Contents

Introducción

El libro hace una introducción partiendo de la evolución de la lógica matemática durante el final del siglo XIX, resaltando las contribuciones de Boole, Frege, Russell, y Hilbert; mismas dotaron de celeridad al desarrollo.
Acorde al libro, las relaciones de la lógica matemática con la matemática, valga la redundancia, son

- Motivaciones y objetivos, dado a la investigación en lógica matemática llega cerca de los fundamentos de estas, sobre todo en la teoría de conjuntos. El libro da ejemplo con Frege intentando basar las matemáticas y principios teóricos de conjuntos, Russell intentando eliminar las contradicciones del sistema de Frege y Hilbert teniendo de objetivo demostrar los métodos generalmente aceptados de las matemáticas como un todo no llevan a una contraddición. Lo que es conocido como el programa de Hilbert (Hilbert's program).
- Métodos, asegurando que en lógica matemática los métodos son principalmente matemáticos.
- Aplicaciones en Matemı́ticas, dado que todo resultado o método obtenido en lógica matemática no sólo es util para los problemas fundamentales, estos incrementan la cantidad de herramientas para el uso en matemáticas

Con estos puntos claros, en la introducción se sigue con la enunciación de la utilidad de la lógica matemática en otros campos del saber como la epistemología de las ciencias.
A diferencia de en lógica común, aquí las demostraciones son el centro de la investigación, pero sólo demostraciones matemáticas. Dada la naturaleza del tema, existe una estrecha relación entre el sujeto de investigaciones (demostraciones matemáticas) y el método de investigaciones (demostraciones matemáticas), además de peligros de redudancia.

Un ejemplo desde la Teoría de Grupos

A continuación se presentan dos demostraciones que servirán de ejemplo además de material para preguntas sobre los temas tratados por este libro.

El libro comenta que empieza con una demostración a un teorema de teoría de grupos. Con lo cual indica que necesitamos "*axiomas de teoría de grupos*" (una pregunta que se me ocurre ahora ¿El libro explicará lo que son los axiomas?).
Usando a siguiente notación:

- $\circ$ denota una operación binaria sobre un conjunto,
- G denota al conjunto,
- e denota el neutro de la operación $\circ$.

Y se formula los siguientes axiomas

(G1) Para todo $x, y, z \in G : (x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$

(G2) Existe $e \in G$ tal que para todo $x \in G, x \circ e = x$

(G3) Para todo $x \in G, \exists y \in G : x \circ y = e$

Un grupo es una terna $(G, \circ^G, e^G)$ satisfaciendo los axiomas (G1), (G2), (G3).
Me gustaría recalcar que $\circ$, como operación binaria que es, es válida para cada par de elementos de G^2 la cual mapea a G. Se da como ejemplos de grupo y no grupo a $(\mathbb{R}, +, 0)$ y $(\mathbb{R}, \cdot, 1)$ respectivamente, además de darles el nombre de *estructuras*.
Ahora sí, procedemos a la demostración del siguiente teorema

Teorema 1 (Existencia de inverso por izquierda)**.** *Para todo x existe un y tal que $y \circ x = e$*

Demostración, mia. Partimos del tercer axioma de grupo y escribimos

$$y \circ x = y \circ x;$$

del segundo axioma de grupo, tenemos

$$y \circ x = y \circ x \circ e;$$

por el tercer axioma de grupo sabemos que existe y' tal que $y \circ y' = e$, y ponemos

$$y \circ x = y \circ x \circ y \circ y';$$

por el tercer y segundo axiomas de grupos, obtenemos

$$y \circ x = y \circ y';$$

por nuestra asunción hecha previamente, conseguimos

$$y \circ x = e;$$

dado que esto es resultado de los axiomas que gobiernan sobre todo G, entonces, para todo x existe y tal que $y \circ x = e = x \circ y$. $\square$