

Nemes Tihamér Sillabusz

A Nemes Tihamér NITV Programozás kategória anyagának kivonata

1 Verzió és státusz

Ez egy nem hivatalos javaslat a 2020/2021. tanévi Nemes Tihamér NITV Programozás kategória második és harmadik fordulójában szereplő feladatok témaköreinek leírására.

Jelen verzió még szerkesztés alatt áll, nem teljes, és nem megosztásra szánt.

A Nemes Tihamér Sillabusz (továbbiakban NT Sillabusz) az IOI Syllabus mintájára készül, és jelenleg még fejlesztés alatt áll. Ha eléri célját, egy hivatalos dokumentum alakul ki belőle, amelynek aktuális verzióját a versenybizottság hagyja jóvá és teszi közzé minden évben. Az évek során a dokumentum változhat, fejlődhet.

2 Szerzők és elérhetőségeik

Szívesen fogadunk bármilyen visszajelzést és javaslatot a sillabusszal kapcsolatban a jelenlegi szerkesztő e-mail címére küldve (laszlo.nikhazy@gmail.com).

Azok számára, akik szeretnének hozzájárulni a dokumentum fejlesztéséhez, vagy hozzászólni, javaslatokat tenni a tartalmához, az NT Sillabusz GitHub repository-jában található információk. Minden javaslatot, hozzászólást és segítséget szívesen fogadunk. <https://github.com/niklaci/NT-Syllabus>.

3 Bevezetés

Az NT Sillabusz az IOI Syllabus-hoz képest erősen rövidített, az áttekinthetőség kedvéért. A konkrét tárgyi ismereteket és módszereket soroljuk fel, míg

a készségekről (például hibakeresés) és eszközök használatáról (például fejlesztőkörnyezet) nem teszünk említést.

Ez a dokumentum kifejezetten a 2. és 3. forduló (gépes) feladatairól szól. Az első fordulóban szélesebb körből fordulhatnak elő feladatok, mert ott elvárt egy-egy (esetleg ismeretlen) számítástechnikai témakör alapszintű megértése a feladatleírás alapján.

A Sillabusz az alábbi célokat szolgálja.

- Meghatározza a versenyre szükséges előzetes tudást.
- Segít a versenyzők felkészülésében, a tanároknak a felkészítés tervezésében.
- A feladat kitűzőknek támpontot ad, hogy egy-egy feladat melyik kategóriában lehet.

A fenti célok elérése érdekében az NT Sillabuszban megtalálható minden olyan téma (algoritmusok, adatszerkezetek, módszerek, nyelvi eszközök), amely egyáltalán szóba jöhet a versenyen, és ezeket kategóriákba soroljuk. A kategóriák tükrözik azt, hogy milyen módon fordulhat elő egy témakör. Az IOI Sillabusz-nak kategóriákat alkalmazunk, az alábbiakban felsoroljuk, majd bővebben magyarázzuk őket. A verseny három korcsoportjában különböző kategóriába sorolhatók a témakörök.

- ✓ Lehet, megkötések nélkül
- ✓📄 Lehet, de magyarázandó
- ✓📄 Lehet, de a feladatleírásban nem
- ? Hatáskörön kívüli
- ✗🔒 Nem lehet, de nyitott a megvitatásra
- ✗ Kizárt

4 Kategóriák

This Syllabus classifies a selection of topics into six different categories. Obviously, such a set of topics can never be exhaustive. Instead, the list given in this Syllabus should serve as examples that map out the boundary. Topics not explicitly mentioned in the Syllabus should be classified as follows:

- Anything that is a prerequisite of an Included topic is also Included.
- Anything that is an extension of an Excluded topic or similar to an Excluded topic is also Excluded.

- Anything else that is not mentioned in the Syllabus is considered Outside of focus.

If there is a particular topic for which you are not sure how it should be classified, we invite you to submit a clarification request to the current Syllabus maintainer.

A hat lehetséges besorolás:

✓ **Lehet, megkötések nélkül**

Ebben a kategóriában lévő témakörök előzetes tudásnak tekintendők. A versenyzőktől elvárt az ismeretük. A feladateleírásban magyarázat nélkül előfordulhatnak.

Példa: *Egész típus* §5.1 PA1

✓📖 **Lehet, de magyarázandó**

A versenyzőknek ismerniük kell ezt a témakört, de amikor feladateleírásban szerepel, akkor definiálni kell. Általában akkor használjuk ezt a besorolást, ha egy ✓ témát többféleképpen is lehet értelmezni.

Példa: *Feszítőfa* §6.3 DS5

✓📖 **Lehet, de a feladateleírásban nem**

Olyan témakörök sorolhatók ide, amelyeknek ismeretére a versenyzőknek a feladatmegoldás során van szüksége. Tehát a feladat szövegében nem szerepelhetnek.

Példa: *Aszimptotikus felső becslés a komplexitásra* in §5.2 AL1

Ez egy központi téma a verseny kapcsán, hiszen egy helyes program az algoritmus komplexitása alapján kap pontot. Mégsem fordulhat elő a feladateleírásban a komplexitás fogalma, a precíz definíció ismerete nem is elvárt.

It should be noted that this set of topics contains a wide range of difficulties, starting from simple concepts and ending with topics that can appear in problems that aim to distinguish among the gold medallists. It is **not** expected that all contestants should know everything listed in this category.

? **Hatáskörön kívül**

Bármilyen téma, amit nem említ a Sillabusz, ebbe a kategóriába esik. A versenyzőktől nem elvárt, hogy ismerjék ezeket. A legtöbb versenyfeladat nem kapcsolódik ilyen témakörökhöz. De ez nem zárja ki, hogy

a versenyen legyen olyan feladat, ami ilyen témakörhöz kapcsolódik. A versenybizottság kitűzhet ilyen feladatot a verseny színesítése érdekében, de ebben az esetben is megoldhatónak kell lennie a fenti kategóriákba eső ismeretekkel.

✗ Nem lehet, de nyitott a megvitatásra

A Sillabusz az évek során változik, fejlődik a versennyel együtt, így lehetőség adódik arra, hogy egy (valamely korcsoportban) kizárt téma később bekerüljön a verseny anyagába. Általában ezek a témakörök kapcsolódnak megengedett témakörökhöz, és nehéz határt szabni. Ebben az esetben a megvitatásra nyitott kategóriába kerülnek ezek a témakörök, ezzel is biztatva a szakmai közösséget a visszajelzésre a kérdést illetően. Ha bekerül az idők során egy témakör, akkor a kizárt kategóriából először ebbe kell kerülnie.

Példa: *Szegmensfa* §5.2 A14

✗ Kizárt

Ebbe a kategóriákba főként nehéz algoritmikus módszerek, bonyolult matematikai fogalmak tartoznak. Garantált, hogy nem lesz olyan feladat a versenyen, amelynek megoldásához elengedhetetlen egy ilyen témakör ismerete. Szintén kívánatos, hogy ezeknek a témáknak az ismerete ne nyújtson utat egyszerűbb, vagy több pontot érő megoldáshoz. Ugyanakkor előfordulhat, hogy egy feladat témaköre kapcsolódik egy ilyen témához, de ennek ismerete nem segít lényegesen a megoldásban.

Példa: *Heavy-light decomposition* §5.2 AL4

A dokumentum további része a témaköröket és azok korcsoportonkénti besorolását tartalmazza.

5 Számítástechnika, számítástudomány

5.1 Programozási Alapok (PA)

PA1. Alapvető programozási eszközök

NT1	NT2	OKTV	Leírás
✓	✓	✓	Alapvető szintaxisa és szemantikája egy versenyen megengedett programozási nyelvnek

NT1	NT2	OKTV	Leírás
✓	✓	✓	Változók, típusok, műveletek, kifejezések és értékadás
✓	✓	✓	Elágazások és ciklusok
✓	✓	✓	Függvények és paraméterátadás
✓	✓	✓	Egyszerű beolvasás és kiírás (A standard input/output ismerete kell.)
✗?	✗?	✗?	Fájlba írás és olvasás

PA2. Alapvető adatszerkezetek

NT1	NT2	OKTV	Leírás
✓	✓	✓	Elemi adattípusok (logikai, egész, karakter)
✓	✓	✓	Tömbök
✓	✓	✓	Két vagy több dimenziós tömbök
✓	✓	✓	Karakterláncok (string) és feldolgozásuk
✓	✓	✓	Valós számok használata egyszerű és numerikusan stabil számításokra
✓	✓	✓	A valós számok lebegőpontos reprezentációja, pontossági hibák léte. ¹
✗?	✓	✓	Mutatók (pointer) és referenciák
✗	✗?	✓	Láncolt adatszerkezetek
✗?	✗?	✓	Törtszámok használata pontos számításokra
?	?	?	Adatok memóriaképe
?	?	?	Dinamikus memórafoglalás
✗	✗	✗	Nemtriviális számítások lebegőpontos számokon, pontossági hibák kiküszöbölése

PA3. Rekurzió

NT1	NT2	OKTV	Leírás
✓	✓	✓	A rekurzió fogalma

¹Amikor csak lehetséges, a lebegőpontos számítások teljes elkerülése az előnyösebb megoldás.

NT1	NT2	OKTV	Leírás
✓	✓	✓	Rekurzív matematikai függvények
✓	✓	✓	Egyszerű rekurzív függvények (több függvény kölcsönös rekurziója is)
✗	✓	✓	A visszalépéses keresés rekurzív változata
✗	✗	✓	Oszd meg és uralkodj stratégia

5.2 Algoritmusok és komplexitásuk (AL)

AL1. Algoritmusok elemzése alapszinten

NT1	NT2	OKTV	Leírás
✓	✓	✓	Algoritmus specifikáció, előfeltétel, utófeltétel, helyesség, invariánsok
✓	✓	✓	Aszimptotikus felső becslés a komplexitásra (lehetőleg nem formálisan)
✗	✓	✓	\mathcal{O} (ordó) jelölés a komplexitásra
✓	✓	✓	Szokásos nagyságrendi osztályok: konstans, logaritmus, lineáris, $\mathcal{O}(n \log n)$, négyzetes, köbös, exponenciális stb.
✓	✓	✓	Algoritmusok idő- és tárigényének optimalizálása
✗	✓	✓	Amortizált komplexitás elemzése
✓	✓	✓	Hatékonyság mérése empirikusan
?	?	?	kis ordó, nagy omega és theta jelölések
?	?	?	Paraméterek hangolása a futási idő vagy memória csökkentése érdekében.
✗	✗	✗	Átlagos komplexitásra aszimptotikus becslések
✗	✗	✗	Rekurziós összefüggések használata komplexitás elemzéskor

AL2. Algoritmikus stratégiák

NT1	NT2	OKTV	Leírás
✓	✓	✓	Egyszerű ciklustervezéses stratégiák
✓	✓	✓	Kimerítő keresés (brute force)
✓	✓	✓	Mohó algoritmusok
✓	✓	✓	Dinamikus programozás
✓	✓	✓	Rekurzív kiszámítás
✓	✓	✓	Két mutató (2 pointers) technika
✗	✓	✓	Bináris keresés szélsőérték meghatározására
✗	✓	✓	Visszalépéses keresés (backtrack, rekurzív és nem rekurzív is)
✗	✓	✓	Elágazás és korlátozás
✗	✓	✓	Oszd meg és uralkodj elv
?	?	?	Heurisztikák
?	?	?	Közelítő algoritmusok
?	?	?	Randomizált algoritmusok
✗	✗	✗	Klaszterező algoritmusok (pl. k -means)
✗	✗	✗	Többváltozós függvények szélsőérték keresése numerikus módszerekkel

AL3. Algoritmusok

NT1	NT2	OKTV	Leírás
✓	✓	✓	Egyszerű számelméleti algoritmusok: számrendszer átváltás, Euklideszi algoritmus (LNKO-ra), prímteszt $\mathcal{O}(\sqrt{n})$ osztókereséssel, Eratoszthenészi szita, prímfelbontás (osztókereséssel vagy szitával)
✗	✗	✓	Gyors hatványozás (négyzetre emelésekkel)
✗	✗	✓	Műveletek tetszőlegesen nagy egész számokkal (összeadás, kivonás, szorzás)
✓	✓	✓	Egyszerű programozási tételek tömbökön: összegzés, megszámlálás, keresés, minimum/maximum, kiválogatás
✓	✓	✓	Programozási tételek összeépítése, pl. feltételes maximum
✓	✓	✓	Rendezett sorozatok összefésülése, metszet, unió

NT1	NT2	OKTV	Leírás
✓	✓	✓	Egyszerű string algoritmusok (pl. minta keresése naiv módszerrel)
✓	✓	✓	$\mathcal{O}(n^2)$ rendezések (buborék, leszámláló, minimum-kiválasztásos)
✗	✓	✓	Gyorsrendezés (quicksort), <i>NT1-ben a sort() függvény használata elvárt, de az algoritmus ismerete nem</i>
✗	✓	✓	$\mathcal{O}(n \log n)$ rendezések (kupac, összefésüléses)
✗	✗	✓	Lineáris idejű rendezések (láda/vödör rendezés, radix rendezés) ²
✗	✓	✓	Rekurzív fabejárás
✗	✓	✓	Rendezett fák bejárásai (pre, in- és post-order)
✗	✓	✓	Szélességi és mélységi gráfbejárás
✗	✓	✓	Összefüggő komponensek meghatározása
✗	✓	✓	A mélységi feszítőfa alkalmazásai, például topologikus sorrend
✗	✓	✓	Írányított körmentes gráf emeletekre bontása
✗	✓	✓	Euler-séta/körséta keresése
✗	✓	✓	Legrövidebb utak súlyozott gráfokban (Dijkstra, Bellman-Ford, Floyd-Warshall)
✗	✓	✓	Minimális feszítőfa keresése (Prim és Kruskal algoritmus)
✗	✗	✓	Elvágó pontok, hídlek keresése, kétszeres (pont- ill. él-) összefüggőség
✗	✗	✓	Írányított gráfok összefüggősége, erősen összefüggő komponensek
✗	✗	✓	Páros gráfban maximális párosítás keresése magyar módszerrel ($\mathcal{O}(VE)$ időben)
✓	✓	✓	Kombinatorikus játékok alapjai, nyerő és vesztes pozíciók
✗	✓	✓	Minimax algoritmus kétszemélyes játékok optimális stratégiájára
✗	✗	✗	Alfa-béta vágás
✗	✗	✗	Hálózati folyamatok, maximális folyam és minimális vágás keresése

²A gyakorlatban a futási időt lehetetlen megkülönböztetni a beépített rendezéstől, így csak kifejezetten erről szóló feladatnál kell.

NT1	NT2	OKTV	Leírás
\times	\times	\times	Matroidok és hozzájuk kapcsolódó optimalizálási problémák
\times	\times	\times	Lexikografikus szélességi bejárás, maximum adjacency search
\times	\times	\times ?	Haladó string algoritmusok: KMP, Z-algoritmus

AL4. Adatszerkezetek (összetett adatszerkezetek)

NT1	NT2	OKTV	Leírás
✓	✓	✓	Verem és sor
✓	✓	✓	Prefix összeg (kumulatív összeg)
✓	✓	✓	Számláló tömb, hisztogram
\times ?	✓	✓	Gráfrepresentációk: mátrix, szomszédsági lista, éllista
\times	✓	✓	Unió-holvan (DSU)
\times	✓	✓	Kupac és hasonló bináris fa reprezentációk
\times	✓	✓	Prioritási sor használata (kupac ismerete nélkül)
\times	✓	✓	Beépített set és map használata
\times	\times	\times ?	Szegmensfa, Fenwick-fa, és hasonló statikusan kiegyensúlyozott bináris keresőfák
\times	\times	\times	Kiegyensúlyozott bináris keresőfák (pl. AVL-fa, piros-fekete fa stb.) ³
\times	\times	\times ?	LCA (legalacsonyabb közös ős fában) meghatározása $O(\log n)$ időben.
\times	\times ?	✓	Adatszerkezetek egymásba ágyazása (például halmazok halmaza).
\times	\times	✓	Szófa (trie)
\times	\times	\times	Összetett string adatszerkezetek (suffix arrays/tree, suffix automaton, Rabin-Karp hashing)
\times	\times	\times	Perzisztens adatszerkezetek (például perzisztens szegmensfa)
\times	\times	\times	Heavy-light decomposition

³Ugyan nem kell ismerni ezeket az adatszerkezeteket, de az erre épülő sztenderd tárolók (set, map) használata szükséges lehet.

NT1	NT2	OKTV	Leírás
x	x	x	Dinamikusan változó fákhoz fejlett adatszerkezetek
x	x	x	Bonyolult kupac-variációk (Fibonacci, binomiális)
x	x	x	Hash-táblák implementálása, illetve használata ⁴
x	x	x	Két dimenziós fa alapú adatszerkezetek (pl. 2D Fenwick-fa)

AL5. Geometriai algoritmusok

A versenybizottság álláspontja, hogy olyan problémák szerepeljenek a versenyen, amelyek egész számokkal való számításokkal megoldhatók. Lebegőpontos számításokat igénylő feladatok bevonása a versenyre meggondolandó a jövőben, ha szakmailag indokolt.

NT1	NT2	OKTV	Leírás
x	x ?	✓	Pontok, szakaszok, egyenesek és vektorok reprezentálása
x	x ?	✓	Forgásirány meghatározása, párhuzamos és merőleges vektorok, egy egyenesen lévő pontok
x	x ?	✓	Pontok távolságának, vektorok hosszának összehasonlítása (távolságnégyzet, gyökvonás nélkül)
x	x ?	✓	Szakaszok metszéspontja
x	x ?	✓	Egy konvex/konkáv sokszögön belül vagy kívül van-e egy pont
x	x	x ?	Sokszög területe a csúcsok koordinátái alapján
x	x	✓ ?	Koordináta tömörítés
x	x	✓ ?	Sarokponthoz képesti polárszög szerinti rendezés
x	x	✓ ?	Söprés, söprő egyenes módszer
x	x	✓ ?	Konvex burok meghatározása $\mathcal{O}(n \log n)$ algoritmussal

⁴Természetesen lehet használni a beépített implementációkat, de nem lehet olyan feladat, ami enélkül nem oldható meg.

NT1	NT2	OKTV	Leírás
X	X	X	Kör metszéspontja egyenessel illetve körrel
X	X	X	Síkbeli alakzat súlypontjának kiszámítása
X	X	X	Geometriai transzformációk lineáris algebrai reprezentációja
X	X	X	Lineáris programozás és geometriai interpretációja

AL6. Egyéb algoritmuselméleti területek

NT1	NT2	OKTV	Leírás
X	X	X❗	Online algoritmusok
?	?	?	Randomizált algoritmusok
X	X	X❗	Automaták és nyelvtanok, reguláris kifejezések
?	?	?	Megállási probléma, nem kiszámítható függvények
?	?	?	P és NP komplexitási osztályok
?	?	?	Elosztott algoritmusok
?	?	?	Kriptográfiai algoritmusok, titkosítás

6 Matematika

6.1 Aritmetika és geometria

NT1	NT2	OKTV	Leírás
✓	✓	✓	Egész számok, alpműveletek (hatványozás is), összehasonlítás
✓	✓	✓	Egész számok alapvető tulajdonságai: előjel, paritás, oszthatóság
✓	✓	✓	Törtek, százalékok
✓	✓	✓	Számrendszerek, mértékegység átváltások (naptár ismerete)
✓☞	✓☞	✓☞	Számtani és mértani sorozatok

NT1	NT2	OKTV	Leírás
✓	✓	✓	Alapvető geometriai fogalmak: egyenes, szakasz, szög, sokszög, háromszög, téglalap, négyzet, kör
x	x❗	✓	Pont, vektor, síkbeli koordináták
x	x❗	✓	Sokszögekkel kapcsolatos fogalmak: csúcs, oldal, konvex/konkáv, terület, tartalmazás
x	✓📄	✓📄	Euklideszi távolság
x	✓📄	✓📄	Pitagorasz-tétel
x	x	x	Geometria 3D (vagy több dimenziós) térben
x	x	x	Lebegőpontos számítások pontosságának elemzése és javítása
x	x	x	Komplex számok
x	x	x	Kúpszeletek (parabola, hiperbola, ellipszis)
x	x	x❗	Trigonometriai függvények

6.2 Számelmélet

NT1	NT2	OKTV	Leírás
✓	✓	✓	Osztó-többszörös viszony
✓	✓	✓	Műveletek maradékokkal
✓📄	✓	✓	Prímszámok
x❗	✓📄	✓📄	Prímtényezős felbontás
✓	✓	✓	Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös
x	x	x❗	Modulo inverz
x	x❗	x❗	További számelméleti témák

6.3 Véges matematika

VM1. Halmazok, relációk és függvények

NT1	NT2	OKTV	Leírás
x	✓	✓	Függvények tulajdonságai (kompozíció, kölcsönös egyértelműség, szürjekció, injekció, inverz)
x	✓	✓	Relációk tulajdonságai (szimmetrikus, tranzitív, reflexív, ekvivalenciareláció)
✓	✓	✓	Rendezési reláció, lexikografikus sorrend
✓	✓	✓	Halmazok: eleme, részhalmaz, unió, metszet
x	✓	✓	Halmazok: komplementer, Descartes-szorzat, hatványhalmaz
x	x	x	Végtelen halmazok számossága

VM2. Matematikai logika

NT1	NT2	OKTV	Leírás
✓	✓	✓	Logikai műveletek és tulajdonságaik (nem, és, vagy, ha-akkor)
✓	✓	✓	Igazságtáblák
✓	✓	✓	Minden és létezik (a kvantorral való jelölés elkerülendő)
x	✓	✓	Elsőrendű logika, modus ponens
x	x	x❗	Normál formák
x	x	x	A predikátumlogika limitációi

VM3. Bizonyítási módszerek

NT1	NT2	OKTV	Leírás
✓	✓	✓	Indoklás ellenpéldával
✓	✓	✓	Indirekt bizonyítás
x	x❗	✓	Implikáció fogalma, ekvivalens formája, tagadása
x	✓	✓	Matematikai indukció, teljes indukció
✓	✓	✓	Rekurzív összefüggések

VM4. Kombinatorika: leszámítások

NT1	NT2	OKTV	Leírás
✓	✓	✓	Szorzási szabály (független választások) és összeadási szabály (egymást kizáró választások) leszámításokban
✓	✓	✓	Számtani és mértani sorozatos növekedés
✓	✓	✓	Fibonacci-típusú és egyéb rekurzív sorozatok
✓	✓	✓	Permutációk, kombinációk és variációk
✓	✓	✓	Logikai szita (sok halmazra csak OKTV-ben)
✓	✓	✓	Skatulyaelv
✗	✓	✓	Pascal-háromszög, binomiális tétel
✓	✓	✓	Módszerek lexikografikusan következő/előző és N-edik elem előállítására
✗	✗	✗	Rekurzív formulák explicit alakra hozása
✗	✗	✗	Burnside-lemma

VM5. Gráfelmélet

Az NT1 korcsoportban implicit szerepelhetnek a gráfok egy-egy feladatban, de nem szükséges hozzá a fogalmak ismerete, illetve alapelv, hogy ez ne okozzon lényeges előnyt.

NT1	NT2	OKTV	Leírás
✓	✓	✓	Fa gráfok és tulajdonságaik, gyökeres fa
✓	✓	✓	Írányítatlan gráf és hozzá kapcsolódó fogalmak: út, kör, fokszám, összefüggőség, komponens
✗	✓	✓	Euler- és Hamilton-út/kör irányítatlan és irányított gráfban is
✓	✓	✓	Írányított gráf és hozzá kapcsolódó fogalmak: irányított út és kör, be- és kifok
✗	✓	✓	Súlyozott, illetve színezett gráfok
✓	✓	✓	Párhuzamos- és hurokélek
✗	✓	✓	Feszítőfa, minimális feszítőfa

NT1	NT2	OKTV	Leírás
✗	✓📄	✓📄	Gráfbejárási stratégiák
✗	✗🔍	✓📄	Többszörös összefüggőség, elvágó pontok, hídélek
✗	✓📄	✓📄	Páros gráf
✗	✗🔍	✓📄	Erősen összefüggőség (irányított gráf)
✗	✓📄	✓📄	Síkbarajzolható gráf (lehet olyan feladat, amiben ez a feltétel teljesül a gráfra)
✗	✗	✗	Síkbarajzolhatóság eldöntése, Kuratowski-tétel
✗	✗	✗	Hipergráfok
✗	✗	✗	Speciális gráf osztályok, mint például perfekt gráfok
✗	✗	✗🔍	Hálózati folyamatok

DS6. Discrete probability

Applications where everything is finite (and thus arguments about probability can be easily turned into combinatorial arguments) are **?**, everything more complicated is **✗**.

6.4 Other Areas in Mathematics

- ✗ Geometry in three or more dimensions.
- ✗ Linear algebra, including (but not limited to):
 - Matrix multiplication, exponentiation, inversion, and Gaussian elimination
 - Fast Fourier transform
- ✗ Calculus
- ✗ Theory of combinatorial games, e.g., NIM game, Sprague-Grundy theory
- ✗ Statistics