Formulaire physique générale I

Florian Wauters

02/12/2020

Part I
introduction

variables	interaction	intensité relative	portée
Interaction fondamentale	Forte	1	$10^{-15}m$
	Electromagnétique	10^{-2}	∞
	Faible	10^{-6}	$10^{-17}m$
	gravitationelle	10^{-38}	∞
vecteurs	propriétés	formules	autres
$\overrightarrow{A} et \overrightarrow{B}$	scalaire d'un vecteur	$(\overrightarrow{A} \to \alpha \overrightarrow{a}, \alpha \in \mathbb{R})$	
	commutative	$\overrightarrow{A} + \overrightarrow{B} = \overrightarrow{B} + \overrightarrow{A}$	
	associative	$(\overrightarrow{A} + \overrightarrow{B}) + \overrightarrow{C} = \overrightarrow{A} + (\overrightarrow{B} + \overrightarrow{C})$	
	composantes	$\overrightarrow{R_x} = \overrightarrow{A_x} + \overrightarrow{B_x}$ $\overrightarrow{R_y} = \overrightarrow{A_y} + \overrightarrow{B_y}$	
	vecteurs unitaires	$\|\|\overrightarrow{i}\|\| = \|\|\overrightarrow{j}\|\| = \|\|\overrightarrow{k}\|\| = 1$	
	vecteur $\overrightarrow{A}$ peut s'écrire	$\overrightarrow{A} = A_x \overrightarrow{i} + A_y \overrightarrow{j} + A_z \overrightarrow{k}$	
	norme du vecteur	$\|\|\overrightarrow{A}\|\| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$	
	égalité de vecteur	$\overrightarrow{A} = \overrightarrow{B} \Leftrightarrow A_x = B_x \wedge A_y = B_y \wedge A_z = B_z$	
	produit scalaire	$\overrightarrow{A} \cdot \overrightarrow{B} = A \cdot B \cdot \cos\theta$	
	produit vectoriel	$\overrightarrow{A} \times \overrightarrow{B} = A \cdot B \cdot \sin\theta \cdot \overrightarrow{u_n}$ il est anti-commutatif $\overrightarrow{A} \times \overrightarrow{B} = -\overrightarrow{B} \times \overrightarrow{A}$ il est distributif peser a la règle de la main droite	

Part II

cinématique a une dimension

- particule : voiture
- système de référence : route

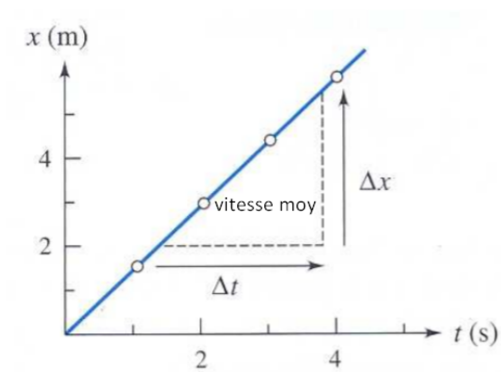
Position :
spécifiée en fonction d'une seule coordonnée x

Mouvement :
en fontion du temps $x(t)$

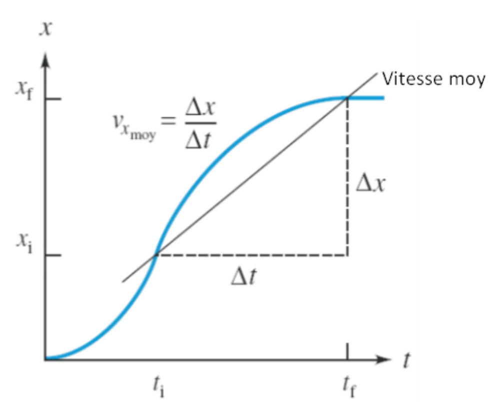
Déplacement :
vecteur a une composante $\Delta\overrightarrow{x} = \overrightarrow{x_f} - \overrightarrow{x_i}$
position initiale $\rightarrow$ position finale
$\Delta x = x_f - x_i$
cette composante peut être nulle, positive ou négative

Vitesse Moyenne :
durant un intervalle donné $\Delta t = t_f - t_i$
La formule est $v_{x_{moy}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$
représentation graphique:

Mouvement à un 'rythme' constant.



Mouvement irrégulier.

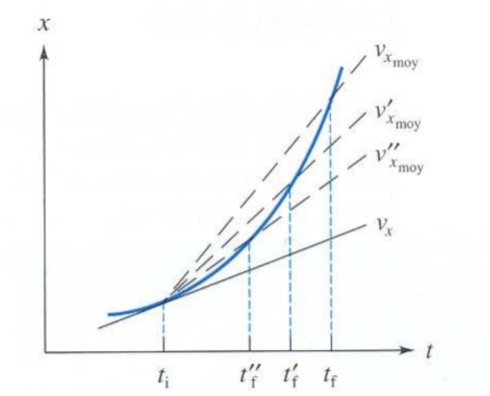


Vitesse instantanée :

$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$

$v(t) \equiv x = \frac{dx}{dt}$

représentation graphique:



Accélération moyenne :

taux de variation de vitesse ΔV sur un temps Δt

$a_{x_{moy}} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$

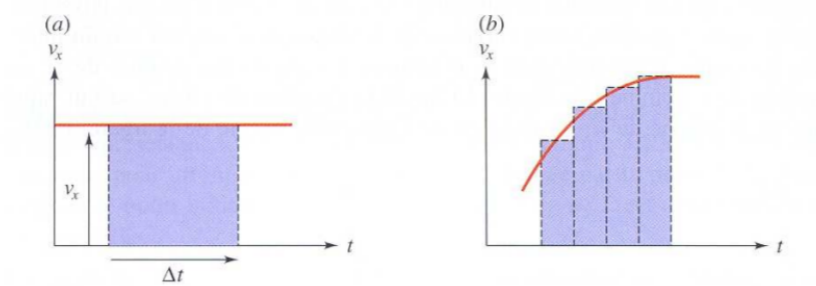
Acceleration instantanée :

dérivée de la vitesse par rapport au temps t :

$a(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$

Utilisation des aires :

Dans un graphique v en fonction de t, avec v constante, on constate que l'aire sous la courbe correspond à $v\Delta t$. Lorsque la vitesse est exprimée en m/s et le temps en s, cette aire a pour unité des mètres : l'aire sous la courbe correspond au déplacement.



Si $v(t)$ est connue en fonction du temps t et que la position de la particule est x_0 en $t = 0$, on retrouve la position en fonction du temps au moyen d'**une intégrale**. Le déplacement de la particule entre les temps t et $t + dt$ est donnée par $dx = v(t)dt$. Donc le déplacement sur un intervalle de temps $[0, t]$ est exactement donné par l'intégrale :

$$\Delta x = \int_0^t v(t')dt' \qquad x(t) = x_0 + \int_0^t v(t')dt'$$

On peut donc écrire la variation de position et de vitesse comme

$dx = v_x dt$

$dv = a_x dt$

donc :

$$\Delta x = x(t) - x(0) = \int_0^t v_x(t')dt'$$

$$\Delta v_x = v_x(t) - v_x(0) = \int_0^t a_x(t')dt'$$

A vitesse constante, l'acceleration est nulle :

$a = \frac{dv}{dt} = 0$

On peut alors retrouver l'équation du déplacement de la particule :

$$x(t) = x_0 + \int_0^t v(t')dt' = x_0 + v\int_0^t dt' = x_0 + vt$$

c'est l'équation du déplacement en MRU

Equation à accélération constante :

$$\Delta v = \int_0^t a(t')dt'$$

donc

$$v(t) = v_{x0} + \int_0^t a(t')dt' = v_{x0} + a\int_0^t dt' = v_{x0} + at$$

la position de la particule est donnée par :

$$x(t) = x_0 + \int_0^t v(t')dt' = x_0 + \int_0^t (v_{x0} + at')dt' = x_0 + v_{x0}t + \frac{at^2}{2}$$

Par conséquent on peut résumer :

$x(t) = x_0 + v_{x0}t + \frac{at^2}{2}$

$v(t) = v_{x0} + at$

Ce sont les équation de la vitesse et de la particules en MRUA et montrent que :

- la variation de vitesse de la particule est linéaire
- la variation de déplaceent de la particule est quadratique

En combinant ces deux équation on trouve une nouvelle équation :

$v^2 = v_{x0}^2 + 2a(x - x_0)$

Méthode de résolution proposée :

- faire un schéma
- définir un système de coordonée et indiquer le sens des axes
- énumérer les grandeurs connues et inconnues
- utiliser une equation algébrique dans laquelles les grandeurs recherchées sont les seules inconnues
- utiliser une solution graphique approchée pour vérifier la solution graphique obtenue.

Chutes des corps (libre et verticales)

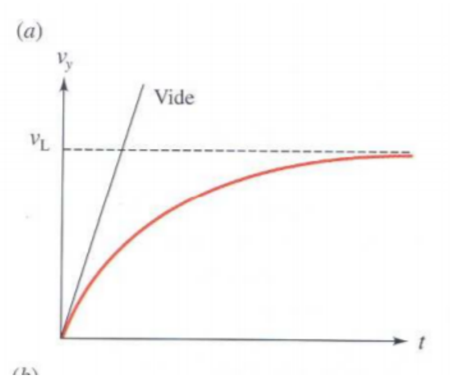
En l'absence de résistance de l'air, la chute d'un corps se comporte en MRUA avec $a_y = -g$ et $g = 9.81m/s^2$ (g est une acceleration)

La vitesse et la positions s'expriment alors

$v(t) = v_{y0} - gt$

$y(t) = x_0 + v_{y0} - \frac{gt^2}{2}$

En présence de résistance de l'air, l'accélération va diminuer jusqu'à s'annuler mênant donc a une limite de vitesse



Voici la formule permettant de la calculer :
$\frac{dv}{dt} = g - \frac{k\rho S}{m}v^2 \Rightarrow v(t) = v_L \ \tanh(\frac{t}{T}),\ T = \frac{v_L}{g}$

- S : section de la particule (surface)
- ρ : masse volumique de l'air
- m : masse de la particule
- k : const proportionnelle au C_X, le coefficient de traînée (pas d'unité SI)
- v_L : vitesse limite ($v_L = \sqrt{\frac{mg}{k\rho S}}$)

Part III
Inertie et mouvement à 2D

Définition de l'inertie

L'inertie d'un corps est sa tendance à résister à toute variation de son état de mouvement.

PREMIERE LOI.

Tout corps perſévère dans l'état de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite dans lequel il ſe trouve, à moins que quelque force n'agiſſe ſur luì, & ne le contraìgne à changer d'état.

Tout corps persévère dans l'état de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite dans lequel il se trouve, à moins que quelque force n'agisse sur lui, et ne le contraigne à changer d'état.

Mouvement dans l'espace

vecteur position $\overrightarrow{r}$

$$\overrightarrow{r} = x\,\overrightarrow{i} + y\,\overrightarrow{j} + z\,\overrightarrow{k}$$

vecteur déplacement $\Delta\overrightarrow{r}$:

$$\Delta\overrightarrow{r} = \overrightarrow{r_2} - \overrightarrow{r_1} = \Delta x\,\overrightarrow{i} + \Delta y\,\overrightarrow{j} + \Delta z\,\overrightarrow{k}$$

vitesse moyenne :

$$\overrightarrow{v_{moy}} = \frac{\Delta\overrightarrow{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\,\overrightarrow{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\,\overrightarrow{j} + \frac{\Delta z}{\delta t}\,\overrightarrow{k}$$

vitesse instantanée :

$$\overrightarrow{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\overrightarrow{r}}{\Delta t} = v_x\,\overrightarrow{i} + v_y\,\overrightarrow{j} + v_z\,\overrightarrow{k}$$

où $v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t},\ v_y = \frac{\Delta y}{\Delta t},\ v_z = \frac{\Delta z}{\Delta t}$

acceleration moyenne :

$$\overrightarrow{a_{moy}} = \frac{\Delta\overrightarrow{v}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{v_f} - \overrightarrow{v_i}}{t_f - t_i} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}\,\overrightarrow{i} + \frac{\Delta v_y}{\Delta t}\,\overrightarrow{j} + \frac{\Delta v_z}{\Delta t}\,\overrightarrow{k}$$

acceleration instantanée :

$$\overrightarrow{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \overrightarrow{v}}{\Delta t} = \frac{d\overrightarrow{v}}{dt} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$$

où $a_x = \frac{dv_x}{dt},\ a_y = \frac{dv_y}{dt},\ a_z = \frac{dv_z}{dt}$

équations du mouvement :

$$\overrightarrow{v}(t) = \overrightarrow{v_0} \int_0^t \overrightarrow{a}(t')dt'$$

$$\overrightarrow{r}(t) = \overrightarrow{r_0} + \int_0^t \overrightarrow{v}(t')dt'$$

Ce qui est équivalent à

$$\overrightarrow{v} = \overrightarrow{v_0} + \overrightarrow{a}t$$

$$\overrightarrow{r} = \overrightarrow{r_0} + \overrightarrow{v_0}t + \frac{\overrightarrow{a}t^2}{2}$$

Mouvement de projectile

Composantes de l'acceleration :

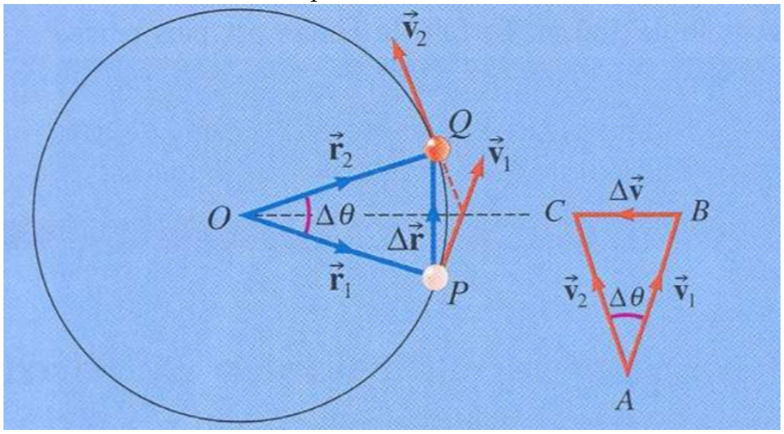
$$a_x = 0 \quad a_y = -g = -9.81 m/s^2$$

equations de la cinematique pour un projectile :

$x = x_0 + v_{x_0}t \qquad v_x = v_{x_0}$

$y = y_0 + v_{y_0}t - \frac{gt^2}{2} \qquad v_y = v_{y_0} - gt$

Mouvement circulaire uniforme
l'accélération instantanée est radiale et orientée vers le centre de la trajectoire : c'est l'accélération centripète.



Seul la direction $\overrightarrow{v}$ change !

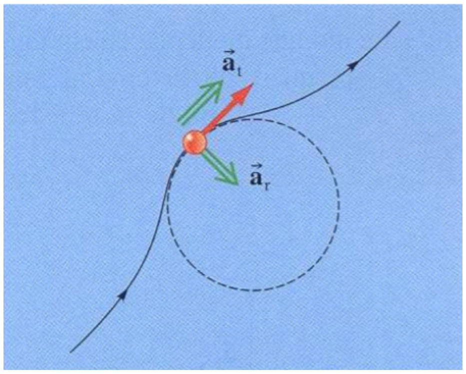
$\frac{||\Delta\overrightarrow{r}||}{r} = \frac{||\Delta\overrightarrow{v}||}{v}$

$||\Delta\overrightarrow{v}|| = \frac{v}{r}||\Delta\overrightarrow{r}||$

avec la limite de $\Delta t \to 0$, on a :
$a_r = \frac{v^2}{r}$

sous forme vectorielle :
$\overrightarrow{a_r} = -\frac{v^2}{r}\overrightarrow{u_r}$

Mouvement non-uniforme



Les variations de vitesses de te modules correspondent à l'accélération tangentielle a_t définie par

$$a_t = \frac{dv}{dt}$$

l'accélération résultante a_r est la somme vectorielle de

$$\overrightarrow{a} = \overrightarrow{a_r} + \overrightarrow{a_t}$$

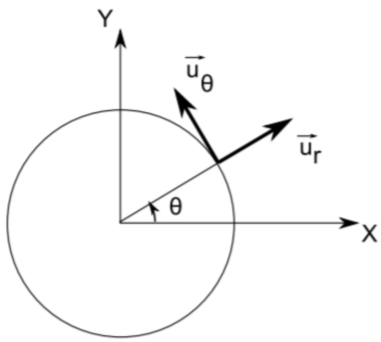
Et son module a est

$$a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2}$$

Mouvement circulaire non-uniforme

Le mouvement sur une trajectoire circulaire est

$$\overrightarrow{a} = \overrightarrow{a_r} + \overrightarrow{a_t} = -\frac{v^2}{r}\overrightarrow{u_r} + \frac{dv}{dt}\overrightarrow{u_\theta}$$



ici :

- $\overrightarrow{u_r}$ est le vecteur unitaire radial dirigé vers l'extérieur a partir du centre
- $\overrightarrow{u_\theta}$ est le vecteur unitaire angulaire dirigé dans le sens de θ

Les référentiels inertiels

Un référentiel est dit inertiel si un corps est soumis a une force résultante nulle ou elle reste au repos ou encore se déplace à vitesse constante.

remarques :

- tout système se d'éplaçant a vitesse constante par rapport à un référentiel inertiel est aussi un référentiel inertiel
- si l'acceleration d'une particule est nulle dans un référentiel inertiel alors elle est également nulle dans tout les autres référentiels inetiels plsu grands

Vitesse relative

Mouvement d'un corps : décrit par rapport à un référentiel. Besoin de déterminer le mouvement d'un corps par rapport à un autre corps

soit :

$\overrightarrow{r_{PA}}$ la position de la particule par rapport au référentiel A

$\overrightarrow{r_{PB}}$ la position de la particule par rapport au référentiel B

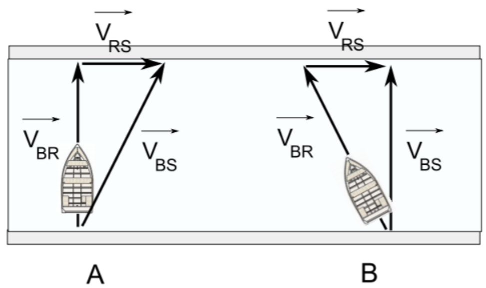
$\overrightarrow{r_{BA}}$ la position du référentiel B par rapport au référentiel A

on a :

$\overrightarrow{r_{PA}} = \overrightarrow{r_{PB}} + \overrightarrow{r_{BA}}$

Si la particule P et le référentiel B se déplacent tous deux par rapport au référentiel A, on obtient :

$$\overrightarrow{v_{PA}} = \overrightarrow{v_{PB}} + \overrightarrow{v_{BA}}$$



Cas A : Le bateau se lance perpendiculairement aux berges. L'angle résultant ?

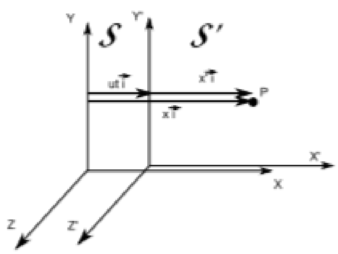
$$\vec{V}_{BS} = \vec{V}_{BR} + \vec{V}_{RS}$$

$$V_{BS} = \sqrt{V_{BR}^2 + V_{RS}^2} \qquad \tan\theta = \frac{V_{RS}}{V_{BR}}$$

Cas B : Le bateau veut avancer perpendiculairement aux berges. L'angle nécessaire ?

$$\vec{V}_{BS} = \vec{V}_{BR} + \vec{V}_{RS}$$

$$V_{BS} = \sqrt{V_{BR}^2 - V_{RS}^2} \qquad \sin\theta' = \frac{V_{RS}}{V_{BR}}$$



Composantes de la position :

$$\begin{aligned} x' &= x - u_x t \\ y' &= y - u_y t \\ z' &= z - u_z t \\ t' &= t \end{aligned}$$

Donc pour le cas spécifique montré ici :

$$\begin{aligned} x' &= x - ut \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t \end{aligned}$$

La vitesse de la particule est obtenue en dérivant $\vec{r}' = \vec{r} - \vec{u}t$ par rapport au temps :

$$\vec{v}' = \frac{d\vec{r}}{dt} - \frac{d(\vec{u}t)}{dt} = \vec{v} - \vec{u}$$

La **vitesse est différente** dans les 2 référentiels, mais des observateurs verront la particule se déplacer à vitesse constante dans les 2 cas.

$\Rightarrow$ **pas de force résultante**.

On trouve en effet que la particule a la même accélération dans les 2 référentiels ($\frac{d\vec{u}}{dt} = 0$) :

$$\vec{a}' = \frac{d\vec{v}'}{dt} = \frac{d\vec{v}}{dt} - \frac{d\vec{u}}{dt} = \vec{a}$$

Principe de relativité Galilée-Newton :

Les lois de la mécanique ont la même forme dans tous les référentiels d'inertie.