
```