

# AKUSTICKÉ PŘIJÍMAČE



**Kurz:**      **Elektroakustika 2**

---

**Lektor:**    Jiří Schimmel

**Autor:**    Jiří Schimmel

# Sférické souřadnice

$r$  – vzdálenost od počátku souřadnic

$\varphi$  – azimut (úhel od kladné osy  $x$ )

$$\varphi \in \langle 0, 2\pi \rangle$$

$\vartheta$  – elevace (úhel od roviny  $xy$ )

$$\vartheta \in \langle -\pi/2, \pi/2 \rangle$$

- Převod mezi kartézskými a sférickými souřadnicemi:

$$x = r \cos \varphi \cos \vartheta$$

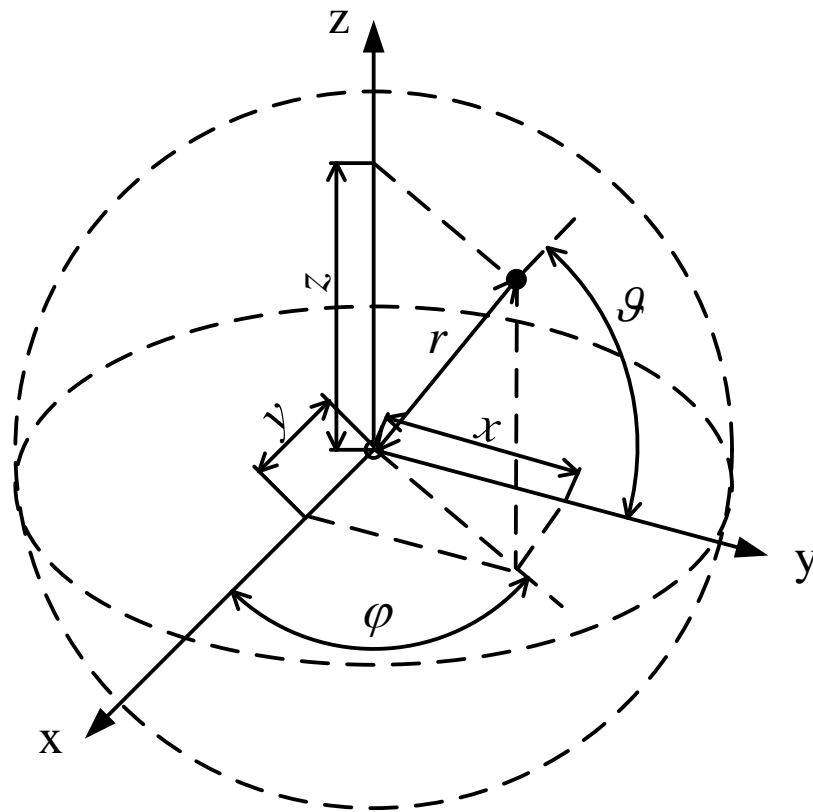
$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$y = r \sin \varphi \cos \vartheta$$

$$\varphi = \arctan \frac{y}{x}$$

$$z = r \sin \vartheta$$

$$\vartheta = \arcsin \frac{z}{r}$$



# Vlastnosti akustických přijímačů

- **Referenční bod:** střed hlavního vstupu přijímače (průsečík akustické osy s plochou akustického vstupu)
- **Referenční (akustická) osa:** přímka procházející referenčním bodem indikující směr dopadu zvuku (obvykle ve směru maximální citlivosti mikrofonu, u rotačně symetrických mikrofonů často shodná s jejich osou)



# Citlivost

- Poměr výstupního napětí k akustickému tlaku

$$\eta = \frac{|u|}{|p|} [\text{V/Pa}]$$

$$\eta = 20 \log \frac{\eta}{\eta_0} [\text{dB}]$$

$$\eta_0 = 1 \text{ V/Pa}$$

- ve volném poli (před vložením přijímače do pole)  $\eta_V$  – dopad vlnění ve směru akustické osy
- v difúzním poli (před vložením přijímače do pole)  $\eta_D$  – všesměrový dopad vlnění

$$\eta_D^2 = \eta_V^2 \frac{1}{2} \int_0^\pi [\zeta(\varphi, \vartheta)]^2 \sin \varphi \, d\varphi$$

$\zeta(\varphi, \vartheta)$  – směrová funkce

# Směrová funkce

- Normovaná citlivost přijímače udaná jako funkce úhlu dopadu zvukové vlny

$$\zeta(\varphi, \vartheta) = \frac{\eta(\varphi, \vartheta)}{\eta(0,0)}$$

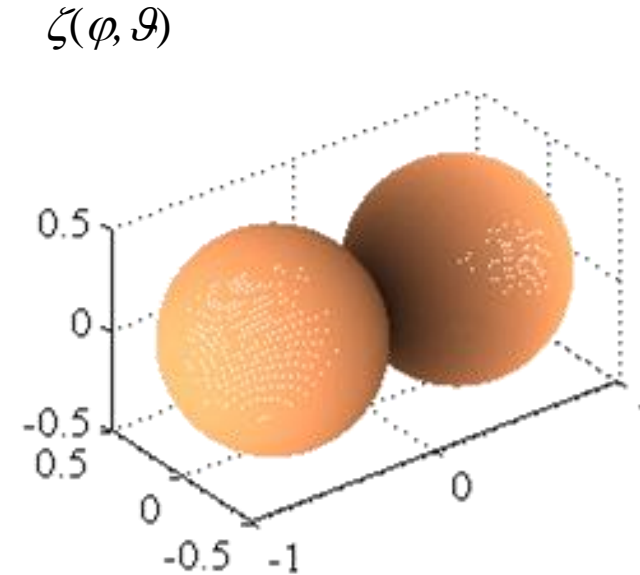
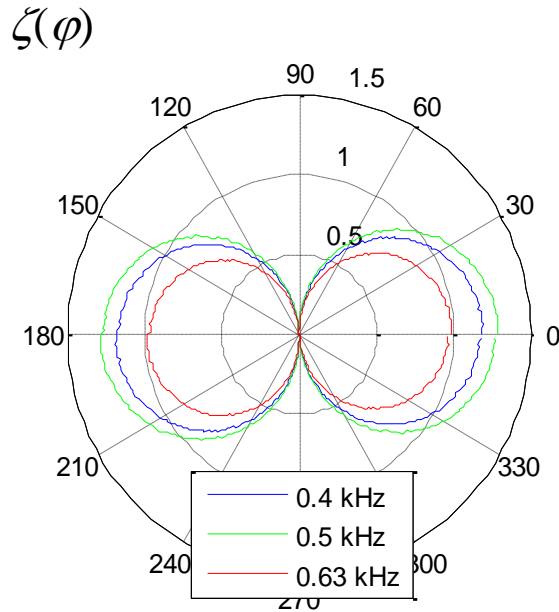
$\eta(\varphi, \vartheta)$  – citlivost přijímače ve směru  $\varphi, \vartheta$ ,  $\eta(0,0)$  – citlivost ve směru akustické osy

- Pokud je akustická osa přijímače shodná s osou x kartézského systému a  $\zeta(\varphi)$  je citlivost přijímače v rovině xy, pak pro směrovou charakteristiku ve 3D prostoru platí

$$\zeta(\varphi, \vartheta) = \zeta(\varphi) \cos \vartheta$$

# Směrová charakteristika

- Grafické znázornění směrové funkce
- Obvykle rotačně symetrická, znázorněná jako 2D pro elevaci  $0^\circ$



# Směrové vlastnosti

- **Činitel směrovosti** (*Directivity Factor*):

$$Q = \frac{\eta_V^2}{\eta_D^2}$$

- pro přijímače s rotačně symetrickou směrovou charakteristikou:

$$Q = \frac{2}{\int_0^\pi [\zeta(\varphi)]^2 \sin \varphi \, d\varphi}$$

- **Index směrovosti** (*Directivity Index*) – hodnota činitele směrovosti v dB:

$$I_Q = 10 \log Q$$

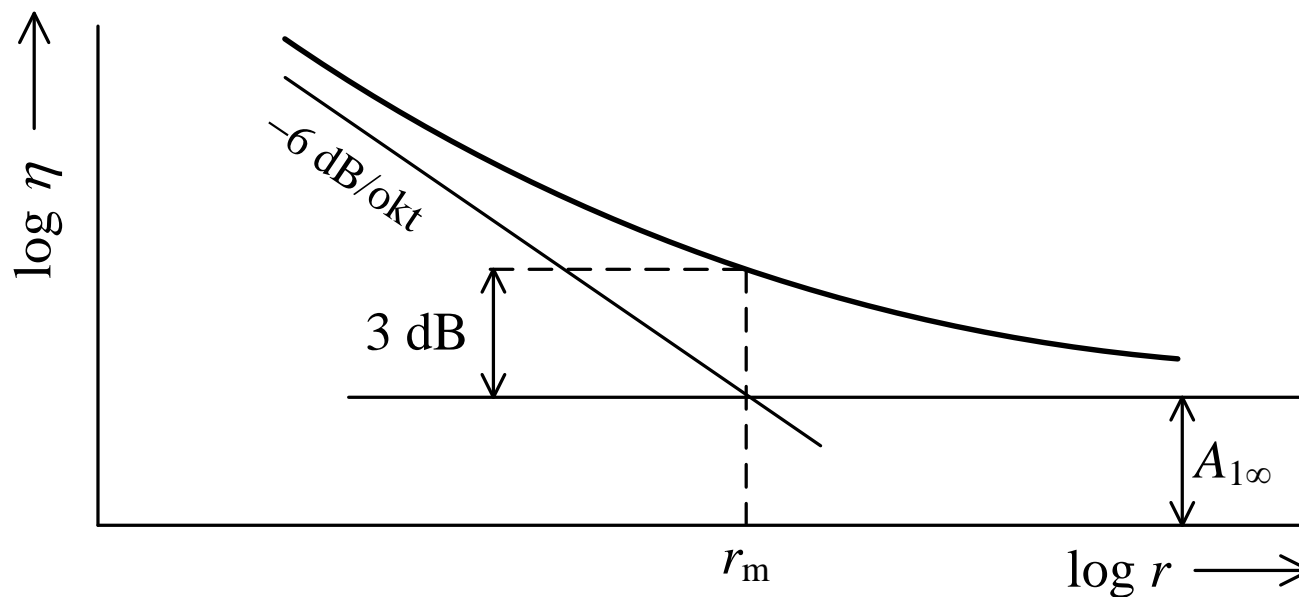
- **Činitel vzdálenosti** (*Distance Factor, DF*): poměr vzdálenosti přijímače v difúzním poli ke vzdálenosti všesměrového přijímače, aby byl dosažen stejný poměr přímého a odraženého zvuku

$$I_Q = 10 \log Q = 20 \log DF$$

$$DF = \sqrt{Q}$$

# Vzdálenostní charakteristika

- Závislost citlivosti na vzdálenosti zdroje zvukové vlny dopadající v akustické ose





# Gradientní akustické přijímače

# Gradientní akustické přijímače

- Výstupní napětí přijímače v poli postupné kulové vlny je dáno  $n$ -tou derivací akustického tlaku působícího na přijímač podle vzdálenosti od bodového zdroje zvuku – *gradientní přijímače  $n$ -tého řádu*

$$u(t) = \eta_m \frac{\partial^n p}{\partial r^n}$$

$\eta_m$  – účinnost převodu akustického tlaku působícího na membránu nebo její objemové rychlosti na výstupní napětí (dáno akustickými, mechanickými a elektrickými vlastnostmi přijímače a použitým měničem, závislá na kmitočtu)

- V případě ideálního přijímače bude  $\eta_m = 1$  a pro jeho citlivost bude platit

$$\eta = \frac{|u|}{|p|} = \frac{\left| \frac{\partial^n p}{\partial r^n} \right|}{|p|}$$

# Gradientní akustické přijímače

- Řešení vlnové rovnice pro akustický tlak pro kulovou vlnu ve volném poli:

$$p(r) = \frac{A}{r} e^{j(\omega t - kr)} \quad |p(1\text{m})| = \frac{A}{1} = p_1$$

$$p = \frac{p_1}{r} e^{j(\omega t - kr)} = \frac{p_1}{r} e^{j\omega\left(t - \frac{r}{c_0}\right)}$$

$p_1$  – amplituda akustického tlaku ve vzdálenosti  $r = 1$  m,  $k$  – vlnové číslo,  $\omega$  – úhlový kmitočet vlnění,  $c_0$  – rychlost šíření zvuku,  $t$  – čas,  $r$  – vzdálenost od zdroje zvuku

- Zjednodušení:
  1. volné pole
  2. zanedbatelné rozměry přijímače vůči vlnové délce nejvyššího kmitočtu vlnění
  3. zvukové pole je buzeno harmonickým signálem
  4. soustavy, kterými prochází zvukový signál jsou lineární

# Přijímače 0. řádu

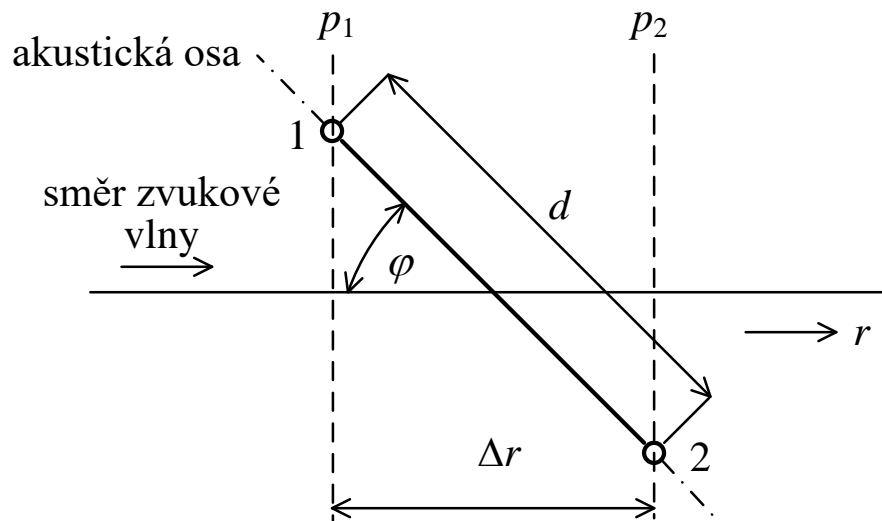
- Na přijímač působí akustický tlak  $p$
- Citlivost přijímače

$$\eta = \frac{|u|}{|p|} = \frac{|p|}{|p|} = 1$$

- je nezávislá na vzdálenosti → vzdálenostní charakteristika je konstantní
- je nezávislá na azimutu a elevaci → směrová charakteristika je konstantní (kulová)
- je závislá na akustickém tlaku jako skalární veličině v bodě přijímače → přijímače jsou označovány jako „tlakové“

# Přijímače 1. řádu

- Spojení dvou přijímačů nultého řádu
  - přijímače jsou od sebe vzdáleny o vzdálenost  $d$ , jejich osa svírá se směrem dopadajícího zvukového vlnění úhel  $\varphi$
  - vzdálenost bodů 1 a 2 ve směru šíření zvukového vlnění:  $\Delta r = d \cos \varphi$



# Přijímače 1. řádu

- Akustické tlaky  $p_1, p_2$  jsou časově proměnné, závislost jejich rozdílu na vzdálenosti mezi přijímači je dána první derivací akustického tlaku podle vzdálenosti  $\partial p / \partial r$
- Pro kulové vlnění

$$p = \frac{p_1}{r} e^{j(\omega t - kr)}$$

tato derivace bude

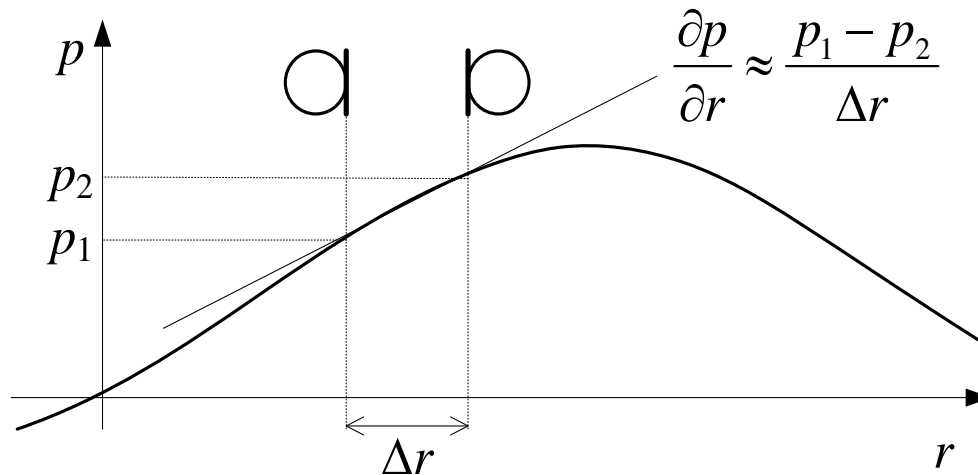
$$\frac{\partial p}{\partial r} = -\frac{p_1}{r^2} e^{j(\omega t - kr)} + (-jk) \frac{p_1}{r} e^{j(\omega t - kr)} = -\frac{p_1}{r} e^{j(\omega t - kr)} \left( \frac{1}{r} + jk \right) = -p \left( \frac{1}{r} + jk \right)$$

# Přijímače 1. řádu

- Derivaci  $\partial p / \partial r$  vzhledem k zanedbatelným rozměrům přijímače vůči vlnovým délkám vlnění nahradíme rozdílem tlaků v bodě 1 a 2, tj. lineární funkcí  $-(p_1(t) - p_2(t)) / \Delta r$ . Potom

$$p_1(t) - p_2(t) \approx -\frac{\partial p}{\partial r} \Delta r = p \left( \frac{1}{r} + jk \right) \Delta r = p A_1 d \cos \varphi$$

$$A_1 = \frac{1}{r} + jk = \frac{1}{r} + j \frac{\omega}{c_0}$$



$$\Delta r = d \cos \varphi$$

# Přijímače 1. řádu

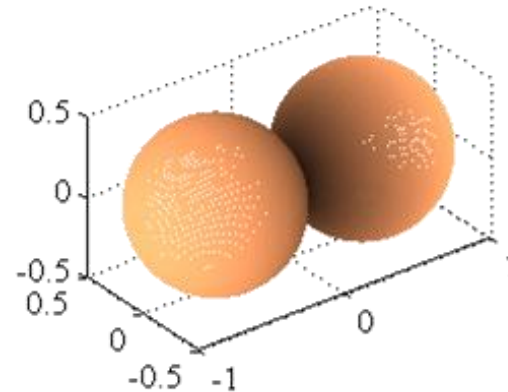
- Citlivost přijímače 1. řádu:

$$\eta = \frac{\left| \frac{\partial p}{\partial r} \Delta r \right|}{|p|} = \frac{|p_1(t) - p_2(t)|}{|p|} = \frac{\left| p \left( \frac{1}{r} + jk \right) d \cos \varphi \right|}{|p|} = \left| \left( \frac{1}{r} + jk \right) d \cos \varphi \right|$$

- Směrová funkce:

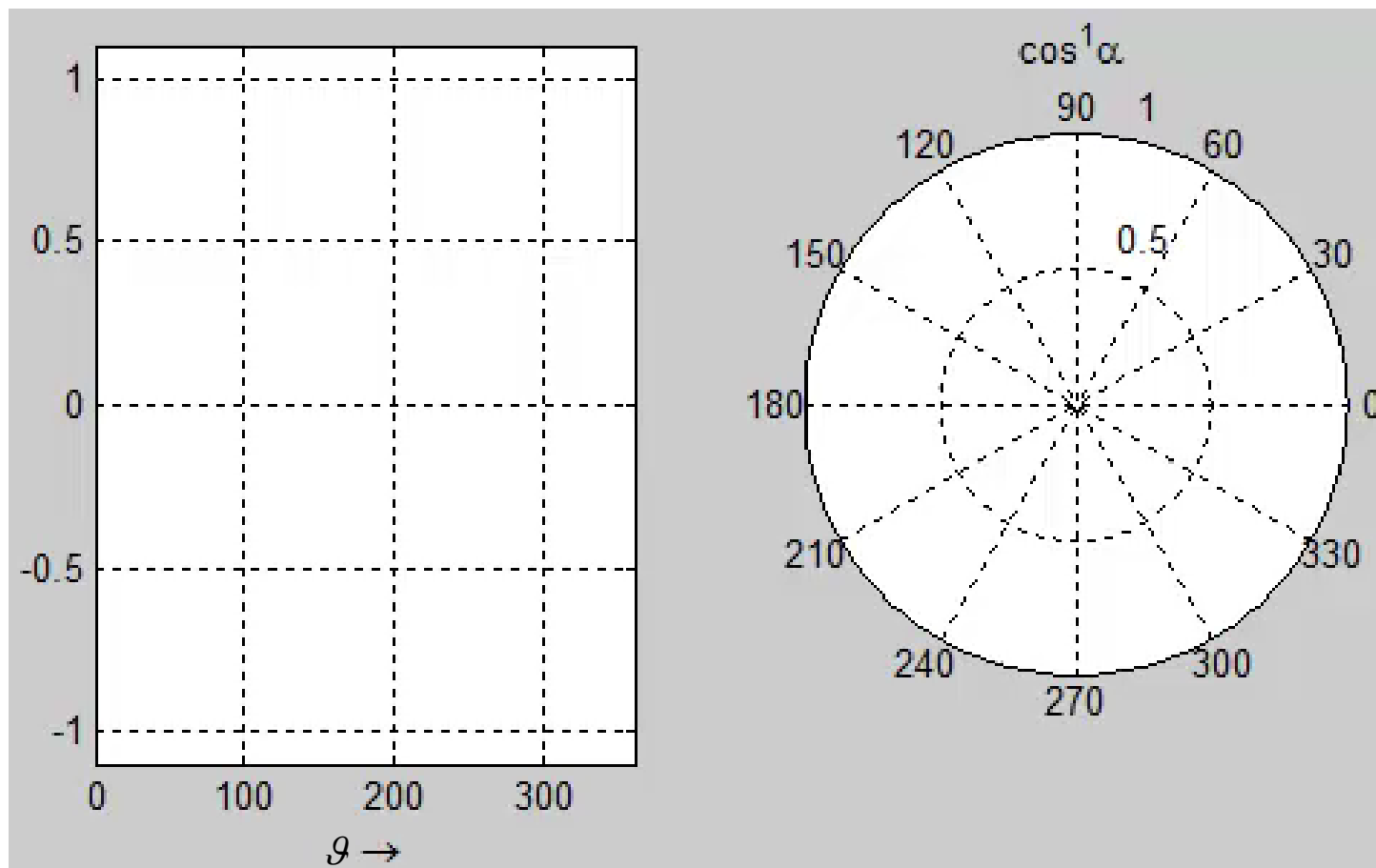
$$\zeta(\varphi) = |\cos \varphi|$$

$$\zeta(\varphi, \vartheta) = |\cos \varphi \cos \vartheta|$$





# Směrová charakteristika přijímače 1. řádu



# Vzdálenostní charakteristika přijímače 1. řádu

- S rostoucí vzdáleností klesá reálná část  $A_1$ , pro malé vzdálenosti je modul  $A_1$  určen  $1/r$ , pro velké vzdálenosti  $\omega/c_0$

$$A_1 = \frac{1}{r} + jk = \frac{1}{r} + j \frac{\omega}{c_0} \quad |A_1| = \sqrt{\frac{1}{r^2} + k^2} \quad \lim_{r \rightarrow 0} |A_1(r)| = \frac{1}{r} \quad \lim_{r \rightarrow \infty} |A_1(r)| = k = \frac{\omega}{c_0}$$

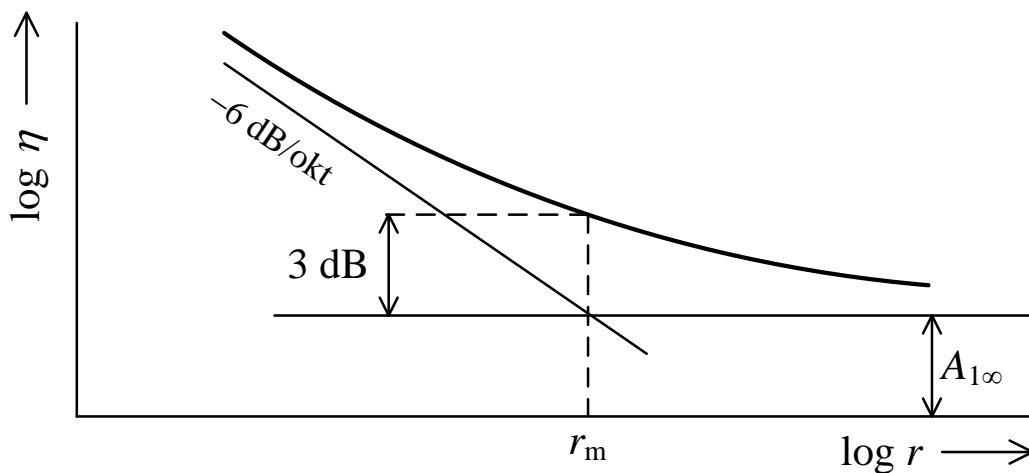
- Mezní vzdálenost (reálná a imaginární část  $A_1$  jsou stejné):

$$r_m = 1/k = c_0/\omega$$

- citlivost ve vzdálenosti v  $r_m$ :

$$|A_{1m}| = \sqrt{\left(\frac{1}{r_m}\right)^2 + k^2} = \sqrt{2}k$$

$$= \sqrt{2}|A_{1\infty}|$$



# Proximity efekt

- a) Pro vzdálenosti menší než je  $x_m$  roste citlivost přijímače
- b)  $r_m$  je nepřímo úměrná kmitočtu vlnění

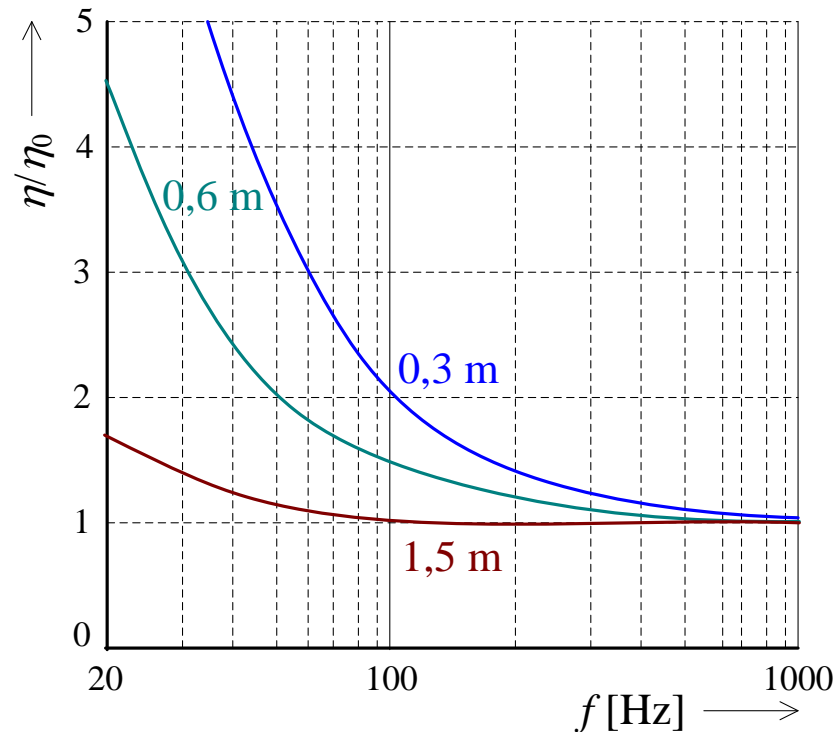
$$r_m = c_0 / \omega$$

⇒ pro vzdálenost  $x < x_m$  bude citlivost přijímače vyšší pro kmitočty nižší než kmitočty

$$f = \frac{c_0}{2\pi r}$$

- a tato citlivost bude odpovídat

$$\eta \approx |A_1| = \sqrt{\frac{1}{r^2} + \frac{\omega^2}{c_0^2}}$$



# Přijímače 1. řádu

- Pokud vyjádříme akustický tlak pomocí Eulerovy rovnice z rychlostního potenciálu, bude rozdíl tlaků  $\partial p / \partial r$ :

$$\frac{\partial p}{\partial r} = -j\omega\rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial r} = -j\omega\rho_0 v$$

$\Phi$  – rychlostní potenciál,  $\rho_0$  – atmosférický tlak,  $v$  – akustická rychlost

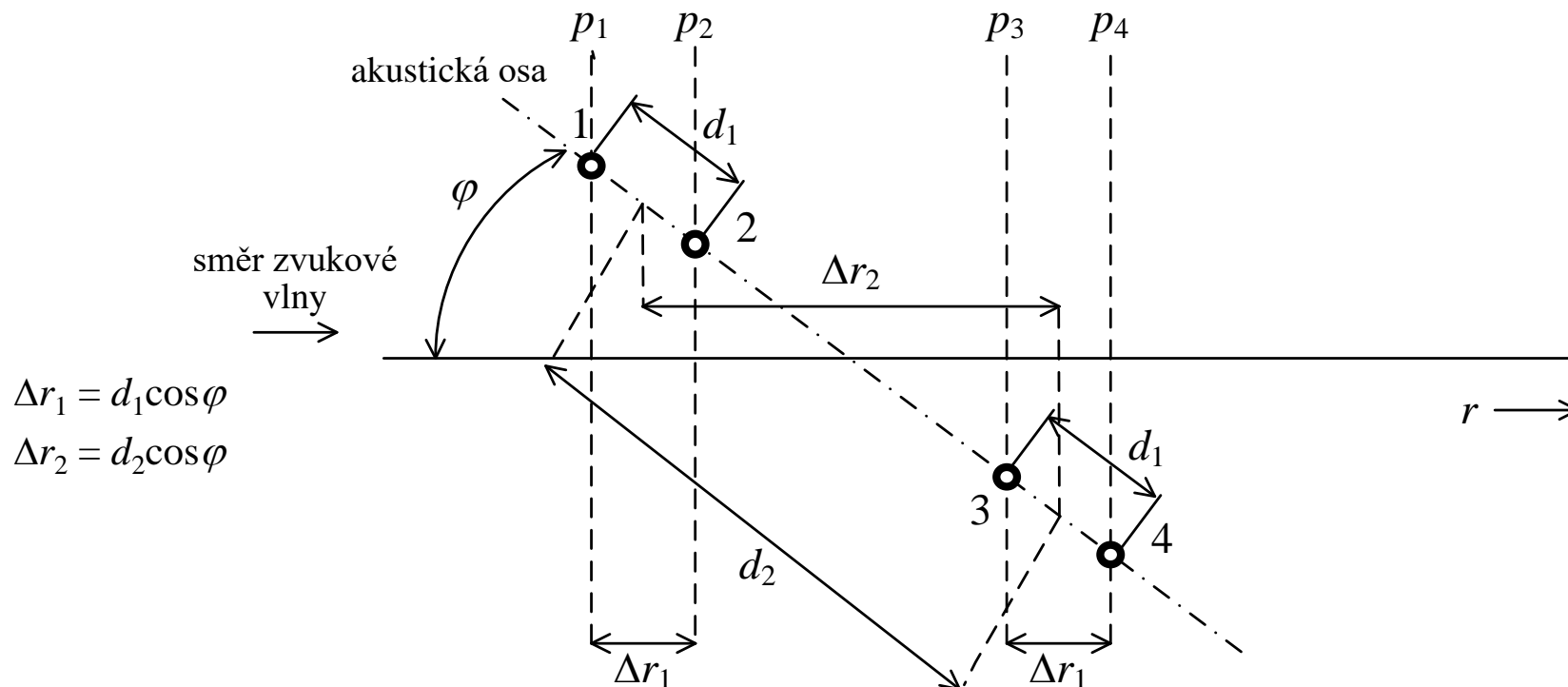
- Dosazením  $\partial p / \partial r \Delta r$  za rozdíl tlaků ( $p_1(t) - p_2(t)$ ) v rovnici pro citlivost přijímače získáme rovnici ve tvaru

$$\eta = \frac{\left| \frac{\partial p}{\partial r} \Delta r \right|}{|p|} = \frac{|-j\omega\rho_0 v d \cos \varphi|}{|p|}$$

- výstupní napětí přijímače odpovídá velikosti vektoru akustické rychlosti ve směru referenční osy přijímače → přijímače jsou označovány jako „rychlostní“

# Přijímače 2. řádu

- Spojení dvou stejných přijímačů 1. řádu v jedné akustické ose ve vzdálenosti  $d_2$
- Každý přijímač 1. řádu je tvořen dvěma přijímači 0. řádu ve vzdálenosti  $d_1$



## Přijímače 2. řádu

- Výstupní napětí je dáno 2. parciální derivací podle vzdálenosti:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} = p \left( \frac{2}{r^2} - k^2 + j \frac{2k}{r} \right) = p A_2$$

- Vzhledem k rozměrům přijímače můžeme tuto derivaci nahradit lineární funkcí:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} = \frac{(p_1(t) - p_2(t)) - (p_3(t) - p_4(t))}{\Delta r_1 \Delta r_2}$$

- Pak pro rozdíl tlaků platí:

$$\sum p = (p_1(t) - p_2(t)) - (p_3(t) - p_4(t)) = \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} \Delta r_1 \Delta r_2 = \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} d_1 d_2 \cos^2 \varphi$$

## Přijímače 2. řádu

- Citlivost přijímače 2 řádu:

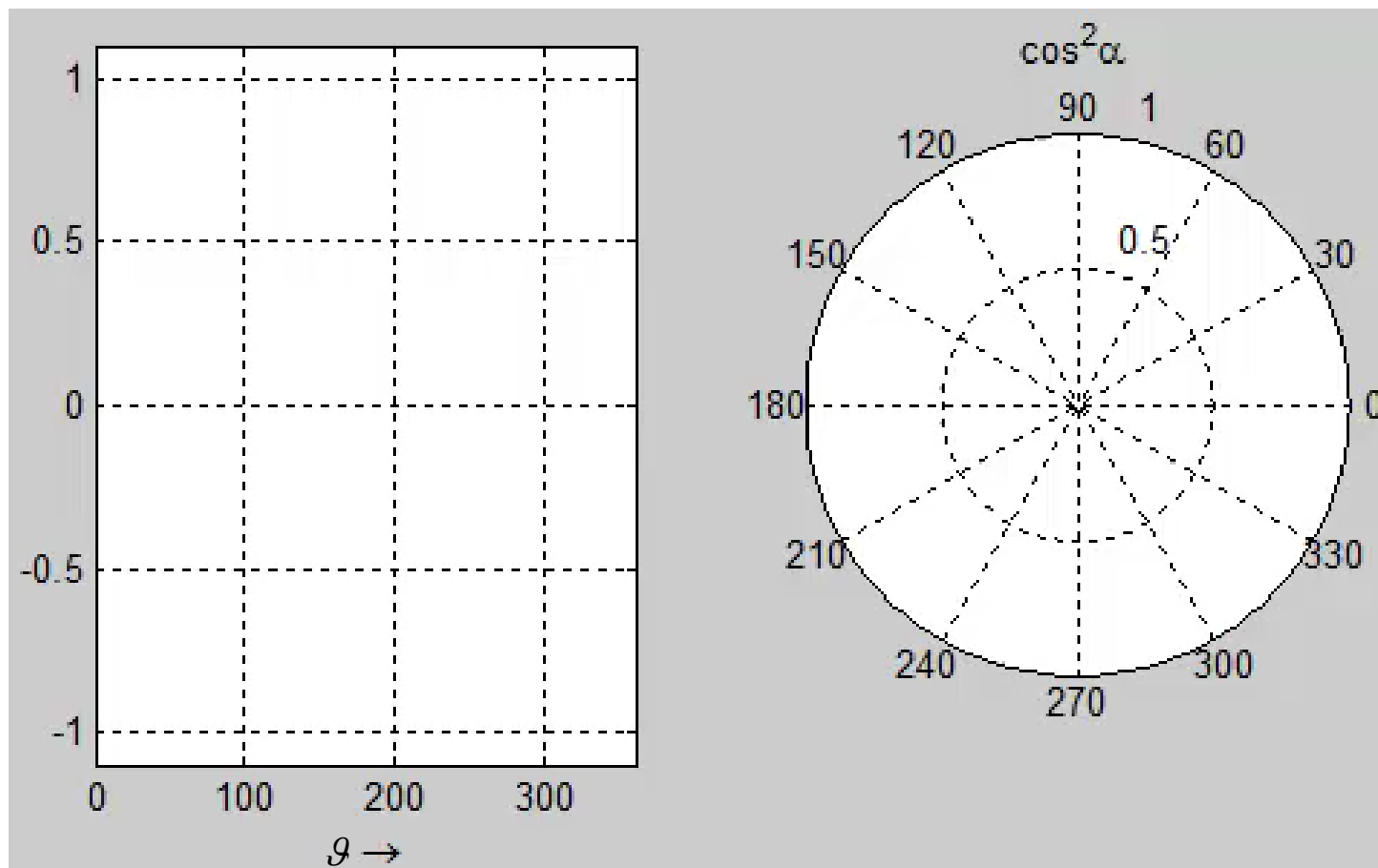
$$\eta = \frac{|\Sigma p|}{|p|} = \frac{\left| p \left( \frac{2}{r^2} - k^2 + j \frac{2k}{r} \right) d_1 d_2 \cos^2 \varphi \right|}{|p|} = A_2 d_1 d_2 \cos^2 \varphi \quad A_2(r, \omega) = \frac{2}{r^2} - k^2 + j \frac{2k}{r}$$

- Směrová funkce:

$$\zeta(\varphi) = |\cos^2 \varphi|$$

$$\zeta(\varphi, \vartheta) = |\cos^2 \varphi \cos \vartheta|$$

# Směrová charakteristika přijímače 2. řádu





# Vzdálenostní charakteristika přijímače 2. řádu

- S rostoucí vzdáleností klesá reálná část  $A_2$  rychleji než imaginární

$$A_2 = \frac{2}{r^2} - k^2 + j \frac{2k}{r} \quad |A_2| = \sqrt{\frac{4}{r^4} + k^4}$$

- pro malé vzdálenosti je modul  $A_2$  určen  $2/r^2$

$$\lim_{r \rightarrow 0} A_2 = \sqrt{\frac{4}{r^4}} = \frac{2}{r^2}$$

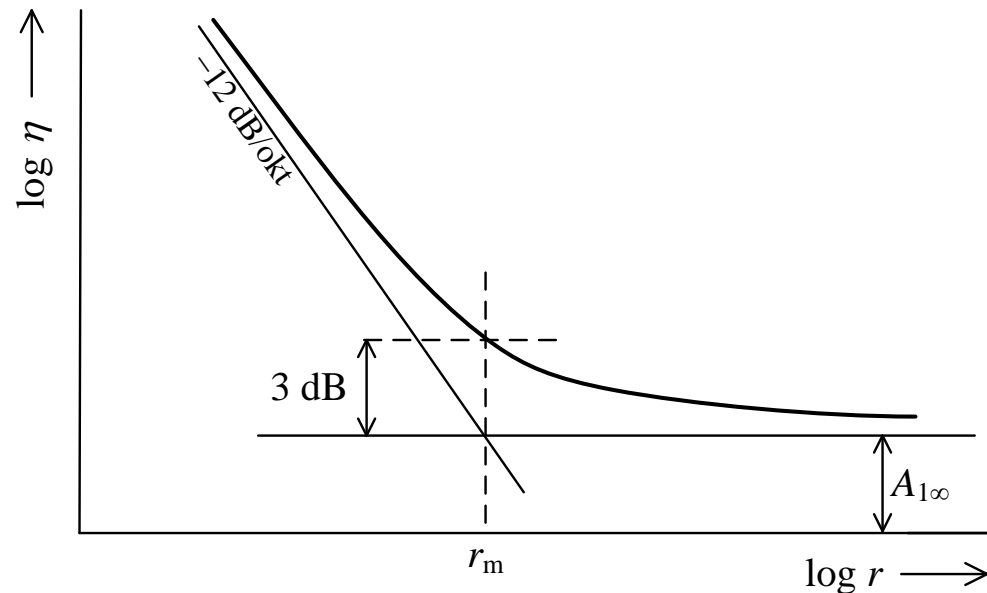
- pro velké vzdálenosti  $k^2$ :

$$\lim_{r \rightarrow \infty} A_2 = \sqrt{k^4} = k^2 = \left( \frac{\omega}{c_0} \right)^2$$

- mezní vzdálenost:

$$r_m = \sqrt{2}/k$$

$$|A_{1m}| = \sqrt{2}k^2 = \sqrt{2}|A_{1\infty}|$$



# Přijímače $n$ -tého řádu

- Zapojení dvou přijímačů  $n-1$ . řádu na společné ose
- Součet tlaků působících na přijímač:

$$\sum p = \frac{\partial^n p}{\partial r^n} \Delta r_1 \Delta r_2 \dots \Delta r_n = \frac{\partial^n p}{\partial r^n} d_1 d_2 \dots d_n \cos^n \varphi$$

- $n$ -tá parciální derivace vlnové rovnice kulové vlny:

$$\frac{\partial^n p}{\partial r^n} = (-1)^n A_n$$

- Citlivost přijímače  $n$ -tého řádu:

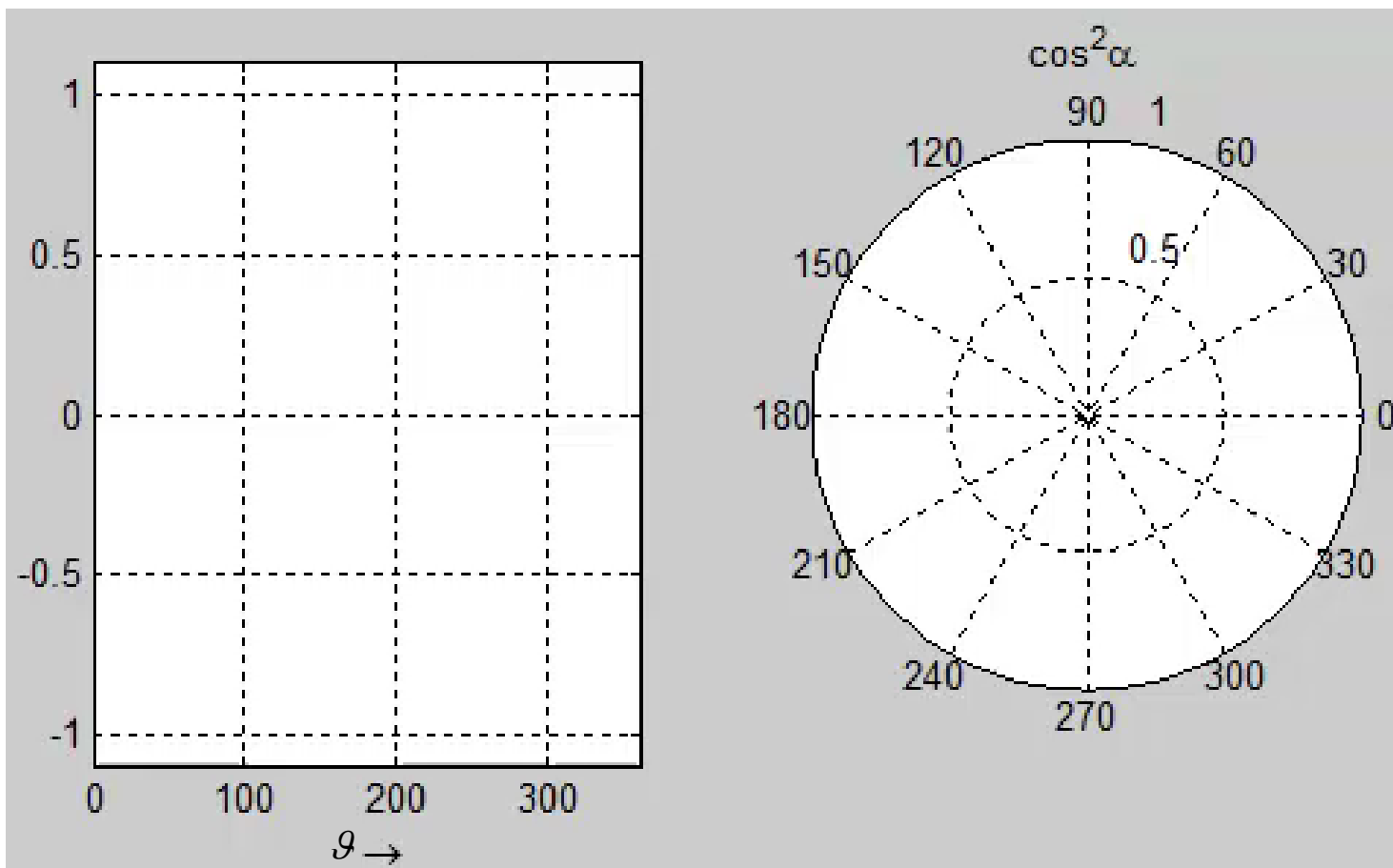
$$\eta = |A_n d_1 d_2 \dots d_n \cos^n \varphi|$$

- Směrová funkce:

$$\zeta(\varphi) = |\cos^n \varphi|$$

$$\zeta(\varphi, \vartheta) = |\cos^n \varphi \cos \vartheta|$$

# Směrová charakteristika přijímače $n$ -tého řádu

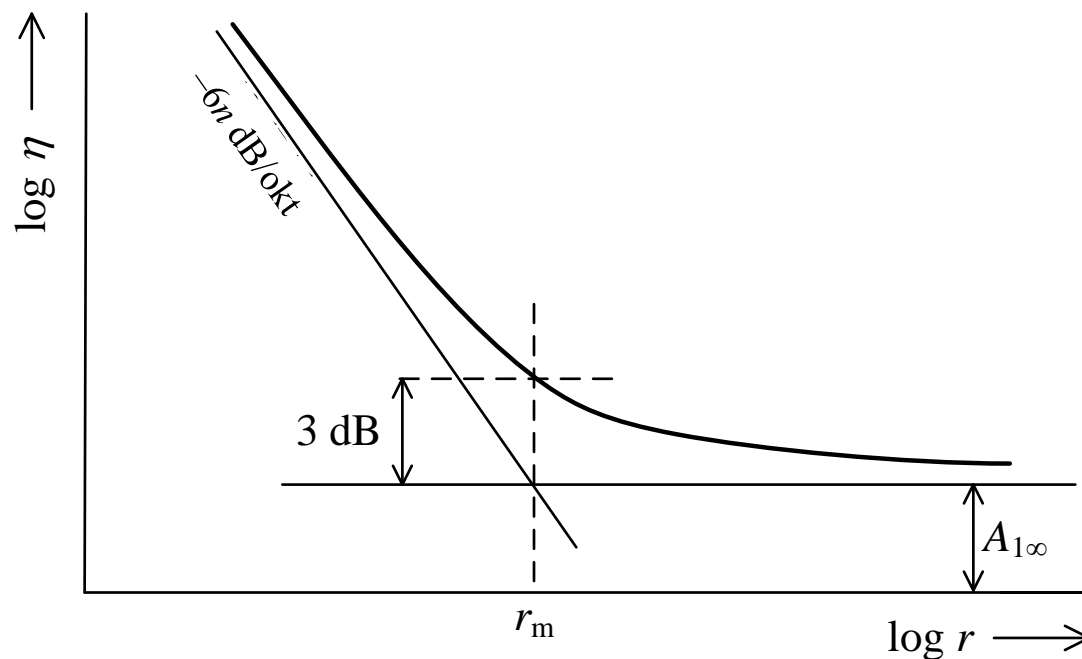


# Přijímače *n*tého řádu

- Citlivost na blízké zdroje zvuku roste s  $n$ -tou mocninou vzdálenosti od zdroje → strmost  $-6n$  dB/okt

$$\lim_{r \rightarrow 0} A_n = \frac{\textit{konst.}}{r^n}$$

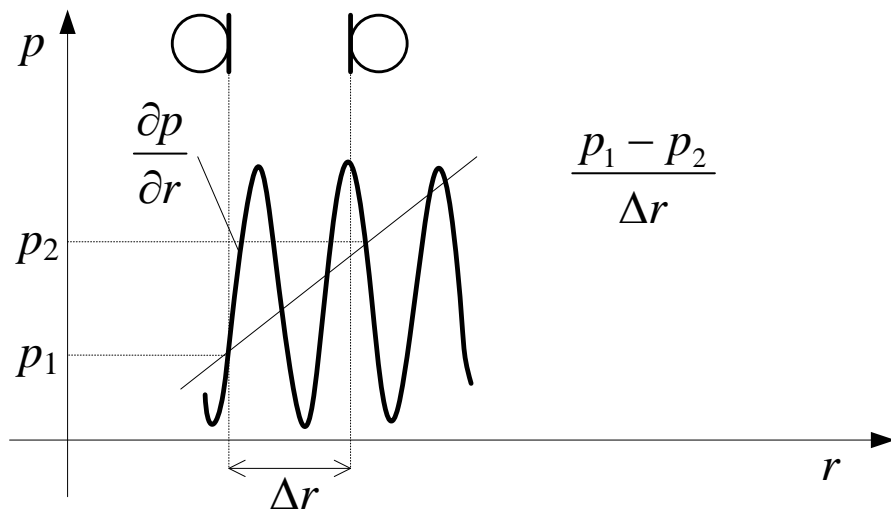
$$\lim_{r \rightarrow \infty} A_n = k^n$$



# Vliv konečných rozměrů přijímače

- Rozměry akustických obvodů přijímače jsou srovnatelné s vlnovou délkou nebo větší
- Pro rozdíl tlaků u přijímače 1. řádu neplatí  $p_1(t) - p_2(t) = \partial p / \partial r \cdot \Delta r$
- Chybová funkce: poměr lineární aproximace ku skutečnému rozdílu tlaků

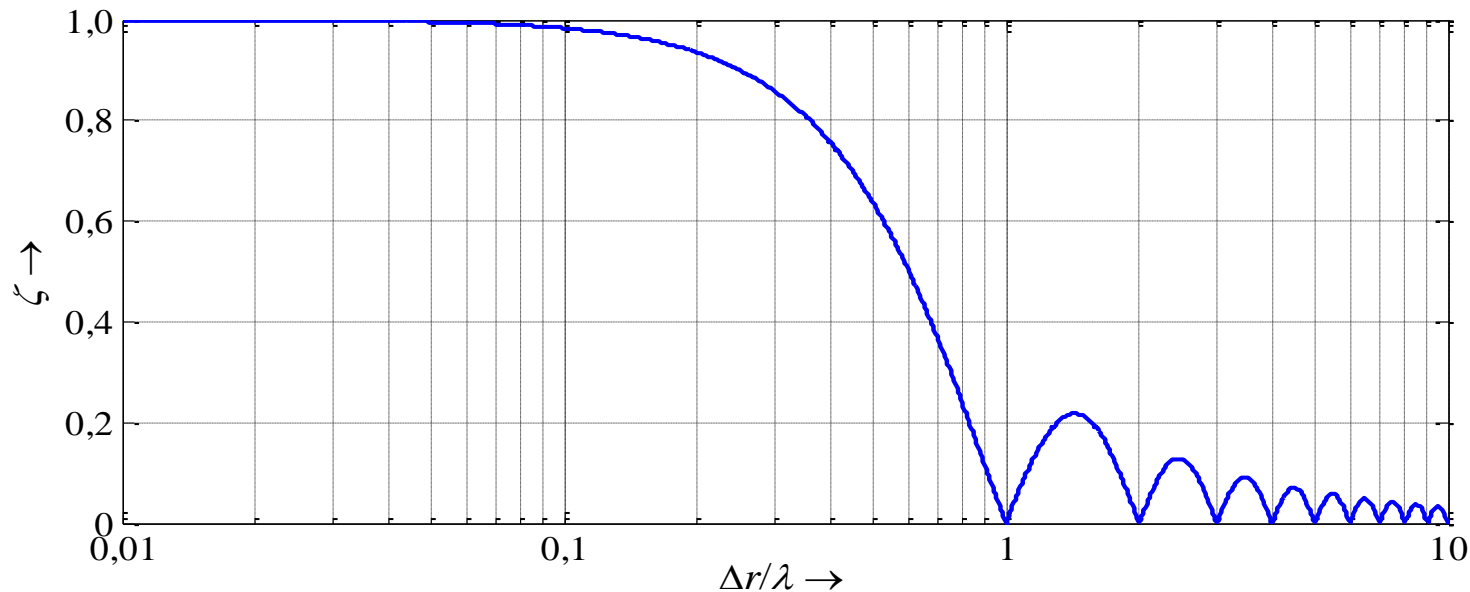
$$\chi = \frac{\Delta p}{\Delta p_{\text{ID}}} = \frac{p_1(t) - p_2(t)}{-\frac{\partial p}{\partial r} \Delta r}$$



# Vliv konečných rozměrů přijímače

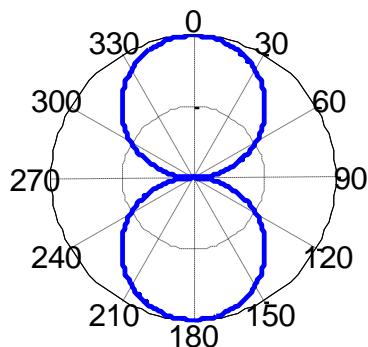
- Chybová funkce pro přijímače 1. řádu:
- Chybová funkce kmitočtové charakteristiky (pro  $\varphi = 0$ )

$$\xi = \frac{\sin\left(\frac{k\Delta r}{2} \cos \varphi\right)}{\frac{k\Delta r}{2}}$$

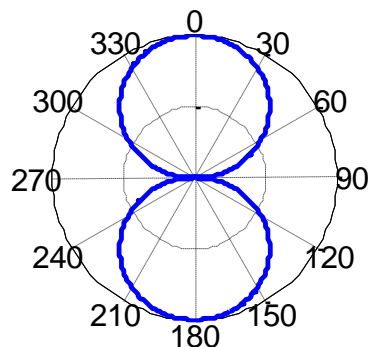


# Vliv konečných rozměrů přijímače

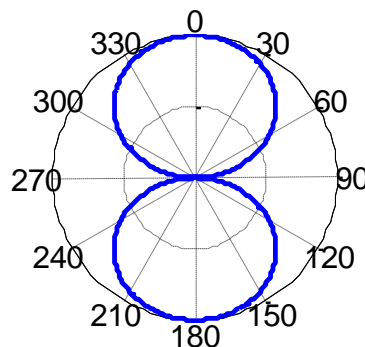
- Směrová charakteristika přijímače 1. řádu



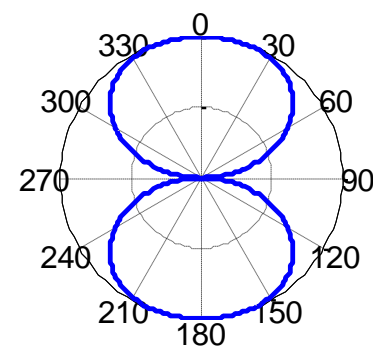
$$\Delta r/\lambda = 1/8$$



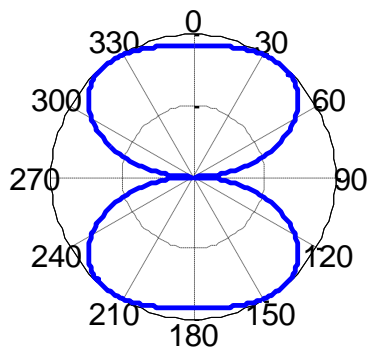
$$\Delta r/\lambda = 1/4$$



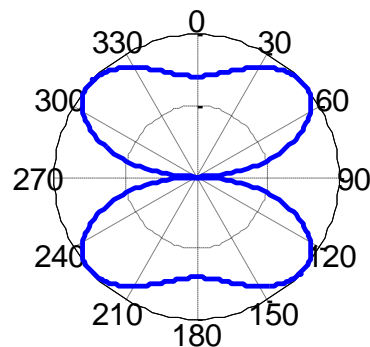
$$\Delta r/\lambda = 3/8$$



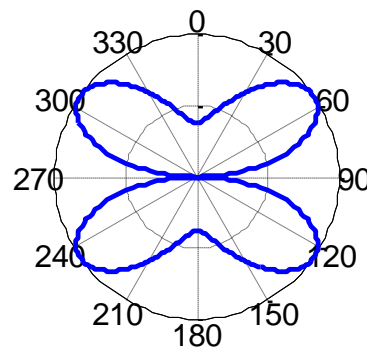
$$\Delta r/\lambda = 1/2$$



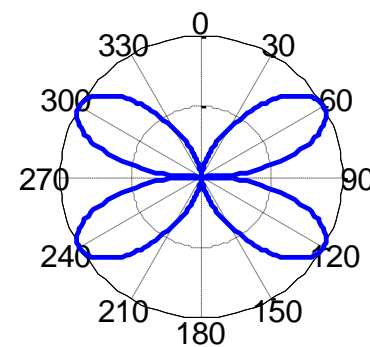
$$\Delta r/\lambda = 5/8$$



$$\Delta r/\lambda = 3/4$$



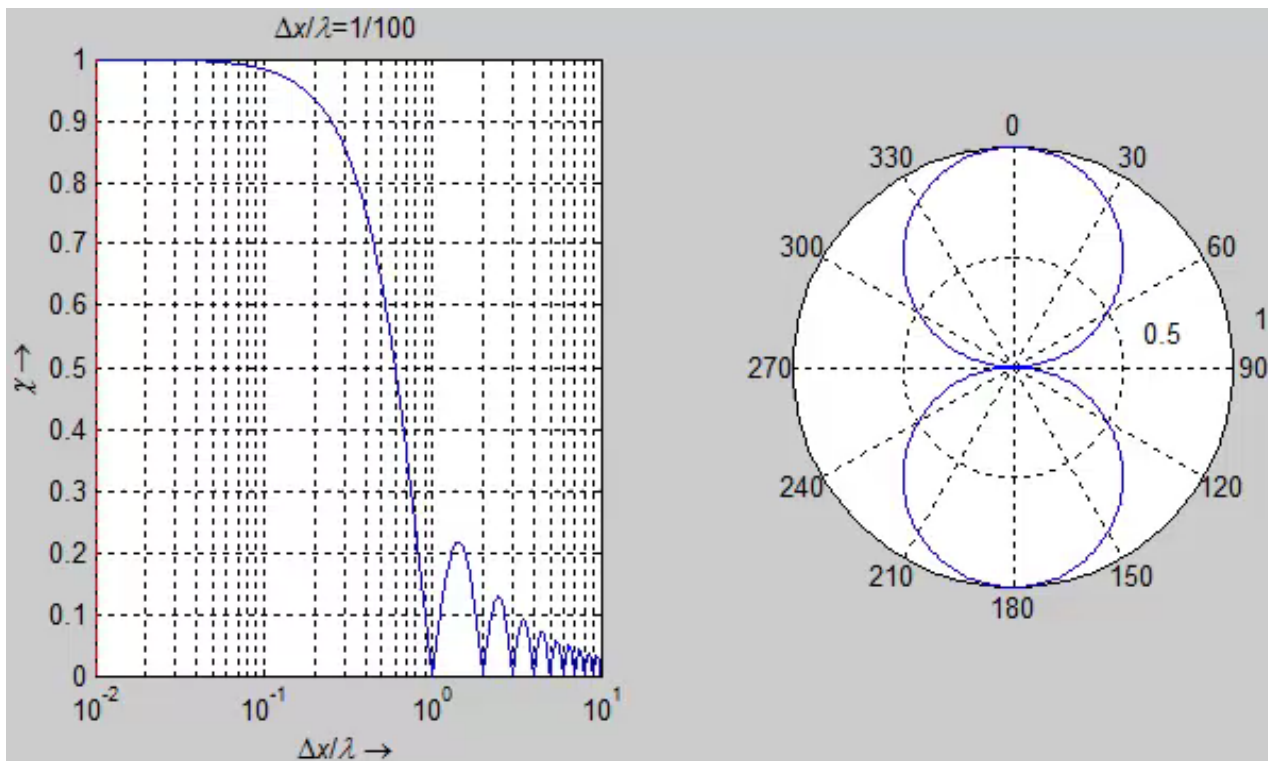
$$\Delta r/\lambda = 7/8$$



$$\Delta r/\lambda = 1$$

# Vliv konečných rozměrů přijímače

- Směrová charakteristika přijímače 1. řádu





# Směrové přijímače

# Směrové přijímače 1. řádu

- Spojení gradientního přijímače 0. a 1. řádu v jednom bodě
- Výstupní napětí:

$$u(t) = u_0(t) + u_1(t) = \eta_0 p + \eta_1 p \cos \varphi = p \eta_0 \left( 1 + \frac{\eta_1}{\eta_0} \cos \varphi \right)$$

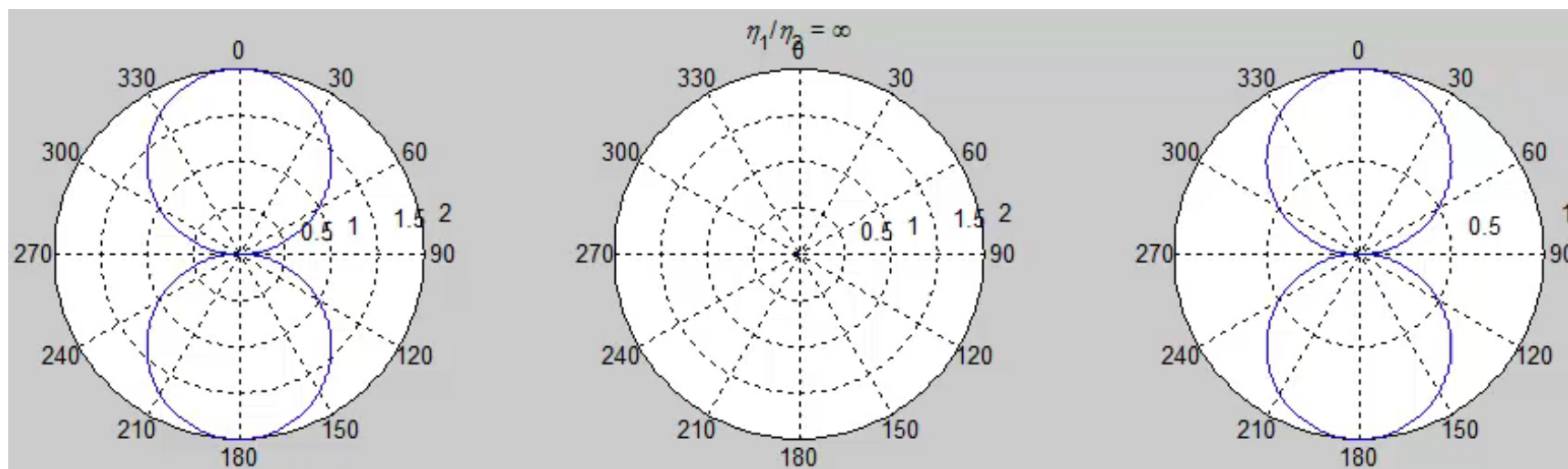
$u_0$  – výstupní napětí přijímače 0. řádu,  $u_1$  – výstupní napětí přijímače 1. řádu,  
 $\eta_0$  – citlivost přijímače 0. řádu,  $\eta_1$  – citlivost přijímače 1. řádu

- Směrová funkce:

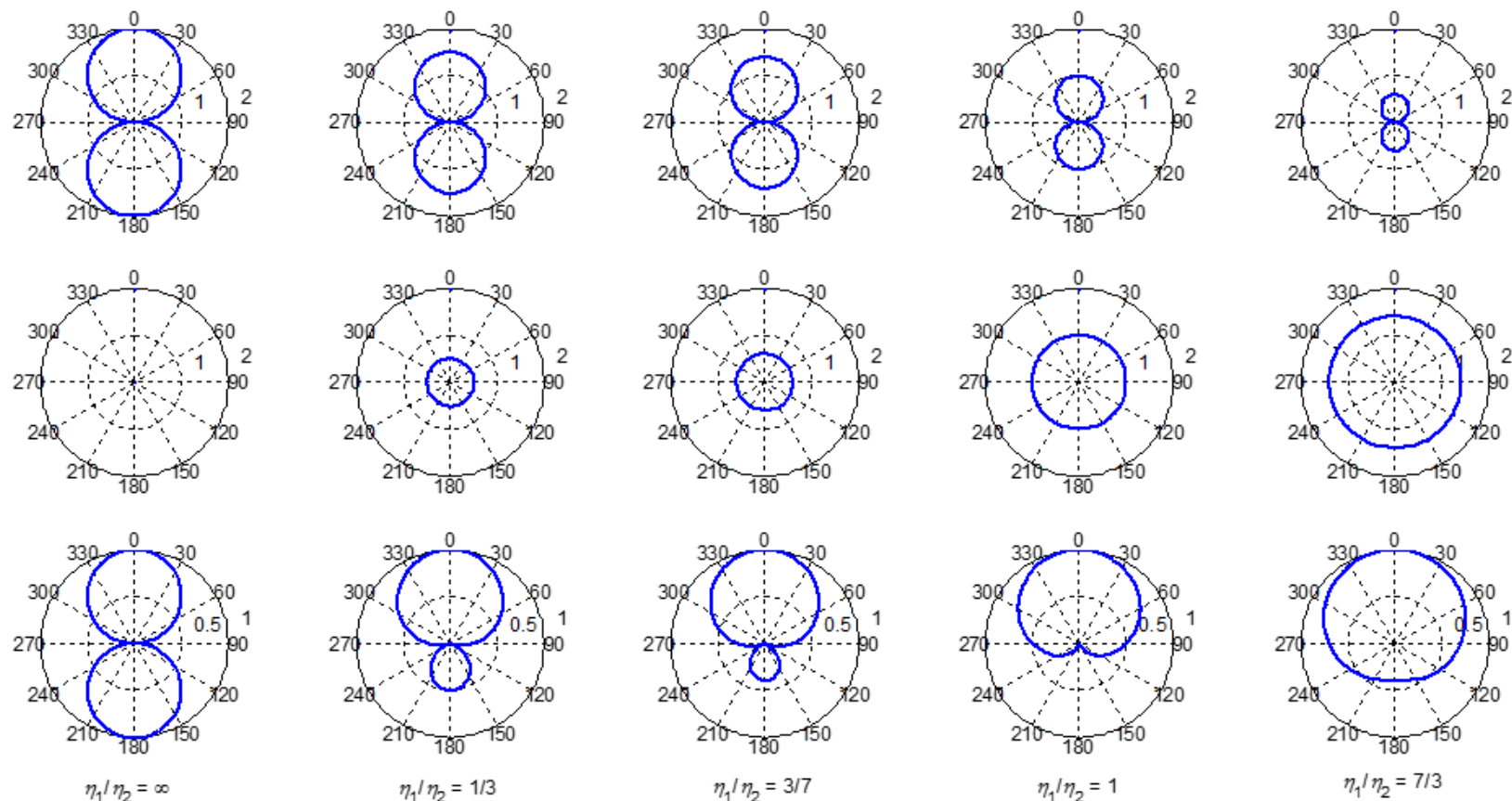
$$\zeta(\varphi) = |\eta_0 + \eta_1 \cos \varphi| \quad \eta_0 + \eta_1 = 1$$

- Poměrem citlivosti  $\eta_1/\eta_0$  je možné měnit tvar směrové charakteristiky přijímače.

# Směrová charakteristika směrového přijímače 1. řádu



# Směrová charakteristika směrového přijímače 1. řádu



hyperkardioida (Q=4)

superkardioida (Q=3,7)

kardioida (Q=3)

subkardioida (Q=1,8)

# Parametry směrových přijímačů 1. řádu

- **Činitel směrovosti:** poměr citlivosti ve volném a difúzním poli

$$Q = \frac{\eta_V^2}{\eta_D^2} = \frac{1}{\frac{1}{2} \int_0^\pi [\zeta(\varphi)]^2 \sin \varphi \, d\varphi} = \frac{1}{\frac{1}{2} \int_0^\pi [\eta_0 + \eta_1 \cos \varphi]^2 \sin \varphi \, d\varphi} = \frac{3}{3\eta_0^2 + \eta_1^2}$$

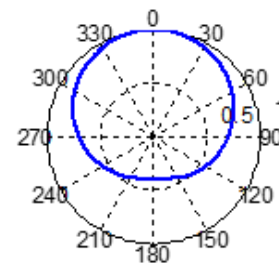
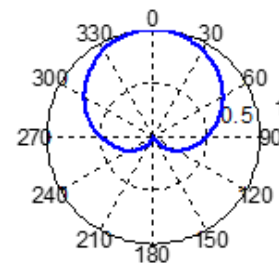
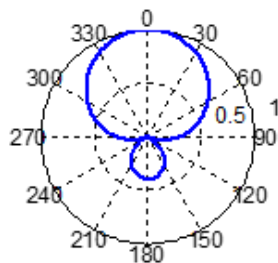
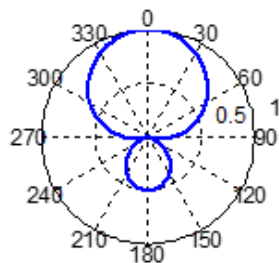
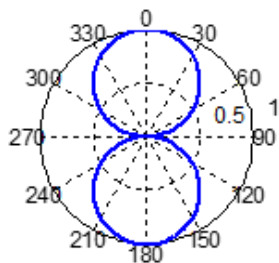
- Úhel nulové citlivosti  $\varphi_0$

$$\zeta(\varphi_0) = 0 \rightarrow \eta_0 + \eta_1 \cos \varphi_0 = 0 \quad \varphi_0 = \arccos\left(-\frac{\eta_0}{\eta_1}\right)$$

- Úhel poklesu citlivosti na polovinu  $\varphi_{-6\text{dB}}$

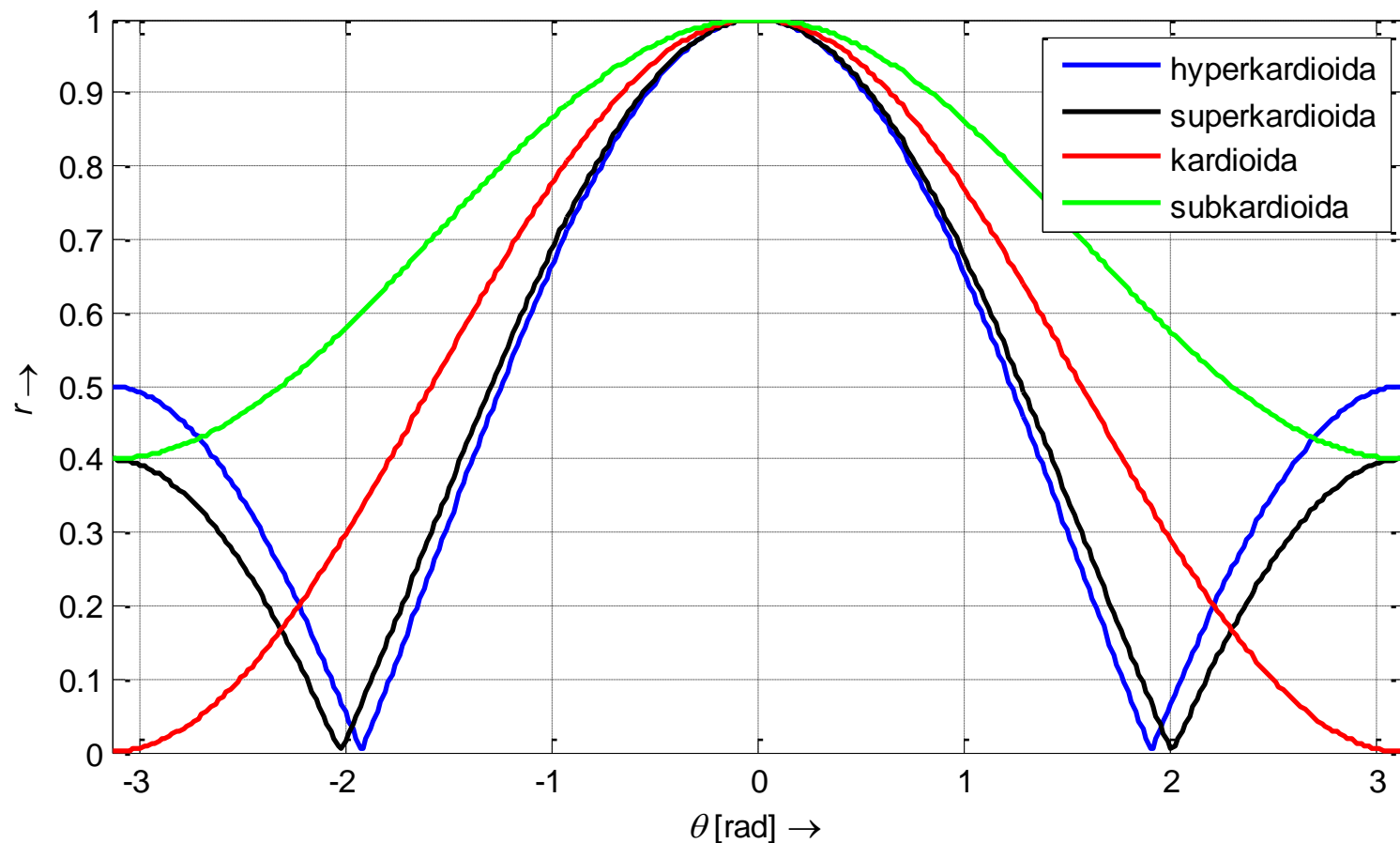
$$\frac{\zeta(\varphi_{-6\text{dB}})}{\zeta(0)} = 0,5 \quad \varphi_{-6\text{dB}} = \arccos \frac{0,5 - \eta_0}{\eta_1}$$

# Parametry směrových přijímačů 1. řádu



1. řád	hyperkardioida	superkardioida	kardioida	subkardioida
$\eta_0 = 0, \eta_1 = 1$	$\eta_0 = 0,25, \eta_1 = 0,75$	$\eta_0 = 0,37, \eta_1 = 0,63$	$\eta_0 = 0,5, \eta_1 = 0,5$	$\eta_0 = 0,7, \eta_1 = 0,3$
$Q = 3$	$Q = 4$	$Q = 3,7$	$Q = 3$	$Q = 1,8$
$\varphi_{-6dB} = 60^\circ$	$\varphi_{-6dB} = 70^\circ$	$\varphi_{-6dB} = 78^\circ$	$\varphi_{-6dB} = 90^\circ$	$\varphi_{-6dB} = 132^\circ$
$\varphi_0 = 90^\circ$	$\varphi_0 = 110^\circ$	$\varphi_0 = 126^\circ$	$\varphi_0 = 180^\circ$	-
$DF = 1,7$	$DF = 2$	$DF = 1,9$	$DF = 1,7$	$DF = 1,3$

# Charakteristiky směrových přijímačů 1. řádu

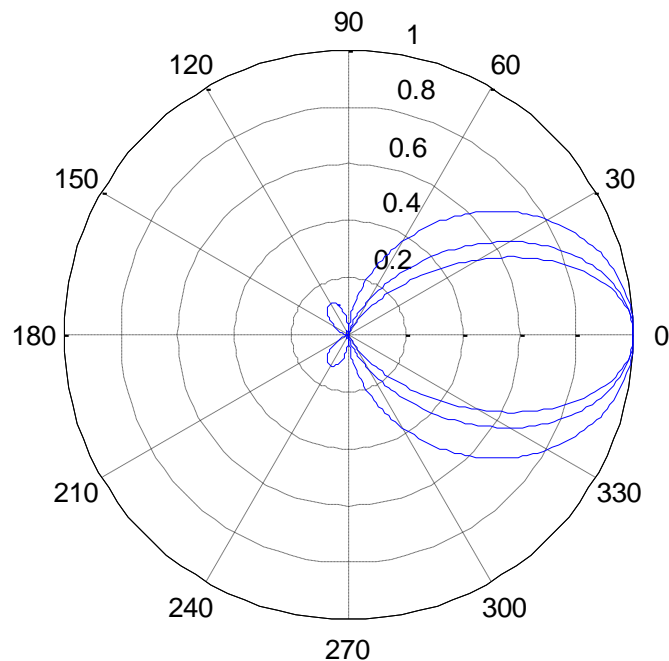


# Směrové přijímače vyšších řádů

- Spojení gradientních přijímačů různých řádů v jednom bodě
- Nejčastěji spojení přijímače 0. řádu, 1. řádu a  $n-1$ . řádu
- Směrová funkce:

$$\zeta(\varphi) = \left| (0,5 + 0,5 \cos \varphi) \cos^{n-1} \varphi \right|$$

$n$  – řád přijímače





# 3D koincidenční soustavy akustických přijímačů

# Soustavy akustických přijímačů

- Koincidenční soustavy
  - přijímače umístěny virtuálně v jediném bodě (resp. ve vzdálenosti menší, než vlnová délka snímaného zvuku):
  - vlnění dopadá ze všech směrů se stejnou fází
  - sestavu lze teoreticky považovat za gradientní
- Soustavy s blízkými přijímači
  - přijímače nejsou umístěny v jednom bodě
  - mezi zvukovým vlněním dopadajícím na mikrofony je fázový rozdíl záviselý na směru přicházejícího zvukového vlnění

# Stereofonní soustavy

- Koincidenční soustavy
  - XY: pár přijímačů umístěných v jedné rovině a natočené mezi sebou o určitý úhel (kardioidní směrová charakteristika:  $90^\circ$  až  $120^\circ$ , hyperkardioidní směrová charakteristika:  $60^\circ$  až  $120^\circ$ )
  - Blumleinova technika: pár přijímačů s osmičkovou směrovou charakteristikou natočené o  $90^\circ$
  - MS (Midcomponent – Side component): kardioidní přijímač umístěný v ose zdroje zvuku a přijímač s osmičkovou charakteristikou orientovaný stranově
- Rozložené snímání (AB stereo): všesměrové přijímače
- Soustavy blízké koincidence
  - ORTF: dva kardioidní přijímače se vzdáleností referenčních bodů 170 mm a úhlem  $110^\circ$  mezi jejich akustickými osami
  - NOS: dva kardioidní přijímače se vzdáleností referenčních bodů 300 mm a úhlem  $90^\circ$  mezi jejich akustickými osami
  - DIN, ...

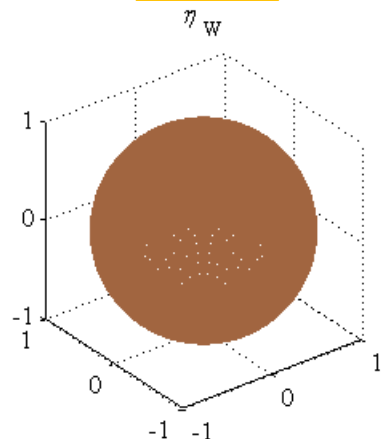
## 3D soustavy

- A-format: čtveřice přijímačů v koincidenčním čtyřstěnu, subkardioidní charakteristika s akustickou osou orientovanou ve směru:
  1.  $(\pi/2, \pi/5)$ , left front ( $LF$ ) – složka  $s_{LF}(t)$
  2.  $(3\pi/2, -\pi/5)$ , right front ( $RF$ ) – složka  $s_{RF}(t)$
  3.  $(-\pi/2, -\pi/5)$ , left back ( $LB$ ) – složka  $s_{LB}(t)$
  4.  $(-3\pi/2, \pi/5)$ , right back ( $RB$ ) – složka  $s_{RB}(t)$
- B-format: čtveřice přijímačů s referenčními body v jednom místě:
  1. všesměrový přijímač  $W$  odpovídající akustickému tlaku (0. řád) – složka  $s_W(t)$
  2. rychlostní přijímač  $X$  ve směru souřadnice  $x$  (1. řád) – složka  $s_X(t)$
  3. rychlostní přijímač  $Y$  ve směru souřadnice  $y$  (1. řád) – složka  $s_Y(t)$
  4. rychlostní přijímač  $Z$  ve směru souřadnice  $z$  (1. řád) – složka  $s_Z(t)$

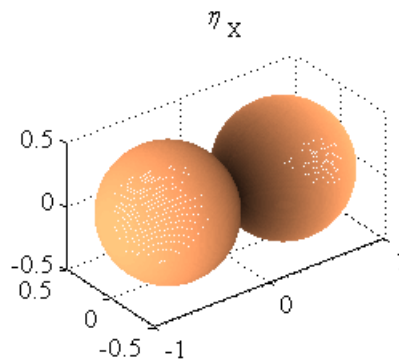
# Soustava přijímačů B-format

- Čtveřice přijímačů s referenčními body v jednom místě:
  - všesměrový přijímač W odpovídající akustickému tlaku (0. řád) – složka  $s_W(t)$
  - rychlostní přijímač X ve směru souřadnice x (1. řád) – složka  $s_X(t)$
  - rychlostní přijímač Y ve směru souřadnice y (1. řád) – složka  $s_Y(t)$
  - rychlostní přijímač Z ve směru souřadnice z (1. řád) – složka  $s_Z(t)$

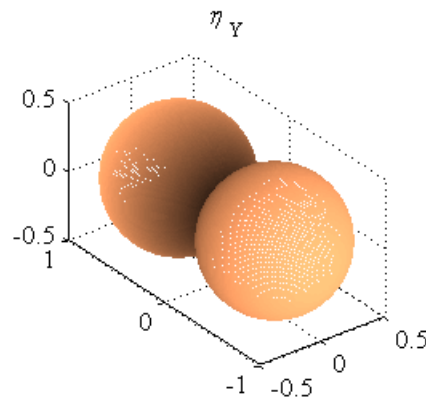
$$\zeta_W = 1$$



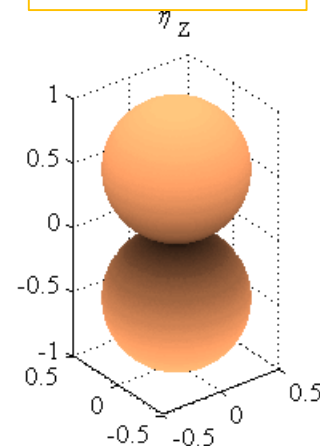
$$\zeta_X(\varphi, \vartheta) = |\cos \varphi \cos \vartheta|$$



$$\zeta_Y(\varphi, \vartheta) = |\sin \varphi \cos \vartheta|$$



$$\zeta_Z(\vartheta) = |\sin \vartheta|$$



# Zpracování signálu soustavy B-format

- Váhováním a sečtením signálů jednotlivých přijímačů sestavy získáme signál virtuálního přijímače:

$$s(t, \varphi, \mathcal{G}) = g_W s_W(t) + g_X s_X(t) + g_Y s_Y(t) + g_Z s_Z(t)$$

$g_W, g_X, g_Y, g_Z$  - váhovací činitele

- Aplikace:
  1. rotace akustické osy virtuálního přijímače
  2. změna směrovosti virtuálního přijímače

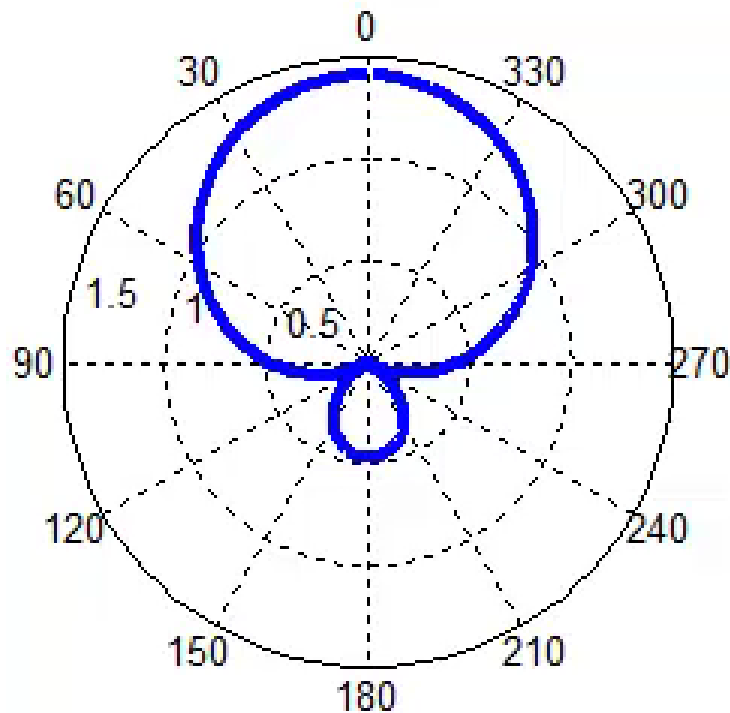
# Rotace akustické osy

- Převodem sférických souřadnic jednotkového vektoru v požadovaném směru  $(\varphi_0, \vartheta_0)$  na kartézské získáme zesilovací činitele pro požadovaný směr akustické osy virtuálního přijímače:

$$g_X(\varphi_0, \vartheta_0) = \cos \varphi_0 \cos \vartheta_0$$

$$g_Y(\varphi_0, \vartheta_0) = \sin \varphi_0 \cos \vartheta_0$$

$$g_Z(\vartheta_0) = \sin \vartheta_0$$



# Rotace akustické osy

- Výstupní signál přijímače 1. řádu s akustickou osou ve směru  $(\varphi_0, \vartheta_0)$ :

$$s(t, \varphi_0, \vartheta_0) = g_X(\varphi_0, \vartheta_0)s_X(t) + g_Y(\varphi_0, \vartheta_0)s_Y(t) + g_Z(\vartheta_0)s_Z(t)$$

- Směrová funkce:

$$\zeta(\varphi_0, \vartheta_0) = |g_X(\varphi_0, \vartheta_0)\zeta_X(\varphi_0, \vartheta_0) + g_Y(\varphi_0, \vartheta_0)\zeta_Y(\varphi_0, \vartheta_0) + g_Z(\vartheta_0)\zeta_Z(\vartheta_0)|$$

$$g_X(\varphi_0, \vartheta_0) = \cos \varphi_0 \cos \vartheta_0$$

$$g_Y(\varphi_0, \vartheta_0) = \sin \varphi_0 \cos \vartheta_0$$

$$g_Z(\vartheta_0) = \sin \vartheta_0$$



# Změna směrovosti

- Směrový přijímač 1. řádu s akustickou osou v ose x:

- výstupní signál

$$s(t) = \eta_0 s_w(t) + \eta_1 s_x(t) = s_w(t)(\eta_0 + \eta_1 \cos \varphi)$$

- směrová funkce

$$\zeta = |\eta_0 + \eta_1 \cos \varphi| \quad \eta_0 + \eta_1 = 1$$

$\eta_0$  – citlivost přijímače 0. řádu,  $\eta_1$  – citlivost přijímače 1. řádu

- Směrový přijímač 1. řádu s akustickou osou ve směru  $(\varphi_0, \vartheta_0)$ :

- výstupní signál

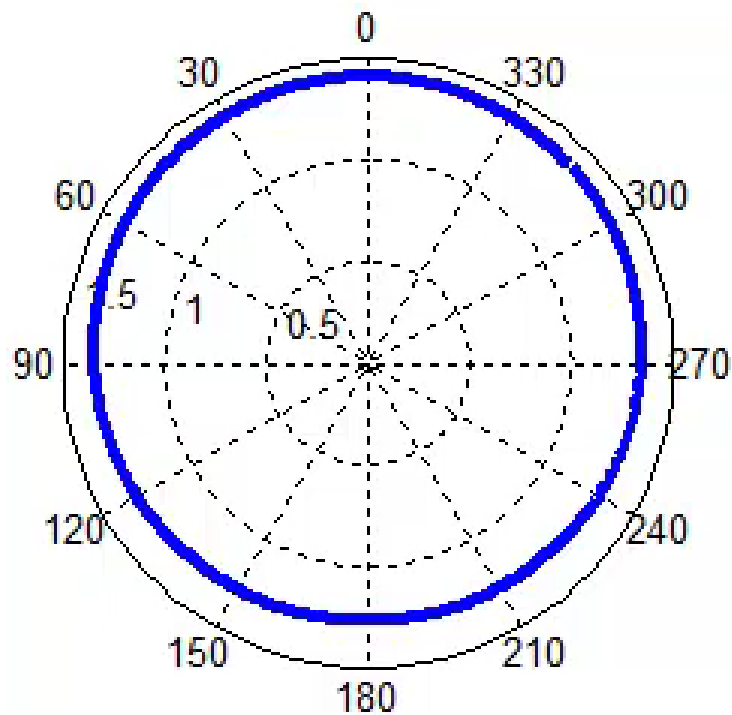
$$s(t, \varphi_0, \vartheta_0) = g_w s_w(t) + (1 - g_w) [g_x(\varphi_0, \vartheta_0) s_x(t) + g_y(\varphi_0, \vartheta_0) s_y(t) + g_z(\vartheta_0) s_z(t)]$$

- směrová funkce

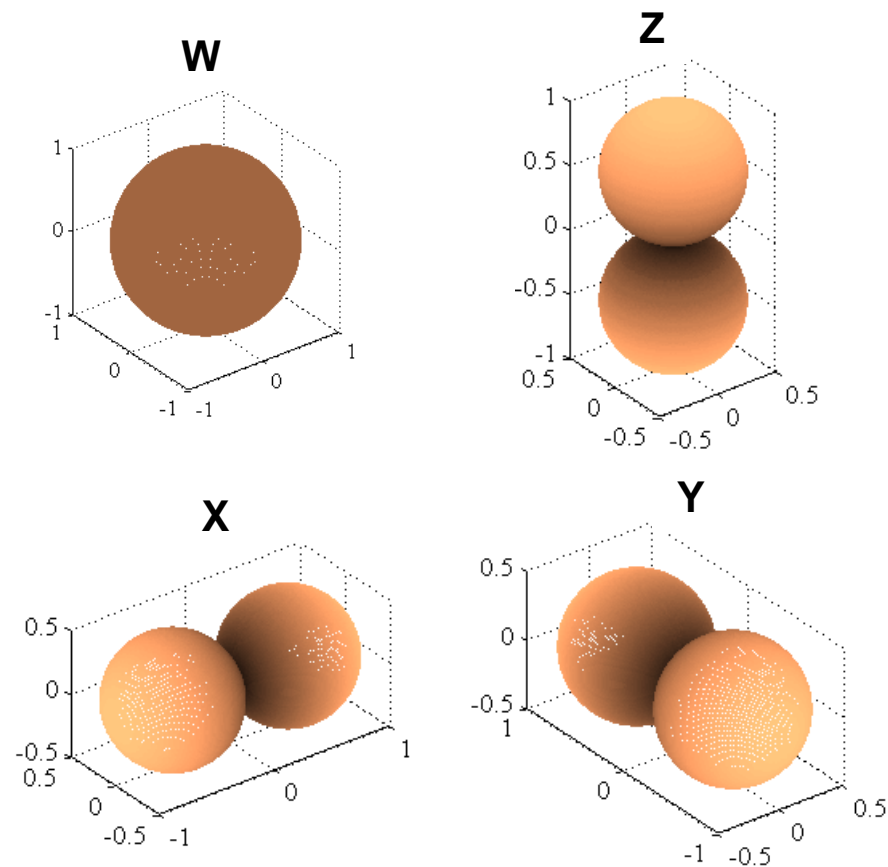
$$\zeta(\varphi_0, \vartheta_0) = |g_w \zeta_w + (1 - g_w) [g_x(\varphi_0, \vartheta_0) \zeta_x(\varphi_0, \vartheta_0) + g_y(\varphi_0, \vartheta_0) \zeta_y(\varphi_0, \vartheta_0) + g_z(\vartheta_0) \zeta_z(\vartheta_0)]|$$

→  $g_w$  odpovídá  $\eta_0$ ,  $g_x, g_y, g_z$  odpovídají  $\eta_1$  ve směrech os x, y a z

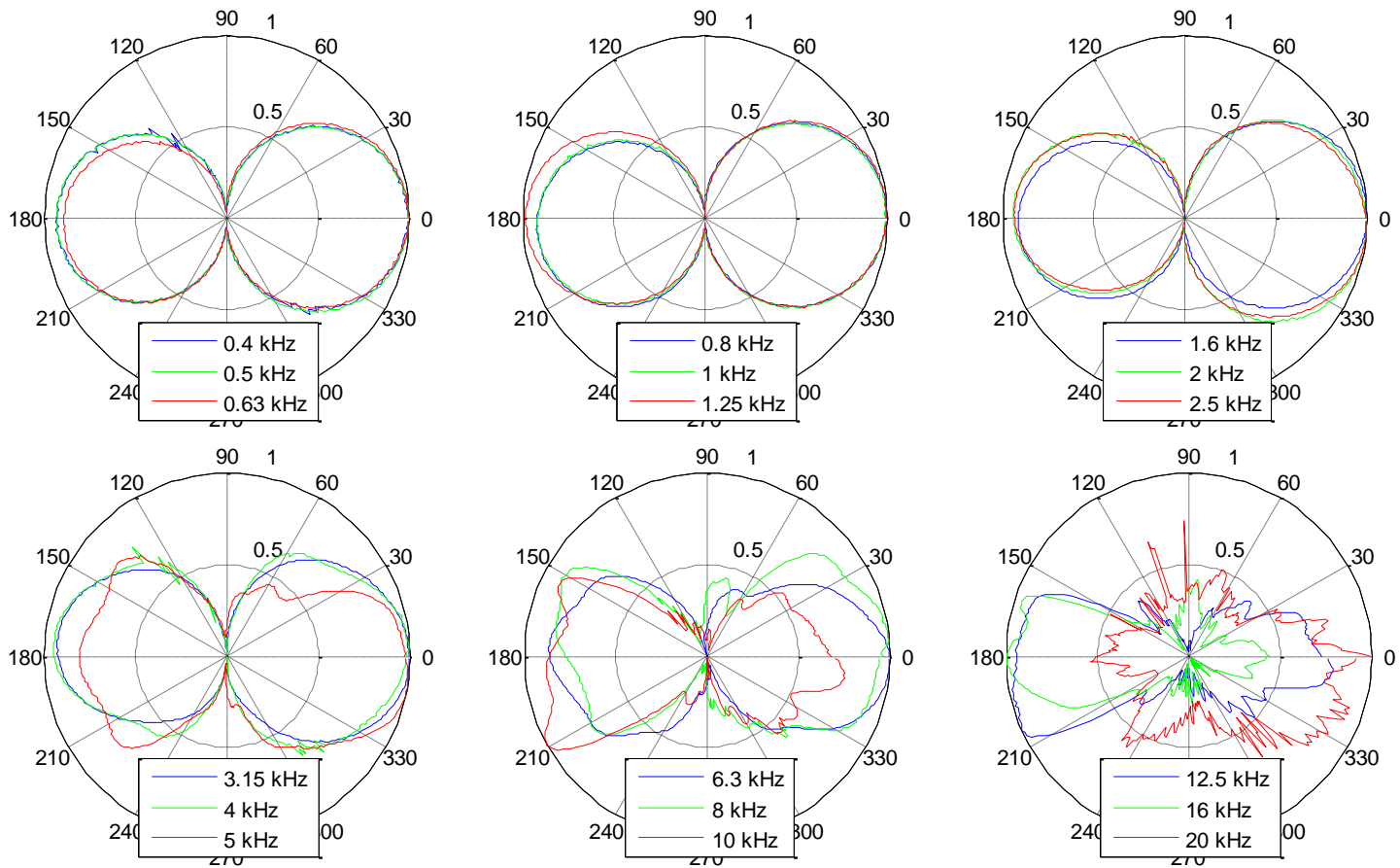
# Změna směrovosti



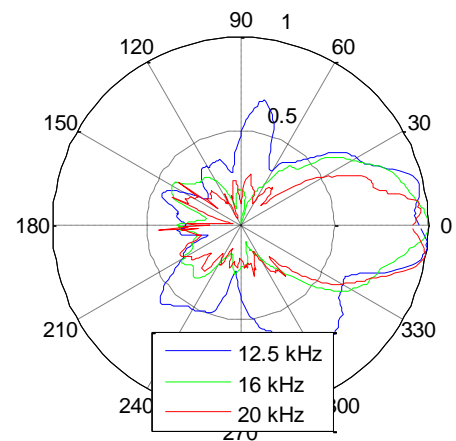
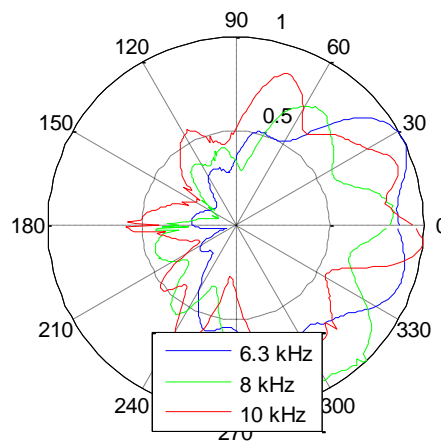
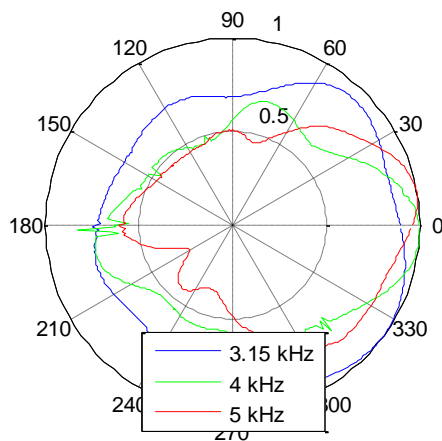
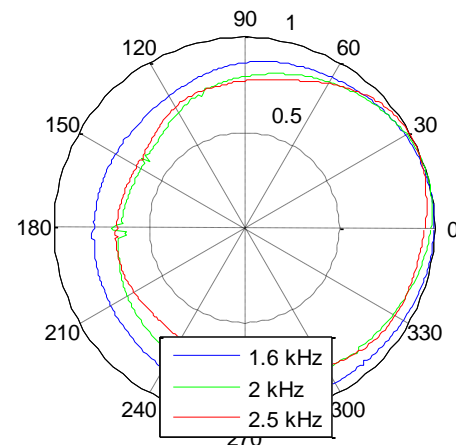
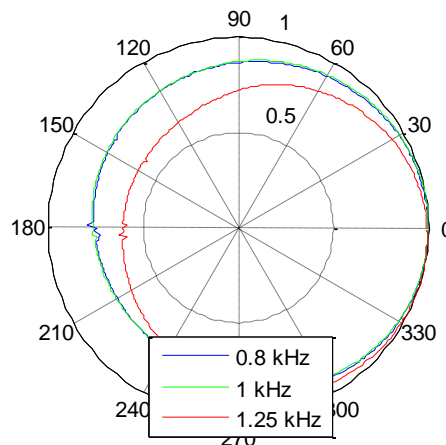
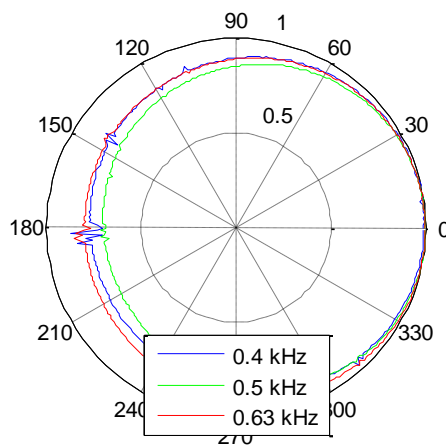
# B-Format mikrofon



# B-format mikrofon (AKG BlueLine) – složka X

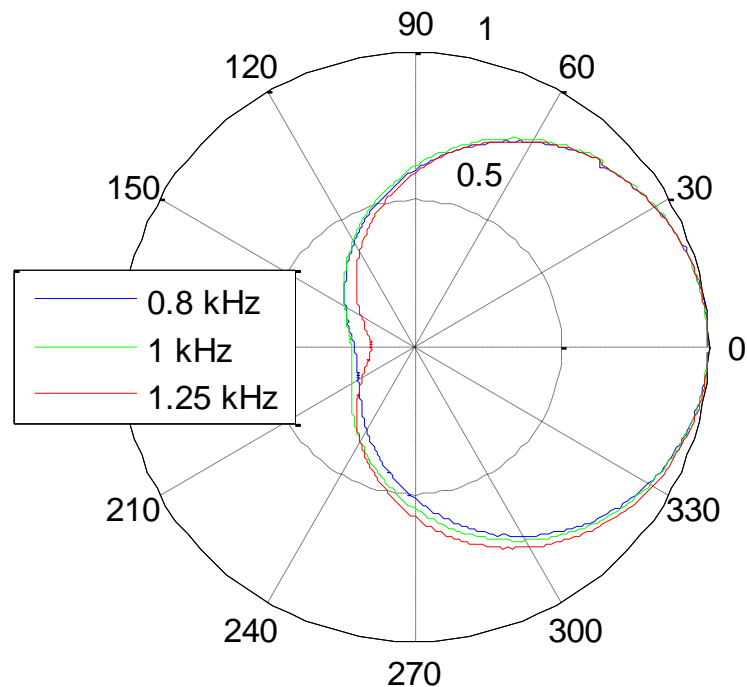


# B-format mikrofon (AKG BlueLine) – složka W



# Soustava přijímačů A-format

- Čtveřice přijímačů v koincidenčním čtyřřstěnu, subkardioidní charakteristika s akustickou osou orientovanou ve směru:
  - $(\pi/2, \pi/5)$ , left front (*LF*) – složka  $s_{LF}(t)$
  - $(3\pi/2, -\pi/5)$ , right front (*RF*) – složka  $s_{RF}(t)$
  - $(-\pi/2, -\pi/5)$ , left back (*LB*) – složka  $s_{LB}(t)$
  - $(-3\pi/2, \pi/5)$ , right back (*RB*) – složka  $s_{RB}(t)$



# A-format mikrofon

- Převod A-format na B-format:

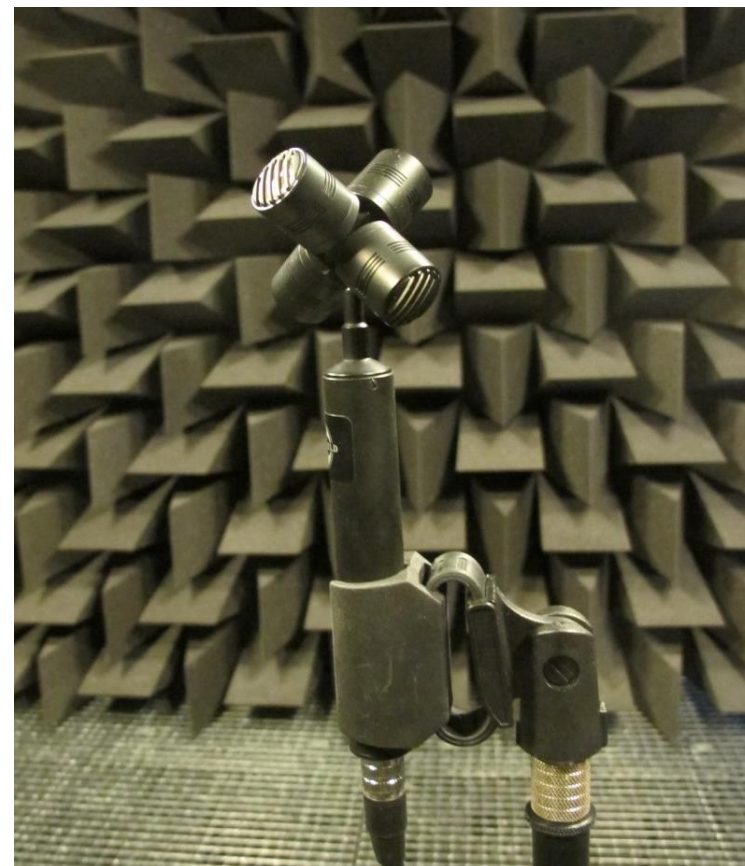
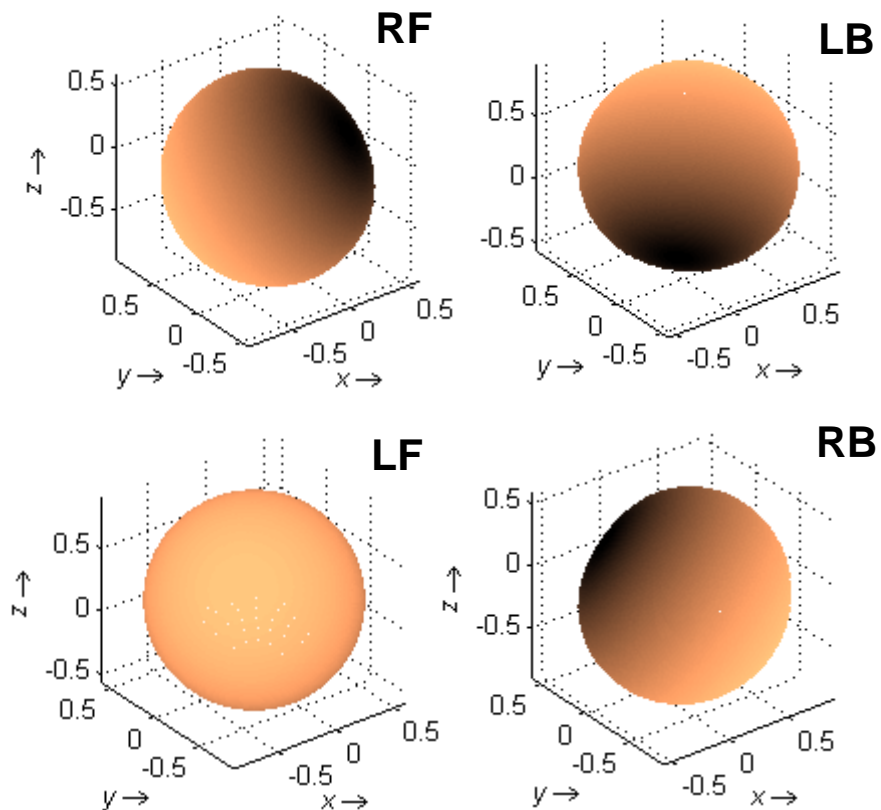
$$s_W(t) = \frac{1}{2} (s_{LB}(t) + s_{LF}(t) + s_{RF}(t) + s_{RB}(t))$$

$$s_X(t) = \frac{1}{2} (-s_{LB}(t) + s_{LF}(t) + s_{RF}(t) - s_{RB}(t))$$

$$s_Y(t) = \frac{1}{2} (s_{LB}(t) + s_{LF}(t) - s_{RF}(t) - s_{RB}(t))$$

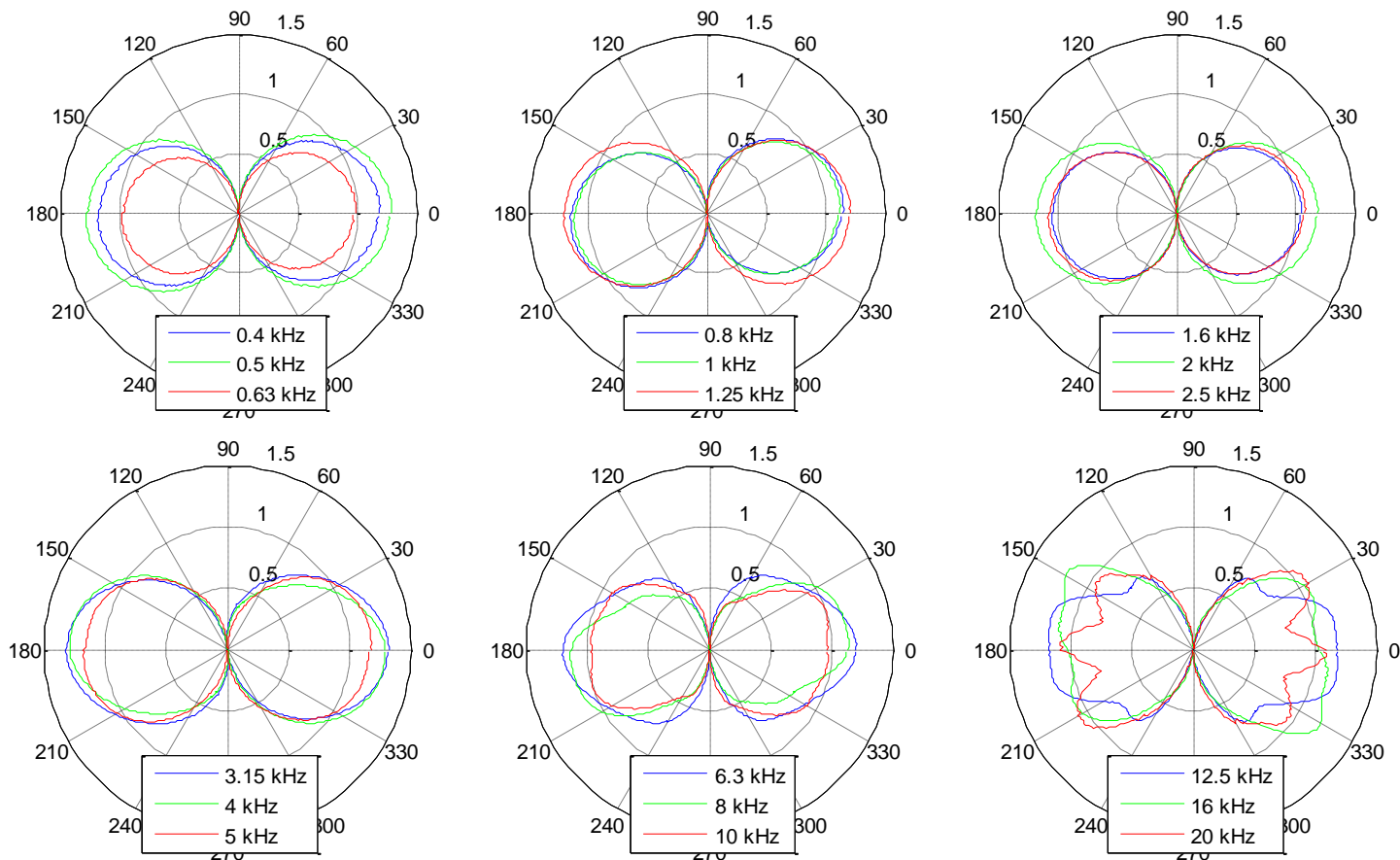
$$s_Z(t) = \frac{1}{2} (-s_{LB}(t) + s_{LF}(t) - s_{RF}(t) + s_{RB}(t)).$$

# A-format mikrofon

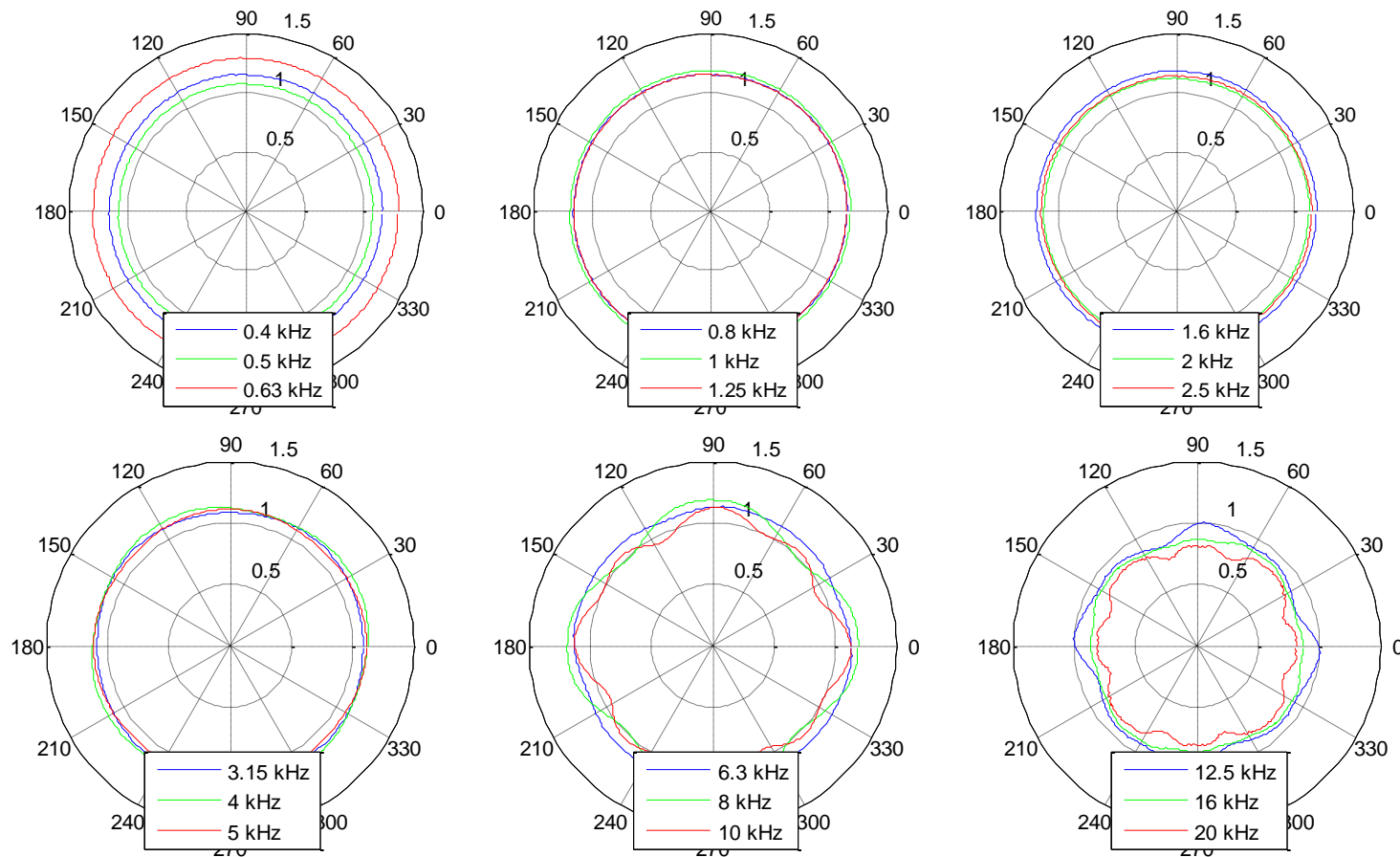




# A-format mikrofon (SPS200) – přepočítaná složka X



# A-format mikrofon (SPS200) – přepočítaná složka W

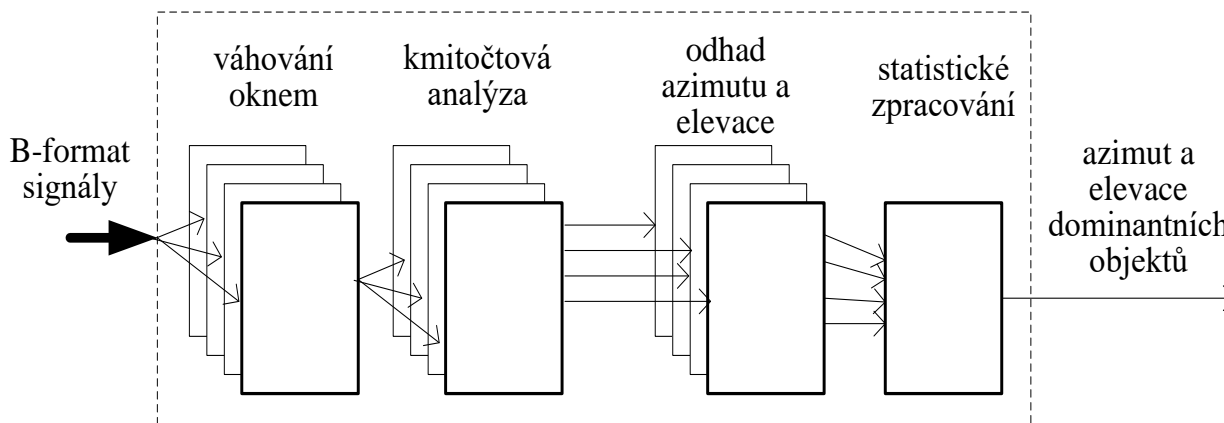


# Odhad směru přicházejícího zvuku podle energie

- Výchozí skutečnosti:
  - směr přicházejícího zvuku je opačný, než směr vektoru intenzity zvuku
  - intenzita zvuku je dána součinem akustického tlaku a rychlosti  $I = p v$
  - velikost vektoru akustické rychlosti rovinné vlny je dána velikostí akustického tlaku a specifickou akustickou impedancí rovinné vlny  $z_0 = p/v = \rho_0 c_0$
  - velikost vektoru akustické rychlosti v ose x v daném bodě je dána výstupem gradientního mikrofону 1. řádu umístěného v daném bodě (obdobně v ose y a z)

# Odhad směru přicházejícího zvuku podle energie

- Princip:
  1. provedení STFT s každou složkou B-format mikrofonu
  2. výpočet vektoru intenzity zvuku pro každý spektrální koeficient
  3. odhad azimutu a elevace pro každý spektrální koeficient podle směru vektoru intenzity
  4. statistické zpracování výsledků, odhad směru přicházejícího zvuku dominantních zvukových objektů



# Odhad směru přicházejícího zvuku podle energie

## 2. Výpočet reálné složky vektoru intenzity zvuku:

- složka W (mikrofon 0. řádu) odpovídá akustickému tlaku
- složky X, Y, Z (mikrofony 1. řádu) odpovídají akustické rychlosti ve směru os x, y, z

$$I_x(t, f) = \frac{1}{\sqrt{2}z_0} \operatorname{Re}(S_x(t, f)S_w^*(t, f))$$

$$I_y(t, f) = \frac{1}{\sqrt{2}z_0} \operatorname{Re}(S_y(t, f)S_w^*(t, f))$$

$$I_z(t, f) = \frac{1}{\sqrt{2}z_0} \operatorname{Re}(S_z(t, f)S_w^*(t, f))$$

$z_0$  – specifická akustická impedance rovinného vlnění,  $I_x(t, f)$ ,  $I_y(t, f)$ ,  $I_z(t, f)$  – složky vektoru intenzity,  $S_w(t, f)$ ,  $S_x(t, f)$ ,  $S_y(t, f)$ ,  $S_z(t, f)$  – STFT B-format signálů

- Odhad je proveden v každém kmitočtovém binu STFT!

# Odhad směru přicházejícího zvuku podle energie

## 3. Odhad směru zvuku:

- a) obrácení znaménka složek vektoru intenzity zvuku (= otočení směru)
- b) převod velikosti vektoru intenzity ve směru os x, y a z do sférických souřadnic

$$\varphi(t, f) = \begin{cases} \arctan \frac{-I_y(t, f)}{-I_x(t, f)} & \text{pro } I_y(t, f) \geq 0 \\ \arctan \frac{-I_y(t, f)}{-I_x(t, f)} - \pi & \text{pro } I_y(t, f) < 0 \end{cases}$$

$$\vartheta(t, f) = \arccos \frac{I_z(t, f)}{\sqrt{I_x(t, f)^2 + I_y(t, f)^2 + I_z(t, f)^2}}$$

- Odhad je proveden pro každý spektrální koeficient STFT!

# Odhad směru přicházejícího zvuku podle energie

## 4. Statistické zpracování výsledků

### a) zjištění četnosti výskytu určitého úhlu v kmitočtových pásmech

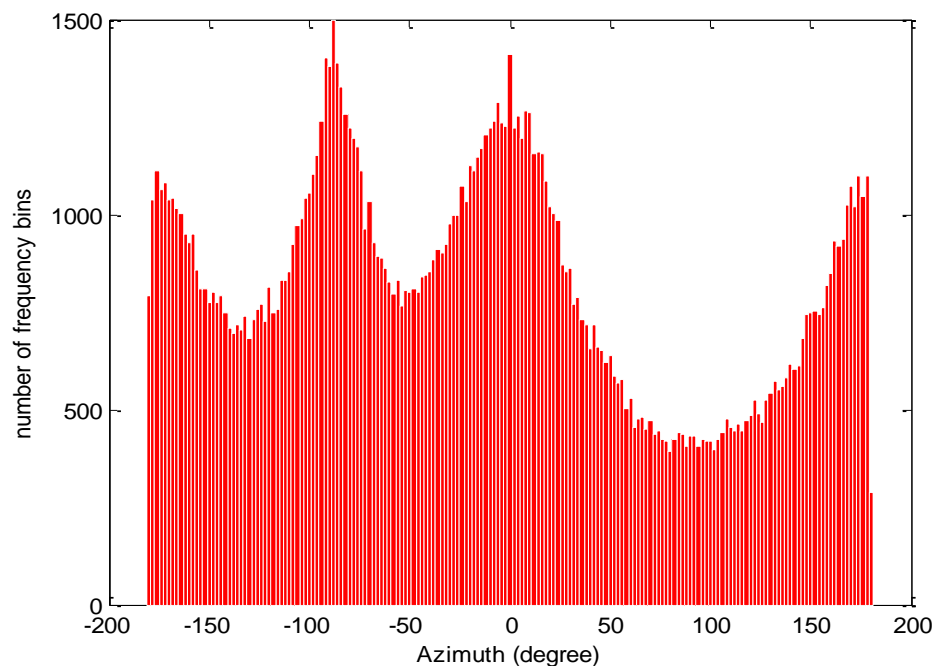
$$F(\varphi) = \sum_{n=0}^N (\varphi(t, n) | \varphi)$$

$$F(\vartheta) = \sum_{n=0}^N (\vartheta(t, n) | \vartheta)$$

### b) odhad azimutu a elevace

$$\bar{\varphi} = \arg \max_{\varphi} F(\varphi)$$

$$\bar{\vartheta} = \arg \max_{\vartheta} F(\vartheta)$$



# Soustavy blízkých akustických přijímačů

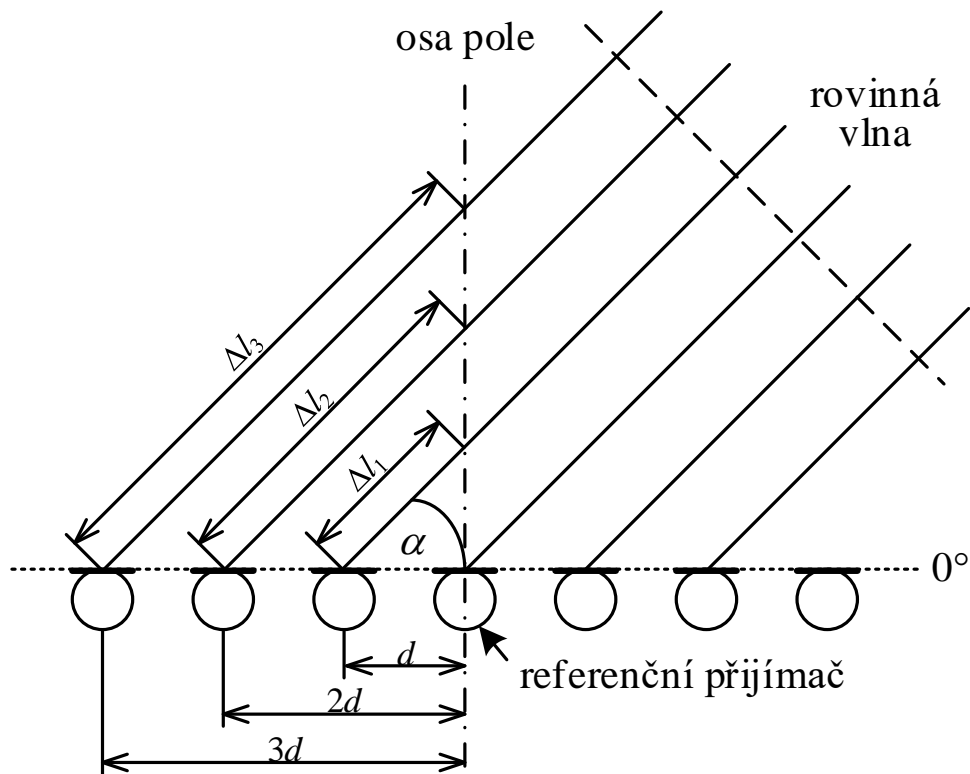


# Soustavy s blízkými přijímači

- Sumační
  - výstupní signál je získán součtem signálů jednotlivých přijímačů
- Diferenciální
  - odečítání signálů dvojic přijímačů mezi sebou

# Uniformní lineární pole

- Uniform Linear Array (ULA), řada přijímačů v konstantní vzdálenosti



# Uniformní lineární pole

- Pro výstupní signál  $m$ -tého přijímače platí:

$$y_m(t) = p_m(t) + v_m(t) = a_m s(t - t_s - F_m(\tau)) + v_m(t)$$

$p_m(t)$  – akustický tlak snímáný přijímačem v čase  $t$

$v_m(t)$  – aditivní šum na  $m$ -tém přijímači

$a_m$  – citlivost kanálu (0 až 1)

$s(t)$  – akustický tlak zdroje

$t_s$  – čas šíření vlny od zdroje k referenčnímu přijímači

$F_m(\tau)$  – relativní zpoždění mezi přijímači 1 (referenční) a  $m$

# Uniformní lineární pole

- Pokud budeme uvažovat rovinnou vlnu, tak pro vzdálenost, kterou musí zvuková vlna urazit k přijímači  $m$  od referenčního přijímače, platí

$$\Delta l_m = d_m \cos \alpha$$

$d_m$  – vzdálenost mezi referenčním a  $m$ -tým přijímačem

- Pro relativní zpoždění mezi přijímači platí

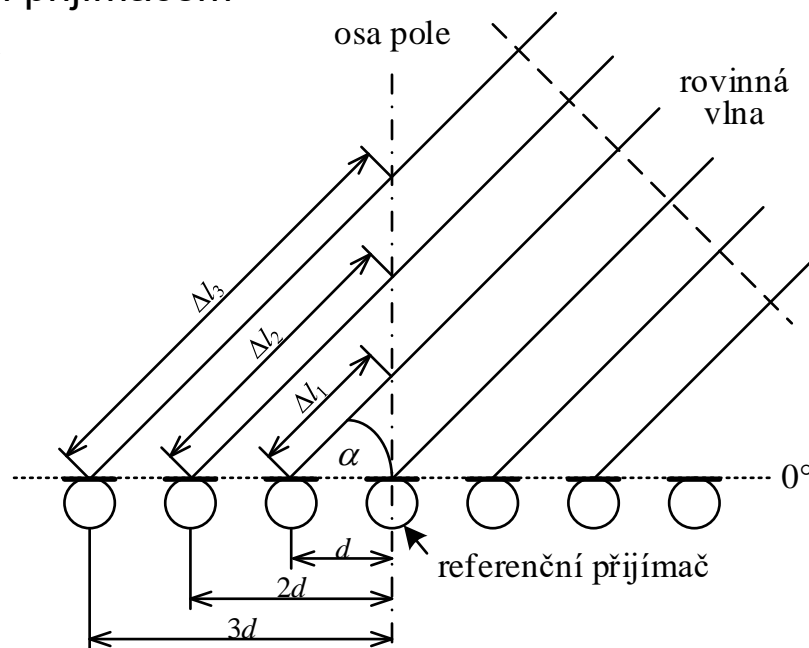
$$F_m(\tau) = \frac{\Delta l_m}{c_0} = \frac{d_m \cos \alpha}{c_0}$$

- Pro konstantní vzdálenost  $d$ :

$$d_m = md \quad \Delta l_m = md \cos \alpha$$

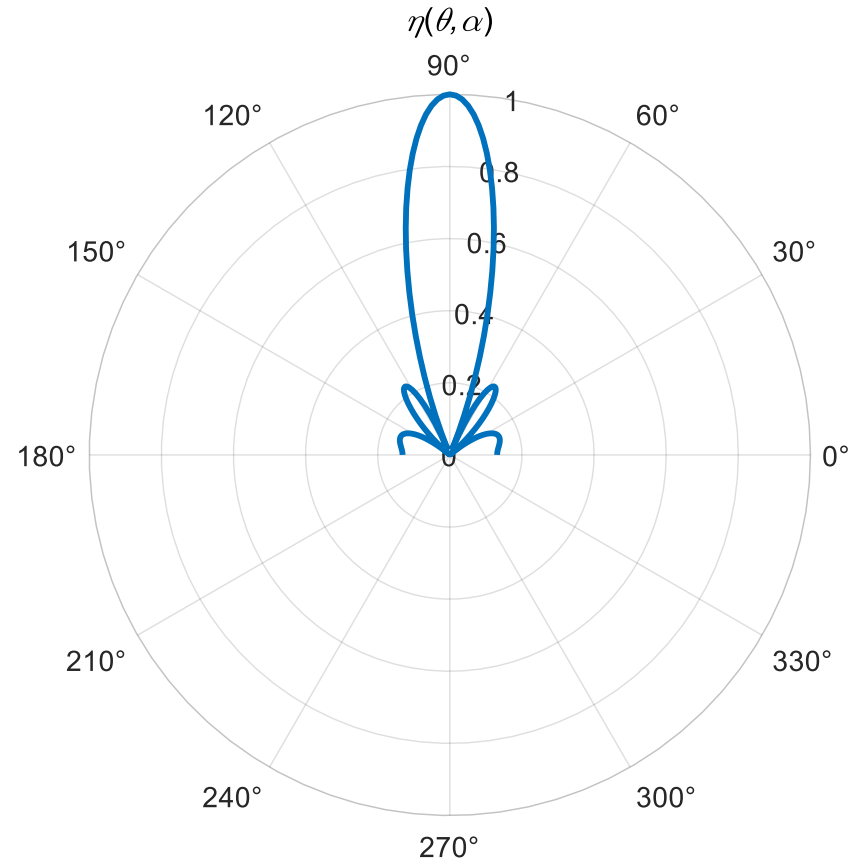
$$F_m(\tau) = m \frac{d \cos \alpha}{c_0} = m \tau$$

$\tau$  – relativní zpoždění mezi přijímači  
(Time Difference of Arrival, TDOA)



# Beamforming

- Tvarování směrové charakteristiky soustavy akustických přijímačů umístěných blízko sebe
- Využití:
  - detekování signálu
  - zjištění směru přicházejícího zvuku
  - zvýraznění zvukového vlnění z určitého směru (potlačení hluku pozadí)



# Delay-and-Sum Beamforming (DAS) pro ULA

- Kompenzace relativního zpoždění mezi přijímači pro zvolený směr příchodu rovinné vlny  $\alpha$  a následné sečtení signálů všech přijímačů, tzv. prostorová filtrace:

1. synchronizace – kompenzace zpoždění signálů přijímačů

$$y_{a,m}(t) = y_m(t + F_m(\tau)) = a_m s(t - t_S) + v_{a,m}(t) = p_{a,m}(t) + v_{a,m}(t)$$

$$v_{a,m}(t) = v_m(t + F_m(\tau))$$

$y_m$  – výstupní signál  $m$ -tého přijímače

$y_{a,m}$  – výstupní signál  $m$ -tého přijímače po synchronizaci

$v_m$  – aditivní šum v  $m$ -tém přijímači

$v_{a,m}$  – aditivní šum v  $m$ -tém přijímači po synchronizaci

$p_{a,m}$  – akustický tlak snímáný  $m$ -tým přijímačem po synchronizaci

$a_m$  – útlum kanálu  $m$

$F_m(\tau)$  – relativní zpoždění mezi přijímači 1 (referenční) a  $m$

# Delay-and-Sum Beamforming pro ULA

## 2. sčítání synchronizovaných signálů a normalizace

$$p(t) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M y_{a,m}(t) = a_s s(t - t_s) + \frac{1}{M} v_s(t)$$

$$a_s = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M a_m$$

$$v_s(t) = \sum_{m=1}^M v_{a,m}(t) = \sum_{m=1}^M v_m(t + F_m(\tau))$$

$p$  – výstupní signál beamformeru

$y_{a,m}$  – výstupní signál  $m$ -tého přijímače po synchronizaci

$s$  – signál zdroje

$a_s$  – útlum součtového signálu

$v_s$  – součtový aditivní šum

# Delay-and-Sum Beamforming pro ULA

- Prostorová filtrace:
  - signál ze směru  $\alpha$ , pro který byla provedena synchronizace, bude maximalizován
  - pro signály z jiných směrů nebudou signály z přijímačů synchronizované a při jejich součtu bude docházet k vzájemnému potlačení
- Potlačení šumu:
  - pokud je aditivní šum se stejnou fází ve všech přijímačích, bude po synchronizaci signálu z přijímačů potlačen



# Směrová charakteristika ULA beamformeru

- Prostorová diskretní Fourierova transformace:

- diskretní čas  $\sim$  vzdálenost ( $n \sim md$ )

- normovaný kmitočet  $\sim$  prostorový kmitočet ( $k/N \sim d \cos \varphi / \lambda = df \cos \varphi / c_0$ )

$n$  – pořadí vzorku v časové oblasti,  $N$  – počet vzorků,  $k$  – pořadové číslo spektrální složky,

$m$  – pořadí přijímače,  $d$  – vzdálenost mezi přijímači,  $\varphi$  – azimut,  $\lambda$  – vlnová délka,  $f$  – kmitočet

$$S(k) = \sum_{n=0}^{N-1} s(n) e^{-j2\pi n \frac{k}{N}} \quad S(\varphi) = \sum_{m=0}^{M-1} s(m) e^{-j2\pi m \frac{d \cos \varphi}{\lambda}} = \sum_{m=0}^{M-1} s(m) e^{-j2\pi m \frac{f}{c_0} d \cos \varphi}$$

- $m$ -tý vzorek prostorové posloupnosti (inverzní prostorová DFT):

$$s(m) = \frac{1}{M} e^{j2\pi m \frac{f}{c_0} d \cos \alpha}$$

$\alpha$  – úhel natočení pole

- Beamformer lze chápat jako  $M$ -bodový prostorový filtr

# Směrová charakteristika ULA beamformeru

- Směrová charakteristika = modul směrové odezvy prostorového filtru nalezenou pomocí Fourierovy transformace:

$$S(\varphi, \alpha) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \left[ e^{j2\pi f m d \cos \alpha / c_0} \right] \cdot e^{-j2\pi f m d \cos \varphi / c_0} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M e^{-j2\pi f m d (\cos \varphi - \cos \alpha) / c_0}$$

- Směrová funkce (beam pattern): modul Fourierovy transformace směrové odezvy normovaný k maximu (pro  $\varphi = \alpha$ ):

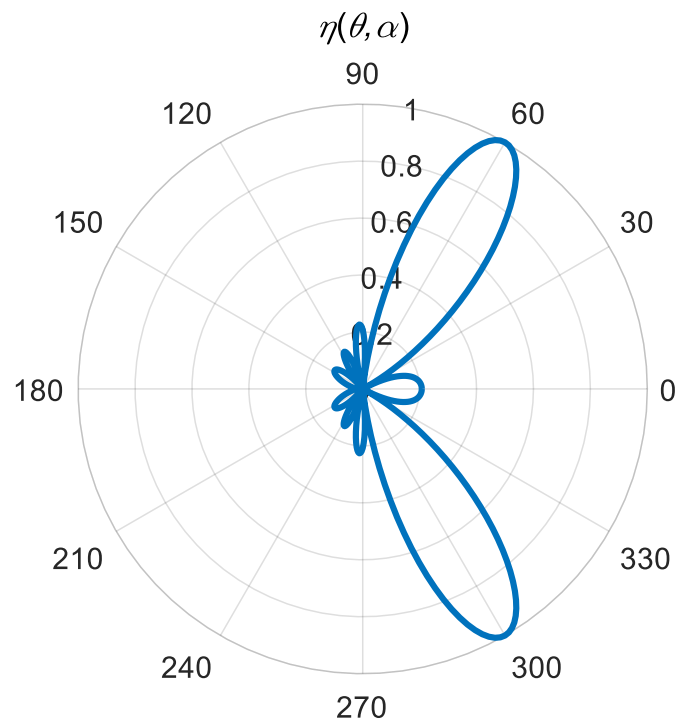
$$\zeta(\varphi, \alpha) = \left| \frac{S(\varphi, \alpha)}{S(\varphi = \alpha)} \right| = \frac{1}{M} \left| \frac{\sin[M\pi f d (\cos \varphi - \cos \alpha) / c_0]}{\sin[\pi f d (\cos \varphi - \cos \alpha) / c_0]} \right|$$

$\varphi$  – úhel azimutu,  $\alpha$  – úhel natočení pole,  $d$  – vzdálenost mezi přijímači,  $f$  – kmitočet signálu

# Směrová charakteristika ULA beamformeru

- Šířka hlavního laloku (dvojnásobek úhlu poklesu směrové funkce o 6 dB):

$$D = 2 \arccos\left(\frac{c_0}{Mdf}\right)$$



# Směrová charakteristika ULA beamformeru

- Váhované sčítání: změna míry vlivu přijímače na výstup beamformeru

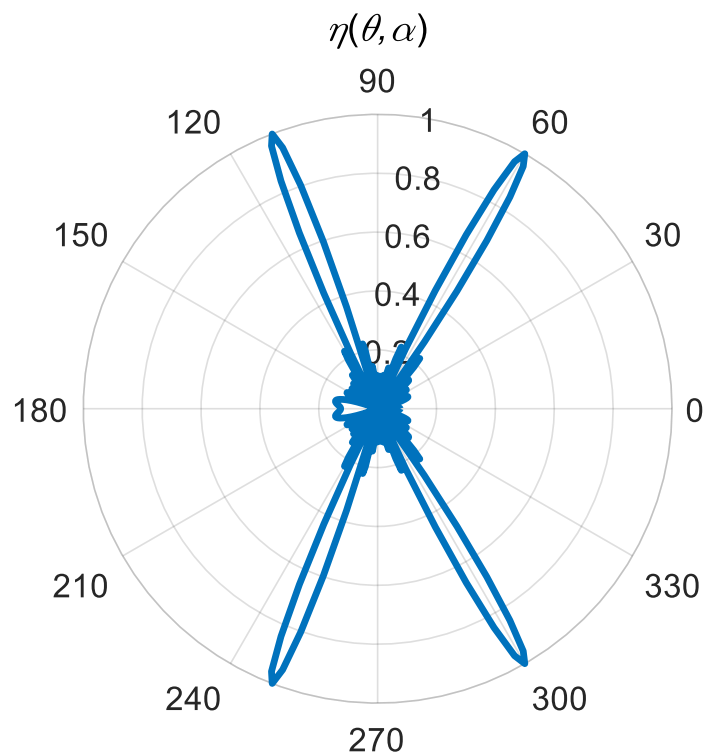
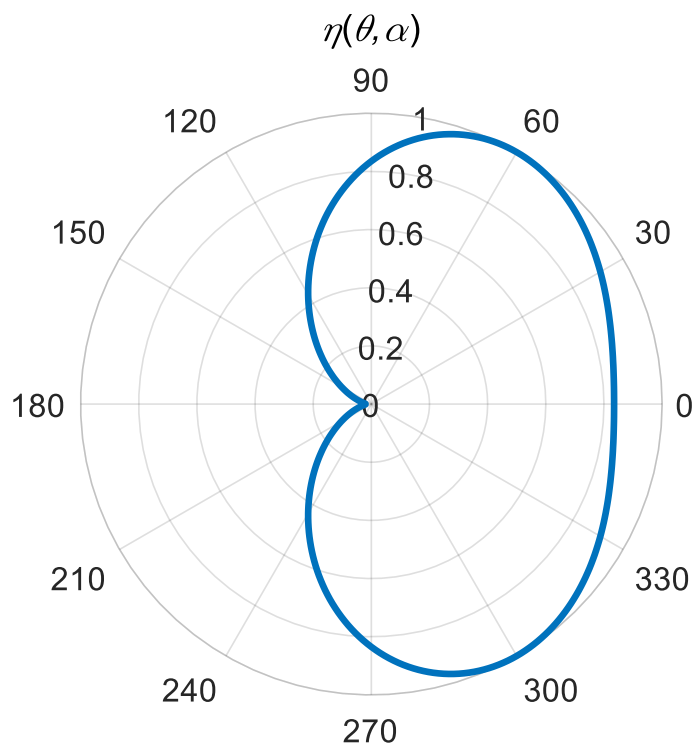
$$p(t) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M w_m y_{a,m}(t)$$

$w_m$  – váhový koeficient  $m$ -tého přijímače,  $y_{a,m}$  – výstupní signál  $m$ -tého přijímače po synchronizaci

- Váhované součty řídí šířku hlavního laloku směrové charakteristiky pole
  - při symetrickém váhování dojde k rozšíření hlavního laloku a ke snížení úrovně postranních laloků

# Omezení beamformingu

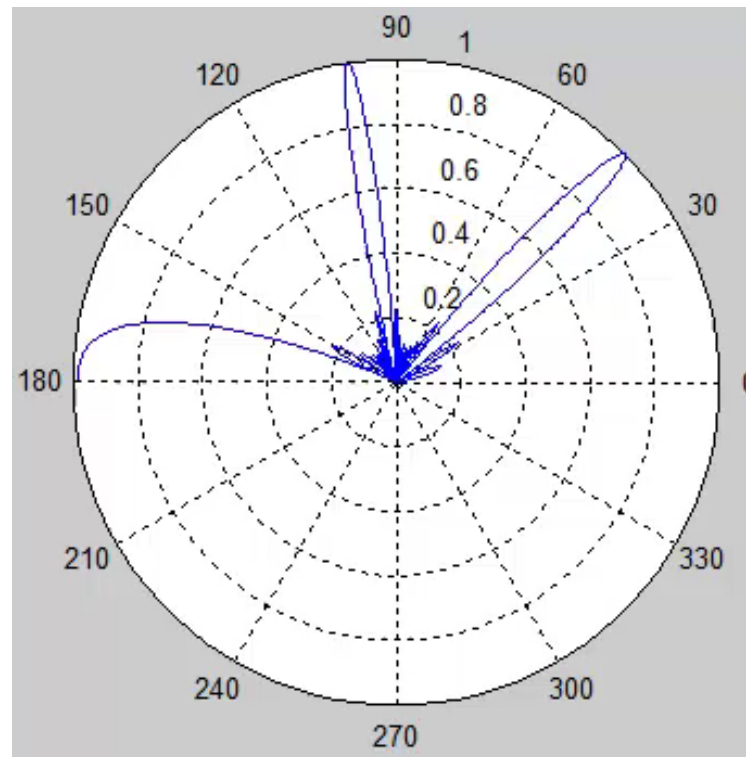
- nízké kmitočty – zvýšení šířky hlavního laloku ( $D \sim 1/f$ ) = snížení směrovosti
- vysoké kmitočty – prostorový aliasing



# Prostorový aliasing

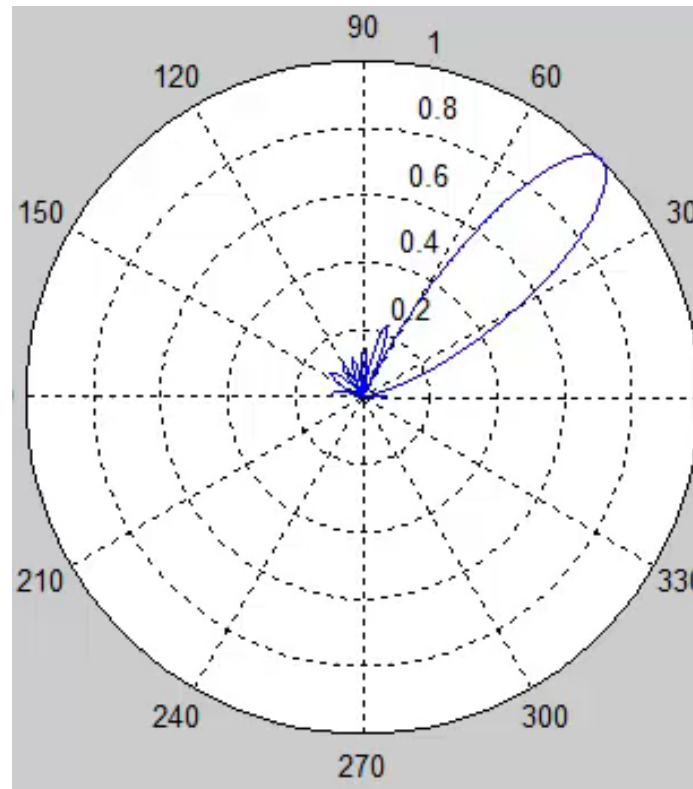
- Pokud bude vzdálenost přijímačů větší jak polovina vlnové délky signálu, bude synchronizováno i vlnění fázově posunuté o  $n\pi \rightarrow$  prostorový aliasing
- V přijímací charakteristice vznikne více laloků s úrovní relativní úrovně 0 dB, signály dopadající na pole ze směru odpovídajícího těmto pronikajícím lalokům způsobí nejednoznačnost
- Zamezení prostorovému aliasingu:

$$d \leq \frac{\lambda}{2}$$

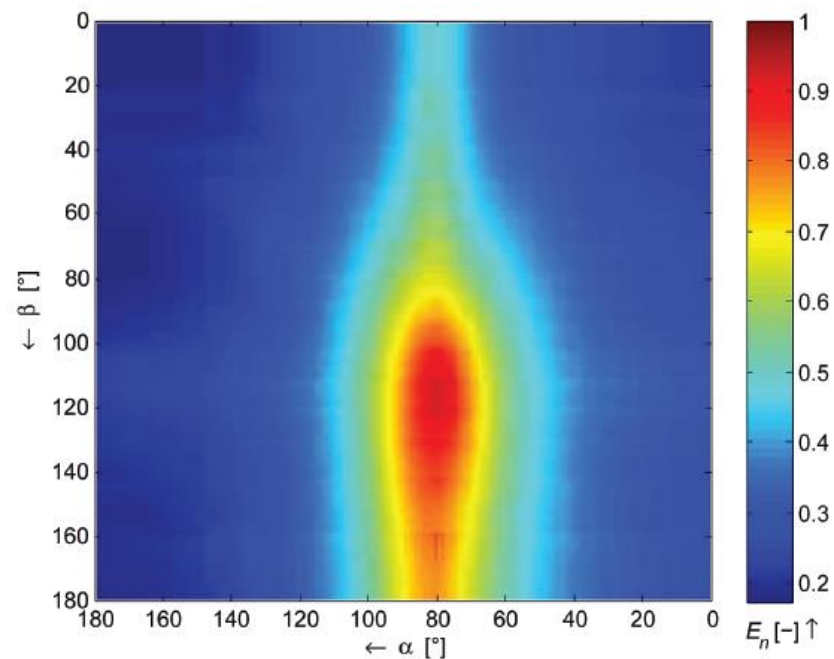
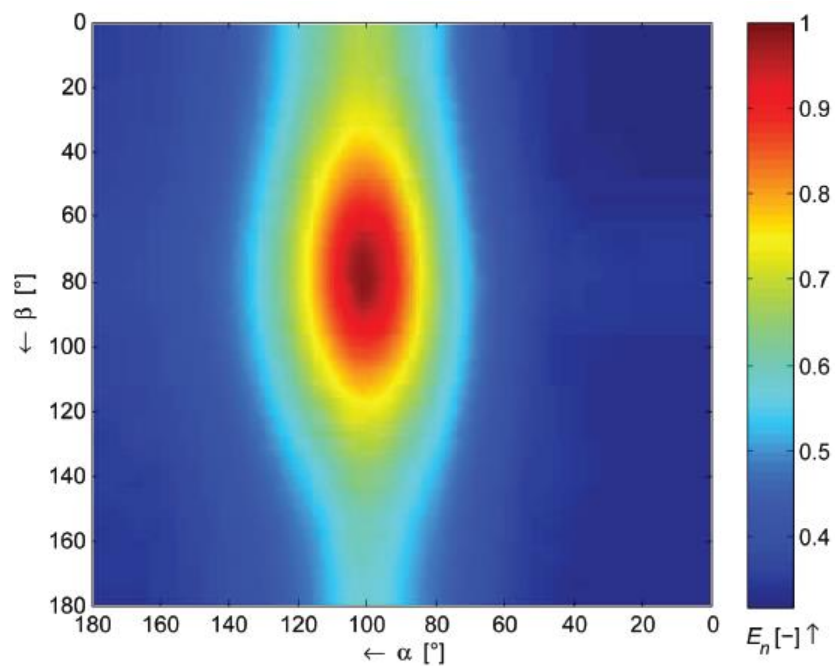


# Identifikace zdrojů hluku beamformingem

- Lokalizace zdroje zvuku:
  1. postupné natáčení paprsku filtru
  2. záznam energie signálu
  3. nalezení maximální energie a jí odpovídajícího směru
- Omezení rozsahu kmitočtů vyplývající z kmitočtové závislé šířky laloku a prostorového aliasingu

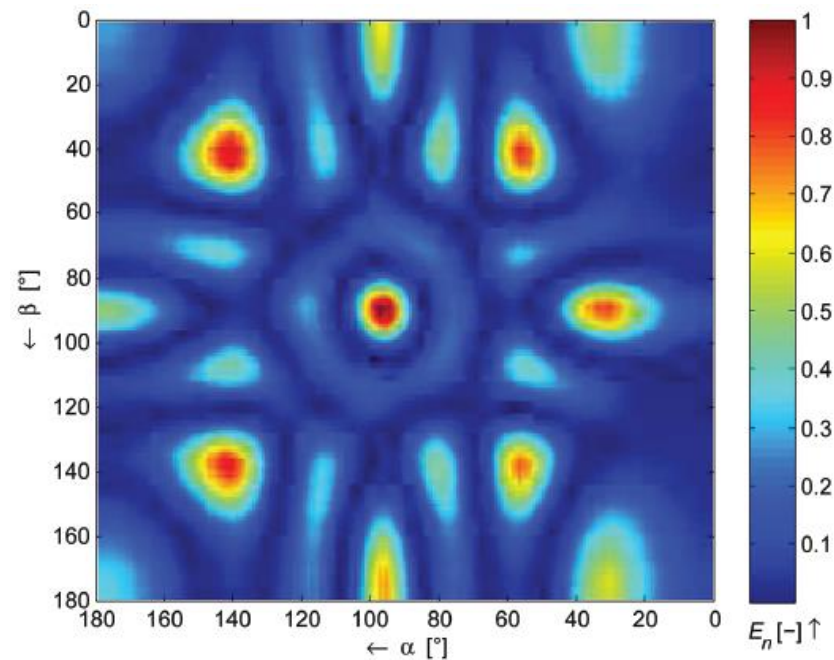
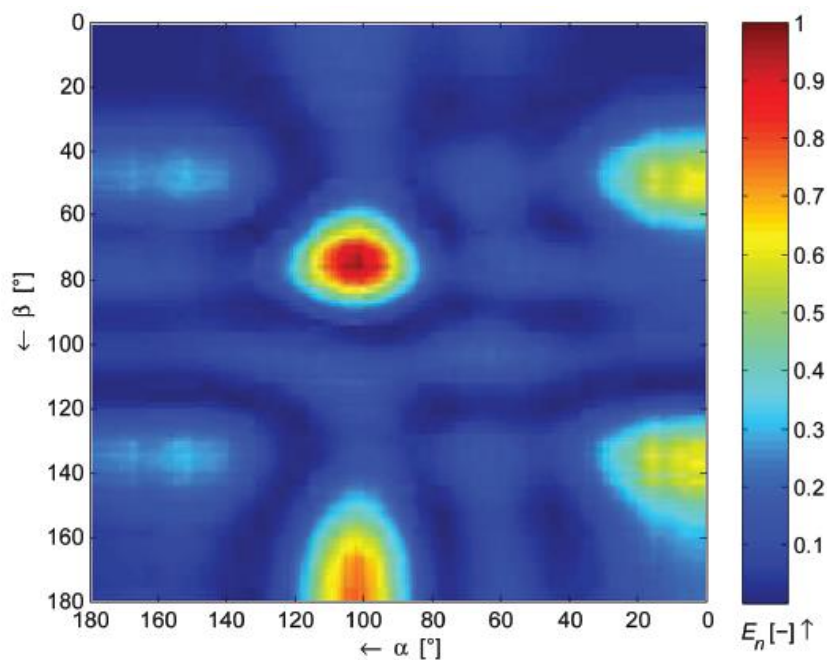


# Lokalizace zdroje zvuku 2D beamformingem

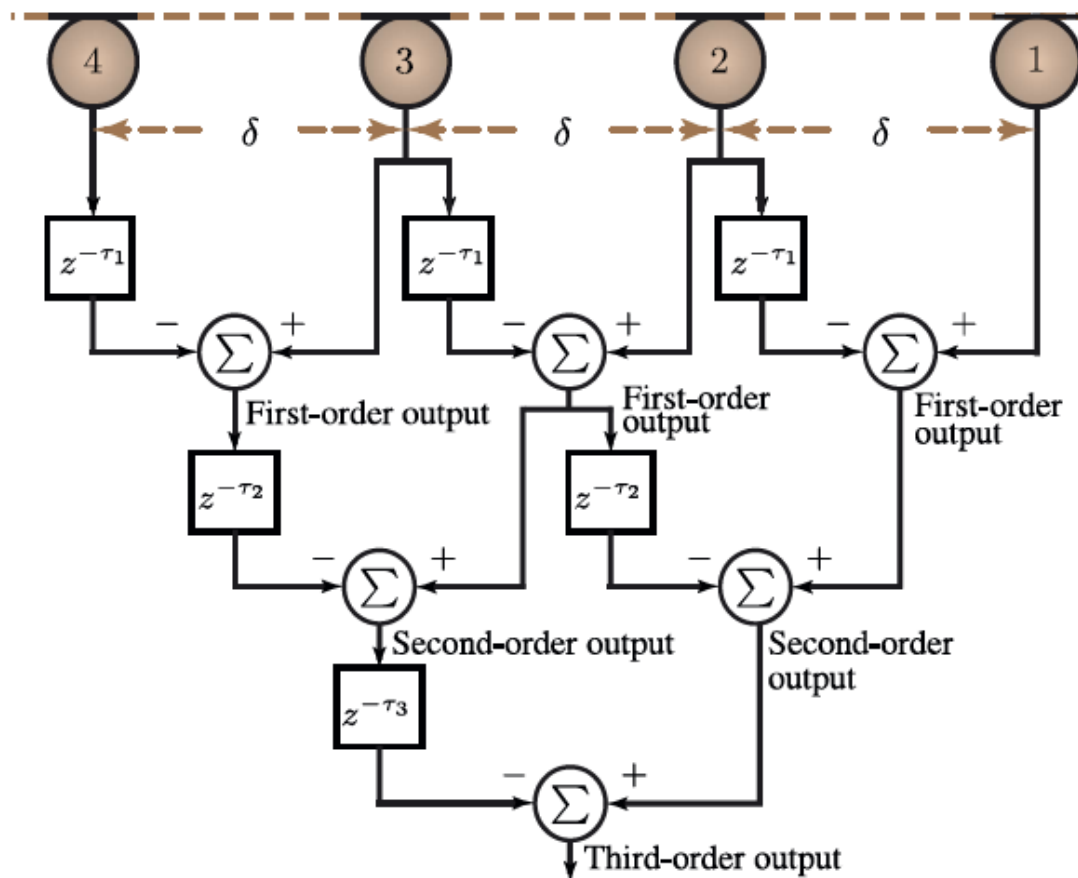




# Prostorový aliasing ve 2D beamformingu

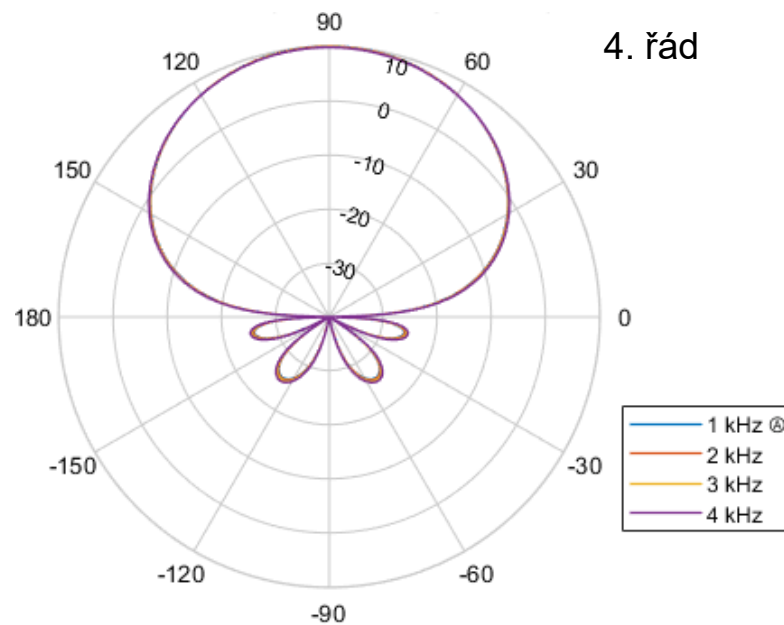
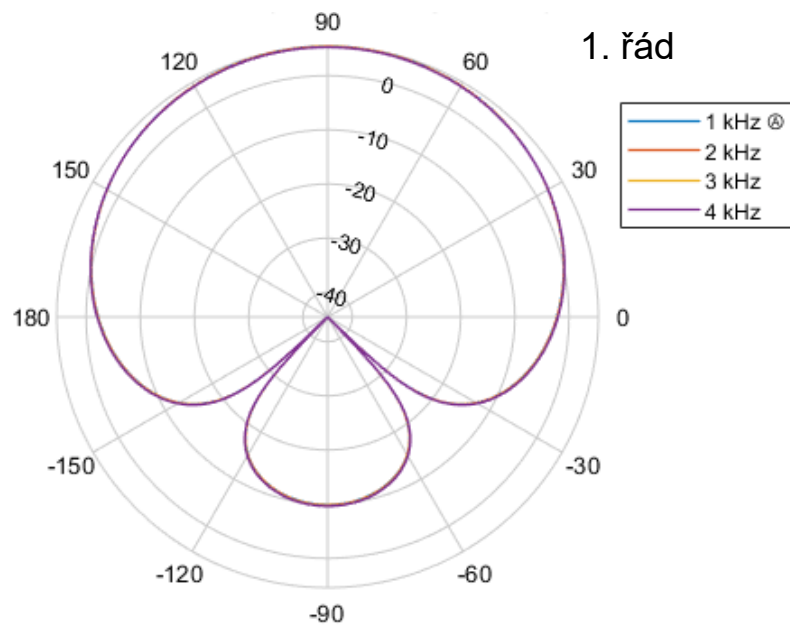


# Diferenciální soustava



# Beamforming v diferenciální soustavě

- 1) Signály jednotlivých mikrofonů jsou zpožděny stejným způsobem jako u sumační soustavy
- 2) Zpožděné signály sousedních snímačů jsou od sebe odečteny
- 3) Výstupní signál dvojice je odečten od výstupního signálu sousední dvojice atd.



# Odhad směru přicházejícího zvuku podle zpoždění

1. Měření časového zpoždění zvukového vlnění bodového zdroje mezi přijímači
2. Výpočet směru podle rozdílu dráhy a vzdálenosti přijímačů

$$\alpha = \arccos\left(\frac{\Delta l}{d}\right) = \arccos\left(\frac{\Delta t c_0}{d}\right)$$

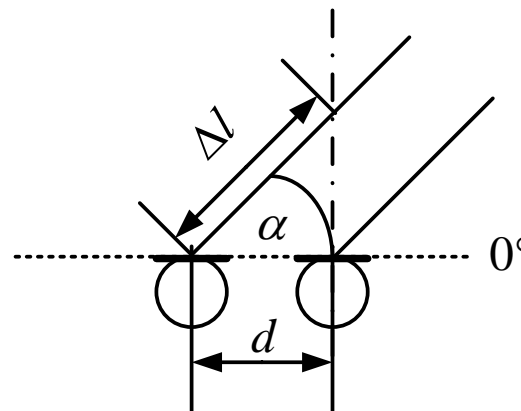
$d$  – vzdálenost mezi přijímači

$\Delta l$  – rozdíl dráhy dopadajícího zvuku

$\alpha$  – úhel dopadající zvukové vlny

$c_0$  – rychlost zvuku

$\Delta t$  – zpoždění signálu mezi přijímači

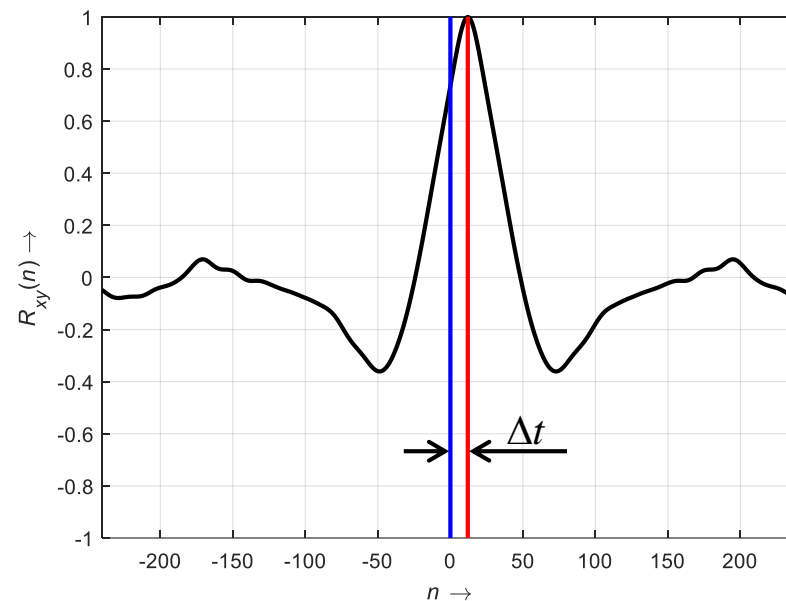
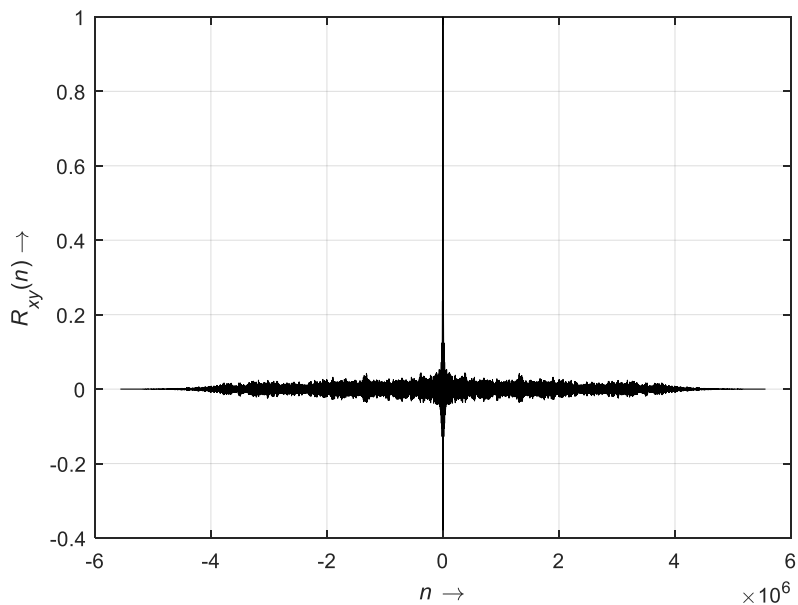


# Odhad směru přicházejícího zvuku podle zpoždění

- Počet přijímačů:
  - 2 přijímače – určení směru pouze v polorovině (bez rozlišení před/za polem)
  - 3 přijímače – určení směru v rovině
  - více přijímačů – určení směru v prostoru
- Metody odhadu časového zpoždění:
  - a) GCC – zobecněná křížová korelace (Generalized Cross Corelation)
  - b) PHAT – fázová transformace (Phase Transform)
  - c) ML - pravděpodobnostní maximum (Maximum Likelihood)
- Omezení:
  - pro úhly dopadajícího zvukového vlnění blízké  $\pi/2$

$$\Delta t = \cos \alpha \left( \frac{c_0}{d} \right) < \frac{1}{f_{vz}}$$

# Křížová korelace časově zpožděných signálů



# Zobecněná křížová korelace

- Výraznější maximum v porovnání s běžnou křížovou korelací → vyšší přesnost výsledku, větší odstup od šumu
- Zobecněná křížová korelace:

$$\Psi_{X_1 X_2}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(f) G_{X_1 X_2}(f) e^{j2\pi f \tau} df$$

$$G_{X_1 X_2}(f) = X_1(f) X_2^*(f)$$

$\phi(f)$  – kmitočtová váhová funkce,  $G_{X_1 X_2}(f)$  je výkonová spektrální hustota křížové korelace,  $X_1(f)$ ,  $X_2(f)$  – Fourierova transformace signálu přijímačů

- Hledané časové zpoždění je maximum této funkce

$$\Delta t = \arg \max \Psi_{X_1 X_2}(\tau)$$

# Phase Transform (PHAT)

- Využívá váhování v zobecněné křížové korelaci funkcí

$$\phi_{\text{PH}}(f) = \frac{1}{|G_{X_1 X_2}(f)|}$$

$G_{X_1 X_2}(f)$  je výkonové spektrum křížové korelace

- Křížová korelace využívající PHAT:

$$\Psi_{X_1 X_2}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{|G_{X_1 X_2}(f)|} G_{X_1 X_2}(f) e^{j2\pi f \tau} df$$

- Zachovává fázi signálů, eliminuje energii signálu ze spektra křížové korelace



# Maximum Likelihood (ML)

- Využívá váhování v zobecněné křížové korelaci funkcí

$$\phi_{\text{ML}}(f) = \frac{1}{|G_{X_1X_2}(f)|} \cdot \frac{|\gamma_{X_1X_2}(f)|^2}{1 - |\gamma_{X_1X_2}(f)|^2}$$

$\gamma$  je míra koherence signálu mikrofonů

$$|\gamma_{X_1X_2}(f)|^2 = \frac{|G_{X_1X_2}(f)|^2}{G_{X_1X_1}(f)G_{X_2X_2}(f)}$$

$G_{X_1X_2}(f)$  – výkonové spektrum křížové korelace,  $G_{X_1X_1}(f)$ ,  $G_{X_2X_2}(f)$  – výkonová spektra autokorelace signálů přijímačů

# Akustické přijímače