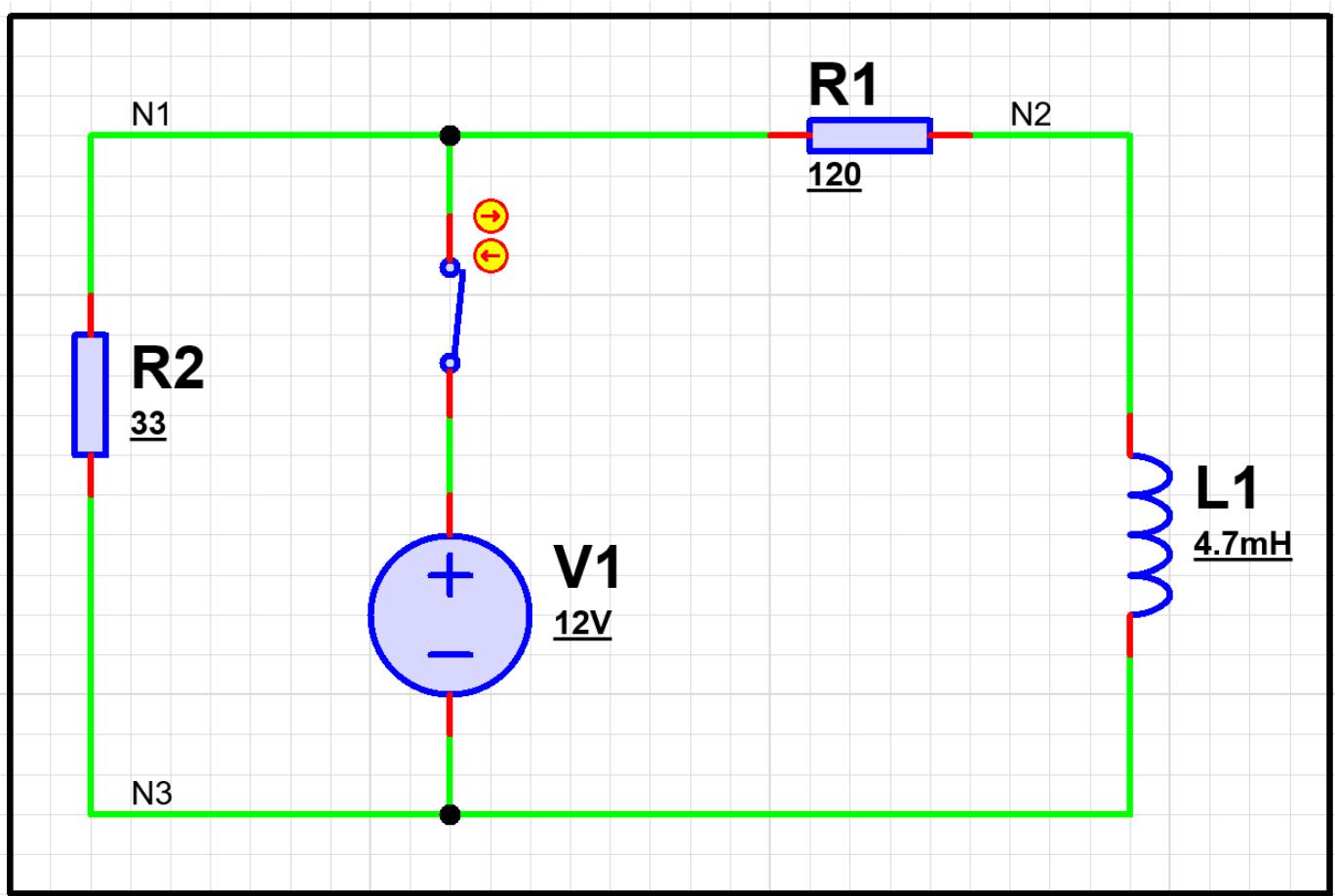


PRACTICA 4



Enunciado del problema

Analizar la respuesta transitoria de un circuito RL de primer orden. Se requiere determinar el voltaje, la corriente, la potencia y las ecuaciones temporales para los instantes $t = 0^-$, $t = 0^+$ y $t \rightarrow \infty$ tras la apertura del interruptor.

Objetivos específicos:

1. Calcular la corriente inicial en el inductor $i_L(t)$.
2. Determinar la constante de tiempo τ .
3. Formular las ecuaciones de descarga para corriente y voltaje.
4. Calcular la potencia instantánea disipada.

Datos dados

Valores de los componentes:

- Fuente de voltaje: $V_1 = 12 V$
- Resistencia 1: $R_1 = 120 \Omega$

- Resistencia 2: $R_2 = 33 \Omega$
- Inductancia: $L_1 = 4.7 \text{ mH} = 4.7 \times 10^{-3} \text{ H}$

Condiciones del sistema:

- **Tiempo $t < 0$:** Interruptor cerrado por un tiempo largo (estado estable).
 - **Tiempo $t = 0$:** El interruptor se abre.
-

Desarrollo paso a paso

1. Análisis del estado estable previo ($t = 0^-$)

Con el interruptor cerrado hace mucho tiempo, el circuito se encuentra en corriente continua (DC). En esta condición, el inductor ideal se comporta como un **cortocircuito** ($V_L = 0 \text{ V}$).

Según la topología descrita (Netlist):

- La fuente V_1 alimenta el nodo N1.
- La rama formada por R_1 y L_1 está conectada a la fuente.
- Aplicamos la Ley de Ohm para hallar la corriente que fluye por el inductor:

$$I_L(0^-) = \frac{V_{N1} - V_{N2}}{R_1} = \frac{V_1}{R_1}$$

Sustituyendo los valores:

$$I_L(0^-) = \frac{12 \text{ V}}{120 \Omega}$$

$$I_L(0^-) = 0.1 \text{ A}$$

2. Instante de conmutación ($t = 0^+$)

Debido a la propiedad de conservación de la energía magnética en el inductor, la corriente no puede cambiar instantáneamente. Por lo tanto:

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0.1 \text{ A}$$

Al abrirse el interruptor en $t = 0$, la fuente V_1 se desconecta. El circuito se reduce a un bucle de descarga en serie formado por el inductor L_1 y las resistencias R_1 y R_2 .

Calculamos la resistencia equivalente de descarga R_{eq} :

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

$$R_{eq} = 120 \Omega + 33 \Omega = 153 \Omega$$

3. Fase de descarga ($t > 0$)

Para caracterizar la velocidad de la respuesta transitoria, calculamos la constante de tiempo τ :

$$\tau = \frac{L}{R_{eq}}$$

$$\tau = \frac{4.7 \times 10^{-3} \text{ H}}{153 \Omega}$$

$$\tau \approx 3.0719 \times 10^{-5} \text{ s} \quad (30.719 \mu\text{s})$$

Calculamos el inverso de la constante de tiempo ($1/\tau$) para el exponente:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{153}{0.0047} \approx 32553.2 \text{ s}^{-1}$$

Ecuación de la corriente $i_L(t)$:

La ecuación para la respuesta natural (descarga) es:

$$i_L(t) = I_0 \cdot e^{-t/\tau}$$

$$i_L(t) = 0.1 \cdot e^{-32553.2t} \text{ A}$$

Ecuación del voltaje en el inductor $v_L(t)$:

El voltaje se induce para oponerse al cambio de corriente (Ley de Lenz):

$$v_L(t) = L \frac{di}{dt} = L \cdot I_0 \cdot \left(-\frac{1}{\tau} \right) e^{-t/\tau}$$

Simplificando con $\tau = L/R_{eq}$:

$$v_L(t) = -I_0 \cdot R_{eq} \cdot e^{-t/\tau}$$

$$v_L(t) = -(0.1 \text{ A})(153 \Omega)e^{-32553.2t}$$

$$v_L(t) = -15.3 \cdot e^{-32553.2t} \text{ V}$$

Cálculo de la potencia instantánea:

La potencia total disipada en las resistencias es:

$$P(t) = i(t)^2 \cdot R_{eq} = (0.1 \cdot e^{-t/\tau})^2 \cdot 153$$

$$P(t) = 0.01 \cdot 153 \cdot e^{-2t/\tau}$$

$$P(t) = 1.53 \cdot e^{-65106t} \text{ W}$$

4. Estado final ($t \rightarrow \infty$)

Transcurrido un tiempo suficiente (aprox. $5\tau \approx 153 \mu\text{s}$), toda la energía almacenada se ha disipado:

$$i_L(\infty) = 0 \text{ A}$$

$$v_L(\infty) = 0 \text{ V}$$

Resultado final

Parámetro	$t = 0^-$ (Estado Estable)	$t = 0^+$ (Transitorio)	$t \rightarrow \infty$ (Final)
Estado Interruptor	Cerrado (ON)	Abierto (OFF)	Abierto (OFF)
Topología	L_1 serie con R_1	L_1 serie con $(R_1 + R_2)$	Pasivo
Corriente i_L	0.100 A	0.100 A	0 A
Voltaje v_L	0 V	-15.3 V	0 V

Ecuaciones temporales ($t \geq 0$):

$$i_L(t) = 0.1 \cdot e^{-32553t} \text{ A}$$

$$v_L(t) = -15.3 \cdot e^{-32553t} \text{ V}$$

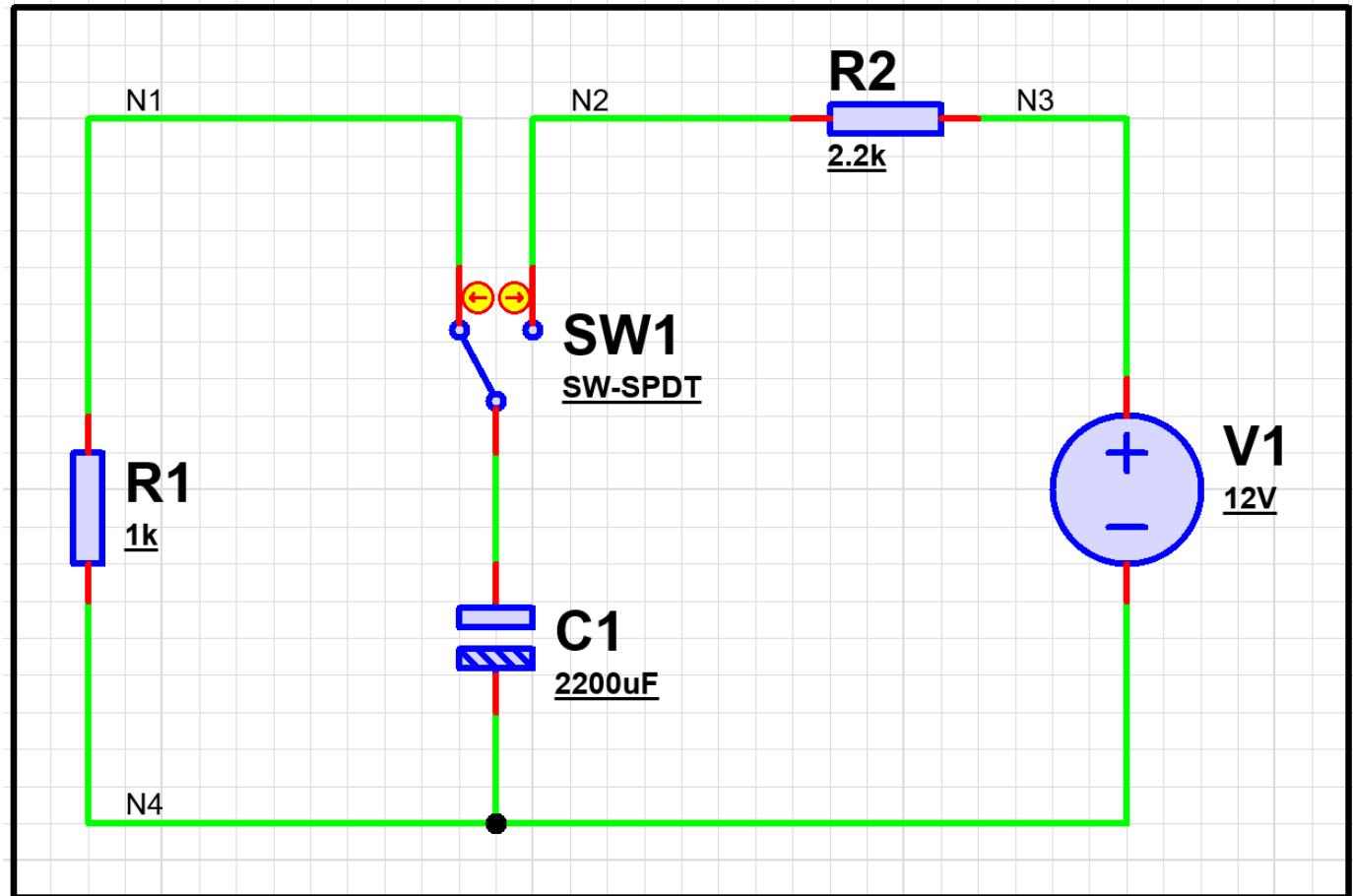
$$P(t) = 1.53 \cdot e^{-65106t} \text{ W}$$

Interpretación breve del resultado

El circuito muestra el comportamiento clásico de descarga de un inductor.

- Continuidad de la corriente:** La corriente comienza en 0.1 A y decae exponencialmente a cero.
- Inversión de voltaje:** Al abrir el interruptor, el voltaje en el inductor salta instantáneamente de 0 V a -15.3 V. Este signo negativo confirma que el inductor actúa temporalmente como una fuente para mantener el flujo de corriente.
- Magnitud del pico:** El voltaje pico (15.3 V) es mayor que la fuente original (12 V) debido a que la resistencia de descarga (153Ω) es mayor que la resistencia de carga (120Ω).

 Cálculos verificados: correctos.



Enunciado del problema

Analizar el comportamiento transitorio de un circuito RC de primer orden con conmutación (interruptor SPDT). El objetivo es determinar las constantes de tiempo, las ecuaciones de voltaje $v_C(t)$ y corriente $i_C(t)$, y la potencia máxima disipada para dos fases distintas:

- 1. Fase de Carga:** Conexión a la fuente de voltaje.
- 2. Fase de Descarga:** Desconexión de la fuente y cierre del circuito sobre una resistencia de carga.

Datos dados

Valores de los componentes:

- Fuente de voltaje: $V_1 = 12 \text{ V}$
- Capacitor: $C_1 = 2200 \mu\text{F} = 2.2 \times 10^{-3} \text{ F}$
- Resistencia de Carga (R_2): $R_2 = 2.2 \text{ k}\Omega = 2200 \Omega$
- Resistencia de Descarga (R_1): $R_1 = 1 \text{ k}\Omega = 1000 \Omega$

Condiciones iniciales:

- Inicio de carga ($t = 0$): $v_C(0) = 0 \text{ V}$ (Capacitor descargado).
- Inicio de descarga ($t' = 0$): $v_C(0) = 12 \text{ V}$ (Capacitor plenamente cargado).

Desarrollo paso a paso

1. Cálculo de las constantes de tiempo (τ)

La constante de tiempo $\tau = R \cdot C$ determina la velocidad de respuesta del sistema. Calculamos una para cada configuración del interruptor.

Fase de Carga (con R_2):

$$\tau_{\text{carga}} = R_2 \cdot C_1$$

$$\tau_{\text{carga}} = 2200 \Omega \cdot (2.2 \times 10^{-3} \text{ F})$$

$$\tau_{\text{carga}} = 4.840 \text{ s}$$

Fase de Descarga (con R_1):

$$\tau_{\text{descarga}} = R_1 \cdot C_1$$

$$\tau_{\text{descarga}} = 1000 \Omega \cdot (2.2 \times 10^{-3} \text{ F})$$

$$\tau_{\text{descarga}} = 2.200 \text{ s}$$

2. Análisis de la Fase de Carga (Switch hacia R_2)

La respuesta de voltaje para un capacitor que se carga desde cero es $v_C(t) = V_1(1 - e^{-t/\tau})$.

Ecuación de Voltaje:

Calculamos el coeficiente del exponente $\frac{1}{\tau_{\text{carga}}} = \frac{1}{4.84} \approx 0.2066 \text{ s}^{-1}$.

$$v_C(t) = 12(1 - e^{-0.2066t}) \text{ V}$$

Ecuación de Corriente:

La corriente inicial máxima ocurre en $t = 0$, cuando el capacitor se comporta como un cortocircuito.

$$I_{\max(\text{carga})} = \frac{V_1}{R_2} = \frac{12 \text{ V}}{2200 \Omega} \approx 5.455 \text{ mA}$$

$$i_C(t) = 5.455 \cdot e^{-0.2066t} \text{ mA}$$

Potencia Máxima en R_2 :

Ocurre en el instante inicial ($t = 0$).

$$P_{R2(\max)} = I_{\max}^2 \cdot R_2 = (5.4545 \times 10^{-3})^2 \cdot 2200$$

$$P_{R2(\max)} = 0.06545 \text{ W} = 65.45 \text{ mW}$$

3. Análisis de la Fase de Descarga (Switch hacia R_1)

Asumimos que se reinicia el cronómetro ($t = 0$) en el momento de conmutar a descarga. El capacitor actúa ahora como fuente temporal con $V_0 = 12 \text{ V}$.

Ecuación de Voltaje:

La respuesta natural es $v_C(t) = V_0 \cdot e^{-t/\tau}$.

Coeficiente del exponente: $\frac{1}{\tau_{\text{descarga}}} = \frac{1}{2.2} \approx 0.4545 \text{ s}^{-1}$.

$$v_C(t) = 12 \cdot e^{-0.4545t} \text{ V}$$

Ecuación de Corriente:

El flujo de corriente se invierte (sale del capacitor).

$$I_{\max(\text{descarga})} = \frac{V_0}{R_1} = \frac{12 \text{ V}}{1000 \Omega} = 12 \text{ mA}$$

$$i_C(t) = -12 \cdot e^{-0.4545t} \text{ mA}$$

Potencia Máxima en R_1 :

Ocurre justo al conmutar.

$$P_{R1(\max)} = \frac{V_0^2}{R_1} = \frac{12^2}{1000}$$

$$P_{R1(\max)} = 0.1440 \text{ W} = 144.0 \text{ mW}$$

Resultado final

Parámetro	Fase de Carga ($R_2 = 2.2 \text{ k}\Omega$)	Fase de Descarga ($R_1 = 1 \text{ k}\Omega$)
Constante de tiempo (τ)	4.840 s	2.200 s
Voltaje $v_C(t)$	$12(1 - e^{-0.2066t}) \text{ V}$	$12 \cdot e^{-0.4545t} \text{ V}$
Corriente $i_C(t)$	$5.455 \cdot e^{-0.2066t} \text{ mA}$	$-12 \cdot e^{-0.4545t} \text{ mA}$
Potencia Pico Resistencia	65.45 mW	144.0 mW

Interpretación breve del resultado

- Dinámica temporal:** El proceso de descarga es más rápido ($\tau = 2.2 \text{ s}$) que el de carga ($\tau = 4.84 \text{ s}$). Esto se debe a que la resistencia de descarga R_1 es menor que la de carga R_2 , permitiendo un flujo de corriente mayor para el mismo voltaje.
- Seguridad de componentes:** La resistencia R_1 soporta un pico de potencia de 144 mW. Para implementación física, una resistencia estándar de 1/4 W (250 mW) operaría de forma segura, ya que el pico está por debajo de su límite y dura solo un instante.
- Energía:** El capacitor almacena energía durante la fase lenta de carga y la libera rápidamente durante la fase de descarga, actuando como un buffer de energía.

Cálculos verificados: correctos.

¿Te gustaría que calculemos el voltaje exacto del capacitor tras 5 segundos de carga para ver qué porcentaje de la batería ha alcanzado?