# Nemes Tihamér Sillabusz

A Nemes Tihamér NITV Programozás kategória anyagának kivonata

## 1 Verzió és státusz

Ez egy nem hivatalos javaslat a 2020/2021. tanévi Nemes Tihamér NITV Programozás kategória második és harmadik fordulójában szereplő feladatok témaköreinek leírására.

Jelen verzió még szerkesztés alatt áll, nem teljes, és nem megosztásra szánt.

A Nemes Tihamér Sillabusz (továbbiakban NT Sillabusz) az IOI Syllabus mintájára készül, és jelenleg még fejlesztés alatt áll. Ha eléri célját, egy hivatalos dokumentum alakul ki belőle, amelynek aktuális verzióját a versenybizottság hagyja jóvá és teszi közzé minden évben. Az évek során a dokumentum változhat, fejlődhet.

# 2 Szerzők és elérhetőségeik

Szívesen fogadunk bármilyen visszajelzést és javaslatot a sillabusszal kapcsolatban a jelenlegi szerkesztő e-mail címére küldve (laszlo.nikhazy@gmail.com).

Azok számára, akik szeretnének hozzájárulni a dokumentum fejlesztéséhez, vagy hozzászólni, javaslatokat tenni a tartalmához, az NT Sillabusz GitHub repository-jában találhatók információk. Minden javaslatot, hozzászólást és segítséget szívesen fogadunk. https://github.com/niklaci/NT-Syllabus.

## 3 Bevezetés

Az NT Sillabusz az IOI Syllabus-hoz képest erősen rövidített, az áttekinthetőség kedvéért. A konkrét tárgyi ismereteket és módszereket soroljuk fel, míg

a készségekről (például hibakeresés) és eszközök használatáról (például fejlesztőkörnyezet) nem teszünk említést.

Ez a dokumentum kifejezetten a 2. és 3. forduló (gépes) feladatairól szól. Az első fordulóban szélesebb körből fordulhatnak elő feladatok, mert ott elvárt egy-egy (esetleg ismeretlen) számítástechnikai témakör alapszintű megértése a feladatleírás alapján.

A Sillabusz az alábbi célokat szolgálja.

- It specifies a small set of required prerequisite knowledge. Below, this is given in the category "Included, unlimited" and to some extent also in "Included, to be defined".
- It serves as a set of guidelines that help decide whether a task is suitable for the International Olympiad in Informatics (IOI). Based on this document, the International Scientific Committee (ISC) evaluates the task proposals when selecting the competition tasks.
- As a consequence of the previous item, another purpose of the Syllabus is to help the organizers of national olympiads prepare their students for the IOI.

The Syllabus aims to achieve these goals by providing a classification of topics and concepts from mathematics and computer science. More precisely, this Syllabus classifies each topic into one of six categories. Ordered by topic suitability, these are:

- ✓ Included, unlimited
- ✓ Included, to be defined
- ✓ Included, not for task description
- ? Outside of focus
- **X2** Excluded, but open to discussion
- X Explicitly excluded

In the next section we explain the scope of each category.

## 4 Categories

This Syllabus classifies a selection of topics into six different categories. Obviously, such a set of topics can never be exhaustive. Instead, the list given in this Syllabus should serve as examples that map out the boundary. Topics not explicitly mentioned in the Syllabus should be classified as follows:

- Anything that is a prerequisite of an Included topic is also Included.
- Anything that is an extension of an Excluded topic or similar to an Excluded topic is also Excluded.
- Anything else that is not mentioned in the Syllabus is considered Outside of focus.

Note that issues related to the usage of suitable terminology and notations in competition tasks are beyond the scope of this document.<sup>1</sup>

If there is a particular topic for which you are not sure how it should be classified, we invite you to submit a clarification request to the current Syllabus maintainer.

Here are the definitions of the six possible classifications:

#### ✓ Included, unlimited

Topics in this category are considered to be prerequisite knowledge. Contestants are expected to know them. These topics can appear in task descriptions without further clarification.

Example: Integer in §6.1

#### ✓ Included, to be defined

Contestants should know this topic, but when it appears in a task description, the statement should contain a sufficient definition. This category is usually applied in situations where a general concept that would be  $\checkmark$  has many different "flavors" and a formal definition is needed to distinguish among those.

Example: Directed graph in §6.2 DS2

## ✓ Included, not for task description

Topics that belong to this category should not appear in tasks descriptions. However, developing solutions and understanding model solutions may require the knowledge of these topics.

Example: Asymptotic analysis of upper complexity bounds in §5.2 AL1

Note: This is the main category that should be of interest when preparing contestants for the IOI. It should be noted that this set of topics contains a wide range of difficulties, starting from simple concepts and ending with topics that can appear in problems that aim to distinguish

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>See T. Verhoeff: Concepts, Terminology, and Notations for IOI Competition Tasks, http://scienceolympiads.org/ioi/sc/documents/terminology.pdf

among the gold medallists. It is **not** expected that all contestants should know everything listed in this category.

#### ? Outside of focus

Any topic that is not explicitly addressed by the Syllabus should be considered to belong to this category.

Contestants are not expected to have knowledge of these topics. Most competition tasks will not be related to any topics from this category.

However, this does not prevent the inclusion of a competition task that is related to a particular topic from this category. The ISC may wish to include such a competition task in order to broaden the scope of the IOI.

If such a task is considered for the IOI, the ISC will make sure that the task can reasonably be solved without prior knowledge of the particular topic, and that the task can be stated in terms of  $\checkmark$  and  $\checkmark$  are concepts in a precise, concise, and clear way.

Examples of such tasks being used at recent IOIs include:

- Languages (a.k.a. Wikipedia) from IOI 2010 in Canada
- Odometer (a.k.a. robot with pebbles) from IOI 2012 in Italy
- Art class from IOI 2013 in Australia.

#### X Explicitly excluded

Some of the harder algorithmic topics are explicitly marked as excluded. It is guaranteed that there will not be a competition task that requires the contestants to know these areas.

Furthermore, the tasks will be set with the goal that knowledge of Excluded topics should not help in obtaining simpler solutions / solutions worth more points.

This category contains topics whose inclusion will result in problems that are unaccessible to a significant portion of IOI participants. This includes but is not limited to hard textbook algorithms and advanced areas in mathematics.

Still, note that the Syllabus must not be interpreted to restrict in any way the techniques that contestants are allowed to apply in solving the competition tasks.

Examples: Calculus in §6.3

#### **XQ** Excluded, but open to discussion

As the Syllabus is a living document, there can be cases when we consider bringing in some of the Excluded topics. Usually, the topics in question are natural extensions of Included topics, or ones where drawing an exact boundary is difficult. Should such topics appear, they will be temporarily classified as "Excluded, but open to discussion", and by doing so we encourage all members of the IOI community to give us feedback on these topics.

The rest of this document contains the classification of topics.

## 5 Számítástechnika, számítástudomány

## 5.1 Progamozási Alapok (PA)

## PA1. Alapvető programozási eszközök

NT1	NT2	OKTV	Leírás
	1	,	Alapvető szintaxisa és szemantikája egy
	•	•	versenyen megengedett programozási nyelvnek
,	,	,	Változók, típusok, műveletek, kifejezések és
	•	•	értékadás
✓	✓	✓	Elágazások és ciklusok
✓	✓	✓	Függvények és paraméterátadás
,	,		Egyszerű beolvasás és kiírás (A standard in-
	<b>,</b>		put/output ismerete kell.)
XQ	XQ	ΧØ	Fájlba írás és olvasás

#### PA2. Alapvető adatszerkezetek

NT1	NT2	OKTV	Leírás
✓	✓	✓	Elemi adattípusok (logikai, egész, karakter)
✓	✓	✓	Tömbök
✓	✓	✓	Két vagy több dimenziós tömbök
✓	1	✓	Karekterláncok (string) és feldolgozásuk

NT1	NT2	OKTV	Leírás
<b>✓È</b>	<b>√</b> 🖺	<b>√B</b>	Valós számok használata egyszerű és numeriku-
		<b>V</b>	san stabil számításokra
<b>✓È</b>	<b>√</b> 🖺	<b>√</b> 🖺	A valós számok lebegőpontos reprezentációja,
V B	<b>✓ 目</b>	<b>✓</b> ■	pontossági hibák léte. <sup>2</sup>
XQ	<b>✓</b>	✓	Mutatók (pointer) és referenciák
Х	ΧØ	✓	Láncolt adatszerkezetek
XO	ΧØ	<b>✓L</b>	Törtszámok használata pontos számításokra
?	?	?	Adatok memóriaképe
?	?	?	Dinamikus memóriafoglalás
V	v	х х	Nemtriviális számítások lebegőpontos
^	<b>~</b>		számokon, pontossági hibák kiküszöbölése

## PA3. Rekurzió

NT1	NT2	OKTV	Leírás
✓	✓	✓	A rekurzió fogalma
<b>√L</b>	✓	✓	Rekurzív matematikai függvények
1	<b>√</b>	1	Egyszerű rekurzív függvények (több függvény kölcsönös rekurziója is)
XQ	<b>√L</b>	<b>√L</b>	A visszalépéses keresés rekurzív változata
Х	XQ	✓	Oszd meg és uralkodj stratégia

# 5.2 Algoritmusok és komplexitásuk (AL)

## AL1. Algoritmusok elemzése alapszinten

NT1	NT2	OKTV	Leírás
<b>✓</b> ≣	<b>√</b> □	<b>✓</b> □	Algoritmus specifikáció, előfeltétel, utófeltétel, helyesség, invariánsok
<b>√È</b>	<b>/B</b>	<b>✓L</b>	Aszimptotikus felső becslés a komplexitásra (lehetőleg nem formálisan)

 $<sup>^2\</sup>mathrm{Amikor}$ csak lehetséges, a lebegőpontos számítások teljes elkerülése az előnyösebb megoldás.

NT1	NT2	OKTV	Leírás
Х	<b>√B</b>	<b>✓</b>	$\mathcal{O}$ (ordó) jelölés a komplexitásra
<b>✓È</b>	<b>✓È</b>	<b>✓È</b>	Szokásos nagyságrendi osztályok: konstans, logaritmikus, lineáris, $\mathcal{O}(n\log n)$ , négyzetes, köbös, exponenciális stb.
<b>✓È</b>	<b>√È</b>	<b>✓È</b>	Algoritmusok idő- és tárigényének opti- malizálása
Х	<b>√B</b>	<b>✓È</b>	Amortizált komplexitás elemzése
<b>✓È</b>	<b>√à</b>	<b>√L</b>	Hatékonyság mérése empirikusan
?	?	?	kis ordó, nagy omega és theta jelölések
?	?	?	Paraméterek hangolása a futási idő vagy memória csökkentése érdekében.
Х	Х	Х	Átlagos komplexitásra aszimptotikus becslések
Х	×	×	Rekurziós összefüggések használata komplexitás elemzéskor

# AL2. Algoritmikus stratégiák

NT1	NT2	OKTV	Leírás
<b>✓🖺</b>	<b>✓È</b>	<b>✓L</b>	Egyszerű ciklustervezéses stratégiák
<b>✓È</b>		<b>✓È</b>	Kimerítő keresés (brute force)
<b>✓È</b>		<b>✓</b>	Mohó algoritmusok
<b>✓È</b>		<b>✓</b>	Dinamikus programozás
<b>✓È</b>		<b>✓</b>	Rekurzív kiszámítás
<b>✓È</b>		<b>✓</b>	Két mutató (2 pointers) technika
ΧØ		<b>✓</b>	Bináris keresés szélsőérték meghatározására
XQ	<b>✓</b> 🖺	<b>✓È</b>	Visszalépéses keresés (backtrack, rekurzív és
	^ <del>U</del>	V E	nem rekurzív is)
Х		<b>✓È</b>	Elágazás és korlátozás
X		<b>✓L</b>	Oszd meg és uralkodj elv
?	?	?	Heurisztikák
?	?	?	Közelítő algoritmusok
?	?	?	Randomizált algoritmusok
Х	X	X	Klaszterező algoritmusok (pl. $k$ -means)
X	X	Х	Többváltozós függvények szélsőérték keresése
	,	<b>'</b>	numerikus módszerekkel

## AL3. Algoritmusok

NT1	NT2	OKTV	Leírás
			Egyszerű számelméleti algoritmusok:
	<b>√È</b>	<b>√L</b> i	számrendszer átváltás, Euklideszi algo-
<b>✓È</b>			ritmus (LNKO-ra), prímteszt $\mathcal{O}(\sqrt{n})$
			osztókereséssel, Eratosztenészi szita,
			prímfelbontés (osztókereséssel vagy szitával)
X	ΧØ	<b>✓È</b>	Gyors hatványozás (négyzetre emelésekkel)
X	ΧØ	<b>✓L</b>	Műveletek tetszőlegesen nagy egész számokkal
			(összeadás, kivonás, szorzás)
<b>✓B</b>	<b>∕</b> ₿	<b>✓È</b>	Egyszerű programozási tételek tömbökön: összegzés, megszámolás, keresés, mini-
<b>▼</b> ■	<b>✓</b> 🖪	<b>✓</b> ■	mum/maximum, kiválogatás
			Programozási tételek összeépítése, pl. feltételes
<b>✓È</b>	<b>✓🖺</b>	<b>✓È</b>	maximum
<b>✓È</b>	<b>✓🖺</b>	<b>✓È</b>	Rendezett sorozatok összefésülése, metszet, unió
			Egyszerű string algoritmusok (pl. minta
✓ <b>È</b>	✓ <b>È</b>	✓ <b>È</b>	keresése naiv módszerrel)
<b>✓L</b>	<b>✓B</b>	<b>✓È</b>	$\mathcal{O}(n^2)$ rendezések (buborék, leszámláló,
<b>▼</b> ■		<b>▼</b> ■	minimum-kiválasztásos)
			Gyorsrendezés (quicksort), NT1-ben a sort()
ΧØ	<b>✓🖺</b>	<b>✓È</b>	függvény használata elvárt, de az algoritmus is-
			merete nem
Х	<b>✓</b>	<b>✓È</b>	$\mathcal{O}(n \log n)$ rendezések (kupac, összefésüléses)
X	ΧØ	<b>✓È</b>	Lineáris idejű rendezések (láda/vödör rendezés,
			radix rendezés) <sup>3</sup>
ΧØ	<b>1</b>	<b>✓L</b>	Rekurzív fabejárás
X	<b>✓</b> ■	<b>✓ ✓ I I I I I I</b>	Rendezett fák bejárásai (pre, in- és post-order)
X	<b>✓</b> ■	<b>✓</b> ■	Szélességi és mélységi gráfbejárás
X	<b>✓ 目</b>	<b>✓ 目</b>	Összefüggő komponensek meghatározása  A mélységi feszítőfa alkalmazásai, például
X	<b>✓🖺</b>	<b>✓L</b>	A mélységi feszítőfa alkalmazásai, például topologikus sorrend
X	<b>✓</b> 🖹	✓🖹	Irányított körmentes gráf emeletekre bontása
	▼ 🗏	<b>▼</b> 🖃	manymon roundings gran emercience boundsa

 $<sup>^3{\</sup>rm A}$ gyakorlatban a futási időt lehetetlen megkülönböztetni a be<br/>épített rendezéstől, így csak kifejezetten erről szóló feladatnál kell.

NT1	NT2	OKTV	Leírás
Х	<b>√</b> 🖺	<b>√</b> 🖺	Euler-séta/körséta keresése
Х	<b>✓</b> ■	<b>✓</b> □	Legrövidebb utak súlyozott gráfokban (Dijkstra, Bellman-Ford, Floyd-Warshall)
X	<b>√</b> 🖺	<b>✓</b> ≣	Minimális feszítőfa keresése (Prim és Kruskal algoritmus)
×	ΧØ	<b>✓</b> ≣	Elvágó pontok, hídélek keresése, kétszeres (pont- ill. él-) összefüggőség
×	ΧØ	<b>✓</b> ≣	Irányított gráfok összefüggősége, erősen összefüggő komponensek
X	×	<b>✓</b> ■	Páros gráfban maximális párosítás keresése magyar módszerrel $(O(VE)$ időben)
<b>✓È</b>	<b>✓</b> ■	<b>✓</b>	Kombinatorikus játékok alapjai, nyerő és vesztő pozíciók
Х	<b>∕</b> ₿	<b>∕</b> ₿	Minimax algoritmus kétszemélyes játékok optimális stratégiájára
X	×	×	Hálózati folyamok, maximális folyam és minimális vágás keresése
X	×	×	Matroidok és hozzájuk kapcsolódó opti- malizálási problémák
Х	×	×	Lexikografikus szélességi bejárás, maximum adjacency search
Х	Х	ΧØ	Haladó string algoritmusok: KMP, Z-algoritmus

# AL4. Adatszerkezetek (összetett adatszerkezetek)

NT1	NT2	OKTV	Leírás
<b>✓È</b>	<b>√</b> □	✓	Verem és sor
<b>✓È</b>	<b>√</b> □	✓	Prefix összeg (kumulatív összeg)
XQ	<b>√</b> 🖺	1	Gráfreprezentációk: mátrix, szomszédsági lista, éllista
Х	<b>✓</b>	✓	Unió-holvan (DSU)
Х	<b>√</b> 🖺	<b>√</b> 🖺	Kupac és hasonló bináris fa reprezentációk
Х	<b>\</b>	✓	Prioritási sor használata (kupac ismerete nélkül)
Х	<b>/</b>	<b>✓È</b>	Beépített set és map használata

NT1	NT2	OKTV	Leírás
Х	х	XQ	Szegmensfa, Fenwick-fa, és hasonló statikusan kiegyensúlyozott bináris keresőfák
Х	х	Х	Kiegyensúlyozott bináris keresőfák (pl. AVL-fa, piros-fekete fa stb.) $^4$
×	×	XQ	LCA (legalacsonyabb közös ős fában) meghatározása $O(\log n)$ időben.
Х	XQ	<b>✓È</b>	Adatszerkezetek egymásba ágyazása (például halmazok halmaza).
Х	Х	<b>✓</b> ■	Szófa (trie)
Х	×	×	Összetett string adatszerkezetek (suffix arrays/tree, suffix automaton, Rabin-Karp hashing)
×	×	×	Perzisztens adatszerkezetek (például perzisztens szegmensfa)
Х	Х	Х	Heavy-light decomposition
Х	×	×	Dinamikusan változó fákhoz fejlett adatsz- erkezetek
Х	×	×	Bonyolult kupac-variációk (Fibonacci, binomiális)
Х	×	×	Hash-táblák implementálása, illetve használata <sup>5</sup>
Х	×	х	Két dimenziós fa alapú adatszerkezetek (pl. 2D Fenwick-fa)

## AL4. Distributed algorithms

This entire section is ?.

## AL5. Basic computability

All topics related to computability are  $\boldsymbol{\mathcal{X}}$ . This includes the following: Tractable and intractable problems; Uncomputable

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Ugyan nem kell ismerni ezeket az adatszerkezeteket, de az erre épülő sztenderd tárolók (set. man) használata szükséges lehet

<sup>(</sup>set, map) használata szükséges lehet.

<sup>5</sup>Természetesen lehet használni a beépített implementációkat, de nem lehet olyan feladat, ami enélkül nem oldható meg.

functions; The halting problem; Implications of uncomputability.

However, see AL7 for basic computational models.

## AL6. The complexity classes P and NP

Topics related to non-determinism, proofs of NP-hardness (reductions), and everything related is **X**.

Note that this section only covers the results usually contained in undergraduate and graduate courses on formal languages and computational complexity. The classification of these topics as  $\varkappa$  does not mean that an NP-hard problem cannot appear at an IOI.

## AL7. Automata and grammars

- ✓ Understanding a simple grammar in Backus-Naur form
- **?** Formal definition and properties of finite-state machines,
- ? Context-free grammars and related rewriting systems,
- **?** Regular expressions
- **X** Properties other than the fact that automata are graphs and that grammars have parse trees.

#### AL8. Advanced algorithmic analysis

- ✓ Amortized analysis.
- ? Online algorithms
- **?** Randomized algorithms
- X Alpha-beta pruning

## AL9. Cryptographic algorithms

This entire section is ?.

#### AL10. Geometric algorithms

In general, the ISC has a strong preference towards problems that can be solved using integer arithmetics to avoid precision issues. This may include representing some computed values as exact fractions, but extensive use of such fractions in calculations is discouraged.

Additionally, if a problem uses two-dimensional objects, the ISC prefers problems in which such objects are rectilinear.

- Representing points, vectors, lines, line segments.
- Checking for collinear points, parallel/orthogonal vectors and clockwise turns (for example, by using dot products and cross products).
- ✓ Intersection of two lines.
- Computing the area of a polygon from the coordinates of its vertices.
- Checking whether a (general/convex) polygon contains a point.
- ✓ Coordinate compression.
- $\mathcal{O}(n \log n)$  time algorithms for convex hull
- ✓ Sweeping line method
- **X** Point-line duality
- X Halfspace intersection, Voronoi diagrams, Delaunay triangulations.
- **X** Computing coordinates of circle intersections against lines and circles.
- X Linear programming in 3 or more dimensions and its geometric interpretations.
- X Center of mass of a 2D object.
- **X** Computing and representing the composition of geometric transformations if the knowledge of linear algebra gives an advantage.

## AL11. Parallel algorithms

This entire section is ?.

 $<sup>^6\</sup>mathrm{The}$  recommended way of doing so is to use cross products or an equivalent formula. TODO url

## 6 Mathematics

## 6.1 Arithmetics and Geometry

- ✓ Integers, operations (incl. exponentiation), comparison
- ✓ Basic properties of integers (sign, parity, divisibility)
- ✓ Basic modular arithmetic: addition, subtraction, multiplication
- ✓ Prime numbers
- ✓ Fractions, percentages
- ✓ Line, line segment, angle, triangle, rectangle, square, circle
- ✓ Point, vector, coordinates in the plane
- ✓ Polygon (vertex, side/edge, simple, convex, inside, area)
- ✓ Euclidean distances
- ✓ Pythagorean theorem
- **X2** Additional topics from number theory.
- **x** geometry in 3D or higher dimensional spaces
- x analyzing and increasing precision of floating-point computations
- **x** modular division and inverse elements
- **x** complex numbers,
- **x** general conics (parabolas, hyperbolas, ellipses)
- **x** trigonometric functions

## 6.2 Discrete Structures (DS)

### DS1. Functions, relations, and sets

- Functions (surjections, injections, inverses, composition)
- Relations (reflexivity, symmetry, transitivity, equivalence relations, total/linear order relations, lexicographic order)
- $\checkmark$  Sets (inclusion/exclusion, complements, Cartesian products, power sets)
- X Cardinality and countability (of infinite sets)

#### DS2. Basic logic

- ✓ First-order logic
- ✓ Logical connectives (incl. their basic properties)
- ✓ Truth tables
- ✓ Universal and existential quantification (Note: statements should avoid definitions with nested quantifiers whenever possible.)
- ✓ Modus ponens and modus tollens
- ? Normal forms
- Validity
- **X** Limitations of predicate logic

#### **DS3.** Proof techniques

- Notions of implication, converse, inverse, contrapositive, negation, and contradiction
- Direct proofs, proofs by: counterexample, contraposition, contradiction
- **✓ Mathematical induction**
- ✓ Strong induction (also known as complete induction)
- ✓ Recursive mathematical definitions (incl. mutually recursive definitions)

## **DS4.** Basics of counting

- ✓ Counting arguments (sum and product rule, arithmetic and geometric progressions, Fibonacci numbers)
- ✓ Permutations and combinations (basic definitions)
- ✓ Factorial function, binomial coefficients
- ✓ Inclusion-exclusion principle
- ✓ Pigeonhole principle
- Pascal's identity, Binomial theorem
- **X** Solving of recurrence relations
- Burnside lemma

#### DS5. Graphs and trees

- ✓ Trees and their basic properties, rooted trees
- ✓ Undirected graphs (degree, path, cycle, connectedness, Euler/Hamilton path/cycle, handshaking lemma)
- Directed graphs (in-degree, out-degree, directed path/cycle, Euler/Hamilton path/cycle)
- ✓ Spanning trees
- ✓ Traversal strategies
- ✓ 'Decorated' graphs with edge/node labels, weights, colors
- ✓ Multigraphs, graphs with self-loops
- **✓** Bipartite graphs
- **✓** Planar graphs
- X Hypergraphs
- X Specific graph classes such as perfect graphs
- **X** Structural parameters such as treewidth and expansion
- X Planarity testing
- **X** Finding separators for planar graphs

## DS6. Discrete probability

Applications where everything is finite (and thus arguments about probability can be easily turned into combinatorial arguments) are ?, everything more complicated is x.

### 6.3 Other Areas in Mathematics

- **X** Geometry in three or more dimensions.
- X Linear algebra, including (but not limited to):
  - Matrix multiplication, exponentiation, inversion, and Gaussian elimination
  - Fast Fourier transform
- X Calculus
- ✗ Theory of combinatorial games, e.g., NIM game, Sprague-Grundy theory
- **x** Statistics