Nathanaël Riso
BAB1 Math

Formulaire de Physique générale I

⁕ Chapitre 1 : Introduction

Produit scalaire : $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos\theta$

Produit vectoriel : $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \sin\theta \vec{u}_n$

⁕ Chapitre 2 : Cinématique à une dimension

Déplacement : $\Delta x = x_f - x_i$

Vitesse moyenne : $v_{x\,moy} = \frac{\Delta x}{\Delta_t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$

Vitesse instantanée : $v(t) = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ou $v(t) \equiv \dot{x} = \frac{dx}{dt}$

Accélération moyenne : $a_{x\,moy} = \frac{\Delta v_x}{\Delta_t} = \frac{v_{x,f} - v_{x,i}}{t_f - t_i}$

Accélération instantanée : $a(t) = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \dot{v}$

Equations de la cinématique : $\Delta x = x(t) - x(0) = \int_0^t v_x(t')\,dt'$

$$\Delta v_x = v_x(t) - v_x(0) = \int_0^t a_x(t')\,dt'$$

Equations de la cinématique à vitesse constante (MRU) : $a = \frac{dv}{dt} = 0$

$$x(t) = x_0 + \int_0^t v(t')\,dt' = x_0 + v\int_0^t dt' = x_0 + vt$$

Equations de la cinématique à accélération constante (MRUA) :

$$v(t) = v_{x0} + \int_0^t a(t')\,dt' = v_{x0} + a\int_0^t dt' = v_{x0} + at$$

$$x(t) = x_0 + \int_0^t v(t')\,dt' = x_0 + \int_0^t (v_{x0} + at')dt'$$

$$= x_0 + v_{x0}t + \frac{1}{2}at^2$$

$$v^2 = v^2_{x0} + 2a\Delta x = v^2_{x0} + 2a(x - x_0)$$

Chute libre verticale : $a = -g = -9{,}81$ (attention au signe lors du choix des axes)

Equations cinématiques de la chute libre : $v(t) = v_{y0} - gt$

$y(t) = y_0 + v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2$

Vitesse limite : $a_L = 0 = k\rho S v_L^2 = mg \Leftrightarrow v_L = \sqrt{\frac{mg}{k\rho S}}$

Accélération limite : $a_L = \frac{dv}{dt} = g - \frac{k\rho S}{m}v^2 = g\,(1 - \frac{v^2}{v_L^2}) \Rightarrow v(t) = v_L \tanh\left(\frac{t}{T}\right)$, $T = \frac{v_L}{g}$

⁕ Chapitre 3 : Inertie et mouvement à 2D

Accélération centripète (MCU) : $a_r = \frac{v^2}{r}$

Vecteur unitaire : $\vec{u}_r = 1$

Transformation de Galilée (position de la particule) : $\vec{r} = \vec{r} - \vec{u}t$

$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{u}$

$\vec{a}' = \vec{a} - 0 = \vec{a}$

⁕ Chapitre 4 : Dynamique de la particule 1

Deuxième loi de Newton : $\sum\vec{F} = m\vec{a}$ (attention à mettre sur chaque composante)

Loi de gravitation et poids : $F_g = \frac{GmM}{r^2}$ et $P = mg$

Troisième loi de Newton : $\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$

⁕ Chapitre 5 : Dynamique de la particule 2

Frottement statique : $f_{s,max} = \mu_s N$

Frottement cinétique : $f_c = \mu_c N$

Force centripète : $\sum F_x = ma_r = m\frac{v^2}{r}$

Force de gravitation : $F_g = \frac{GmM}{r^2} = \frac{mv_{orb}^2}{r}$

Déplacement angulaire : $\Delta\theta = \frac{s}{r}$

Vitesse angulaire : $\omega \equiv \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{s}{r}\frac{1}{\Delta t} = \frac{v}{r} \Rightarrow v = \omega r$

⁕ Chapitre 6 : Travail et énergie

Travail d'une force : $W = \vec{F} \cdot \vec{s} = Fs\cos\theta$ → en joule (J) ou Nm

Force variable : $W_{(x_A \to x_B)} = \int_{x_A}^{x_B} F_x \, dx$

Force d'un ressort (Loi de Hooke) : $F\,ressort(x) = -kx$ où k est la constante de rappel du ressort

Travail effectué par un ressort : W ressort(x) = $\int_{x_I}^{x_F} F_{ressort(x)} \, dx$

$$= -\int_{x_I}^{x_F} kx \, dx = -\frac{1}{2}k\left(x_f^2 - x_i^2\right)$$

Puissance moyenne : $p_{moy} = \frac{W}{\Delta t}$

Puissance instantanée : $P \equiv \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$ → en watt (W) ou J/s

Énergie cinétique : $K = \frac{1}{2}mv^2$ (à 1 dimension)

$K = \frac{1}{2}m|\vec{v}|^2$ (à 3 dimensions)

Théorème de l'énergie cinétique : Wɛ = K_{final} – $K_{initial}$ = ΔK = $\frac{1}{2}m\left(v_f^2 - v_i^2\right)$

Energie potentielle du travail : W = – ΔU

$\neq \}$

Théorème de l'énergie cinétique (force non conservative) : $\sum w = w_c + w_{nc} = \Delta K$

Energie potentielle : $U(x) = -\int F(x')\,dx' = \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow F(x) = -\frac{dU}{dx}$ (potentiel de la force F, force conservative)

Energie potentielle gravitationnelle : U = m g h

Énergie (mécanique) totale : E = K + U = $\frac{1}{2}mv^2 + U(x)$

Conservation de l'énergie : $E_{final} = E_{initial}$ donc $K_i + U_i = K_f + U_f$ ou ΔE = 0

Energie potentielle élastique : $E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$

⁕ Chapitre 7 : Quantité de mouvement et impulsion

Quantité de mouvement : $\vec{p} \equiv m\vec{v}$

Deuxième de loi de Newton (forme moderne) : $\sum\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

$$\Sigma\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

Système de N particules : $\vec{F}_{\text{ext}} = \frac{d\vec{P}}{dt}$ ($= M\vec{a}_{CM}$ si centre de masse : chap 8)

$$\vec{P} = \sum_{1 \le i \le n} p_{\vec{i}}$$

Conservation de la quantité de mouvement (collision entre deux particules) :

$$m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$

Collision élastique : $\frac{1}{2}m_1{u^2}_1 + \frac{1}{2}m_2{u^2}_2 = \frac{1}{2}m_1{v^2}_1 + \frac{1}{2}m_2{v^2}_2$

Variation de quantité de mouvement : impulsion sur le corps : $F_x = \frac{\Delta p_x}{\Delta t}$

$$\vec{I} \equiv \Delta\vec{p} = \vec{p}_{final} - \vec{p}_{initial}$$

Perte relative d'énergie cinétique : $\frac{|\Delta k|}{k_{initiale}} = \frac{|k_{finale} - k_{initiale}|}{k_{initiale}} = \cdots\%$

Variation d'énergie cinétique : travail sur le corps : $F_x = \frac{\Delta K}{\Delta x}$

⁕ Chapitre 8 : Systèmes de particules

Position du centre de masse (CM) : $\vec{r}_{CM} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \cdots + m_N\vec{r}_N}{m_1 + m_2 + \cdots + m_N} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{N} m_i\vec{r}_i$

→ *Somme discrète*

Position du centre de masse d'un corps rigide (dans un système homogène) :

→ *Somme continue (intégrale)* $\vec{r}_{CM} = \frac{1}{M}\int_M \vec{r}\, dm$

Vitesse de centre de masse (CM) : $\vec{v}_{CM} = \frac{d\vec{r}_{CM}}{dt} = \frac{1}{M}\frac{d}{dt}\left(\sum_{i=1}^{N} m_i\vec{r}_i\right) = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{N} m_i\vec{v}_i$

Quantité de mouvement totale d'un système de particules :

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^{N} m_i\vec{v}_i = M\vec{v}_{CM}$$

Masse volumique : $\rho_{moy} = \frac{M}{V}$

Masse volumique locale : $\rho_{loc} = \frac{dm}{dV}$

Accélération de centre de masse (CM) :

$M\vec{a}_{CM} = M\frac{d\vec{v}_{CM}}{dt} = \sum_{i=1}^{N} m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} =$ $\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{a}_i = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = \vec{F}_{ext}$ $(= \frac{d\vec{P}}{dt}$ en lien avec système de N particules : chap 7)

⁕ Chapitre 9 : Rotation autour d'un axe fixe

Déplacement angulaire : $\Delta\theta = \theta - \theta_0 = \theta_{final} - \theta_{initial} = \frac{s}{r}$

Vitesse angulaire : $\omega \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$ $(= \frac{s}{r}\frac{1}{\Delta t} = \frac{v}{r})$ → en rad/s

Accélération angulaire instantanée : $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$ → en rad/s²

Période et fréquence : $T = \frac{1}{f} \Leftrightarrow f = \frac{1}{T}$ → en s (pour T) et en Hz (ou Tour/min ou rad/s, si cercle) (pour f)

Vitesse angulaire (avec période et fréquence) : $\omega \equiv \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

Vitesse tangentielle : $v_t = \omega r$ (=ωR si c'est par rapport à la vitesse de rotation au centre)

Accélération centripète : $a_r = \frac{v_t^2}{r} = \omega^2 r$

L'accélération totale linéaire : $\vec{a}_{tot} = \vec{a}_r + \vec{a}_t$

Vitesse du centre de rotation : $v_c = \frac{2\pi R}{T} = \omega R$

Moment d'inertie (par rapport à l'axe) : $I = \sum_i m_i r_i^2$ → en Kg m²

Energie cinétique de rotation : $K = \frac{1}{2} I\omega^2$

Théorème des axes parallèles : $I = I_{CM} + Mh^2$

Moment de force : $\tau = r\,F\sin\theta$ → en Nm

$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

Travail en rotation : $dW = F_t\, r\, d\theta = \tau d\theta$

Puissance en rotation : $P = \frac{dW}{dt} = \tau\frac{d\theta}{dt} = \tau\omega$

Théorème travail-énergie : $\tau = I\alpha$ → $\tau = (\sum_i m_i r_i^2)\alpha$

Nathanaël Riso
BAB1 Math

⁕ Chapitre 10 : Équilibre statique – Moment cinétique

Equilibre de translation : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = 0$ avec $a = 0$

Equilibre de rotation : $\sum \vec{\tau}_{\text{ext}} = 0$ avec α = 0

Mouvement de translation : $p\text{=mv}$ (Quantité de mouvement)

Mouvement de rotation (autour d'un axe fixe) : $\text{L=I}\omega$ (Moment cinétique) → en kg m²/s

Relation entre τ_{ext} et L : $\tau_{\text{ext}} = \text{I}\alpha = I\frac{d\omega}{dt} = \frac{d(I\omega)}{dt} = \frac{dL}{dt}$

Conservation du moment cinétique : $\tau_{\text{ext}} = 0 \Leftrightarrow \frac{dL}{dt} = 0 \Leftrightarrow \text{L} = \text{constante}$

Vecteur moment de force : $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = rFsin\theta\, \vec{u}_n$

Vecteur moment cinétique d'une particule : $\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p} = rpsin\theta\, \vec{u}_n$

Dynamique de rotation → deuxième loi de Newton pour une particule en rotation : $\sum\vec{\tau} = \frac{d\vec{l}}{dt}$