

«Метод математической индукции»

Математическая индукция — метод математического доказательства, который используется, чтобы доказать истинность некоторого утверждения для всех натуральных чисел. Для этого сначала проверяется истинность утверждения с номером **1** — база (базис) индукции, а затем доказывается, что если верно утверждение с номером **n**, то верно и следующее утверждение с номером **n+1** — шаг индукции, или индукционный переход.

Использование:

Дано утверждение: $1 \cdot 2 + 2 \cdot 5 + \dots + n(3n - 1) = n^2(n + 1)$

1) Проверка утверждения для номеров **n = 1, n = 2, n = 3** (база индукции):

Поставляем **1** в места n

$$1(3 - 1) = 1^2(1 + 1)$$

$$2 = 2$$

Поставляем **2** в места n

$$1(3 - 1) + 2(6 - 1) = 2^2(2 + 1)$$

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 5 = 4 \cdot 3$$

$$12 = 12$$

Поставляем **3** в места n

$$1(3 - 1) + 2(6 - 1) + 3(9 - 1) = 3^2(3 + 1)$$

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 8 = 9 \cdot 4$$

$$36 = 36$$

Все утверждение верни

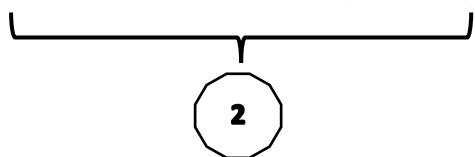
2) Предположим что утверждения верно (индукционное предположение):

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 5 + \dots + n(3n - 1) = n^2(n + 1)$$

3) Доказать утверждения для **n + 1** (шаг индукции):

3.1) Левая часть

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 5 + \dots + n(3n - 1) + (n + 1)(3(n + 1) - 1) =$$



$$= n^2(n + 1) + (n + 1)(3(n + 1) - 1) = n^2(n + 1) + (n + 1)(3n + 2) =$$

$$= (n + 1)(n^2 + 3n + 2) = n^3 + 3n^2 + 2n + n^2 + 3n + 2 = n^3 + 4n^2 + 5n + 2 = (n + 1)(n + 1)(n + 2)$$

3.2) Правая часть

$$(n + 1)^2((n + 1) + 1) = (n + 1)(n + 1)(n + 2)$$

$$(n + 1)(n + 1)(n + 2) = (n + 1)(n + 1)(n + 2)$$