Obwody - zadania obliczeniowe

Zadanie 1 Bramka obrotu wokół osi x o kąt φ ma postać: $R_{x,\varphi} = \begin{bmatrix} \cos \frac{\varphi}{2} & -i \sin \frac{\varphi}{2} \\ -i \sin \frac{\varphi}{2} & \cos \frac{\varphi}{2} \end{bmatrix}$ Niech kąt $\varphi = \frac{2\pi}{3}$. Policzyć stan *wyjściowy* układu $|x_1x_0\rangle$:

$$|x_0\rangle = |0\rangle - R_x$$

$$|x_1\rangle = |0\rangle - H$$

$$(1)$$

Zadanie 2

Wyjasnienie: kontrolowana bramka Hadamarda włącza działanie bramki H na qbicie docelowym (tutaj młodszy qbit) jesli qbit kontrolny (tutaj starszy qbit) jest ustawiony na $|1\rangle$. Czyli działanie na stany bazowe wygląda tak:

$$\begin{aligned} \operatorname{Ctrl-H}|00\rangle &= |00\rangle \\ \operatorname{Ctrl-H}|01\rangle &= |01\rangle \\ \operatorname{Ctrl-H}|10\rangle &= |1\rangle \otimes H |0\rangle \\ \operatorname{Ctrl-H}|11\rangle &= |1\rangle \otimes H |1\rangle \end{aligned}$$

Zadanie znaleźć **jednoqbitowe** bramki (t.j. macierze unitarne 2×2 działające na poszczególne qbity) potrzebne do wyprodukowania stanu $|\psi\rangle=\frac{1}{\sqrt{3}}\,|00\rangle+\frac{1}{\sqrt{3}}\,|01\rangle+\frac{1}{\sqrt{3}}\,|10\rangle$, zakładając, ze:

- startujemy ze stanu $|00\rangle$
- na końcu, po znalezionych przez nas bramkach, zostanie użyta bramka Ctrl-H.