ugr | Universidad de Granada

E.T.S. DE INGENIERÍA INFORMÁTICA Y TELECOMUNICACIÓN

Departamento de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial

Algorítmica

Práctica 2: Algoritmos Divide y Vencerás

Curso 2017-2018
Grado en Ingeniería Informática

Álvaro García Jaén
Francisco José González García
Práxedes Martínez Moreno
Ignacio Martínez Rodríguez
Pablo Robles Molina

Eliminar elementos repetidos

Se han diseñado dos versiones del algoritmo que elimina los elementos repetidos de un vector.
El primero de ellos es una versión clásica de orden cuadrático y el segundo una versión más eficiente basada en el principio de divide y vencerás de orden O(n*log n).

ALGORITMO CLASICO

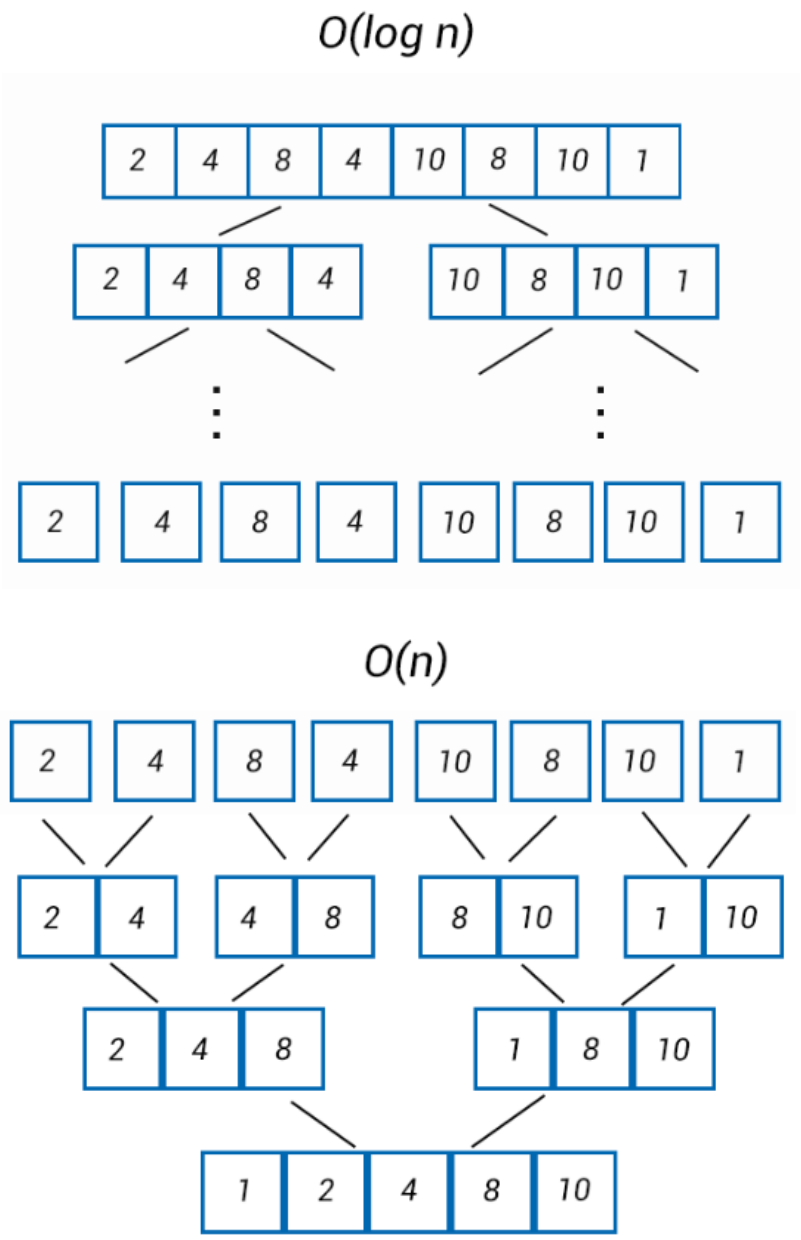
Este algoritmo recorre las componentes del vector y las introduce en un segundo vector si estas no se encuentran ya en el segundo. Para esto se ha implementado una función de orden O(n) que comprueba que un valor ya se encuentra en el segundo vector. Dado que en cada componente del vector se aplica esta función esto da como resultado que el orden del algoritmo sea $O(n^2)$.

```
bool yaExiste(vector<int> v, int x){
  bool encontrado = false;
  for(int i = 0; i < v.size() && !encontrado; i++)
    if(v[i] == x)
      encontrado = true;
  return encontrado;
}

vector<int> eliminarRepeticiones(vector<int> v){
  vector<int> v_res;
  for(int i = 0; i < v.size(); i++)
    if(!yaExiste(v_res, v[i]))
      v_res.push_back(v[i]);

  return v_res;
}
```

ALGORITMO DIVIDE Y VENCERÁS

Esta versión más eficiente del algoritmo divide el vector principal de tamaño n en n vectores de tamaño 1. Posteriormente va uniendo parejas de vectores en otro vector y al unir las componentes en el nuevo vector se ordenan y se comprueba que estas no se encuentran repetidas en ambos vectores.

El paso en el que se dividen las componentes del vector tiene eficiencia O(log n) y la reconstrucción del vector final donde se ordenan y se unen dejando fuera los repetidos es de orden O(n). Por tanto , como se aplica un procedimiento de orden O(n) a cada paso del procedimiento de eficiencia O(log n), el algoritmo divide y vencerás es de orden O(n*log n).



```
vector<int> eliminar(vector<int> v1, vector<int> v2){

    int i = 0, j = 0;
    int n1 = v1.size();
    int n2 = v2.size();

    vector<int> tmp;

    while (i < n1 && j < n2) {
        if (v1[i] < v2[j]){
            tmp.push_back(v1[i]);
            i++;
        }
        else if(v1[i] > v2[j]){
            tmp.push_back(v2[j]);
            j++;
        }
        else if(v1[i] == v2[j]){
            tmp.push_back(v1[i]);
            i++;
            j++;
        }

    }
    while (i < n1){
        tmp.push_back(v1[i]);
        i++;
    }

    while (j < n2){
        tmp.push_back(v2[j]);
        j++;
    }
    v1.clear();
    v2.clear();
    return tmp;
}
```

```
vector<int> eliminarRepeticiones(vector<int> v){
    if (v.size() != 1){

        int m = (v.size())/2;
        vector<int> v1;
        vector<int> v2;

        for(int i = 0; i < m; i++)
            v1.push_back(v[i]);
        for(int i = m; i < v.size(); i++)
            v2.push_back(v[i]);


        v1 = eliminarRepeticiones(v1);
        v2 = eliminarRepeticiones(v2);


        v = eliminar(v1, v2);
    }
    return v;
}
```

Estudio empírico

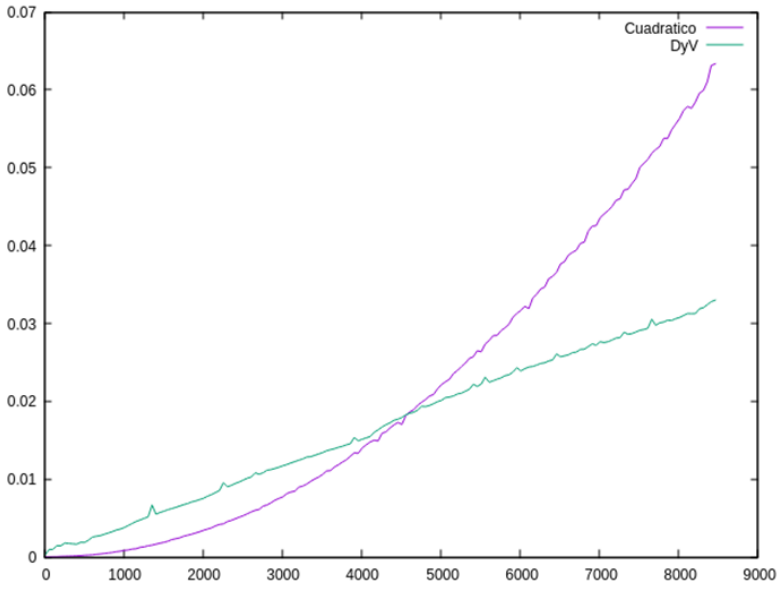
A continuación hemos realizado un estudio empírico con una batería de datos que comprende un número de componentes de 10 a 8500 con saltos de 50 en 50.

Tabla cuadrática

Componentes	Tiempos (seg.)
10	8.00E-06
60	1.50E-05
110	2.40E-05
160	3.90E-05
910	0.000668
960	0.000737
1010	0.000828
1060	0.000898
2010	0.003419
2060	0.003575
2110	0.003747
2160	0.004002
3010	0.007718
3060	0.008124
3110	0.008337
3160	0.008451
4010	0.014003
4060	0.01438
4110	0.014768
4160	0.014997
4210	0.014892
5010	0.02214
5060	0.022494
5110	0.02283
5160	0.023568
6060	0.032193
6110	0.031904
6160	0.033283
6210	0.033774
7060	0.044064
7110	0.044512
7160	0.045044
7210	0.045835
8310	0.05992
8360	0.061035
8410	0.063139
8460	0.063353

Tabla Dyv

Componentes	Tiempos (seg.)
10	1.92E-04
60	9.28E-04
110	9.72E-04
160	1.43E-03
210	1.43E-03
1010	0.003766
1060	0.004018
1110	0.004295
1160	0.004549
1210	0.00474
2110	0.007998
2160	0.008272
2210	0.008526
2260	0.009536
2310	0.009013
3060	0.011876
3110	0.01208
3160	0.012256
3210	0.012421
3260	0.012594
4010	0.015116
4060	0.015291
4110	0.015474
4160	0.016008
4210	0.016328
5010	0.020114
5060	0.020469
5110	0.020546
5160	0.020686
5210	0.020949
6010	0.023897
6060	0.024195
6110	0.024398
6160	0.02447
6210	0.024656
7010	0.027643
7060	0.027541
7110	0.027662
7160	0.027883
7210	0.028122
8260	0.03187
8310	0.032021
8360	0.032422
8410	0.032794

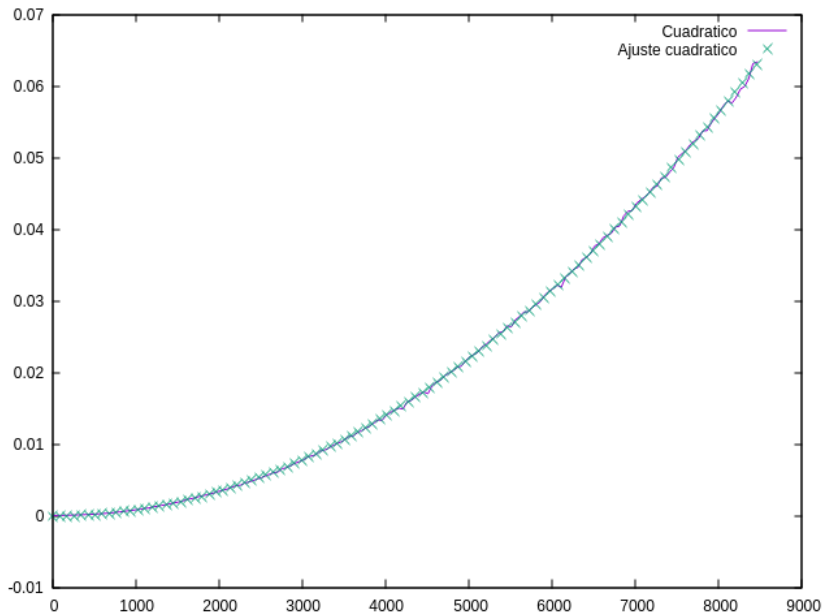


Estudio híbrido

Algoritmo clásico

Calculando el valor de las constantes ocultas a partir del ajuste de la función por regresión por mínimos cuadrados y usando nuevamente gnuplot, obtenemos los siguientes datos:

```
function used for fitting: f(x) = a0*x*x+a1*x+a2

After 11 iterations the fit converged.
final sum of squares of residuals : 9.82641e-06
rel. change during last iteration : -4.25933e-11

Final set of parameters                 Asymptotic Standard Error
=======================                 ==========================
a0 = 8.86647e-10                        +/- 3.455e-12    (0.3897%)
a1 = -5.3324e-08                        +/- 3.023e-08    (56.69%)
a2 = -5.00882e-05                       +/- 5.542e-05    (110.7%)

correlation matrix of the fit parameters:
               a0     a1     a2
a0              1.000
a1             -0.968  1.000
a2              0.743 -0.864  1.000
```



Algoritmo DyV

Se ha calculado el valor de las constantes ocultas a partir del ajuste de la función y usando gnuplot, obtenemos los siguientes datos:

```
function used for fitting: f(x) = a0*x*log(x)
fitted parameters initialized with current variable values
```

After 3 iterations the fit converged.
final sum of squares of residuals : 0.000134044
rel. change during last iteration : -5.4938e-11

Final set of parameters		Asymptotic Standard Error	
a0	= 4.49249e-07	+/- 1.601e-09	(0.3563%)