Anfangsrandwertproblem der isothermen, nichtlinearen Elastodynamik in materieller Beschreibung

Für das Anfangsrandwertproblem abbgebildet in Abb. 8.1 besteht der Rand ∂B_0 aus einem Dirichlet-Rand ∂B_0^d mit vorgegebener Verschiebung $\bar{\boldsymbol{\varphi}}$ und einen Neumann-Rand ∂B_0^n mit vorgegebenen Randspannungsvektor $\bar{\boldsymbol{T}}$, ferner dürfen sich die Ränder nicht überlappen, folglich gilt

$$\partial B_0 = \partial B_0^d \cup \partial B_0^n, \quad \partial B_0^d \cap B_0^n = \emptyset$$

Das Anfangsrandwertproblem wird dann mit folgendem Gleichungssatz vollständig beschrieben

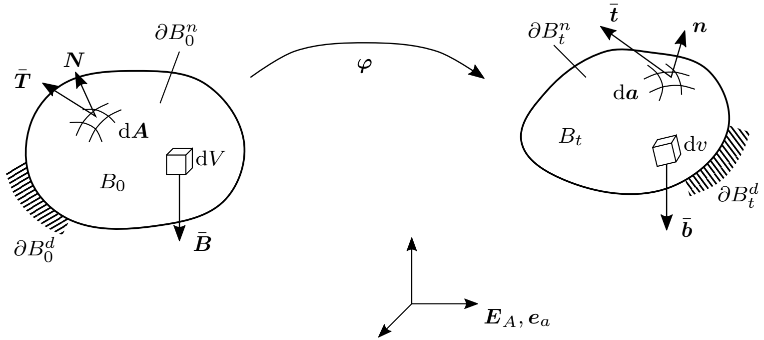

Abbildung 8.1: Anfangsrandwertproblem der nichtlinearen Elastodynamik in materieller Beschreibung (isotherm)

Impulsbilanz/Kinetik:	$\rho_0(\boldsymbol{X},t)\ddot{\boldsymbol{\varphi}}(\boldsymbol{X},t) = \mathrm{Div}(\boldsymbol{P}(\boldsymbol{F})) + \bar{\boldsymbol{B}}(\boldsymbol{X},t)$	in B_0
Kinematik:	$\boldsymbol{F} = \dfrac{\partial \boldsymbol{\varphi}}{\partial \boldsymbol{X}},\ \boldsymbol{C} = \boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F},\ \boldsymbol{E} = \dfrac{1}{2}(\boldsymbol{C} - \boldsymbol{I})$	
	$\boldsymbol{V} = \dot{\boldsymbol{\varphi}} \quad = I + \varepsilon$	
Stoffgesetz:	$\boldsymbol{P} = \dfrac{\partial \Psi_0(\boldsymbol{F})}{\partial \boldsymbol{F}},\ \boldsymbol{S} = \dfrac{\partial \Psi_0(\boldsymbol{E})}{\partial \boldsymbol{E}} = 2\dfrac{\partial \Psi_0(\boldsymbol{C})}{\partial \boldsymbol{C}}$	
Dirichlet RBen:	$\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{X},t) = \bar{\boldsymbol{\varphi}}(\boldsymbol{X},t)$	auf ∂B_0^d
Neumann RBen:	$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{X},t)\boldsymbol{N} = \bar{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{X},t)$	auf ∂B_0^n
Anfangswerte:	$\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{X},t=0) = \boldsymbol{\varphi}_0$	in B_0
	$\dot{\boldsymbol{\varphi}}(\boldsymbol{X},t=0) = \dot{\boldsymbol{\varphi}}_0$	in B_0

Falls die Zeit t keine Rolle spielt bzw. statisch gerechnet werden soll, wird der Trägheitsterm vernachlässigt ($\rho_0\ddot{\boldsymbol{\varphi}} = \boldsymbol{0}$) und es verschwinden alle Abhängigkeiten von t.