

Verovatnoća i statistika

Vezbe 3

Slučajni eksperimenti sa konačno mnogo *jednako verovatnih* ishoda

U narednim zadacima rešenje se zasniva na prebrojavanju: 1. skupa *svih* mogućih ishoda datog eksperimenta i 2. skupa *povoljnih ishoda* za željeni događaj. Verovatnoću onda dobijamo kao količnik ova dva broja. Za prebrojavanje nam treba poznavanje Kombinatorike. Isto tako, uz pomoć računara možemo takodje dobiti rešenje tako što ćemo napisati program koji prebrojava i sve moguće i povoljne ishode za dati zadatak.

Svaki od sledećih zadataka rešiti koristeći tri različite metode:

1. Teorijski, koristeći npr kombinacije
2. Napišite program koji prebrojava tražene kombinacije (ili permutacije, zavisi kako ćete brojati, kao da je redosled bitan ili ne).
3. Napisati u R-u kôd koji simulira zadati eksperiment, koristeći npr funkciju `SAMPLE`. Potom ranovati taj kôd N puta (N veliko, npr 1000) i prebrojati koliko puta se realizovao željeni događaj. Podeliti taj broj sa N i uporediti sa verovatnoćama dobijenim pod a) i b). Ovim se dobija približan rezultat, ne mora biti dakle isti broj, ali ni mnogo različit. Ako ste recimo dobili teorijski 0.3, a simulacijom 0.7, znači nešto nije kako treba sa kôdom.

1. Iz špila od 52 karte deli se 5 karata. Koja je verovatnoća da svih 5 karata budu herc?

(a)

$$\binom{13}{5} / \binom{52}{5} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48} = \frac{1287}{2598960} \approx 0.0004951981$$

(b)

(c) Ovde ce N morati da bude veliko, bar 10000. 5 karata delimo sa `sample(52,5, replace=FALSE)`.

2. Iz špila od 52 karte deli se 5 karata. Koja je verovatnoća da 3 karte budu jednog istog znaka (npr. herc) a ostale 2 drugog istog znaka (npr. tref)?
Kako bi proverili svoj rezultat koristeći [card experiment](#)?
3. Od 15 lala i 20 ruža treba napraviti buket od 7 cvetova. Koliko različitih buketa možemo napraviti? Koja je verovatnoća da će u tom buketu biti 4 lale i 3 ruže?
4. (Birthday problem) Kolika je verovatnoća da u grupi od n ljudi bar dvoje imaju isti rođendan? I za koje najmanje n je ta verovatnoća veća od 0.5?
5. Na ulazu u bioskop 15 ljudi poredjanih na slučajan način čeka u redu i medju njima su Jelena i Petar. Koja je verovatnoća da će njih dvoje stajati jedno pored drugog?
6. Iz špila od 52 karte deli se 5 karata. Koja je verovatnoća da medju njima budu tačno dva keca?
7. Iz špila od 52 karte deli se 5 karata. Koja je verovatnoća da medju njima budu bar dva keca?
8. Neka osoba je zaboravila 3 poslednje cifre telefonskog broja. Koja je verovatnoća da

- su sve cifre različite
- su sve cifre iste?
- su tačno dve cifre iste?

9. Koja je verovatnoća dobitka na LOTO-u? (bira se 7 brojeva od 1 do 39)
10. Novčić se baca 10 puta. Kolika je verovatnoća da se pismo padna bar 5 puta uzastopno?
11. Istovremeno se bacaju dve kocke. Odrediti verovatnoću da
- (a) proizvod dobijenih brojeva bude 8.
 - (b) zbir dobijenih brojeva bude veći od proizvoda.