Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования национальный исследовательский университет ИТМО

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Отчет

По лабораторной работе №6 "Работа с системой компьютерной вёрстки TEX"

Студент:
Рахматов Нематджон
группа: P3133

Санкт-Петербург,
2022

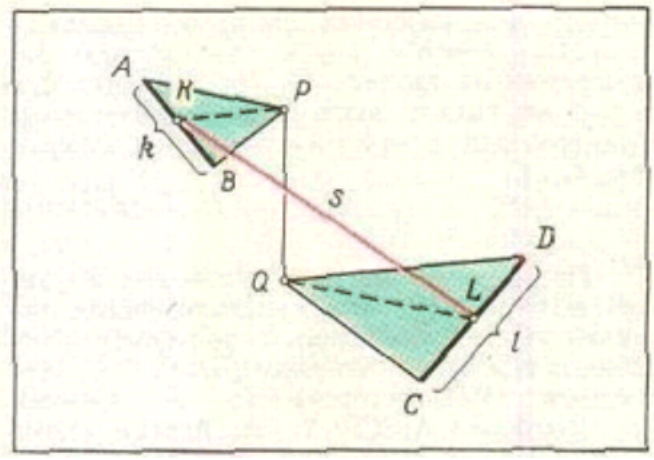

Рис. 6

лежать отрезки a и b. (В этой и следующих) формулах a, пр b и т.п. ознают длины соответствующих отрезков.) Наименьший угол между прямыми не превосходит $\pi/2$, поэтому $\cos\alpha \geq 0$. Из (1) следует равенство

$$a\ \text{пр}_a b = b\ \text{пр}_\alpha a, \tag{2}$$

которое пригодится нам при решении задачи.

Обозначим через P центр верхнего, а через Q' — центр нижнего оснований пирамиды. Мы докажем следующий факт, несколько более общий, чем нужное нам утверждение задачи **M168**.

Пусть плоскости двух подобных равнобедренных треугольников ABP и CDQ с вершинами P и Q перпендикулярны отрезку PQ (и, тем самым, параллельны между собой). Обозначим отрезок, соединяющий середины K и L оснований AB и CD через s Тогда (рис. 6).

$$\text{пр}_s k = \text{пр}_s l, \tag{3}$$

Пользуясь (2), мы вместо (3) можем доказывать такое равенство:

$$k\ \text{пр}_k s = t\ \text{пр}_t s, \tag{4}$$

Теперь воспользуемся тем, что как это следует из (1), длина пр b_a не меняется при параллельном переносе отрезков и b. Поэтому мы можем спроектировать отрезок $k = AB$ на плоскость, треугольника CDQ и получим:

$$\text{пр}_{A'B'} K'L = \text{пр}_{'B'} KL = \text{пр}_{AB} KL = \\ = \text{пр}_k s, \tag{5}$$

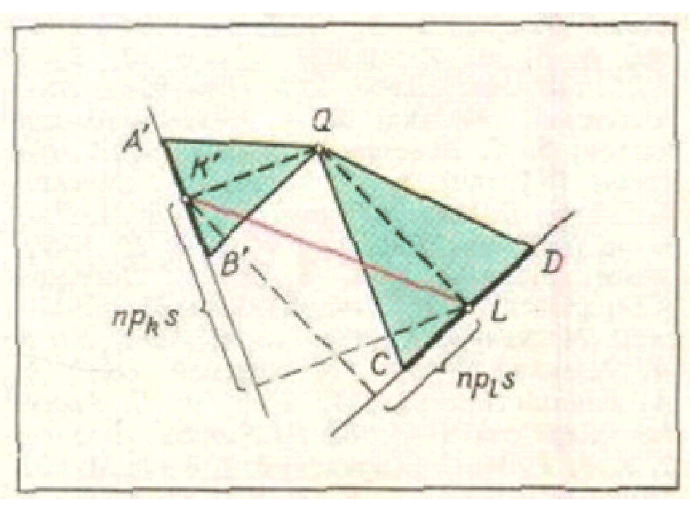

Рис. 7

где A', B' и K' – проекции точек A, B и K на плоскость CDQ (рис. 7). Таким образом, мы свели задачу к тому случаю, когда оба треугольника лежат в одной плоскости (и имеют общую вершину).

Если отрезки AB и CD параллельны, то равенство (4) очевидно, поскольку обе проекции равны нулю. Если эти отрезки непараллельны, то получаем:

$$\frac{k}{l} = \frac{A'B'}{CD} = \frac{QK'}{QL} = \frac{\sin\angle QLK'}{\sin\angle QK'L} = \\ = \frac{|\cos\angle K'LC\,|}{|\cos\angle LK'B'\,|} = \frac{\text{пр}_l s}{\text{пр}_k s},$$

откуда следует (4).

M169. Пусть $k < n$ - натуральные числа. Расставьте числа 1, 2, 3, $\ldots$, n^2 в таблицу $n \times n$ так, чтобы в каждой строке числа шли в порядке возрастания и при этом сумма чисел в k-м столбце была а) наименьшей; б) наибольшей.

Решим сначала задачу а).

Если расставить числа так, как показано в таблице 1, a— сначала заполнить первые k-столбцов, строку за строкой, числами от 1 до kn, а затем оставшимися числами заполнить последние $(n-k)$ столбцов (как угодго, лишь бы выполнялось условие возрастания чисел в каждом строке)— то сумма чисел в k-м столбце будет равна

Т а б л и ц а 1a

				k	
1	2	$\ldots$	$k-1$	k	$nk+1\ldots$
$k+1$	$k+2$	$\ldots$	$2k-1$	$2k$	
$2k+1$	$2k+2$	$\ldots$	$3k-1$	3k	
$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$		
$(n-1)k+1$	$\ldots$	$\ldots$	$nk-1$	nk	$\ldots n^2$

$$k(1+2+\ldots+n) = \frac{kn(n+1)}{2}. \tag{1}$$

Мы докажем, что это значение суммы является наименьшим. Сначала докажем, что если $a_1, a_2, \ldots, a_n$— числа k-го столбца, занумерованные в порядке возрастания:

$$a_1 < a_2 < \ldots < a_i < \ldots < a_n \tag{2}$$

то

$$a_i \geq k_i. \tag{3}$$

Действительно, рассмотрим числа, стоящие в тех же строках, где стоят $a_1, a_2, \ldots, a_i$, и в первых k столбцах. Из условия (2) и условия, что числа в строках стоят в возрастающем порядке, следует, что эти ki чисел не превосходят числа a_i. Следовательно, среди чисел $1, 2, 3, \ldots, n^2$ имеется по крайней мере ki чисел, не превосходящих ai. Отсюда вытекает (3). Сложив неравенства (3) по всем