

Theoretische Bodenmechanik mit *Mathematica* Formelsammlung

Jonathan C. Walter, Jonas H. Konrad

18. August 2022

Diese Formelsammlung wurde im Sommersemester 2022 von Jonathan Walter und Jonas Konrad verfasst.
Kein Anspruch auf Vollständigkeit oder Fehlerfreiheit.

Inhaltsverzeichnis

1	Theoriefragen	1
2	Allgemeine Annahmen/Gesetzmäßigkeiten	2
3	Allgemeine Formel und Zusammenhänge	2
3.1	Bodenparameter und Spannungen	2
3.2	Ödometer	3
3.3	Konsolidierung	3
3.4	Krey-Tiedemann	4
3.5	Mohr'scher Spannungskreis	4
3.6	Skempton Parameter	4
3.7	Triaxialversuche	4
3.8	Kriechhang, Verdübelung, Verankerung	5
3.9	Wasser im Krafteck und noch mehr	6
3.10	Roscoe Invarianten	6
3.11	Boden unter Auflast	7
3.12	Versagenkriterien	7

Todo list

graphisches Verfahren März 2019	3
09.März 2016 Anleitung Konstruktion schreiben	6

1 Theoriefragen

- Welchen ungünstigen Effekt kann für die Standsicherheit ein Rüttler (=Vibration) an der Baugrubensohle verursachen?
 - Unter (fast) undrännierten Bedingungen findet eine Relaxation der effektiven Spannung statt. Der Erdwiderlager wird zusätzlich (neben den Strömungskräften) abgeschwächt.
- Nach Ausfall einer Aussteifung wurde die Baugrube von oben geflutet. Nach der Reparatur wurde die Baugrube wieder gelenzt. Welche Gefahr kann dabei für ein provisorisches Fundament auf der Baugrubensohle entstehen wenn der Wasserspiegel in der Baugrube zu schnell abgesenkt wird und wenn die Sättigung des Schluffs bis 1m unter der Sohle nicht garantiert ist?

- ▶ Luftblasen vergrößern das Volumen und verdrängen langsam Wasser. Dadurch kann sich der PWD unter der Sohle nicht sofort abbauen und große Gradienten können zur Bodenverflüssigung führen.
- Porenwasserüberdruck nach Absenkung des Wasserspiegels:
 - ▶ Fall a) Infolge einer schnellen Absenkung des Wasserspiegels ändert sich die effektive Spannung im Boden nicht, also entstehen keine Verformungen, also ist kein Wassertransport nötig. Kein Porenwasserüberdruck wird sich bilden. Der PWD ändert sich sofort.
 - ▶ Fall b) Infolge einer schnellen Absenkung des Wasserspiegels ändert das Volumen der Luftblasen und findet ein Wassertransport statt. Wasser wird nach oben verdrängt und eine Strömungskraft entsteht dabei. Ein Überdruck von 10 kPa kann nur bei extrem kleiner Durchlässigkeit bzw. bei großem Anteil an der Luftblasen entstehen.
- Welchen ungünstigen Effekt kann der Herstellungsprozess (z.B. durch Rammen oder mit Vibration) von Palisaden (Pfosten Stabilisierung Rutschhang) haben?
 - ▶ Infolge der Vibration findet eine Verdichtung statt. Damit:
 - steigt der Grundwasserspiegel
 - wird die Kapillarspannung kleiner
 - bleibt die Strömungskraft unverändert
- Schlagen Sie ein Warnsystem und eine Vorbeugung der Rutschung eines Schräghangs vor.
 - ▶ Man soll die Lage des Grundwasserspiegels besonders nach Niederschlägen beobachten und für evtl. Entwässerung des Hangs sorgen (Dränage, Pflanzen).
- Wie ändert sich der Grundwasserspiegel, die Kapillarspannung und die Strömungskraft infolge einer Verdichtung (z.B. nach einer Vibration aus einer Verkehrslast)?
 - ▶ Nach einer Vibration kann der GWSp nicht weiter steigen, aber Grundwasser kann aussickern. Die Kapillarspannung wird nicht entstehen. Die Richtung der Strömungskraft wird flacher geneigt.
- Welche praktische Folgen hätte die Verletzung des Festigkeitskriteriums am Punkt A für das Fundament? Was würden Sie als Indikator einer Rutschungsgefahr für diesen Hang empfehlen?
 - ▶ Man soll den ganzen Bruchmechanismus analysieren. Eine punktuelle Verletzung des Bruchkriteriums kann durch die Umverteilung der Scherbeanspruchung aufgehoben werden. Man soll die Verschiebungen des Fundaments beobachten.
- Wie kann die Beziehung zwischen dem Wassergehalt und der undrännierten Festigkeit eines stark überkonsolidierten Tons durch die Mikrorisse beeinflusst werden?
 - ▶ Die Mikrorisse können einen viel größeren Wassergehalt (und damit auch eine viel größere Porenzahl) haben und so für die Festigkeit der stark überkonsolidierten Tonprobe entscheidend sein.

2 Allgemeine Annahmen/Gesetzmäßigkeiten

- Ablauf Spannungsverlauf:
 1. Boden mit vorhandenen Spannungen
 2. Nach Probeentnahme: $\sigma^{ges} = u + \sigma = 0$; σ unverändert
 3. Nach Einbau in Triax und schneller Belastung (undränniert): σ unverändert ; $\sigma^{ges} =$ vorhandene Spannung + vorgegebener Wert ; $u = \sigma^{ges} - \sigma$
- Bei langsamer Scherung im Wasserbad (dränniert) baut sich kein Porenwasserdruck auf: $u = 0$
- $K_0 = 1$ statt $K_0 = 1 - \sin(\varphi)$ als legitime Annahme bei überkonsolidierten Boden

3 Allgemeine Formel und Zusammenhänge

3.1 Bodenparameter und Spannungen

- $e = \frac{w\gamma_s}{\gamma_w}$
- $\gamma' = \frac{(\gamma_s - \gamma_w)}{(1+e)}$ oder $\gamma' = \gamma - u$
- Wichte γ' unter Auftrieb:
 - $S=1$: $\gamma' = (\gamma_s - \gamma_w)(1 - n)$
 - $S<1$: $\gamma' = (\gamma_s - \gamma_w)(1 - n_w) - \gamma_s n_a$; $n_a = (1 - S)n$
- $\gamma = \gamma' + \gamma_w$
- $OCR = \frac{\sigma_V}{\sigma}$
 - $\sigma_V =$ Vorbelastungsspannung

- σ = effektive Spannung
- Gleitkeil Abschätzung: $\vartheta = 45 - \frac{\varphi}{2}$
- Effektive (Anfangs-)Vertikalspannung:
 - In trockenem Boden $\sigma_{v0} = h_\gamma \cdot \gamma$
 - In kapillar durchfeuchtetem Boden mit oben aufliegender trockener Bodenschicht:
 $\sigma_{v0} = h_\gamma \cdot \gamma + (z - h_\gamma)\gamma' + h_c \gamma_w$
 - Unter GWSp mit oben aufliegender trockener Bodenschicht: $\sigma_{v0} = \gamma'(Z + h_c) + \gamma_w \cdot h_c + h_\gamma \cdot \gamma$
 - * z Gesuchte Tiefe ab GOK
 - * Z Gesuchte Tiefe ab GWSp
- Effektive (Anfangs-)Horizontalspannung: $\sigma_{h0} = K_0 \sigma_v$
- Anfangsporenwasserdruck: $u_0 = (z - z_{GWSp}) \cdot \gamma_w$
- Gesamtspannung: Vertikal und Horizontal zu Spannung aus Erddruck Porenwasserdruck addieren
- Bodenparameter mitteln
 - Kohäsion: $\bar{c} = \frac{h_1 c_U + h_2 c_T}{\sum h_i}$
 - Reibung: $\tan \bar{\varphi} = \frac{G_1 \tan(\varphi_U) + G_2 \tan(\varphi_T)}{G_1 + G_2}$
 - Wichte: $\bar{\gamma} = \frac{G_1 + G_2}{\sum A_i}$

3.2 Ödometer

- Kompressionsdiagramm auswerten (Abszisse: σ ; Ordinate: $1+e$)
- $\kappa_B = -\frac{\log\left(\frac{(1+e)_1}{(1+e)_2}\right)}{\log\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)} \rightarrow$ Wiederbelastung \rightarrow Auf oberen flachen Teil durchführen
- $\lambda_B = -\frac{\log\left(\frac{(1+e)_1}{(1+e)_2}\right)}{\log\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)} \rightarrow$ Auf steilen Teil durchführen \rightarrow Erstbelastung
 - Für Punkt z den Wert e berechnen; σ aus Diagramm ablesen; $c_u = \sigma_{VB} \tan(\varphi_s)$
 - Analytische Lösung: $\ln[e/e_0] = \lambda_B \ln[\sigma_{VB}/\sigma_{e0}]$; $\ln[e/e(z)] = \kappa_B \ln[\sigma_{VB}/\sigma(z)]$
 $\rightarrow e_{e0}$ & σ_{e0} von λ (steilen) Gerade ablesen. Einen Punkt wählen.

$$\Rightarrow \sigma_{VB}(e, \sigma) = \sigma_{e0} \left(\frac{\sigma_{e0}}{\sigma} \right)^{\frac{\kappa}{\lambda - \kappa}} \exp \left(\frac{e_{e0} - e}{\lambda - \kappa} \right)$$

graphisches Verfahren März 2019

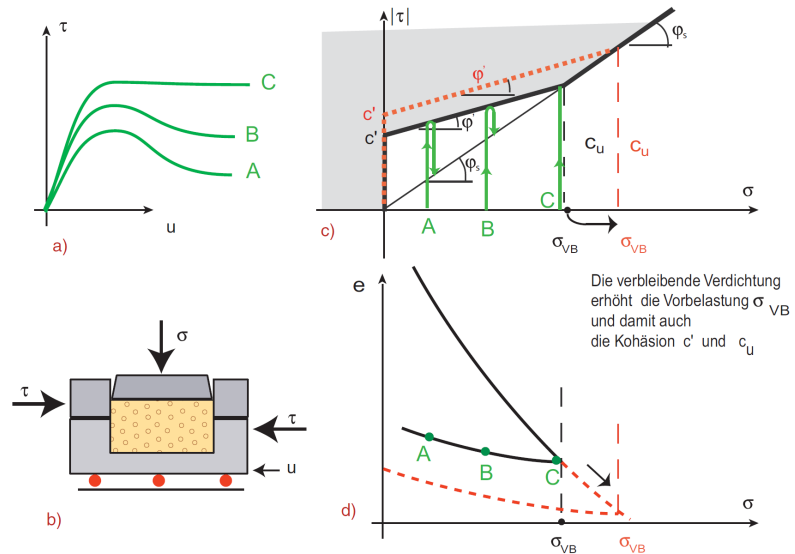
- $e = \frac{w \cdot \gamma_s}{\gamma_w}$; w = Wassergehalt in %

3.3 Konsolidierung

- Barotrope Steifigkeit: $E_s = \frac{\sigma_{v0}}{\kappa}$
- Konsolidierungsbeiwert: $c_v = \frac{k E_s}{\gamma_w}$
- Dimensionsloser Zeitfaktor: $T_v = \frac{c_v t}{H^2}$; t [s]; h [m]; H = Drainageweg Wasser ;
- Verfestigungsgrad: $\bar{\mu} \approx 2 \cdot \sqrt{T_v} / \pi$
- Konsolidierungsgrad: $\mu = \frac{1}{2}(3\bar{\mu} - 1)$; Faktor Verfestigung Boden nach t Sekunden aus T_v
- Aufgebauter Porenwasserdruck nach n Zyklen-Konsolidierungsgrad
 = Porenwasserdruck nach $t \cdot n$ Wartezeit; $(\Delta u \cdot n) \cdot \mu = \Delta u_{konsolidiert}$

3.4 Krey-Tiedemann

- Allgemeine Formeln:
 - $c_u \approx \sigma'_{VB} \tan(\varphi_s)$
 - $w(z) = \frac{\rho_w V_p}{\rho_s V_s} = e \frac{\rho_w}{\rho_s}$
 - $\sigma_{11} = x \cdot \gamma' \cdot \beta$
 - $\tau = \sigma_{11} \cdot \frac{\sigma'}{\sigma'} \cdot \tan(\beta)$
- Ablauf Krey-Tiedemann:
 1. φ_s auftragen
 2. σ_{VB} auftragen und bis φ_s verlängern
 3. An Schnittpunkt φ' ansetzen und nach links einzeichnen
 4. mit φ und α den Schnittpunkt mit φ_s bestimmen.
 5. Dieser Punkt ist τ_{max} und mit dem gegebenen σ wird ein Kreis innerhalb der φ' konstruiert.
 6. Schnittpunkt rechte Seite Kreis mit Abszisse ist σ_1



3.5 Mohr'scher Spannungskreis

- σ_{11} & σ_{21} bekannt:
- Möglichkeit 1 - rechnerisch:
- $r^2 \leq m^2 \sin(\varphi)^2$; $r^2 = (\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + \sigma_{12}^2$; $m = \frac{1}{2}(\sigma_{11} + \sigma_{22})$
- Möglichkeit 2 - graphisch:
 1. Mit c und φ (des Bodenmaterials) Schergerade einzeichnen.
 2. Bekannten Punkt mit σ_{11} & σ_{21} einzeichnen.
 3. Durch den Punkt mit Winkel des Hangs Gerade ziehen.
 4. Kleinsten und größten Kreis einzeichnen. Schnittpunkt mit Gerade aus 3. einzeichnen
 5. Senkrechte auf 3. von den Schnittpunkten aus nach unten rechts bis sich mit Kreis schneidet.
 6. Neuen Schnittpunkte geben: $\sigma_{11,(min)}$ & $\sigma_{22,(max)}$ an.

3.6 Skempton Parameter

- $B = \frac{\Delta u}{\Delta p^{ges}}$; aus B-Test
- B beschreibt Qualität der Sättigung. Perfekt gesättigte Triaxialproben: $B = 1$
- $A = \frac{\Delta u - B \Delta p^{ges}}{\Delta q}$; σ_1 oder σ_3 steigen an
- $\Delta q = q_{1,2Ende} - q_{1,2Anfang}$
- $\Delta p = \Delta tr \sigma^{ges} = \frac{\sigma_1 + 2 \cdot \sigma_3}{3} (Zustand1) - \frac{\sigma_1 + 2 \cdot \sigma_3}{3} (Zustand2)$
- Für $p^{ges} = \text{const.}$ → pro Zyklus $\Delta u = 2Aq^{ampl} = 2A(\Delta \sigma_v^{ges} - \Delta \sigma_h^{ges})$
- Für $q = \text{const.}$ → pro Zyklus $\Delta u = B \Delta p^{ges}$

3.7 Triaxialversuche

- triaxiale Kompression ($\sigma_1 > \sigma_3$) → M_C ist maßgebend
- triaxiale Extension ($\sigma_3 > \sigma_1$) → M_E ist maßgebend
- $\dot{p}^{ges} = \frac{1}{3}(\dot{\sigma}_1^{ges} + 2\dot{\sigma}_3^{ges})$
- $|\dot{q}| = |\dot{\sigma}_1 - \dot{\sigma}_3|$
- $\dot{u} \approx B\dot{p}^{ges} + A|\dot{q}|$

- Δp und Δq berechnen: A und B bekannt, p, q, u ebenso: $\Delta p = (1-B)\frac{1}{3}\Delta q - A\Delta q$; $q + \Delta q = M_c(p + \Delta p)$

$$\Leftrightarrow \Delta q = \frac{q - M_c p}{M_c \left(\frac{1}{3}(1-B) - 1\right) - 1}$$

- Kohäsion aus A und B berechnen
- Berechnung: (Bekannte Steigung aus $\varphi_s \rightarrow$
 $M_c = (6s)/(3-s) = M_E$)

$$1. M_{c, \text{vorläufig}} = \Delta_s(\text{aus } \varphi_s) \cdot A$$

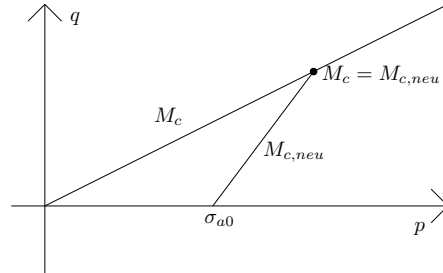
$$2. M_{c, \text{neu}} = \frac{\Delta_{s, \text{Zähler}} - \Delta_{s, \text{Nenner}} \cdot B}{\Delta_{s, \text{Nenner}}}$$

$$3. \text{ Ab } p = \sigma_{a0} \text{ auftragen}$$

$$4. \text{ Schnittpunkt aus } M_c = M_{c, \text{neu}} \text{ berechnen.}$$

$$5. c_u = \frac{q}{2}$$

- Abschätzung maximale Schubspannung: $\tau_{\max} = \sigma_V \tan(\varphi') + c'$ aus Angabe Belastung Knick nehmen.
- Restscherfestigkeit: $\tau = \sigma \tan(\varphi_s)$; σ aus in-situ
- Winkel Gesamtscherfestigkeit: $\sin(\varphi_s) = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3}$; mit effektiver Spannung (p, q) berechnen!
- Undrainierte Schubsteifigkeit: $G = \frac{\Delta q}{3\Delta \epsilon_q}$
- Volumendehnung: $\epsilon_v = \epsilon_1 + 2\epsilon_3$
- Deviatorische Dehnung: $\epsilon_q = \frac{2}{3}(\epsilon_1 - \epsilon_3) \rightarrow$ Bei undrained Versuchen gilt: $\epsilon_{2(3)} = -\frac{\epsilon_1}{2}$



3.8 Kriechhang, Verdübelung, Verankerung

- Schubfestigkeit oberhalb Kontaktfläche (ohne Verdübelung): $\tau_\alpha = F_1 + G_1 \sin(\beta)$
- h senkrecht zur Böschung: $\tau_\alpha = \gamma_w h \cos(\beta) \sin(\beta) + h\gamma' \cos(\beta) \sin(\beta)$
 - G = Gewicht einer vertikalen Bodensäule mit Einheitsfläche 1 m² gemessen entlang der Böschung (und nicht horizontal);
 - F = Sickerkraft in dieser Bodensäule
- Erforderliche Schubkraft nach Leinenkugel (an Sohle): $\tau = \tau_\alpha \left(1 + I_v \ln \left(\frac{1}{n\text{-fach langsamer}}\right)\right)$
- Schubkraft pro 1m² Oberfläche der Dübel: $\tau_D = \tau_\alpha - \tau = \tau_\alpha I_v \ln(n\text{-fach langsamer})$
- Kraft pro Dübel: $p_f \cdot h = h \left[1 + I_v \ln \left(\frac{\frac{v_{red}}{a-D}}{\gamma_a}\right)\right] k_0 c_{u\alpha} D = \tau_D a L$
 - $p_f = \left[1 + I_v \ln \frac{v_{red}/(a-D)}{\gamma_a}\right] k_0 c_{u\alpha} D$
 - * $k_0 = 4,83 \cdot \left[2,76 \frac{D}{a} + 1\right]$
 - * $c_{u\alpha} = \tau_\alpha$
 - a = axialer Abstand quer zur Hanglinie
 - Verformungsrate: $\dot{\gamma}_\alpha = \frac{v}{h_\gamma \cos(\beta)}$
- Verdübelung eines Hangs, Sicherheitsabstand für Knopflochlösung: $x = v \cdot t$
 - h =Höhe Gleitscholle, B =Breite der Zone, D =Durchmesser eines Dübels, H =Schubkräfte auf den Seiten, P_f = Wirkung der Verdübelung pro lfm der Böschungslinie (ohne Seitenkräfte)
 - Kriechrate des Hangs in der verdübelten Zone: $v = v_\alpha \exp \left[\frac{c_{u, \text{erf}} - c_{u\alpha}}{I_V c_{u\alpha}}\right] \Leftrightarrow c_{u, \text{erf}} - c_{u\alpha} = I_V c_{u\alpha} \ln \left(\frac{v}{v_\alpha}\right)$
 - * Referenzkohäsion: $c_{u\alpha} = W \sin(\beta)$
 - * Notwendige Kohäsion: $c_{u, \text{erf}} = \frac{WB \sin(\beta) - P_f + H}{B}$
 - $W = \gamma h \cos(\beta)$
 - $P_f = B(c_{u\alpha} - c_u) = B(I_V \cdot c_{u\alpha} \cdot \ln(0,1))$
 - $H = 2 \cdot 0,1 \cdot c_{u\alpha} h \cos(\beta)$
- Ausführung mit Vakuum-Vorbelastung
 - n -fache Bremsung der Kriechrate: $n = \left(\frac{OCR_a}{OCR_b}\right)^{\frac{1}{I_v}} = \left(\frac{1}{OCR}\right)^{\frac{1}{I_v}}$
 - * $I_v = \frac{\ln\left(\frac{c_{ua}}{c_{ub}}\right)}{\ln\left(\frac{\gamma_a}{\gamma_b}\right)}$
 - * $OCR = \frac{\sigma_{11} + \Delta\sigma_{11}}{\sigma_{11}}$

- Normale Komponente nach der Belastung: $\sigma_{11,nachher} = \sigma_{11} \cdot OCR$
- Schubkomponente: $\sigma_{21} = \sigma_{11} \cdot \sin(\beta)$
 - * $\sigma_n = \sqrt{\sigma_{11}^2 + \sigma_{21}^2}$
 - * $m = \frac{\sigma_n}{\cos(\beta)}$; $r = \sigma_n \cdot \tan(\beta)$; $\sigma_1 = m + r$; $\sigma_2 = m - r$; $\sigma_3 = \sigma_2$
 - * $p = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)}{3}$; $q = \sigma_1 - \sigma_2$

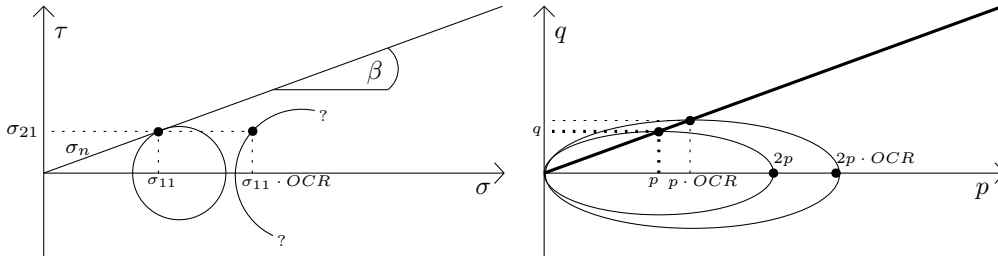


Abbildung 1: Links: Mohr'scher Kreis vor und während der Vorbelastung.

Rechts: Spannungszustand und Vorbelastungsflächen vor und nach der Vorbelastung

ableitung
reiben

- Reiner Kriechhang / Schräghang

- Spannungsberechnung: (x_1 = senkrecht zu Hang gemessen)
- $\sigma_{11} = x_1 \gamma' \cos(\beta) + \gamma_w \cdot h_c$
- $h_c = z \cdot \cos(\beta)^2$; z = Tiefe GWSp unter Oberfläche (vertikal gemessen)
- $\sigma_{21} = x_1 \cdot \gamma \cdot \sin(\beta) + j \cdot \gamma_w$
- Erforderlicher Reibungswinkel: $\varphi_{erf} = \arctan\left(\frac{\sigma_{21}}{\sigma_{11}}\right)$

3.9 Wasser im Krafteck und noch mehr

- Strömungskraftdichte und Porenwasserüberdruck
 - Hydraulischer Gradient: $i = \frac{\partial h}{\partial l} = \frac{w}{k}$ (bei langem Hang) $\sin(\beta)$
 - * Gradient bei Δh des GWSp mit zwei versch. Schichten.
 - * $w = k_U i_U = k_T i_T$; $i_U = \frac{\Delta h}{L_U + \frac{k_U}{k_T} L_T}$; $i_T = \frac{k_U}{k_T} i_U$
 - Strömungskraftdichte: $j = \gamma_w \cdot i$
 - Porenwasserüberdruck auf Körper (in Mittelpunkt der Gleitfläche): $u^+ = i \gamma_w x_1$
 - Gewicht mit Strömungskräfte (Auftrieb): $G = A_1 \cdot (\gamma' - j_1) + A_2 \cdot (\gamma' - j_2)$
- Kräftegleichgewicht
 1. Mit Strömungskraft
 - Eigengewicht: $G = \gamma' \cdot V$
 - Strömungskraft: $F_s = j \cdot V$
 2. Mit Porenwasserdrücken
 - Eigengewicht: $G = \gamma \cdot V$
 - Hydrostatischer Anteil der Porenwasserdrücke: $U = \gamma_w \cdot V$
 - Porenwasserüberdrücke: (Summe über Ränder) $U^+ = j \cdot V$
 3. Für beide Fälle zu verwenden:
 - Reaktionskräfte: Q
 - Zwischenkräfte: E_{12}
 - Äußere Belastungen
- Dissipationsenergie Verformung Boden: $E = R \cdot s = m \cdot g \cdot h$
 - s =Deformationstiefe
 - R = [S.78-Bodenmechanik]

3.10 Roscoe Invarianten

- $p = \frac{\sigma_1 + 2 \cdot \sigma_3}{3}$, Auch für Δp^{ges} verwenden.
- $q = \sigma_1 - \sigma_3 \hat{=} 2 \cdot c_u$

- $M_C = \frac{q}{p} = \frac{6s}{3-s}$; $s = \sin(\varphi_s)$; η beschreibt Steigung Schergerade in $p - q$ Diagramm
- \rightarrow (dafür die gesamten Spannungen mit abgezogenen u_0 verwenden)
- Daraus ergibt sich: $2c_u = \frac{6 \cdot \sin(\varphi)}{3 - \sin(\varphi)} \cdot p$
- Spannungspfad startet bei: $p_0 = \frac{1}{3}(1 + 2K_0)\sigma_0$; für $\sigma_v^{ges}, \sigma_h^{ges}$ durchführen.
- Für Startpunkt der zyklischen Belastungen die effektive Spannung ($\sigma_v^{ges}, \sigma_h^{ges}$) im Boden benutzen) A gibt Steigung von $-p$ Sprung an, q^{ampl} die Höhe.

3.11 Boden unter Auflast

- Winkler-Setzung
 - $k_s = \frac{\sigma_0}{s}$
 - Dabei gespeicherte Energie: $E^{el} = \frac{1}{2} \cdot B \cdot L \cdot k_s \left[\frac{R}{B \cdot L \cdot k} \right]^2$ (Bsp. Rechteckfundament)
- Prandtl-Lösung: Streifenfundament auf c_u -Boden:
 - $P = (2 + \pi)c_u B$
 - * P =Auflast
 - * B =Auflastbreite
 - Alternativ: $p = (2 + \pi)c_u$
 - Doppelamplitude: $q^{ampl} = 2c_u^{ampl}$
- Dissipationsenergie D
 - $D = |[v_t^k]| \cdot (c + \sigma_{nn} \tan(\varphi) - \sigma_{nn} \tan(\psi)) > 0$, wobei gilt: $[v_t] = \cos(\alpha)$

3.12 Versagenskriterien

- Tresca Kriterium $2c_u = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) = (\sigma_{\max}^{ges} - \sigma_{\min}^{ges})$
- Coulomb-Kriterium $(\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) = (\sigma_{\max} + \sigma_{\min}) \sin(\varphi) + 2c \cos(\varphi)$ oder $\sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 4\sigma_{12}^2} = (\sigma_{11} + \sigma_{22}) \sin(\varphi) + 2c \cos(\varphi)$