```
1. 时间序列记忆
                                                                                                                                                                                                                                               ore period simple return: Rt = Pt-Pt-1
            , PE机序列:按时间顺序排列的-纽性机变更 Ki Ki ... Xi
                                                                                                                                                                                                年绝时间店对 AMA 模型起义
                                                                                           3. 干仑附阳序列分析
- 个实现 ( / 观新值序列: 控机序列的n个有序观系值 x, x2 ... x.
                                                                                            方法位2具:差分包新 P<sup>P</sup>Nt:P<sup>M</sup>Nt-□<sup>P</sup>Nt-1 (Nt的p有品) // □kn:Nt-Nt-k (Nt的k多品)
                                                                                                                                                                                                ARMA (p, &)
                                                                                                     multiperied simple vetuen: Annualized | RE[k] | \approx \frac{1}{k} \sum_{i=0}^{k-1} R_{i-i}
                                                                                                                                                                                                ( Nt = Po + Pixt1 + - + ppxtp + 2t - 0,2t-1 - ... - De 2t-q
                           时间亨引是一盆 控机变量 Kit)在一系列时到 t, ts.. ts上的一次解床实现 xt. .. Xtm.
                                                                                                      33位基分方程。
                                                                                                                                                                                                pp $0, 80 $0
                                                                                                                                                                                                                                               continuously compounded tetron: 1/2= /nc/+ Rt)
                                                                                             Anto Regression Model (AR)
                                                                                                                                                                                                Z(2t)=0, Var(2t)=021, Z(22s)=0, s+t
                                                                                            Mocing Average Model (MA)
                                                                                                                                                                                                                                                                     A[k] = 1+ 1++++++
                                                                                                                                                                                                Ersit=0, Vset
                                                                                                                                                                                                $ $=0, 8 $0 00 ARMA(p, g)
                                                                                                                                                                                                                                                portfolio return rest a 5 wirit
                                                                                            Anto Regiesion Moving Anome Moder · CARMA)
           一元时间序列 / 多元时间序列
                                                                                                                                                                                                                                                dividend payment rt= h(Pt+DE) - h(Pt-1)
                                                                                                                                                                                                $ P=0, ARM(P, &) BOSMA(2).
            离散位时间序列/连续时间序列
                                                                                                                                                                                                                                               · distributional proporties of returns.
                                                                                            AF(P): 19t= Po + P, 9t-1+ -- + Pp 7t-p + Et,
                                                                                                                                                                                                当智=0, AAMA(P,E)里化为AR(P).
           ,干德有列/非平衡序列 ←无法基于历史预测未来
                                                                                                                                                                                                                                                joht distribution 7x, y (x, y; 0) = \int fx, y (w, z; 0) dedw
                                                                                                   | φt≠0 被避免高价产的。
                                                                                                                                                                                                ARMA(p,分平常证由其自用国部分积cp) 枚起,
              T面时刻相关的特彻电,可生于历史预测林
                                                                                                   Z(\ell_{\ell})=0 Var(\ell_{\ell})=\Omega_{\ell}, Z(\ell_{\ell}S_{\ell})=0, S=t 控机干扰是 0 均值之自嘱予序训.
                                                                                                                                                                                               ARMA(1/g) 了这位由其发的平滑部分即M(的决定
            时戏分析去:哥彻然居有一定 懊恼 ə> 纵合栋型张刚序刘祎巷势
                                                                                                                                                                                              ARGA(P,8) 统计母质:
                                                                                                   ₹%26=0, Vsct PS机干扰与过去序到值无关.
                                                                                                                                                                                                                                                marginal distribution F_X(x;\theta) = F_{X,Y}(x, \infty, ..., \infty; \theta)
                                                                                                                                                                                                                                               conditional distribution FXIT(x;0) = P(XEX, YEY;0)
             分析多路 ① 考系观察值有列特包
                                                                                                                                                                                                物值 Ext = P2
                                                                                                if po=a. Prible ARCP, Moder
                                                                                                                                                                                                       1- p,- ... - pp
                   ② 根据序列特包记异诊当的拟合模型
                                                                                                                                                                                              柳苑 「(k)= OE S G; G;+K
                  ② 根据序列励刷值确定模型口徑
                                                                                                                                                                                                                                               Let [x_1, ..., x_T] be a random sample of X with T observations.
                                                                                                                                                                                              自相关 Ak)= Nk) = 5 Gi Gijtk
                                                                                            这用它还算子·AR(P) ⇒ 亚(B)なことは.
                   @ 脸盘凝型, 优化 联型
                                                                                                                                                                                                                                                   \hat{A}_{11} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} x_t \cdot x_t \cdot x_t sample mean
                  ② 利用状纪的限型来推列其它统计位质交强测序列的来发系
                                                                                                                     自回归各数多成也.
                                                                                                                                                                                                                                                  \hat{\sigma}_{x}^{2} = \int_{T-1}^{T} \left( R_{t} - \hat{M}_{x} \right)^{2} \dots \text{ sample variance}
                                                                                                                                                                                              自相关分配电特位
                                                                                                                型(B)=(1- 9,B- 9,B2- -- - 9,BP)· / i = 2+
                                                                                                                                                                                                                                                 Son = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{t} \left( x_t - \mu_x \right)^3 \dots \text{ sample showness}
            AR//MA//ARMA.
                                                                                                                                                                                              确自相关键和尾特值
                「弦调变重值顺序重要位
                                                                                                                                                                                                                                              \hat{K}(x) = \frac{1}{(7-1)} \sum_{k=1}^{7} (x_k - \hat{\mu}_x)^4 \dots \text{ sample fairtisis}
                                                                                                                 7t= 9, 8t-1+ f, 8t-2 + .. + fp8t-p + Et.
                名观测作同志在-总依在头条
                根据国多化现件来强刑未补
                                                                                                 AR 展型平角恒判에 (飞船干粮, 拟分底型不平规则模型公有河遇)
                                                                                                                                                                                                         MA(g) 名传教尾
                                                                                                                                                                                     同时离在单位图以内 ARMA(4.8) 起尾
            ɔ, 时阳序冈之张处理。
                                                                                                「国示列刘宏. (翘我)
                                                                                                                                                                                                                                                   normal distribution
                                                                                                                                                                                                                              施尾.
                                                                                                 loguernal distribution \int Z(Rt) = \exp(\mu t \frac{\sigma^2}{2}) - 1
             干脆恤趁验
                                                                                                耳能较划对击 μρ, p. ... Pp | 特征股相在平位国内
            特见统计量: for | Xt, teT | VmeZt, fotch ti... tmeT.
                    (Xt···Xtn) 'joint prob Ft···tn(Ni,···,Nm) ← 时间多列Xt·包配车分布效.
                                                                                             子松欣模型之位的
                     √室面ギ其穴
                                                                                            ①均值 N=
                                                                                                                  ProfisAR(p)核型的 Ext=0
                                                                                                                                                                                                                                                    scale mixture of wonal distribution
                   为值函数 Mt. EXt
                   方差a版 DXt=E(Xt-N4)2
                                                                                                                                                                                      时间序列分析基本思图
                                                                                           ②含色:使用格林之配 Nt=∑ Gj Et-j
                   自协方差 1(t,s) = Z(Xf-M+)(Xs-Ms) ⇒) 废益自身过去介的对现在记录句
                                                                                                                                                                                    ① 予以分为三种
                   自相关编 p(t,s)= (t,s)
                                                                                             平台ARCP的程序, Vorcine)= CGjos, Gjosnen 函数.
                              1 DX4- DXs
                                                                                             直移走
                                                                                                                                                                                    U 白喉声序列 - 无苍t, 规则, 遇到这条
                                                                                                             By: AR(1) variance ver(91+) = OE
                                                                                                                                                                                    为平德非白噪声店到一有很多的模型可以拟合(AR. MA. ARMA)
                                                                                           ②的方层函数, ⇒ 协方是适难心故
                   [严平伦(予划)了-座
                                                                                                                                                                                                                                              Stationary series, Granger .-
                                      任法和组对直同时权嗣间,其之间相关证相同
                                                                                                     ( 6k = 9, 6k-1 + 9, 1k-2 + ... + 8p 6k-p 10 = var(84)
                   冤干脆(特征统计量硬)←二阶矩干脆,大致干脆
                                                                                                                                                                                    3)非平稳序列(向转化为平稳序列,再用模型拟合)—> 差分变化 > ARMA
                                                                                                       The = Pik To
                    Z(Xt)=M VteT
                                                                                                                                                                                    1) 单疸量时间序列 - (向采用ARMA, 后面再采用GARCH (若变量并不能保持-介值式))
                    r(t,s) = r(k,s+k-t), \forall t,s,keT
                                                                                                                                                                                    2)多变量时间序列—(光做 VAR,再做MBARCH)
                                                                                           = ris-t), Vt , seT
                        一维 维
                                                                                                     自相关每处选准公司 Pk= 9, fk-1 + 92 Pk-2 + ··· + 9p Fk-p
                                                                                                                                                                                    分多如仍处理一个ARMA的时间序列分析
                                                                                                                                          內內: 400) 自個天子處.
                    P(Xt) = f(t,t) = f(0)
                                                                                                                                                                                    拿到待分析时间序列
                                                                                               位版:1. 厄尾位:fk切价有非屋取值
                                                                                                                                                                                    DE割 平愿位检验
                                                                                                    2. 盖面敷表孩: 年后序刊之"温期相关位"
                     V DX + DX ++
                                                                                                                                                                                    1) 单位根检验 unit_not_test
                                                                                           分偏自相关和 在别东了中国 k-1个陆机变置干扰后,96kx 对 xt号向之相关查查
                    * 自相关位分发具有之恤纸:
                                                                                                       利用 Kile-Walker 方温取物, 由 Conner 法则者 gk= Dk
                                                                                                                                                                                    2) 自相关图 (AG) L非自相关图 (PACF)
                    ① 规范位: fo=1 . le| fe| s1 , tk 为重要·
                                                                                                                                                                                     「截尾(会达到0)
                   9 对的证: lk=l-k
                                                                                               母质:我尾鱼 9k=0 , k>p
                                                                                                                                                                                     【拖尾(会有倾向于o的趋势,但不会运到口)
                   ③ 非贫疤鱼:自咽关每基布Tm为才容价负急片
                                                                                                                                                                                      共有四种情况(判断用哪一种族型进行检验)
                    G 特別 B展: 对应族型 向非唯一鱼.
                                                                                           MA Model. MAIQ)
                   平焓也仅得将本观等值→常包为值之科本观点值: A=x= 六℃x;
                                                                                               1 7t = M + Et - Di Et-1 - ... - Dy Etg.
                                                                                                                                                                                     auto correlation furth (内有周期相关型)
                   11111 月延足水有自由居己及介(k)= 至 (オナーズ)(オナトーズ) YOCKEA.
                                                                                                                                                                                      consored that im => USE MA
                                                                                                0g $0
                  ハバハ 特色注 かの)= ディスカン ハード
                                                                                                Z(2t)=0, Var(2t)=62, Z(2t2s)=0 s+t
                                                                                              NOO 》中心化M(C) 核型
                                                                                                                                                                                                 Pertial automelation function (特定周期相关位)
                                                                                              引用起答字 76= <u>(()</u> ( ()) 26
                                                 Ϋ́ (λε-½),
                                                                                                                                                                                 [否]干燥旺检验
                                                                                                           1-0,B-0,B-...-02B2
                                                                                                                                                                                 V 光转化为平包垃圾整(盖B)
                  1 时产图检验.
                                                                                              施计位质: D年表均值 Int = ECM+&-0,&1-03&3-...-0g&+g)=M
                  自相关周
                                                                                                     ②布勒方差 Var(xe) = Varcyu+ ··· - ag Zang)
                                                                                                                                                                                 ②白噪声检验
                  再位根推路
                                                                                                                                                                                 1) 是一)停止分析(白噪声序对无分析价值)
                                                                                                                  = (1+01+ ... + 02) 62
                                                                                                                                ( (+ 01+ ... + 02) 62 , k=0
                                                                                                                                                                                 2)百分计年好、PAY
                                                                                                     9自构结别表 6 布 敬尾
                                                                                                                           TK = (- 0x+ = 0;0x+1) 02, 1=k=8
                                                                                                                                                                                ③ 模型识别的工作一条用 ARMA 模型
                                                                                                     9自相关多点价税已
                                                                                                                                                                                (1)可以通过软件识别出最优的识别模型
                                                                                                     Jully total
                                                                                                                                                                                 1, 根据最中信息准则坎列达台的模型
                                                                                                            1+ 0,2+ 11+ 02
                                                                                                                                                                                 @参数估计一确定使用相关模型后, A用 Q(?), 配罗多数模型构定
                            化对抗序列: ()ZXt: N, OteT
                                                                                                                                                                                 ② 模型检验
                                           1 6', t-S ¥ ts 67
                                      12) x(ts)=
                                                                                                MA 栋建了管住: 苦菜个MA 栋型了以去示为收敛的职模型, 则·该MA 栋型与了这MA模型
                                                                                                                                                                                 @ 模型优化
                         残甚是不是绝际机 白喉声序》 》 无分析意义
                                                                                                ① MA 核型自相关手匙不难-也.
                          方对是引即相关信息是多
是取充分的一个列列标准
                                                                                                                                                                                 ② 核型款测
                                                                                                 MA 自相关分配 我尾
                            纯吃机伍检验:| 检验原理
                                                                                                MA 偏自相关跳起起尾
                                     他次条件:2023期数小于/与于m期的序列值之同有相关区
                                                                                                MA 旗壁所重编包: 自相关, 在里所及为包有.
```

→利斯 : Pd 是纯性机,p个不-定是

```
Conditional Hoterogedastic Models.
linear Time Seies Analysis and its Application.
stationarity.
 conelection coefficient between X and Y :
       P_{X,Y} = \frac{\text{cov}(X,Y)}{\sqrt{\text{Vor}(X)\text{Vor}(Y)}} = \frac{E[X - \mu_X)(Y - \mu_Y)]}{\sqrt{E(X - \mu_X)^2 E(Y - \mu_Y)^2}}
   autoconvelotion function (ACF)
        R = \frac{\text{Cov(ft,ft-l)}}{\text{Nar(ft) Nar(ft-l)}} = \frac{\text{Cov(ft,ft-l)}}{\text{Nar(ft)}} = \frac{\text{Fl}}{\text{Vor}(ft)}
  \mathcal{H} = \frac{\sum_{t=\ell+1}^{T} (r_t - \overline{r})(r_{t+\ell} - \overline{r})}{\sum_{t=1}^{T} (r_t - \overline{r})^2}
0 \le \ell < T - \ell
   testing individual ACF
                   N(1+25/P;)/T
    portmanteau test
   uhite noise
    liner time soils rt= N+ \( \frac{1}{2} \psi ; at-i
                      Mean Zcrt)= M
                       variance w(re) = G_a^* \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j^*
                      lay-1 outo covarionce | Te = Coucte, 14-1) = E[ ( $ 4; at-i)($ 4; at-1-j)) = 0 = $ 100 4j+1
    simple AR models : ARCI) N= $0+$, 12-1+ at.
                                    mean Z(1+/1+1) = $0 + $1/4-1
                                   variance Vor (rt/st-1) = 0a
                           ARCI) \Rightarrow ARCp) \Gamma t = \phi_0 + \beta_1 \Gamma_{t-1} + \cdots + \phi_p \Gamma_{t-p} + \alpha t
                                             this model says that the past p variables 14-i (i=1...p) jointly determine the conditional
                                             expectation of region the past data. The ARCP) model is in the same form as a multiple linear
                                             regionism model with lagged values serving as the explanatory variable.
     MA(1) N= 6+ at - Bidt-1
                         MA(2) It= G+ at-Biat-1- B_2 at-2
                        MAL 8) N= 6+ at - 8, at-1 - ... - 8g at-g g=0
     properties of MA Models - Stationarity
                                          autoprelatin function
      identifying MA order -> ACT
   · For MA nodels, ACT is useful in specifying the order as ACT auts off at lag & for an MACR, somies.
  · For AR models, PACF is useful in order determination because PACF cuts off at log p for an ARCP, process.
   · An MA series is always stationary, but for on AR series to be stationary, all of its characteristic roots must be less than 1 in modulus.
   simple ARMA model
            ARMA(1) It= & Nt-1 + at - Brat-1
   general ARMA models: N_t = \phi_0 + \sum_{i=1}^p \phi_i \cap t_{-i} + \alpha_t - \sum_{i=1}^n \theta_i \cap a_{t-i}
    Seasonal Models ) Seasonal differencing
                       multiplicative semonal models.
     legression models with time sevies errors
                1. fit the linear regression model and chark spiral correlations of the residuals
               2. If the reidual series is unit-not nonstationary, take the first difference of both the dependent and explanatory variables.
                 Go to step 1. If the social series appears to be stationary, identify on ARMA model for the residuals and modify
```

the linear regression model according

3. Perform a joint estimation via the maximum-likelihood method and deck the fitted model for further improvement

Financial Time Series and Their Characteristics