

Введение в нейронные сети

Грицаев Матвей

162

9 ноября 2018 г.

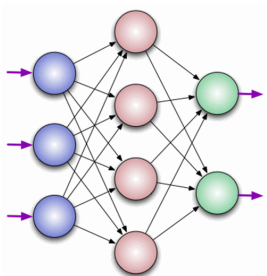
С чего все началось?

В середине 20 века Дональд Хебб изучил взаимодействие нейронов друг с другом, он исследовал, по какому принципу они объединяются в группы (по-научному — ансамбли) и предложил первый в науке алгоритм обучения нейронных сетей.

Спустя несколько лет группа американских учёных смоделировала искусственную нейросеть, которая могла отличать фигуры квадратов от остальных фигур.

Что такое нейронная сеть?

- ▶ Нейронная сеть — это последовательность нейронов, соединенных между собой синапсами.
- ▶ Нейронные сети используют для решения задач, где требуются аналитические вычисления, наподобие тех, что выполняет наш мозг.
- ▶ Нейронную сеть можно представить в виде графа, где вершины - это нейроны, а ребра - синапсы.



Что такое нейрон?

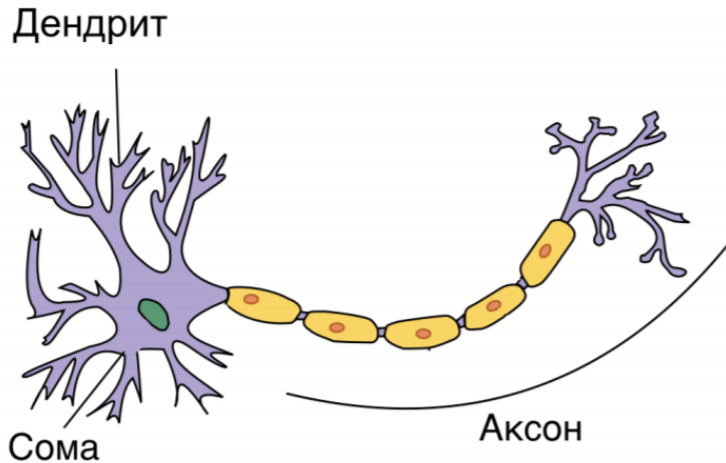


Рис.: Структура нейрона

Что такое нейрон?

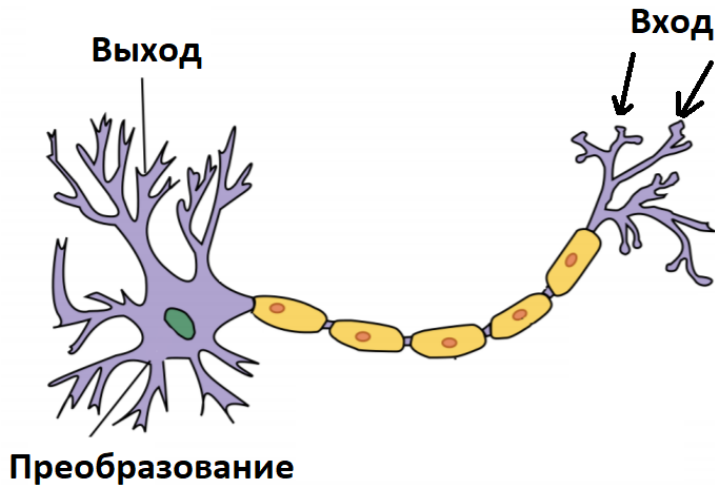
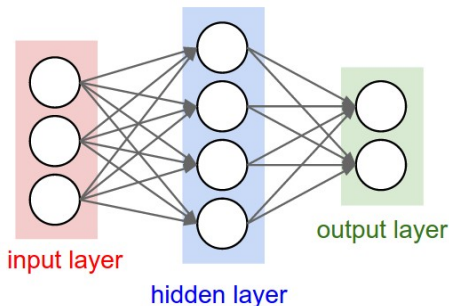


Рис.: Структура нейрона

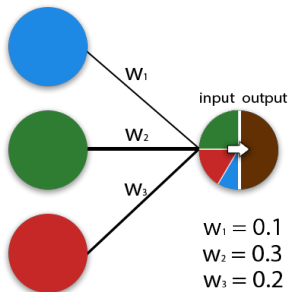
Нейрон

- ▶ Нейрон — это некоторая функция, которая получает информацию, производит над ней вычисления и передает ее дальше.
- ▶ Есть три основных типа нейронов: входной(красный), скрытый(синий) и выходной(зеленый).



Синапсы

- ▶ Синапс это связь между двумя нейронами.
- ▶ У каждого синапса есть вес.
- ▶ Вес влияет на значимость передаваемой информацией между нейронами.



Нейрон

- ▶ Слой - группа нейронов. Входной слой принимает информацию, есть n скрытых слоев (в основном $n \leq 3$) также и выходной слой.
- ▶ У каждого из нейронов есть 2 основных параметра: входные данные (input data) и выходные данные (output data). У входных нейронов: $\text{input data} = \text{output data}$.
- ▶ Другим нейронам input data получается от суммарной информации с предыдущего слоя, но перед получением, эта информация нормализуется некоторой функцией активацией, обозначим ее $\sigma()$.

Почему работает?

- ▶ Теорема Цыбенко

Универсальная теорема аппроксимации - нейронная сеть с одним нейронным слоем может аппроксимизировать любую непрерывную функцию с любой точностью

- ▶ При большой обучающей выборке можно подобрать все необходимые параметры, для выявления зависимости между входными данными и выходными

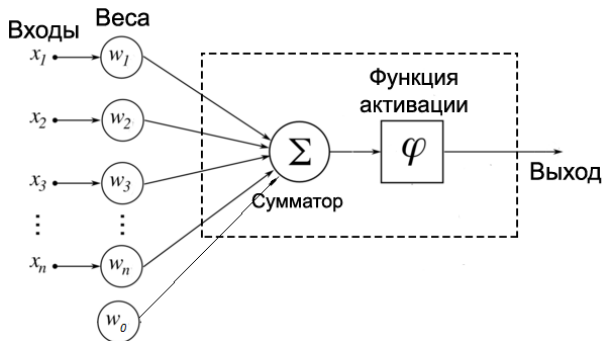
Полносвязная нейронная сеть

- ▶ Полносвязная сеть - сеть, в которой каждый нейрон соединен со всеми нейронами предыдущего слоя
- ▶ Каждый нейрон a_i представляется так

$$a_i = \sigma(w^T x) = \sigma\left(\sum_{j=1}^n w_j^{(i)} x_j + w_0^{(i)}\right)$$

- ▶ $x = (1, x_1, x_2, \dots, x_n)$ - входные признаки с предыдущего слоя
- ▶ $w = (w_0^{(i)}, w_1^{(i)}, w_2^{(i)}, \dots, w_n^{(i)})$ - веса связи a_i нейрона с нейронами предыдущего слоя
- ▶ σ - функция активации, непрерывно монотонная, желательно дифференцируемая
- ▶ Обозначим $\sum = \sum_{j=1}^n w_j^{(i)} x_j + w_0^{(i)}$

Работа одного нейрона



Функция активации

- ▶ Рассмотрим задачу для нейронной сети. Цель - решить ехать ли на отдых в данный отель.
- ▶ Пусть нам важны 4 параметра: стоимость поездки, какая погода на море, обстановка на работе и есть ли бесплатное мороженое на территории отеля.
- ▶ Веса распределим следующим образом.
 $w_1 = 3, w_2 = 4, w_3 = 1, w_4 = 4$
- ▶ Дадим на вход следующие параметры.
 $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1$
- ▶ $\sum = 3 + 4 = 7$

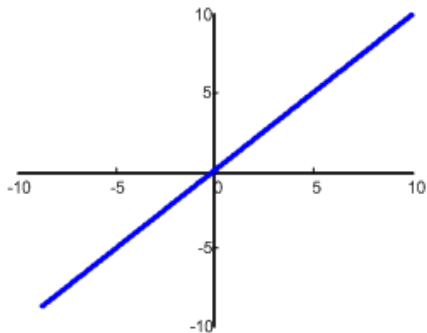
Функция активации

- ▶ Рассмотрим задачу для нейронной сети. Цель - решить ехать ли на отдых в данный отель.
- ▶ Пусть нам важны 4 параметра: стоимость поездки, какая погода на море, обстановка на работе и есть ли бесплатное мороженое на территории отеля.
- ▶ Веса распределим следующим образом.
 $w_1 = 7, w_2 = 5, w_3 = 1, w_4 = 3$
- ▶ Дадим на вход следующие параметры.
 $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1$
- ▶ $\sum = 7 + 3 = 10$
- ▶ Какой ответ должна выдать программа?

Функция активации

Тождественная функция

► $\sigma(x) = x$

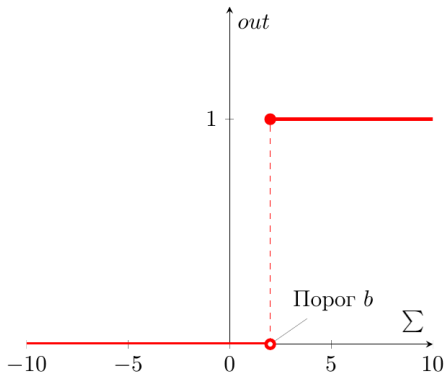


Функция активации

Функция единичного скачка

- ▶ $\sigma(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < b \\ 1, & \text{если } x \geq b \end{cases}$
- ▶ $\text{out} \in \{0, 1\}$

Функция единичного скачка

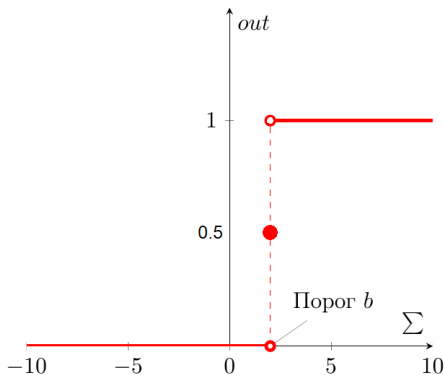


Функция активации

Функция единичного скачка

- ▶ $\sigma(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < b \\ 0.5, & \text{если } x = b \\ 1, & \text{если } x > b \end{cases}$
- ▶ $\text{out} \in \{0, 0.5, 1\}$

Функция единичного скачка

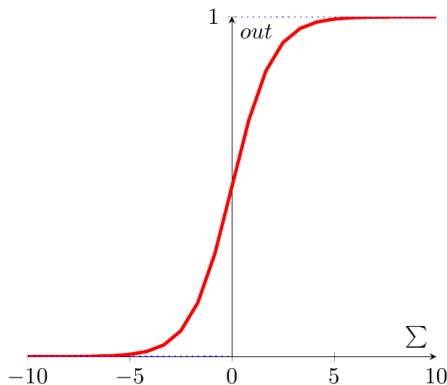


Функция активации

Сигмоидальная функция

- ▶ $\sigma(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$
- ▶ $\text{out} \in [0, 1]$
- ▶ Не проходит через центр координат
- ▶ Функция дифференцируема

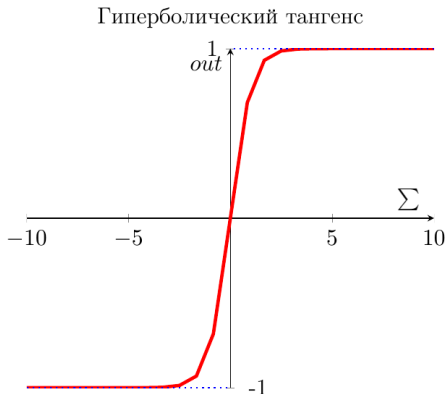
Логистическая функция



Функция активации

Гиперболический тангенс

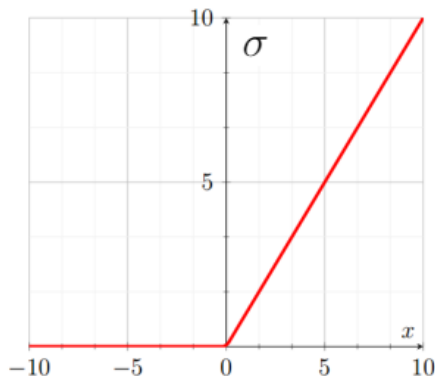
- ▶ $\sigma(x) = \frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$
- ▶ $\text{out} \in [-1, 1]$
- ▶ Проходит через центр координат
- ▶ Функция дифференцируема



Функция активации

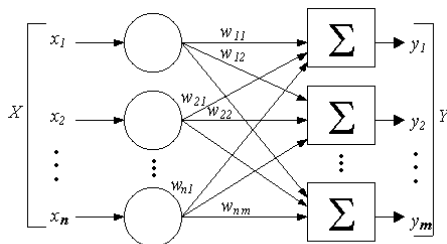
ReLU - выпрямитель

- ▶ $\sigma(x) = \max(0, x)$
- ▶ Простая для вычисления функция



Однослойные нейронные

- ▶ Сигналы с входного слоя сразу подаются на выходной слой.
- ▶ Производимые вычисления попадают сразу на выход
- ▶ Входной слой - не считается за слой нейронной сети



Однослойная нейронная сеть

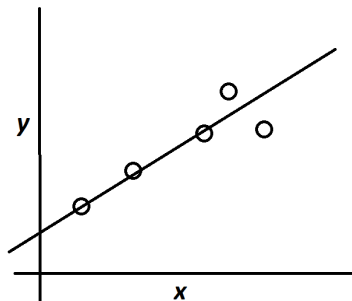
Функция активации

В задаче Регрессии

- ▶ Сеть с линейной функцией активации, задача восстановления регрессии x на y :

$$a(x, w) = w^T x$$

- ▶ $\sigma = id$

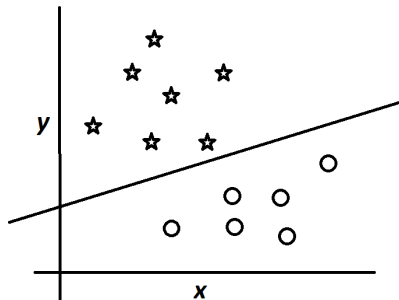


Функция активации

- ▶ Сеть с пороговой функцией активации, задача восстановления регрессии x на y :

$$a(x, w) = \text{sign}(w^T x)$$

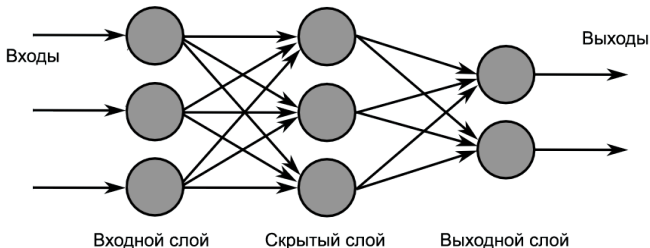
- ▶ $\sigma = \text{sign}$



Многослойная нейронная сеть

- ▶ Помимо входного и выходного слоев нейронов, характеризуются еще и скрытым слоем (слоями).
- ▶ Скрытые слои - слои между входным и выходным слоями
- ▶ Сеть состоит из линейной комбинации нейронных сетей
- ▶ Для двуслойной нейронной сети:

$$a(x, W) = \sigma^{(2)}\left(\sum_{i=1}^N w_i^{(2)} \sigma^{(1)}\left(\sum_{j=1}^n w_{ji}^{(1)} x_j + w_{0i}^{(1)}\right) + w_0^{(2)}\right)$$



Функции Ошибки

- ▶ Для задачи регрессии используется MAE:

$$Q(w) = \sum_{i=1}^n |a(x_i, w) - y_i|$$

- ▶ Дифференцируемая функция ошибки MSE:

$$Q(w) = \sum_{i=1}^n (a(x_i, w) - y_i)^2$$

- ▶ 0 -1 loss: $Q(w) = \sum_{i=1}^n [\text{sign}(a(x_i, w) - y_i)]$

Заключение

- ▶ Гибкость структуры: можно различными способами комбинировать элементы нейросети
- ▶ Эффективное выстраивание нелинейного отображения (mapping) пространства входов на пространство выходных сигналов.
- ▶ Возможность работы при наличии большого числа неинформативных, избыточных, шумовых входных сигналов
- ▶ Работа с разными типами информации
- ▶ Нейронная сеть одновременно может решать несколько задач на едином наборе входных сигналов имея несколько выходов, прогнозировать значения нескольких показателей
- ▶ Нейросеть может обучиться решению задачи, которую человек-эксперт решает недостаточно точно
- ▶ Большой спектр решаемых задач
- ▶ Быстрые алгоритмы обучения нейросетей

Спасибо за внимание