«Метод математической индукции»

Математическая индукция — метод математического доказательства, который используется, чтобы доказать истинность некоторого утверждения для всех натуральных чисел. Для этого начала проверяется истинность утверждения с номером **1** — база (базис) индукции, а затем доказывается, что если верно утверждение с номером **n**, то верно и следующее утверждение с номером **n+1** — шаг индукции, или индукционный переход.

Использование:

Дано утверждение: $\mathbf{1 \cdot 2 + 2 \cdot 5 + \ldots + n(3n-1) = n^2(n+1)}$

1) Проверка утверждения для номеров $\mathbf{n = 1, n = 2, n = 3}$ (база индукции):

Поставляем **1** в места n

$$\mathbf{1(3-1) = 1^2(1+1)}$$

$$\mathbf{2 = 2}$$

Поставляем **2** в места n

$$\mathbf{1(3-1) + 2(6-1) = 2^2(2+1)}$$

$$\mathbf{1 \cdot 2 + 2 \cdot 5 = 4 \cdot 3}$$

$$\mathbf{12 = 12}$$

Поставляем **3** в места n

$$\mathbf{1(3-1) + 2(6-1) + 3(9-1) = 3^2(3+1)}$$

$$\mathbf{1 \cdot 2 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 8 = 9 \cdot 4}$$

$$\mathbf{36 = 36}$$

Все утверждение верни

2) Предположим что утверждения верно (индукционное предположение):

$$\mathbf{1 \cdot 2 + 2 \cdot 5 + \ldots + n(3n-1) = n^2(n+1)}$$

3) Доказать утверждения для $\mathbf{n+1}$ (шаг индукции):

3.1) Левая чать

$$\mathbf{\underbrace{1 \cdot 2 + 2 \cdot 5 + \cdots + n(3n-1)}_{2} + (n+1)(3(n+1)-1) =}$$

$$\mathbf{= n^2(n+1) + (n+1)(3(n+1)-1) = n^2(n+1) + (n+1)(3n+2) =}$$

$$= (\boldsymbol{n}+\mathbf{1})(\boldsymbol{n}^{\mathbf{2}}+\mathbf{3}\boldsymbol{n}+\mathbf{2}) = \boldsymbol{n}^{\mathbf{3}}+\mathbf{3}\boldsymbol{n}^{\mathbf{2}}+\mathbf{2}\boldsymbol{n}+\boldsymbol{n}^{\mathbf{2}}+\mathbf{3}\boldsymbol{n}+\mathbf{2} = \boldsymbol{n}^{\mathbf{3}}+\mathbf{4}\boldsymbol{n}^{\mathbf{2}}+$$

$$+\mathbf{5}\boldsymbol{n}+\mathbf{2} = (\boldsymbol{n}+\mathbf{1})(\boldsymbol{n}+\mathbf{1})(\boldsymbol{n}+\mathbf{2})$$

3.2) Правая чать

$$(\boldsymbol{n}+\mathbf{1})^{\mathbf{2}}((\boldsymbol{n}+\mathbf{1})+\mathbf{1}) = (\boldsymbol{n}+\mathbf{1})(\boldsymbol{n}+\mathbf{1})(\boldsymbol{n}+\mathbf{2})$$

$$(\boldsymbol{n}+\mathbf{1})(\boldsymbol{n}+\mathbf{1})(\boldsymbol{n}+\mathbf{2}) = (\boldsymbol{n}+\mathbf{1})(\boldsymbol{n}+\mathbf{1})(\boldsymbol{n}+\mathbf{2})$$