

# Sigma popolna iregularnost za grafe brez ciklov dolžine 3

Nena Šefman Hodnik, Neo Mistral

December 2024

## Opis problema

V teoriji grafov nam mere nepravilnosti grafov povejo, do kakšne mere so grafi iregularni. Torej večja kot je vrednost, bolj nepravilen je graf, regularni grafi pa imajo vrednosti teh indeksov enako 0.

V tem projektu se bomo ukvarjali z eno izmed teh mer, ki se imenuje sigma popolna iregularnost (oznaka  $\sigma_t(G)$ ), in je definirana na naslednji način:

$$\sigma_t(G) = \sum_{u,v \in V(G)} (d_G(u) - d_G(v))^2.$$

Pri tem  $d_G(v)$  označuje stopnjo vozlišča  $v$  v grafu  $G$ ,  $V(G)$  pa je množica vseh vozlišč grafa. Sigma popolna iregularnost torej meri vsoto kvadratov razlik med stopnjami vseh parov vozlišč v grafu.

Cilj naloge je poiskati grafe reda  $n$  brez ciklov dolžine 3, ki imajo največjo možno sigma popolno iregularnost.

## Potek dela

Problema se bova lotila na naslednji način:

### 1. Iskanje manjših grafov

Najprej bova za majhe vrednosti  $n = 1, \dots, 12$  sistematično generirala grafe brez ciklov dolžine 3 in izračunala njihovo sigma popolno iregularnost, nato bova poiskala in izrisala grafe, za katere je ta vrednost največja.

## 2. Formuliranje hipotez

Rezultate iz prve točke bova poskusila posplošiti za splošen graf reda  $n$ . Nato bova na podlagi teh ugotovitev formulirala hipotezo o optimalni strukturi grafov, ki maksimizira sigma popolno iregularnost.

## 3. Preverjanje hipotez

Postavljeno hipotezo bova testirala tako, da bova kandidate za optimalne grafe malo spremenila in nato za njih izračunala sigma popolno nepravilnost. Če bo najina hipoteza pravilna, bi morala vedno dobiti manjšo vrednost. Za testiranje bova uporabila tri različne metahevrstične algoritme in sicer, simulated annealing, tabu search in variable neighborhood search. Vse te programe bova poskusila čim bolj optimizirati, na koncu pa jih bova med seboj tudi primerjala na podlagi dobljenih rezultatov.