Evaluación III

Diseño de una Montaña Rusa

Una empresa de parques de atracciones está diseñando una nueva montaña rusa y necesita que la trayectoria de la vía sea suave y continúe en todo el recorrido. Para esto, solicitan que se realice un modelo matemático que utilice un método de trazador cúbico sujeto. Además, requieren que el análisis de la estabilidad estructural de la vía se haga utilizando un polinomio de mínimos cuadrados para ajustar los datos experimentales obtenidos de las pruebas de tensión y compresión del material. El diseño también debe incluir el uso de polinomios ortogonales para optimizar la forma de ciertos tramos de la vía y mejorar la experiencia del usuario. Finalmente, se necesita resolver un sistema de ecuaciones para determinar las fuerzas que actúan en los puntos críticos de la estructura.

Paso 1: Método de Trazador Cúbico Sujeto

Primero, necesitamos definir el método de trazador cúbico sujeto para interpolar la trayectoria de la montaña rusa. Vamos a suponer que tenemos algunos puntos de control (xi,yi) por donde debe pasar la vía de la montaña rusa.

El trazador cúbico sujeto requiere definir polinomios cúbicos Si(x) en cada intervalo [xi,xi+1]:

$$S_i(x) = a_i + b_i(x - x_i) + c_i(x - x_i)^2 + d_i(x - x_i)^3$$

Para determinar los coeficientes ai, bi, ci, di, necesitamos resolver un sistema de ecuaciones que asegure continuidad, suavidad y condiciones de frontera específicas.

Paso 2: Polinomio de Mínimos Cuadrados

Para el análisis de la estabilidad estructural, ajustamos un modelo de polinomio a los datos experimentales obtenidos de pruebas de tensión y compresión del material.

Supongamos que tenemos datos experimentales (xi,yi). Queremos ajustar un polinomio de grado n que minimice la suma de los errores cuadrados.

$$P(x) = c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + \cdots + c_n x^n$$

Minimizamos la función de error:

$$E = \sum_{i=0}^{m} (y_i - P(x_i))^2$$

Resolviendo este problema de mínimos cuadrados obtenemos los coeficientes c0,c1,…,cn.

Paso 3: Polinomios Ortogonales

Para optimizar la forma de ciertos tramos de la vía, usamos polinomios ortogonales (por ejemplo, polinomios de Legendre o Chebyshev) que ayudan a minimizar errores y mejorar la experiencia del usuario.

Los polinomios ortogonales Pn(x) son soluciones a ecuaciones diferenciales específicas y tienen la propiedad de ser ortogonales en un intervalo [a,b].

Paso 4: Resolución de Ecuaciones

Para determinar las fuerzas que actúan en los puntos críticos de la estructura, necesitamos resolver un sistema de ecuaciones.

Supongamos que el sistema de ecuaciones está dado por:

Ax=b

donde A es la matriz de coeficientes y x es el vector de incógnitas (fuerzas en los puntos críticos), y b es el vector de términos independientes.

Resolviendo este sistema de ecuaciones lineales obtenemos las fuerzas en los puntos críticos.

IMPORTANTE:

1. Utilizar las librerías: scipy, numpy, matplotlib.

2. Deben de graficar: Paso 1, Paso 2 y Paso 3.
3. Pueden trabajar con Python o Julia. En un IDLE o en Jupyter Notebook.
4. Los datos los deben de traer de un archivo .CSV o una API.
5. Los datos de muestras son los siguientes:
   a. PASO 1: Datos para el Método de Trazador Cúbico Sujeto

      x_data = np.array([0, 1, 2, 3, 4, 5])

      y_data = np.array([0.5, 0.8, 1.0, 0.9, 1.2, 0.7])

      # Valores para graficar la curva

      x_vals = np.linspace(0, 5, 100)

   b. PASO 2: Datos para el Polinomio de Mínimos Cuadrados

      ```
      x_data = np.array([0, 1, 2, 3, 4])
      y_data = np.array([1.1, 3.5, 2.8, 4.2, 5.0])
      # Valores para graficar la curva ajustada
      x_vals = np.linspace(0, 4, 100)
      ```

   c. PASO 4: Datos para la Resolución de Ecuaciones Lineales

      ```
      A = np.array([[1, 2, 1], [2, -1, 1], [3, 1, -1]])
      b = np.array([4, 1, -2])
      ```