

Verovatnoća i statistika

Vezbe 5

Slučajne promenljive

- Bacamo novčić **pet** puta. Za svaku palu Glavu vi meni plaćate 1 evro a a za svako palo Pismo ja vama plaćam 1 evro. Neka X predstavlja MOJ dobitak na kraju igre.
 - Odredi moguće vrednosti za X i njegov zakon raspodele verovatnoće.
 - Simulirajte ovu igru u R-u tj napišite skript ili funkciju. Onda
 - Ranujte igru 1000 puta i pamтите dobitak u svakom koraku u nekom vektoru X .
 - Napravite histogram vektora X
 - Uporedite dobijeni histogram sa vrednostima dobijenim pod (a).
 - U jednoj kutiji ima 4 crvene i 3 zelene loptice. Izvlače se 2 loptice na slučajan način.
 - Neka Z predstavlja broj zelenih loptica u uzorku, kada se one izvlače bez vraćanja. Odredi moguće vrednosti za Z i njegov zakon raspodele verovatnoće.
 - Neka W predstavlja broj zelenih loptica u uzorku, kada se one izvlače sa vraćanjem. Odredi moguće vrednosti za W i njegov zakon raspodele verovatnoće.
 - U rečnici SOME DOGS ARE BROWN ima 16 slova. Izaberi jedno od ovih slova na slučajan način. Neka X predstavlja dužinu reči koja sadrži to slovo. Odredi moguće vrednosti i zakon raspodele verovatnoće od X .
 - Iz jedne kancelarije u kojoj rade 2 muškarca i 4 žene bira se tim od troje predstavnika. Neka je X broj žena u tom timu. Naći zakon raspodele od X .
 - Neka je X diskretna slučajna promenljiva sa vrednostima $\{0, 1, \dots\}$ i sa sledećim zakonom raspodele: $P(X = 0) = 4/5$ i za $k = 1, 2, 3, \dots P(X = k) = \frac{1}{10}(2/3)^k$
 - Proveri da je ovo zaista jedan zakon raspodele verovatnoće (tj da je suma svih mogućih $p(k)$ jednaka 1.
 - Računajući sumu geometrijskog reda.
 - Pomoću računara, naći sumu $p(0) + \dots + p(k)$ za neke velike vrednosti k . Plotovati dobijene sume. Šta primećujete?
 - Za $k > 0$ nađi $P(X \geq k | X \geq 1)$
- Hint: za ovaj zadatak vam je potrebno poznavanje sume geometrijskog reda
- U jednom gradu 20% populacije ima plavu kosu. Jednog dana posetilac udje u lokalni kafić gde zatekne samo 14 lokalaca.
 - Koja je verovatnoća da taj posetilac zatekne tačno 10 ljudi sa plavom kosom?
 - Koja je verovatnoća da taj posetilac zatekne najviše dvoje ljudi sa plavom kosom?
- Hint: Pretpostavka je da je 14 gostiju izabrano na slučajan način iz populacije tog grada.

7. Klinička studija testira novi lek na uzorku od 80 pacijenata. Za ovaj lek se očekuje da bude efikasan na svakom od pacijenata sa verovatnoćom p i nezavisno od ostalih. Imate dvoje prijatelja u tom uzorku. Ako znamo da je lek bio uspešan kod 55 pacijenata, koja je verovatnoća da su vaša 2 prijatelja među njima?

8. Neka je X diskretna slučajna promenljiva sa vrednostima $\{1, 2, \dots\}$ i zakonom raspodele $p(k) = \frac{c}{k(k+1)}$ za neku konstantu c . Naći c .

Hint: $\frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$

9. Neka X uzima vrednosti $\{1, \dots, 5\}$ i zakon raspodele

x	1	2	3	4	5
$p(x)$	1/7	1/14	3/14	2/7	2/7

Izračunati

(a) $P(X = 3)$

(b) $P(X < 3)$

(c) $P(X < \pi + 1 | X > 1.752)$

10. Neka je X slučajna promenljiva koja uzima vrednosti $\{1, 2, \dots, 6\}$ sa zakonom raspodele u obliku $p(k) = c k$.

(a) Odredi c .

(b) Naći verovatnoću da je je X neparan broj.