

Machine Learning pour prendre la décision d'un arrêt au stand en Formule 1

Rapport Intermédiaire Travail de Bachelor

Département TIC
Filière Informatique et systèmes de communication
Orientation Informatique logicielle

Nelson Jeanrenaud

17 juillet 2023

Supervisé par : Pena Carlos Andrés (HEIG-VD)



Préambule

Ce travail de Bachelor (ci-après **TB**) est réalisé en fin de cursus d'études, en vue de l'obtention du titre de Bachelor of Science HES-SO en Ingénierie.

En tant que travail académique, son contenu, sans préjuger de sa valeur, n'engage ni la responsabilité de l'auteur, ni celles du jury du travail de Bachelor et de l'École.

Toute utilisation, même partielle, de ce TB doit être faite dans le respect du droit d'auteur.

HEIG-VD Le Chef du Département

Yverdon-les-Bains, le 17 juillet 2023

Authentification

Je soussigné, Nelson Jeanrenaud, atteste par la présente avoir réalisé seul ce travail et n'avoir utilisé aucune autre source que celles expressément mentionnées.

Nelson Jeanrenaud

Yverdon-les-Bains, le 17 juillet 2023

Résumé

L'objectif d'une course automobile est de parcourir un nombre de tours sur un circuit le plus rapidement possible. De plus, dans de nombreuses catégories, les voitures peuvent s'arrêter au stand pour changer de pneus et/ ou se réapprovisionner en carburant. La dégradation des pneus et le poids supplémentaire dû à la charge de carburant ont un impact majeur sur les temps au tour d'une voiture. Décider quand et combien de fois rentrer dans les stands est donc crucial pour les écuries. À cela vienne s'ajouter les notions de neutralisation de la course pour cause d'incident.

Établir la stratégie optimale est un enjeu majeur pour les équipes de course. Il est donc nécessaire de développer un système d'analyse de données et de prédiction pour aider les écuries à prendre les meilleures décisions stratégiques pendant la course. Ce système devra prendre en compte les données de la voiture, les performances des pneus et les conditions de la piste pour fournir des recommandations en temps réel aux équipes de course.

Dans ce travail, nous tentons de créer un tel système pour le championnat du monde de Formule 1. Pour ce faire, nous entraînons des modèles de Machine Learning sur des données historiques de la dernière ère de la formule 1.

La première partie de ce travail se concentre sur la création d'un dataset à partir des données transmises par la Formule 1 pendant les courses. Dans un second temps, nous entrainerons des modèles à suggérer une stratégie de course pour une voiture.

Table des matières

Pr	réambule	i
Αι	uthentification	iii
Ré	ésumé	v
1	Introduction	1
	1.1 Objectifs	. 1
	1.1.1 Objectifs fondamentaux	
	1.1.2 Objectifs optionnels	
	1.2 Principe de la stratégie en Formule 1	
	1.3 État de l'art	
	1.4 Méthodologie	. 8
2	Données	9
	2.1 Données existantes	
	2.1.1 Données de courses	
	2.1.2 Données de tour	-
	2.1.3 Données de télémétrie	
	2.2 Création d'un dataset	
	2.3 Exploration des données	
	2.3.1 Preprocessing	
	2.3.2 Analyse	. 16
3	Expériences	21
	3.0.1 Random Forest	. 21
4	Conclusion	27
Aı	ppendices	33
\mathbf{A}	Première annexe	33
В	Deuxième annexe	35
\mathbf{C}	Troisième annexe	41

Table des figures

1.1	Comparaison de la degradation des differents composes de pneu	3
1.2	Comparaison du temps de course des différents composés de pneu	4
1.3	Comparaison du temps de course de différentes stratégies à 1 arrêt $$.	4
1.4	Comparaison du temps de course de différentes stratégies à 1 arrêt avec une période de voiture de sécurité, en considérant que s'arrêter pendant cette période économise 10 secondes	5
1.5	Progression des probabilités d'arrêt au stand pour trois pilotes prédites par le réseau feed-forward, le réseau récurrent et le réseau hybride en utilisant des données du Grand Prix du Brésil 2019, figure repris du papier "Virtual Strategy Engineer : Using Artificial Neural Networks for Making Race Strategy Decisions in Circuit Motorsport"	7
2.1	Diagramme en couches des données	9
2.2	Nombre de données par courses, pour chaque catégorie de données .	10
2.3	Exemple de données de télémétrie d'un tour de Carlos Sainz au Grand	
	Prix de Grande-Bretagne 2021	12
2.4	Distribution de la feature TrackStatus avant et après la discrétisation	14
2.5	Distribution de la feature LapNumber pour les tours avec des valeurs	
	manquantes	15
2.6	Valeurs manquantes de chaque colonne, les observations d'Interval- ToPositionAhead nulles sont celles de voiture avec un tour de retard sur tout le peloton, celles avec des valeurs manquantes de Distance-	
	ToDriverAhead et DriverAhead sont ceux du pilote en tête	15
2.7	Histogramme de la caractéristique LapsToLeader lorsque GapToLeader est nul	16
2.8	Distribution des types des features du dataset	17
2.9	Distribution de la colonne TyreLife	18
2.10	Distribution de la colonne Compound	18
2.11	Distribution de la colonne Track	19
3.1	Visualisation des résultats d'un système de classification binaire	22
3.2	Visualisation de la spécificité et de la sensitivité	23
3.3	Visualisation de la précision et de la sensitivité	23

$TABLE\ DES\ FIGURES$

3.4	Progression des probabilités d'arrêt au stand pour le Grand Prix d'Es-	
	pagne 2023 de Max Verstappen. Les probabilités sont calculées à	
	chaque tour en utilisant les données du tour précédent. Les lignes	
	verticales rouges indiquent la target du modèle, c'est à dire un tour	
	avant l'arrêt au stand réel. Les bares horizontales en haut de la figure	
	indique le composé de pneu utilisé (rouge = tendre, jaune = médium,	
	gris = dur)	25
3.5	Progression des probabilités d'arrêt au stand pour le Grand Prix	
	d'Azerbaïdjan 2023 de Sergio Perez et Logan Sargeant. Les zones	
	jaunes indiquent les périodes de drapeau jaune, de safety car ou de	
	virtual safety car	25
B.1	Distribution de la colonne Lap Number. On remarque que la distri-	
	bution est très uniforme, car la variable augmente linéairement au	
	fil de la course. On remarque par contre qu'elle est asymétrique, car	
	certaines voitures ne terminent pas la course et certaines courses sont	
	plus longues que d'autres	35
B.2	Distribution de la colonne LapTime	35
B.3	Distribution de la colonne Stint. Elle est similaire à celle de TyreLife	
	pour les mêmes raisons	36
B.4	Distribution de la colonne NumberOfPitStops. Elle est identique à	
	Stint car NumberOfPitsStops = Stint - 1. \dots	36
B.5	Distribution de la colonne Position. Elle est uniforme avec une asy-	
	métrie à droite en raison des voitures qui se retirent avant la fin des	
	courses	37
B.6	Distribution de la colonne GapToLeader, La distribution est très	
	concentrée autour de 0 étant donné que le leader de la course est	
	toujours à 0. La distribution est très asymétrique à droite, ce qui est	
	logique, car la plupart des pilotes sont assez près du leader au début	
	de la course.	37
B.7	Distribution de la colonne DistanceToDriverAhead	38
B.8	Distribution de la colonne LapsToLeader	38
B.9	Distribution de la colonne TotalLaps	39

Liste des tableaux

1.1	ral Networks for Making Race Strategy Decisions in Circuit Motorsport"	6
2.1	Liste d'exemple de features 'données de courses'	10
2.2	Liste des différents canaux fournis dans le flux de données "Live Timing"	10
2.3	Liste des différents canaux fournis dans le flux de données "Car data"	11
2.4	Liste des différents canaux fournis dans le flux de données "Position	
	data"	11
2.5	Champs retenus dans le dataset	13
2.6	Correspondance des status de piste	14
2.7	Proportion des valeurs de la target is pitting	17
3.1	Paramètres de la recherche GridSearchCV	24
3.2	Paramètres du meilleur modèle	24
3.3	Matrice de confusion de l'entrainement du premier modèle, les co-	
	lonnes représentent les prédictions et les lignes le ground truth	24
3.4	Matrice de confusion de l'entrainement du premier modèle, les co-	
	lonnes représentent les prédictions et les lignes le ground truth	24
		00
A.1	Paramètres de la simulation utilisées pour les examples en introduction	33
A.2	Flux "Live Timing" de la voiture 31 pendant le Grand Prix de Monaco	0.4
	2021	34
C.1	Résultats du GridSearchCV pour le modèle RandomForestClassifier	
	optimisant le score F1	42

Chapitre 1

Introduction

1.1 Objectifs

Les objectifs de ce projet sont de développer un système de prédiction de stratégie de course en temps réel pour les équipes de course, basé sur l'analyse des données de la voiture et des conditions de la piste, et de fournir des recommandations pour optimiser les temps de tour et les arrêts aux stands.

1.1.1 Objectifs fondamentaux

- Implémenter un pipeline de traitement et danalyse de données avec des algorithmes de Machine Learning pour recommander lentrée au stand dune voiture en fonction de la situation de course.
- Etablir un dataset adéquat à lentrainement dun tel modèle à partir de multiples sources de données brutes.
- Fournir des prédictions réalistes et interprétables par les experts métiers.
- Le système est réactif et permet des prédictions rapides (moins de 30 secondes).

1.1.2 Objectifs optionnels

- Développer une interface utilisateur pour facilement accéder aux recommandations stratégiques.
- Etendre le modèle pour les conditions météorologiques incertaines comme les chutes de pluie.

1.2 Principe de la stratégie en Formule 1

L'objectif fondamental de la stratégie est de minimiser le temps que l'on prend pour finir tous les tours de course. En formule 1, les écuries doivent choisir entre 3 composés de pneumatique à utiliser. Ces composés nommés tendres, mediums et durs performent différemment le long de la course, les plus tendres offrant une meilleure adhérence, mais s'usant plus rapidement.

Pour illustrer cette section on a simulé en python une course très simplifiée. La simulation considère que la voiture est seule sur la piste, qu'il n'y a pas de variation dans la performance du pilote ou dans l'état du circuit. La course est discrétisée en N tours où chaque temps au tour t_{tour} est défini comme montré dans l'équation 1.1:

$$t_{tour} = t_{optimal} + t_{carburant} + t_{pneu} \tag{1.1}$$

 $t_{optimal}$ est le temps optimal que la voiture peut faire sur le circuit dans les meilleures conditions. $t_{carburant}$ est le temps perdu en raison du poids du carburant embarqué. Au fil de la course ce temps s'amoindrit lorsque que le carburant est consommé. $t_{carburant}$ est calculé comme l'équation 1.2. Où $t_{penalite}$ est le temps au tour perdu par kg. Cette valeur dépend du circuit, mais est approximable à 0.03 seconde pour les circuits de longueur moyenne. [19] [jjn18] p_{depart} est la quantité en kg de carburant au départ de la course, pour cette simulation, nous faisons l'hypothèse que la voiture commence avec le maximum de carburant autorisé, c'est-à-dire 110 kg. $p_{consomme}$ est la quantité de carburant en kg qui est consommé en 1 tour de course, elle est calculée en estimant que la consommation de carburant est constante, soit $\frac{p_{depart}}{N}$. n est le nombre de tours parcourus jusqu'à maintenant.

$$t_{carburant} = t_{penalite} * (p_{depart} - p_{consomme} * n)$$
(1.2)

 t_{pneu} est le temps perdu en raison de l'adhérence des pneumatiques, elle dépend du composé et de la dégradation du pneu. Le détail est donné dans l'équation 1.3, elle approxime la dégradation des pneus par la formule de calcul des intérêts composés pour représenter la chute de performance que l'on peut observer avec les pneumatiques [ana21]. $t_{performance}$ est le temps perdu comparé à la performance du pneu le plus tendre. Le taux de dégradation du pneu par tour, exprimé en pourcentage par d et le δd l'augmentation de ce taux par tour.

$$t_{pneu} = t_{performance} + d * (1 + \delta d)^{(n-1)}$$
(1.3)

La figure 1.1 illustre l'influence de la dégradation sur la performance des différents composés de pneu utilisant la simulation avec des paramètres trouvable dans la table A.1 en annexe. Les pneus tendres sont plus performant initialement avant de rapidement perdre en performance, le même phénomène se produit avec les mediums et les durs, mais après un plus grand laps de temps. Cette différence en performance entre les composés dépend du circuit et est difficile à estimer précisément en amont de la course.

1.2. PRINCIPE DE LA STRATÉGIE EN FORMULE 1

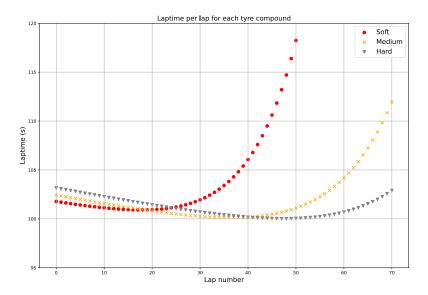


Figure 1.1 – Comparaison de la dégradation des différents composés de pneu

Les temps au tour sont successivement additionnés pour obtenir la variable t_{course} , qui représente la durée totale d'une stratégie simulée comme présenté dans l'équation 1.4.

$$t_{course} = \sum_{i=1}^{N} t_{tour}(i) \tag{1.4}$$

On peut observer avec la figure 1.2 que sur une course de 70 tours utiliser les durs est la meilleure stratégie. Cependant, le règlement de la Formule 1 oblige d'utiliser au minimum 2 composés différents par courses. Il faut maintenant trouver le tour optimal où changer de pneumatique pour minimiser le temps de course total. Une fois tous les paramètres établis, cela se ramène à un problème d'optimisation quadratique.

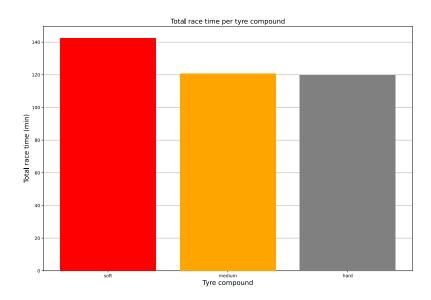


Figure 1.2 – Comparaison du temps de course des différents composés de pneu

La figure 1.3, montre l'influence du tour d'arrêt sur le temps total de course. On peut voir que pour notre course, la stratégie de commencer avec des tendres et les remplacer par des mediums après 20 à 30 tours est la plus rapide.

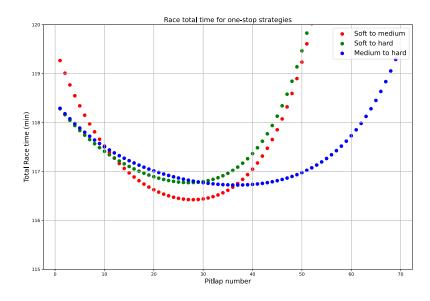


Figure 1.3 – Comparaison du temps de course de différentes stratégies à 1 arrêt

Certains événements aléatoires comme les périodes de voiture de sécurité, impact grandement la stratégie. Une voiture de sécurité est déployée suite à un incident ou à la présence de débris sur la piste. Dans cette situation, les voitures doivent rouler à vitesse réduite, ce qui réduit fortement le temps perdu pendant un arrêt au stand. Cela est dû au fait que les voitures doivent toujours rouler à vitesse réduite dans la

1.3. ÉTAT DE L'ART

voie des stands même quand il n'y a pas de voiture de sécurité, la figure 1.4 illustre ce phénomène. Comparé à la course en figure 1.3 où la voiture de sécurité n'est pas déployée, il est plus intéressant de s'arrêter pendant la période de safety car même si les pneumatiques seront moins performant en fin de course.

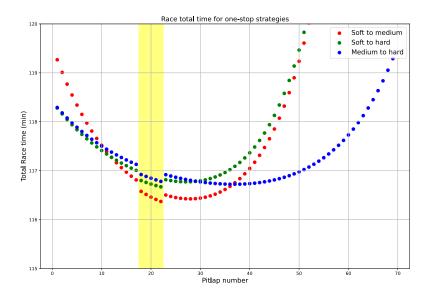


Figure 1.4 — Comparaison du temps de course de différentes stratégies à 1 arrêt avec une période de voiture de sécurité, en considérant que s'arrêter pendant cette période économise 10 secondes

D'autres éléments pas pris en compte dans cette simulation impactent la stratégie, notamment les autres voitures sur la piste. Il est souvent intéressant de distancer suffisamment les voitures plus lentes derrière ou attendre qu'elles s'arrêtent avant de s'arrêter soit même pour éviter de perdre du temps à devoir les dépasser sur le circuit. Une autre tactique est celle de l'undercut, utilisée quand un pilote à de la difficulté à dépasser une autre voiture. La technique consiste à s'arrêter plus tôt que prévu pour réduire l'écart avec la voiture poursuivie avec des pneus plus frais. Si elle est bien exécutée l'adversaire se verra dépassé pendant qu'il effectue est dans la voie des stands. C'est dans ce contexte qu'il serait intéressant de développer des méthodes de Machine Learning pour évaluer les décisions stratégiques.

1.3 État de l'art

Les modèles actuellement utilisés par les équipes de course pour établir leur stratégie de course sont évidemment confidentiels. Néanmoins, il existe des articles publiés par des universités notamment Application of Monte Carlo Methods to Consider Probabilistic Effects in a Race Simulation for Circuit Motorsport. [Hei+20a] Cette étude présente une approche de simulation de course qui considère des éléments aléatoires tels que les accidents, les problèmes mécaniques et les variations de performance des pilotes et des mécaniciens.

Un autre article du même institut, Virtual Strategy Engineer: Using Artificial Neural Networks for Making Race Strategy Decisions in Circuit Motorsport. [Hei+20b]

CHAPITRE 1. INTRODUCTION

se base sur ce simulateur pour entrainer des réseaux de neurones à la prise de décision stratégiques. On peut noter des décisions intéressantes comme la division de la décision entre 2 modèles, le premier prends la décision de sarrêter et lautre choisis le composé de pneu à utiliser. Ils ont développé des features intéressantes pour l'entrée de leur modèle notamment la catégorisation des circuits en 3 groupes selon le niveau de stress appliqué sur les pneumatiques, la discrétisation de la position en "leader de la course ou non" et de la distance avec la voiture précédente en "Close ahead" qui est vrai si l'écart est inférieur à 1.5 seconde. D'après leur étude, résoudre un problème d'optimisation de minimisation du temps de course dans un simulateur en amont permet de créer une feature représentant le nombre d'arrêts au stand restant pour atteindre la stratégie optimale (1, 2 ou 3 arrêts). Leurs résultats montre qu'une architecture feedforward considérant que le dernier tour de course n'arrive pas à modifier la probabilité d'un arrêt assez rapidement pour obtenir des résultats précis. Ils ont expérimenté avec une architecture récurrente, considérant les 4 derniers tours obtenais de meilleurs résultats, mais faisait des erreurs difficilement compréhensibles. L'architecture retenue est celle d'un réseau hybride avec un seul neurone long short-term memory. Leurs résultats sont présentés en table 1.1 et figure 1.5.

Table 1.1 – Résultats de l'étude "Virtual Strategy Engineer : Using Artificial Neural Networks for Making Race Strategy Decisions in Circuit Motorsport"

Architecture	F_1 score
Feedforward	0.35
Recurrent	0.9
Hybride	0.59

1.3. ÉTAT DE L'ART

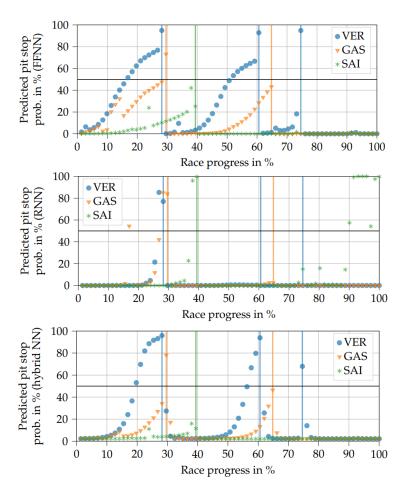


Figure 1.5 — Progression des probabilités d'arrêt au stand pour trois pilotes prédites par le réseau feed-forward, le réseau récurrent et le réseau hybride en utilisant des données du Grand Prix du Brésil 2019, figure repris du papier "Virtual Strategy Engineer : Using Artificial Neural Networks for Making Race Strategy Decisions in Circuit Motorsport"

Les 2 travaux "Tire Changes, Fresh Air, and Yellow Flags: Challenges in Predictive Analytics for Professional Racing" [TR14] et "Real-time decision making in motorsports: analytics for improving professional car race strategy" [Cho15] sont des équivalences à notre problématique appliquée au monde de la NASCAR. La NASCAR est une course compétition américaine sur circuits ovales avec des voitures de série modifiées, dans ce contexte, met davantage l'accent sur les courses en peloton, les dépassements sont plus fréquents et le ravitaillement en carburant est un facteur stratégique majeur. Ils apportent cependant une formulation différente intéressante, la variable prédite par ses systèmes est le nombre de positions gagnées ou perdues à la suite d'une décision stratégique.

Finalement, on peut noter l'article Formula-E race strategy development using distributed policy gradient reinforcement learning de l'université de Cranfield [LFA21] qui utilise une approche de reinforcement learning pour établir une stratégie. Cet article présente une méthode de développement de stratégies de course dans le contexte du championnat de Formule E, où les voitures ne changent pas de pneus et où la stratégie est davantage liée à l'économie de la batterie. Cependant, bien que le contexte soit différent de celui proposé dans ce projet et que l'approche reinforcement learning nécessite une simulation précise, la méthode utilisée reste intéressante à noter.

1.4 Méthodologie

La méthodologie adoptée pour cette thèse comprendra les étapes suivantes. Tout d'abord, une analyse approfondie des données disponibles sera réalisée afin d'acquérir une connaissance approfondie de la problématique étudiée. Ensuite, plusieurs formulations du problème, modèles et méthodes seront explorés à travers des expérimentations. Les performances respectives de ces approches seront mesurées à l'aide de différentes métriques pour confirmer leur adéquation avec l'objectif fixé.

Chapitre 2

Données

Cette section est consacrée à l'étude des données disponibles sur les courses de Formule 1 et à la création d'un dataset adapté à l'entrainement d'un modèle de Machine Learning.

2.1 Données existantes

Il existe 2 principales sources de données disponibles sur les courses de Formule 1. La première est le dataset Ergast, qui est un projet open source qui répertorie des données sur les résultats des Grand Prix. La seconde est la Formule 1 elle-même qui diffuse publiquement une certaine partie des données, dites "Live Timing", qui correspondent aux données des capteurs des voitures. Les données ont donc plusieurs temporalités :

- les informations sur un weekend de courses (circuit, saison, etc.)
- les données pour un tour de course (temps au tour, gomme de pneu, etc.)
- les données des capteurs (vitesse, distance avec les autres voitures, etc.) FastF1 est une librairie Python qui permet facilement d'accéder aux données de l'API Ergast et aux données officielle de la Formule 1 depuis 2018.

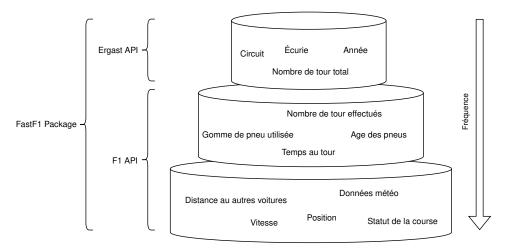


Figure 2.1 – Diagramme en couches des données

La quantité entre les catégories de données que nous avons surnommés respectivement données de courses, données de tour et données de télémétrie sont très différentes.

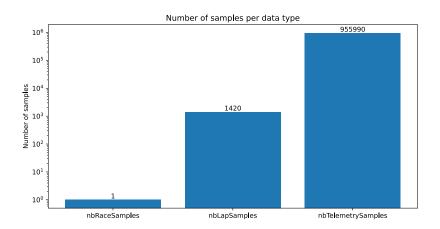


Figure 2.2 – Nombre de données par courses, pour chaque catégorie de données

2.1.1 Données de courses

Ces données donnent des informations sur le weekend de course et ne changent pas au cours de ce dernier. La majorité des features de cette catégorie sont connues pendant la course et donc au moment de l'inférence.

Table 2.1 – Liste d'exemple de features 'données de courses'

Nom de la feature	Exemple de valeur
season	2021
circuit	Monaco
number of laps	78

Les autres features sont liées au résultat de la course et ne serais pas disponibles pendant la prédiction. Mais elles pourraient être utilisées pendant l'entrainement pour par exemple pondérer plus fortement les stratégies de voitures qui ont de meilleurs résultats.

2.1.2 Données de tour

L'API de la Formule 1 permet d'écouter un flux de données dit "Live Timing". Ce flux contient différents canaux :

Table 2.2 – Liste des différents canaux fournis dans le flux de données "Live Timing"

Canal	Description
LapNumber	Numéro du tour en cours
Driver	Numéro identifiant du pilote
LapTime	Temps du tour précédent
Stint	Nombre de relais effectués
TotalLaps	Nombre total de tours effectués avec ce set de pneus
Compound	Type de pneus utilisé
New	Indique si le pneu a été neuf au moment de son montage
TyresNotChanged	Signale les arrêts aux stands sans changement de pneus
Time	Temps écoulé depuis le début de la session
LapFlags	Drapeaux survenus pendant le tour

2.1. DONNÉES EXISTANTES

À chaque instant, seulement certains canaux sont actifs. La librairie FastF1 effectue le travail de les agréger sur le parcours d'un tour. Et permet de récupérer ses informations pour tous les tours effectués. Il serait donc possible de s'abonner à ce flux de donner et d'envoyer directement les informations émises en entrée du système de prédiction. Un exemple du flux est présenté dans la Table A.2 en annexe.

2.1.3 Données de télémétrie

L'API de la Formule 1 émet également un flux de données pour les données des capteurs des voitures et des capteurs météorologiques. Les données des capteurs sont envoyés a travers 2 différents flux "Car data" et "Position data" avec des mesures qui sont envoyées environ toutes les 240 millisecondes.

Table 2.3 – Liste des différents canaux fournis dans le flux de données "Car data"

Canal	Description
Time	Temps écoulé depuis le début de la session
Date	Date exacte de la prise de l'échantillon
Speed	Vitesse de la voiture en Km/h
RPM	Régime moteur
Gear	Rapport de vitesse
Throttle	Pression sur l'accélérateur, exprimé en pourcentage de 0 à 100
Brake	Indicateur de freinage, Vrai si les freins sont enclenchés, faux sinon
DRS	Système de réduction de traînée (Drag Reduction System)
	Il comporte plusieurs valeurs possibles codifiées :
	0-1 = désactivé, 8 = éligible, 10-14 = activé

Table 2.4 – Liste des différents canaux fournis dans le flux de données "Position data"

Canal	Description
Time	Temps écoulé depuis le début de la session
Date	Date exacte de la prise de l'échantillon
Status	'OnTrack' ou 'OffTrack' (en dehors des limites du circuit)
X, Y, Z	Coordonnées de position relative en mètre

Pour chaque tour de course d'une voiture, il y a alors entre 300 et 1'000 échantillons de données télémétriques en fonction de la longueur du circuit. Ces données offrent un aperçu de la performance de la voiture et permettrait d'estimer la performance du pneumatique. Un exemple de données télémétriques échantillonnées sur un tour de course est donné en figure 2.3.

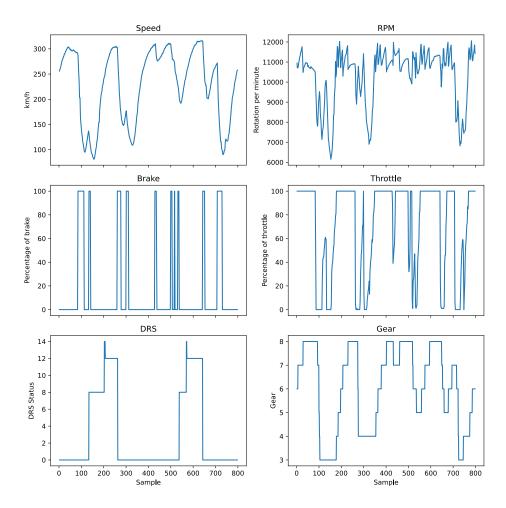


Figure 2.3 – Exemple de données de télémétrie d'un tour de Carlos Sainz au Grand Prix de Grande-Bretagne 2021

2.2 Création d'un dataset

La première expérience est de créer un classificateur binaire (entrée au stand ou pas) qui prends en entrée les informations d'un seul tour de course. Dans ce contexte, nous avons décidé de discrétiser chaque course en tour pour chaque voiture. Une course de 50 tours engendre alors 50 x 20 entrées dans la base de données si les 20 voitures terminent la course.

Le sous-ensemble des champs considérés est présentée en table 2.5. Ces variables retenues résultent d'une phase de sélection dans laquelle les variables redondantes ou estimées comme non prédictive ont été éliminées.

2.3. EXPLORATION DES DONNÉES

Table 2.5 - Champs retenus dans le dataset

Champ	Description
LapNumber	Numéro du tour en cours
LapTime	Temps du tour en secondes
DriverNumber	Numéro unique du pilote
Team	Nom de l'écurie
Compound	Composé de pneu utilisé (soft, medium ou hard)
TyreLife	Âge des pneus en nombre de tours
TotalLaps	Nombre de tours totaux de la course
Track	Nom du circuit
TrackStatus	Drapeaux de course apparaissant pendant le tour
Stint	Nombre de relais effectués
${\bf Distance To Driver Ahead}$	Distance en mètre avec la voiture devant
DriverAhead	Numéro unique du pilote devant
NumberOfPitStops	Nombre d'arrêts au stand déjà éffectuées
Position	Position dans la course
GapToLeader	Distance en secondes avec le pilote en tête
Interval To Position Ahead	Distance en secondes avec le pilote devant
LapsToLeader	Nombre de tours de retard avec le pilote en tête
PitStatus	In Lap / Out Lap / No Pit

Pour les données télémétriques qui sont échantillonnées plus d'une fois par tour, on prend la dernière mesure au moment où la voiture franchit la ligne d'arrivée. Les tours avec des informations manquantes ont été exclus. Les saisons 2019 à 2022 compris ont étés considérés, l'année 2023 étant en cours au moment de la rédaction de ce projet est réservée comme données de test. La base de données contient 87'845 tours de 80 courses et est disponible ici.

2.3 Exploration des données

Dans ce chapitre, nous détaillons les modifications apportées aux données pour les préparer à l'entrainement du modèle. Ainsi que les informations que nous avons pu tirer de l'étude du set de données.

2.3.1 Preprocessing

La feature TrackStatus communiquée dans l'api officielle contient un ensemble d'entier concaténé dans une chaine de caractères où chaque entier représente un drapeau de course agité au cours du tour. Les différents status et leur entier correspondant sont détaillé dans la table 2.6.

Table 2.6 – (Correspondance	des status	de piste
---------------	----------------	------------	----------

Entier	Correspondance	Description
1	Drapeau vert	La piste est libre
2	Drapeau jaune	La piste est partiellement bloquée, la course
		continue, mais les dépassements sont interdit
		dans un ou plusieurs secteurs
4	Voiture de sécurité	La course est neutralisée, les voitures ne
		peuvent pas dépasser, réduisent leur vitesse
		et font la queue derrière la voiture de
		sécurité
5	Drapeau rouge	La course est interrompue, toutes les voitures
		rentrent au stand
6	Voiture de sécurité	La course est neutralisée, les voitures ne
	virtuelle	peuvent pas dépasser et réduisent leur
		vitesse
7	Fin de la voiture de	La voiture de sécurité rentre à la fin de ce
	sécurité	tour

Pour l'utiliser, elle a été transformée en 6 features binaires où chaque feature représente la présence d'un statut. Les distributions de la variable avant et après la transformation est observable en figure 2.4.

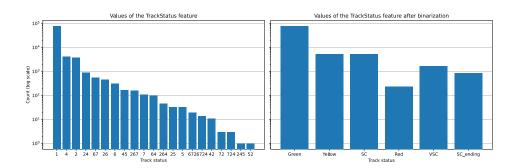


Figure 2.4 – Distribution de la feature TrackStatus avant et après la discrétisation

6'455 observations avait des valeurs manquantes pour les colonnes DriverAhead et DistanceToDriverAhead. En étudiant la distribution des numéros de tour de ces observations, présentés en figure 2.5, on remarque que la plupart des tours sont les premiers de la course, le reste de la distribution est assez uniforme avec une légère diminution de la fréquence après 55 tours, ce qui est logique, car la majorité des courses durent entre 50 et 60 tours. Les premiers tours de courses seront supprimés du dataset.

2.3. EXPLORATION DES DONNÉES

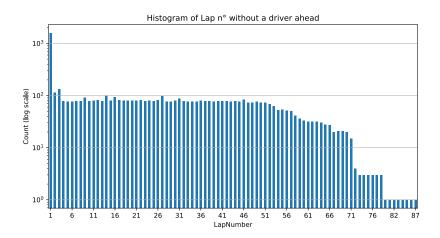


Figure 2.5 — Distribution de la feature LapNumber pour les tours avec des valeurs manquantes

En figure 2.6, on voit que beaucoup d'échantillons n'ont pas de valeurs pour la colonne GapToLeader et en observants la figure 2.7, on remarque que ce sont tous des voitures qui ont au moins un tour de retard. Il est difficile et peut intéressant de déterminer l'écart entre une voiture retardataire et le leader, les valeurs manquantes ont donc été remplacées par -1.

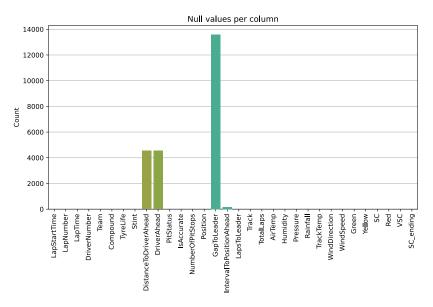


Figure 2.6 – Valeurs manquantes de chaque colonne, les observations d'IntervalToPositionAhead nulles sont celles de voiture avec un tour de retard sur tout le peloton, celles avec des valeurs manquantes de DistanceToDriverAhead et DriverAhead sont ceux du pilote en tête.

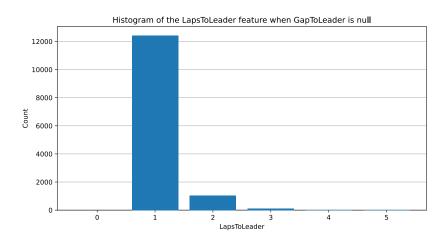


Figure 2.7 – Histogramme de la caractéristique LapsToLeader lorsque GapToLeader est nul

Les features Track et Compound de notre dataset nécessitent un prétraitement avant d'être utilisées dans notre modèle. Nous avons utilisé l'encodage one-hot de la bibliothèque scikit-learn pour effectuer cette transformation. L'encodage one-hot est une technique couramment utilisée pour représenter des variables catégorielles sous forme de vecteurs binaires. Par exemple pour la feature Track, en utilisant l'encodage one-hot, on crée des variables binaires pour chaque piste, où une variable est définie à 1 si la course a eu lieu sur cette piste et 0 sinon. L'utilisation de l'encodage one-hot nous permet de représenter ces caractéristiques catégorielles en évitant d'introduire un ordre ou une relation numérique entre les catégories. Pour gérer de manière robuste les nouveaux circuits, le OneHotEncoder à été initialisé avec le paramètre handle unknown='ignore'. De cette manière, le OneHotEncoder ignore simplement les catégories inconnues et génère un vecteur de zéros correspondant à cette catégorie

2.3.2 Analyse

En faisant analyse de forme, le set de données final possède 84'630 lignes et 22 colonnes dont 11 variables quantitatives et 11 qualitatives, la distribution des types de données est en figure 2.8. 1'600 lignes ont été supprimées, car elles possédaient des valeurs manquantes, soit environ 2% du dataset.

2.3. EXPLORATION DES DONNÉES

Data types distribution bool category category float32

Figure 2.8 – Distribution des types des features du dataset

Afin de créer nos deux classes, nous avons utilisé la colonne "PitStatus". Si la valeur de cette colonne est "In Lap", alors la cible "is pitting" est définie comme étant vraie. La distribution de nos 2 classes, entre au stand sur ce tour ou pas, est extrêmement déséquilibré. Seulement 3% de cas positifs uniquement, une attention particulière doit donc être accordée à la gestion de ce déséquilibre lors de la phase de modélisation afin d'éviter tout biais potentiel.

Table 2.7 – Proportion des valeurs de la target is pitting

Négatif | 0.970318 Positif | 0.029682

Dans la section suivante, nous examinons la distribution des features du jeu de données. Seules les plus intéressantes sont présentées ici, les autres seront fournies en annexe B.

La distribution en figure 2.9 est unimodal et asymetrique, cela est dû à la nature de l'évolution de l'age des pneumatiques lors de la course. Supposons que dans une course de 60 tours on effectue des arrêts tous les 20 tours, on a trois périodes distinctes pour les âges des pneumatiques : 1-20 tours, 21-40 tours et 41-60 tours. Chaque valeur de 1 à 20 apparaîtra trois fois dans la colonne TyreLife. En revanche, si une voiture ne fait aucun arrêt et parcourt les 60 tours sans changer les pneumatiques, chaque valeur entre 1 et 60 aura seulement un échantillon.

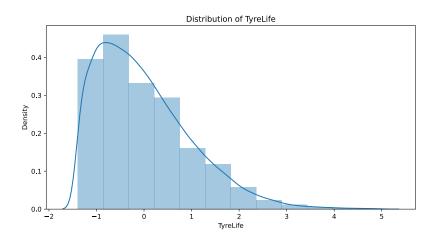


Figure 2.9 – Distribution de la colonne TyreLife

La distribution de la variable Compound est en figure 2.10. On remarque que les pneumatiques les plus utilisés sont les pneumatiques durs et mediums. Les pneumatiques tendres sont utilisés beaucoup moins souvent, ce qui est logique, car ils sont moins durables. Les intermédiaires et les wets sont utilisés beaucoup moins souvent, car ils ne sont utilisés que dans des conditions météorologiques particulières.

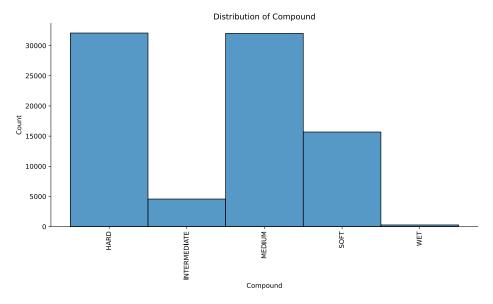


Figure 2.10 - Distribution de la colonne Compound

La figure 2.11, présente la distribution de la variable Track. Track représente le circuit sur lequel la course a lieu, la distribution est assez déséquilibrée, car certains circuits sont plus courts que d'autres se qu'il fait que les pilotes effectuent moins de tours sur ces circuits. Et d'autre ne sont pas utilisés tous les ans comme le Mugello qui a été utilisé qu'une fois en 2020.

2.3. EXPLORATION DES DONNÉES

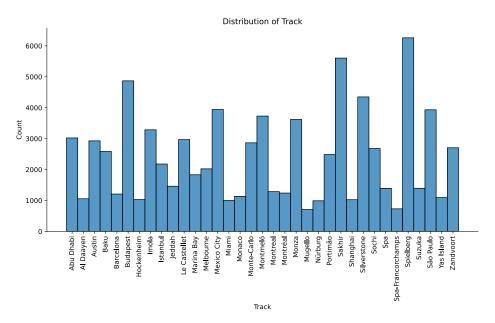


Figure 2.11 – Distribution de la colonne Track

Chapitre 3

Expériences

Au cours de ce travail nous utilisons un apprentissage supervisé, l'idée est d'avoir une approche d'imitation learning. C'est à dire que les données historiques sont utilisées pour l'entrainement et les décisions prises par les équipes sont considérées comme ground-truth. On utilise cette méthode car elle nécessite moins de mise en place qu'une approche par renforcement qui nécessiterais la mise en place d'une simulation pour estimer le temps gagné dans les différents scénarios hypothètiques. En revanche l'inconvénient de cette méthode est que les modèles ne peuvent pas surpasser les performances des stratégistes étant donnée qu'ils tentent de les copier. Il est estimé que cela n'est pas un problème dans la mesure où les stratégies employées sont bonnes en moyenne.

La première modélisation explorée est celle d'une classification binaire où le modèle considère les informations d'un seul tour de course en entrée et détermine en sortie si la voiture s'arrête ou non à la fin de celui-ci.

Le modèle est entrainé sur les années 2019 à 2022, en réservant l'année 2023 comme set de validation afin d'évaluer la capacité du modèle à généraliser sur des données qui ne sont pas inclus dans le set d'entrainement. Étant donné la quantité importante de données, nous avons choisi d'effectuer une division du dataset en un jeu d'entraînement et un jeu de test avec un ratio de 0,2.

Les étapes de preprocessing ont ensuite été appliquée sur les sets de données individuellement afin d'éviter le data leakage. Ce phénomène se produit lorsqu'une information provenant du set de test ou de validation est incorporée dans le processus d'entraînement du modèle, ce qui fausse les résultats de l'évaluation et conduit à une estimation optimiste des performances du modèle.

Le premier algorithme de classification utilisé est Random Forest, c'est un algorithme d'ensemble qui combine plusieurs arbres de décision. Il a été choisit car il est performant sur des sets de données déséquilibrés avec mécanisme de pondération des classes et qu'il est interprétable. L'interprétabilité est un critère important car il permet de comprendre les décisions prises par le modèle se qui vas dans un premier temps nous aider à l'améliorer et dans un second temps à donner confiance aux utilisateurs du modèle.

3.0.1 Random Forest

L'implémentation utilisée est celle de scikit-learn [sci] qui est une librairie opensource de machine learning pour python. Les hyperparamètres du modèle ont été choisis après une recherche par grid search avec une validation croisée sur 4 folds.

Grid search est une méthode d'optimisation des hyperparamètres dans laquelle un modèle est entrainé pour chaque combinaison d'hyperparamètres. Il est donc important de définir une métrique pour estimer la qualité des modèles entrainés.

M'etriques

Étant donnés, notre set de données très déséquilibré, nous n'allons pas utiliser l'accuracy ou le score ROC AUC car ils ne sont pas adaptés.

Le choix repose entre le F1-score et la balanced accuracy qui sont les 2 métriques les plus communement utilisées pour les sets de données déséquilibrées.

Pour décider quelle métrique favoriser on s'attarde sur leur définition respective à partir des ensembles des classes prédites. La figure 3.1 visualise graphiquement ces ensembles pour le cas d'une classification binaire.

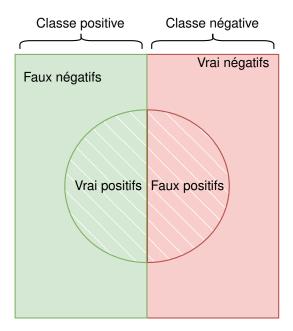


Figure 3.1 – Visualisation des résultats d'un système de classification binaire

La balanced accuracy est définie comme la moyenne entre la sensitivité (rappel) et la spécificité :

$$\frac{\text{sp\'{e}cificit\'{e}} + \text{sensitivit\'{e}}}{2}$$

La figure 3.2 visualise les ensembles considérés par la spécificité et la sensitivité.

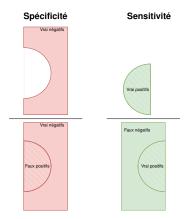


Figure 3.2 – Visualisation de la spécificité et de la sensitivité

la sensitivité ou rappel indique combien de fois le modèle a correctement prédit la classe positive parmi tous les échantillons positifs réels. La spécificité est l'équivalent de la sensitivité pour la classe négative, elle mesure la proportion d'échantillons négatifs correctement prédits par le modèle.

Le F1-score est défini comme la moyenne harmonique entre la précision et la sensitivité :

$$F = 2 \cdot \frac{\text{pr\'ecision} \cdot \text{sensitivit\'e}}{\text{pr\'ecision} + \text{sensitivit\'e}}$$

La précision indique combien de fois le modèle a correctement prédit la classe positive parmi toutes les prédictions positives faites, La figure 3.3 montre les ensembles considérés par ses 2 métriques.

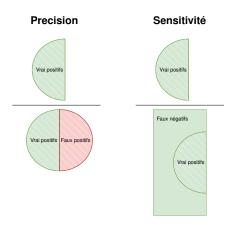


Figure 3.3 – Visualisation de la précision et de la sensitivité

On peut observer que le F-score pénalise une précision ou un rappel faible, 2 métriques qui ne considèrent pas les vrai négatifs et qui accordent une grande importance à l'identification de la classe positive. Pour cette raison, le f1 score est souvant utilisé dans les problèmes de détections d'anomalies, car les sets de données sont fortement biasés en faveur de la classe négative. Notre cas est assez similaire à ce cas de figure avec 97% de cas négatifs, le f1 score devrait donc être plus adapté.

En utilisant l'implémentation GridSearchCV de scikit-learn, nous avons effectué une optimisation du f1 score, les hyperparamètres sont en table 3.1.

Table 3.1 – Paramètres de la recherche GridSearchCV

hyperparamètre	valeurs
class weight	None, balanced, balanced subsample
n estimator	100, 500, 1000, 2000
max depth	5, 20, None
max features	sqrt, log2, None

La table complète des résultats est en annexe C.1.

Le meilleur modèle obtient un f1 score de 0.13 avec les paramètres en table 3.2. Ce score est très faible, nous allons étudier les performances du modèle sur le set de validation pour comprendre ce résultat.

Table 3.2 – Paramètres du meilleur modèle

hyperparamètre	valeur
class weight	balanced subsample
n estimator	2000
max depth	
max features	sqrt

Les métriques des résultats sont observables en table 3.4 et la matrice de confusion en table 3.3. En raison de la nature déséquilibrée de notre classification, on ne peut pas se fier à la métrique d'accuracy.

Table 3.3 – Matrice de confusion de l'entrainement du premier modèle, les colonnes représentent les prédictions et les lignes le ground truth.

	Négatif	Positif
Négatif	10470	3422
Positif	103	281

Table 3.4 – Matrice de confusion de l'entrainement du premier modèle, les colonnes représentent les prédictions et les lignes le ground truth.

Classe	Precision	Recall	F1Score
Négatif	0.99	0.75	0.86
Positif	0.08	0.73	0.14

On remarque dans les résultats que le modèle à de la peine à classifier les cas positifs avec beaucoup de faux-positifs.

On peut observer la progression des probabilités d'arrêt au stand pour le Grand Prix d'Espagne 2023 de Max Verstappen en figure 3.4.

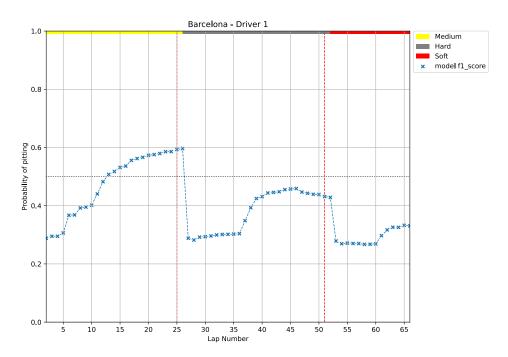


Figure 3.4 — Progression des probabilités d'arrêt au stand pour le Grand Prix d'Espagne 2023 de Max Verstappen. Les probabilités sont calculées à chaque tour en utilisant les données du tour précédent. Les lignes verticales rouges indiquent la target du modèle, c'est à dire un tour avant l'arrêt au stand réel. Les bares horizontales en haut de la figure indique le composé de pneu utilisé (rouge = tendre, jaune = médium, gris = dur).

Le modèle semble capturer la relation entre les arrêts au stand et les données de course. Les probabilités d'arrêt au stand augmentent à chaque tour et diminuent drastitquement après un arrêt au stand réel. Les probabilités augmentent également plus faiblement pendant le relai sur pneus durs se qui est cohérent avec la dégradation plus faible de ces pneus.

On peut observer la progression des probabilités d'arrêt au stand pour le Grand Prix d'Azerbaïdjan 2023 de Sergio Perez et Logan Sargeant en figure 3.5.

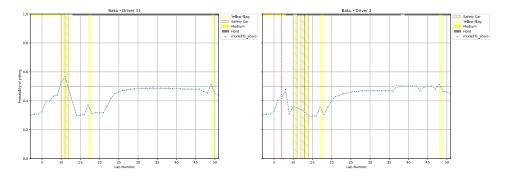


Figure 3.5 — Progression des probabilités d'arrêt au stand pour le Grand Prix d'Azerbaïdjan 2023 de Sergio Perez et Logan Sargeant. Les zones jaunes indiquent les périodes de drapeau jaune, de safety car ou de virtual safety car.

La période de drapeau jaune au tour 10 a poussé le modèle à prédire un arrêt au stand pour Sergio Perez. Ce qui est cohérent avec la stratégie de course de l'équipe Red Bull qui a effectué un arrêt au stand pour Sergio Perez au tour 11. Cependant

CHAPITRE 3. EXPÉRIENCES

la période de drapeau jaune au tour 48 a également poussé le modèle à prédire un arrêt au stand alors qu'il n'y en a pas eu. Cela est dû à un manque d'information sur la raison du drapeau jaune. La première période de drapeau jaune est due à un accident et donc est fortement suseptible d'entrainer une voiture de sécurité. Alors que la deuxième période de drapeau jaune est due à une sortie de piste sans conséquence et donc n'entraine pas de voiture de sécurité. Ces information ne sont pas disponibles dans les données car elles sont observables uniquement en regardant les images de la course.

On peut également noter que la période de safety car ne provoque pas de prédiction d'arrêt au stand pour Logan Sargeant qui s'était déjà arrêté au tour 8. Le modèle capture donc l'importance de l'arrêt au stand pendant une période d'arrêt mais uniquement si un arrêt au stand est nécessaire.

Chapitre 4

Conclusion

Au moment de ce rendu intermédiaire, un premier modèle a été entrainé, il présente des résultats relativement médiocres mais cohérent avec l'état de l'art actuel dans le domaine. Cependant, il s'agit maintenant d'entreprendre différentes pistes pour améliorer les prédictions. Explorer différents algorithmes tel que les réseaux de neurones, notamment les réseaux de neurones récurrents et la modélisation du problème tel qu'un time series. Analyser les résultats pour découvrir les features les plus prédictives et potentiellement en créer de nouvelles plus informatives.

Nelson Jeanrenaud

Bibliographie

- [TR14] Theja Tulabandhula et Cynthia Rudin. « Tire Changes, Fresh Air, and Yellow Flags: Challenges in Predictive Analytics for Professional Racing». In: *Big Data* 2.2 (2014). PMID: 27442303, p. 97-112. DOI: 10.1089/big.2014.0018. eprint: https://doi.org/10.1089/big.2014.0018 (cf. p. 7).
- [Cho15] Christopher Choo. « Real-time decision making in motorsports : analytics for improving professional car race strategy ». Thèse de doct. Jan. 2015 (cf. p. 7).
- [jjn18] Vyssion & JJN9128. Hurry up and weight. Mai 2018. URL: https://www.fltechnical.net/features/21637. (accessed: 20.05.2023) (cf. p. 2).
- [19] Formula One Race Strategy. Supported by McLaren Racing Limited. 2019. URL: https://www.stem.org.uk/rxstz. (accessed: 20.05.2023) (cf. p. 2).
- [Hei+20a] Alexander Heilmeier et al. « Application of Monte Carlo Methods to Consider Probabilistic Effects in a Race Simulation for Circuit Motorsport ». In: Applied Sciences 10.12 (2020). ISSN: 2076-3417. DOI: 10.3390/app10124229. URL: https://www.mdpi.com/2076-3417/10/12/4229 (cf. p. 5).
- [Hei+20b] Alexander Heilmeier et al. « Virtual Strategy Engineer: Using Artificial Neural Networks for Making Race Strategy Decisions in Circuit Motorsport ». In: Applied Sciences 10.21 (2020). ISSN: 2076-3417. DOI: 10.3390/app10217805. URL: https://www.mdpi.com/2076-3417/10/21/7805 (cf. p. 5).
- [ana21] "Part time ANALYST". F1 Strategy Analysis. Sept. 2021. URL: https://theparttimeanalyst.com/2021/09/29/f1-strategy-analysis/. (accessed: 20.05.2023) (cf. p. 2).
- [LFA21] Xuze Liu, Abbas Fotouhi et Daniel J. Auger. « Formula-E race strategy development using distributed policy gradient reinforcement learning ». In: Knowledge-Based Systems 216 (2021), p. 106781. ISSN: 0950-7051. DOI: https://doi.org/10.1016/j.knosys.2021.106781. URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0950705121000447 (cf. p. 7).
- [sci] SCIKIT-LEARN. Random Forests. URL: https://scikit-learn.org/stable/modules/generated/sklearn.ensemble.RandomForestClassifier.html#. (accessed: 01.07.2023) (cf. p. 21).

Annexes

Annexe A

Première annexe

Table A.1 - Paramètres de la simulation utilis'ees pour les examples en introduction

N	70
$t_{optimal}$	95
$t_{penalite}$	0.06
p_{depart}	110
$d_{performance}(tendre)$	0
d(tendre)	0.2
$\delta d(tendre)$	0.1
$d_{performance(medium)}$	0.75
d(medium)	0.08
$\delta d(medium)$	0.08
$d_{performance}(dur)$	1.5
d(dur)	0.06
$\delta d(dur)$	0.07
$t_p itstop$	25
$t_p itstop_s a fety_c ar$	15
-	

Table A.2 – Flux "Live Timing" de la voiture 31 pendant le Grand Prix de Monaco

LapNumber Driver LapTime	Driver	LapTime	Stint	TotalLaps	Compound	New	Stint TotalLaps Compound New TyresNotChanged	Time	LapFlags
2	31	00:01:20.154000	0	1	1	ı		00:35:51.209000	1
3	31	00:01:19.421000	0	1	1	ı	1	00:37:05.565000	1
ı	31		0	3	1	ı		00:37:05.940000	ı
4	31	00:01:18.494000	0	ı	1	ı	1	00:38:24.008000	ı
ı	31		0	4	1	ı	ı	00:38:25.951000	1
ಬ	31		0	ı	ı	ı	1	00:39:42.570000	ı
ı	31		0	ಬ	ı	ı	ı	00:39:45.937000	ı
ı	31		0	9	1	ı	1	00:41:05.970000	ı
ı	31		0	7	1	ı	1	00:42:20.948000	1
∞	31	00:01:17.967000	0	ı	ı	ı	1	00:43:37.668000	ı
ı	31		0	∞	1	ı	1	00:43:40.948000	ı
6	31		0	ı	ı	ı	1	00:44:56.051000	ı
ı	31		0	6	ı	ı	1	00:45:00.953000	ı
ı	31		0	10	ı	ı	1	00:46:15.975000	ı
11	31	00:01:17.770000	0	ı	1	ı	1	00:47:32.098000	ı
ı	31		0	11	1	ı	1	00:47:35.967000	ı
12	31	00:01:17.677000	0	ı	1	ı	1	00 :48 :49.775000	ı

Annexe B

Deuxième annexe

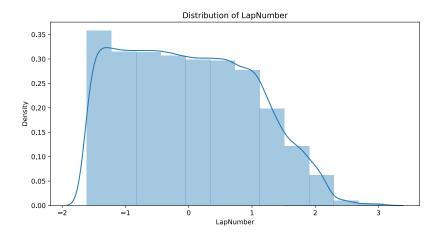
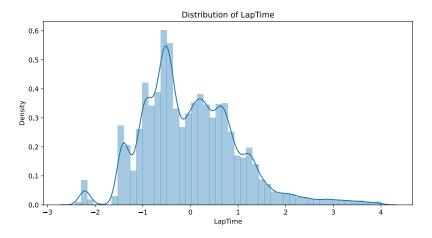


Figure B.1 – Distribution de la colonne LapNumber. On remarque que la distribution est très uniforme, car la variable augmente linéairement au fil de la course. On remarque par contre qu'elle est asymétrique, car certaines voitures ne terminent pas la course et certaines courses sont plus longues que d'autres.



 ${\bf Figure} \ {\bf B.2} - {\it Distribution} \ {\it de la colonne} \ {\it LapTime}.$

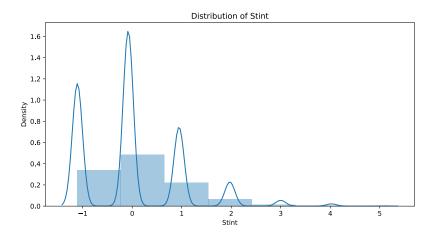
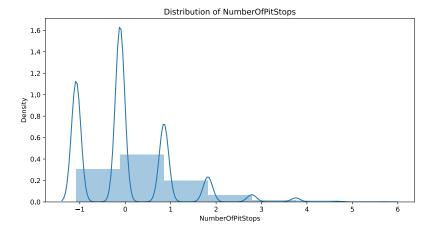


Figure B.3 – Distribution de la colonne Stint. Elle est similaire à celle de TyreLife pour les mêmes raisons.



 $\begin{tabular}{ll} \textbf{Figure B.4} - \textit{Distribution de la colonne NumberOfPitStops. Elle est identique à Stint car} \\ \textit{NumberOfPitsStops} = \textit{Stint - 1}. \\ \end{tabular}$

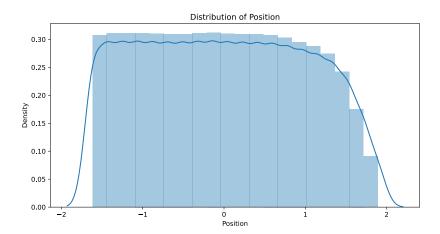


Figure B.5 – Distribution de la colonne Position. Elle est uniforme avec une asymétrie à droite en raison des voitures qui se retirent avant la fin des courses.

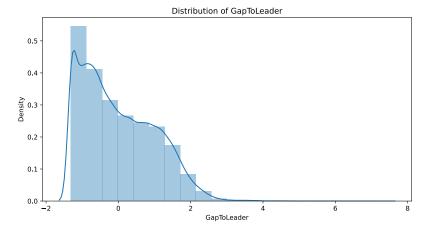


Figure B.6 — Distribution de la colonne GapToLeader, La distribution est très concentrée autour de 0 étant donné que le leader de la course est toujours à 0. La distribution est très asymétrique à droite, ce qui est logique, car la plupart des pilotes sont assez près du leader au début de la course.

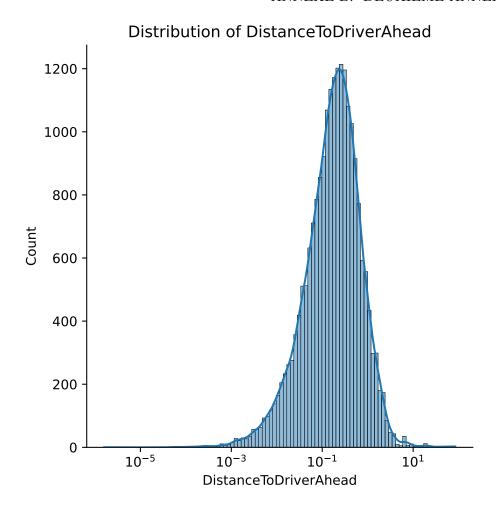


Figure B.7 – Distribution de la colonne DistanceToDriverAhead.

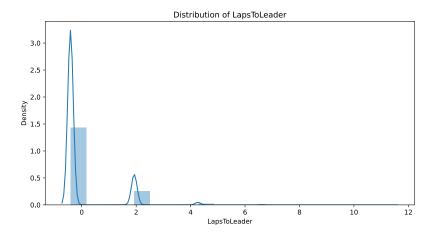


Figure B.8 – Distribution de la colonne LapsToLeader

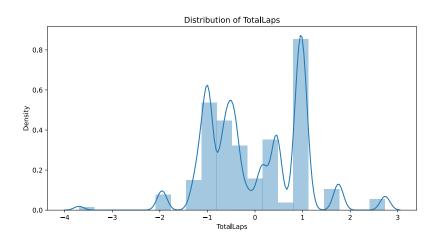


Figure B.9 – Distribution de la colonne TotalLaps

Annexe C

Troisième annexe

 $\textbf{Table C.1} - \textit{R\'esultats du GridSearchCV pour le mod\`ele RandomForestClassifier optimisant le score \textit{F1}. } \\$

00 00010	11.				
rang	class weight	max depth	max features	n estimators	score
1	balanced subsample	5.0	sqrt	2000	0.130011
2	balanced	5.0	sqrt	500	0.129973
3	balanced subsample	5.0	sqrt	500	0.129856
4	balanced subsample	5.0	$\log 2$	2000	0.129681
5	balanced	5.0	$\log 2$	2000	0.129667
6	balanced	5.0	sqrt	2000	0.129547
7	balanced subsample	5.0	sqrt	1000	0.129496
8	balanced	5.0	sqrt	1000	0.129489
9	balanced subsample	5.0	$\log 2$	1000	0.128940
10	balanced subsample	5.0	$\log 2$	100	0.128932
11	balanced	5.0	$\log 2$	1000	0.128561
12	balanced subsample	5.0	sqrt	100	0.128288
13	balanced subsample	5.0	$\log 2$	500	0.127931
14	balanced	5.0	$\log 2$	500	0.127563
15	balanced	5.0	sqrt	100	0.127500
16	balanced	5.0	$\log 2$	100	0.126691
17	balanced subsample	5.0	None	2000	0.122646
18	balanced subsample	5.0	None	1000	0.122618
19	balanced	5.0	None	2000	0.122528
20	balanced	5.0	None	1000	0.122481
21	balanced subsample	5.0	None	100	0.122207
22	balanced subsample	5.0	None	500	0.122206
23	balanced	5.0	None	500	0.122176
24	balanced	5.0	None	100	0.121999
25	balanced	20.0	$\log 2$	100	0.090315
26	balanced	20.0	$\log 2$	500	0.087494
27	balanced	20.0	None	100	0.086376
28	balanced subsample	20.0	None	100	0.084230
29	balanced subsample	20.0	None	500	0.083750
30	balanced subsample	20.0	$\log 2$	2000	0.083263
31	balanced	20.0	None	1000	0.083231
32	balanced subsample	20.0	None	1000	0.083107
33	balanced subsample	20.0	None	2000	0.082549
34	balanced subsample	20.0	$\log 2$	500	0.082350
35	balanced	20.0	None	2000	0.082121
36	balanced	20.0	None	500	0.081996
37	balanced	20.0	$\log 2$	2000	0.081599