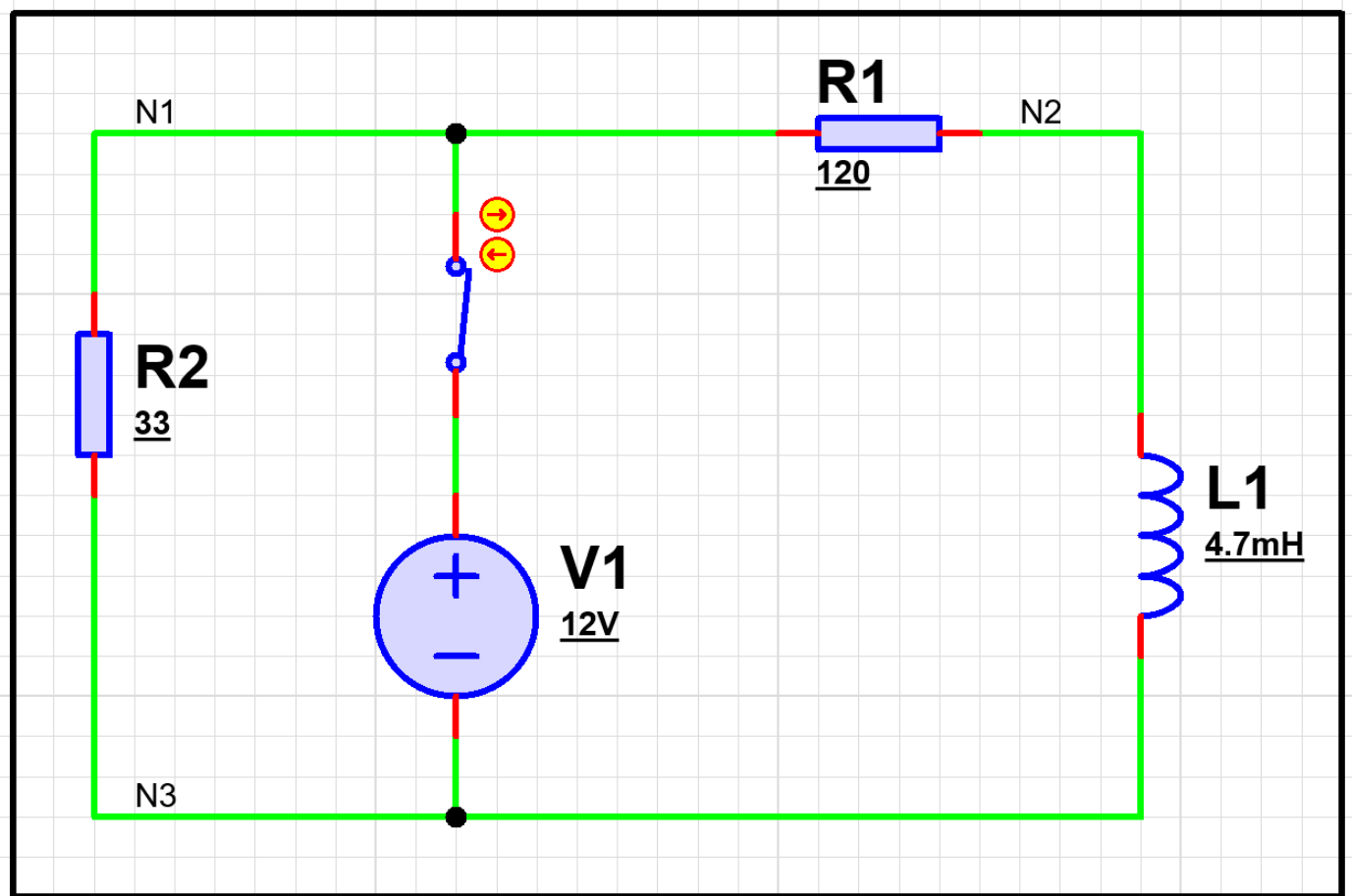


# PRACTICA 4



## Enunciado del problema

Analizar la respuesta transitoria de un circuito RL de primer orden. Se requiere determinar el voltaje, la corriente, la potencia y las ecuaciones temporales para los instantes  $t = 0^-$ ,  $t = 0^+$  y  $t \rightarrow \infty$  tras la apertura del interruptor.

## Objetivos específicos:

1. Calcular la corriente inicial en el inductor  $i_L(t)$ .
2. Determinar la constante de tiempo  $\tau$ .
3. Formular las ecuaciones de descarga para corriente y voltaje.
4. Calcular la potencia instantánea disipada.

## Datos dados

### Valores de los componentes:

- Fuente de voltaje:  $V_1 = 12 \text{ V}$
- Resistencia 1:  $R_1 = 120 \Omega$

- Resistencia 2:  $R_2 = 33 \Omega$
- Inductancia:  $L_1 = 4.7 \text{ mH} = 4.7 \times 10^{-3} \text{ H}$

#### Condiciones del sistema:

- **Tiempo  $t < 0$ :** Interruptor cerrado por un tiempo largo (estado estable).
- **Tiempo  $t = 0$ :** El interruptor se abre.

### Desarrollo paso a paso

#### 1. Análisis del estado estable previo ( $t = 0^-$ )

Con el interruptor cerrado hace mucho tiempo, el circuito se encuentra en corriente continua (DC). En esta condición, el inductor ideal se comporta como un **cortocircuito** ( $V_L = 0 \text{ V}$ ).

Según la topología descrita (Netlist):

- La fuente  $V_1$  alimenta el nodo N1.
- La rama formada por  $R_1$  y  $L_1$  está conectada a la fuente.
- Aplicamos la Ley de Ohm para hallar la corriente que fluye por el inductor:

$$I_L(0^-) = \frac{V_{N1} - V_{N2}}{R_1} = \frac{V_1}{R_1}$$

Sustituyendo los valores:

$$I_L(0^-) = \frac{12 \text{ V}}{120 \Omega}$$

$$I_L(0^-) = 0.1 \text{ A}$$

#### 2. Instante de conmutación ( $t = 0^+$ )

Debido a la propiedad de conservación de la energía magnética en el inductor, la corriente no puede cambiar instantáneamente. Por lo tanto:

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0.1 \text{ A}$$

Al abrirse el interruptor en  $t = 0$ , la fuente  $V_1$  se desconecta. El circuito se reduce a un bucle de descarga en serie formado por el inductor  $L_1$  y las resistencias  $R_1$  y  $R_2$ .

Calculamos la resistencia equivalente de descarga  $R_{eq}$ :

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

$$R_{eq} = 120 \Omega + 33 \Omega = 153 \Omega$$

#### 3. Fase de descarga ( $t > 0$ )

Para caracterizar la velocidad de la respuesta transitoria, calculamos la constante de tiempo  $\tau$ :

$$\tau = \frac{L}{R_{eq}}$$

$$\tau = \frac{4.7 \times 10^{-3} \text{ H}}{153 \Omega}$$

$$\tau \approx 3.0719 \times 10^{-5} \text{ s} \quad (30.719 \mu\text{s})$$

Calculamos el inverso de la constante de tiempo ( $1/\tau$ ) para el exponente:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{153}{0.0047} \approx 32553.2 \text{ s}^{-1}$$

**Ecuación de la corriente  $i_L(t)$ :**

La ecuación para la respuesta natural (descarga) es:

$$i_L(t) = I_0 \cdot e^{-t/\tau}$$

$$i_L(t) = 0.1 \cdot e^{-32553.2t} \text{ A}$$

**Ecuación del voltaje en el inductor  $v_L(t)$ :**

El voltaje se induce para oponerse al cambio de corriente (Ley de Lenz):

$$v_L(t) = L \frac{di}{dt} = L \cdot I_0 \cdot \left(-\frac{1}{\tau}\right) e^{-t/\tau}$$

Simplificando con  $\tau = L/R_{eq}$ :

$$v_L(t) = -I_0 \cdot R_{eq} \cdot e^{-t/\tau}$$

$$v_L(t) = -(0.1 \text{ A})(153 \Omega) e^{-32553.2t}$$

$$v_L(t) = -15.3 \cdot e^{-32553.2t} \text{ V}$$

**Cálculo de la potencia instantánea:**

La potencia total disipada en las resistencias es:

$$P(t) = i(t)^2 \cdot R_{eq} = (0.1 \cdot e^{-t/\tau})^2 \cdot 153$$

$$P(t) = 0.01 \cdot 153 \cdot e^{-2t/\tau}$$

$$P(t) = 1.53 \cdot e^{-65106t} \text{ W}$$

#### 4. Estado final ( $t \rightarrow \infty$ )

Transcurrido un tiempo suficiente (aprox.  $5\tau \approx 153 \mu\text{s}$ ), toda la energía almacenada se ha disipado:

$$i_L(\infty) = 0 \text{ A}$$

$$v_L(\infty) = 0 \text{ V}$$

---

**Resultado final**

Parámetro	$t = 0^-$ (Estado Estable)	$t = 0^+$ (Transitorio)	$t \rightarrow \infty$ (Final)
Estado Interruptor	Cerrado (ON)	Abierto (OFF)	Abierto (OFF)
Topología	$L_1$ serie con $R_1$	$L_1$ serie con $(R_1 + R_2)$	Pasivo
Corriente $i_L$	0.100 A	0.100 A	0 A
Voltaje $v_L$	0 V	-15.3 V	0 V

Ecuaciones temporales ( $t \geq 0$ ):

$$i_L(t) = 0.1 \cdot e^{-32553t} \text{ A}$$

$$v_L(t) = -15.3 \cdot e^{-32553t} \text{ V}$$

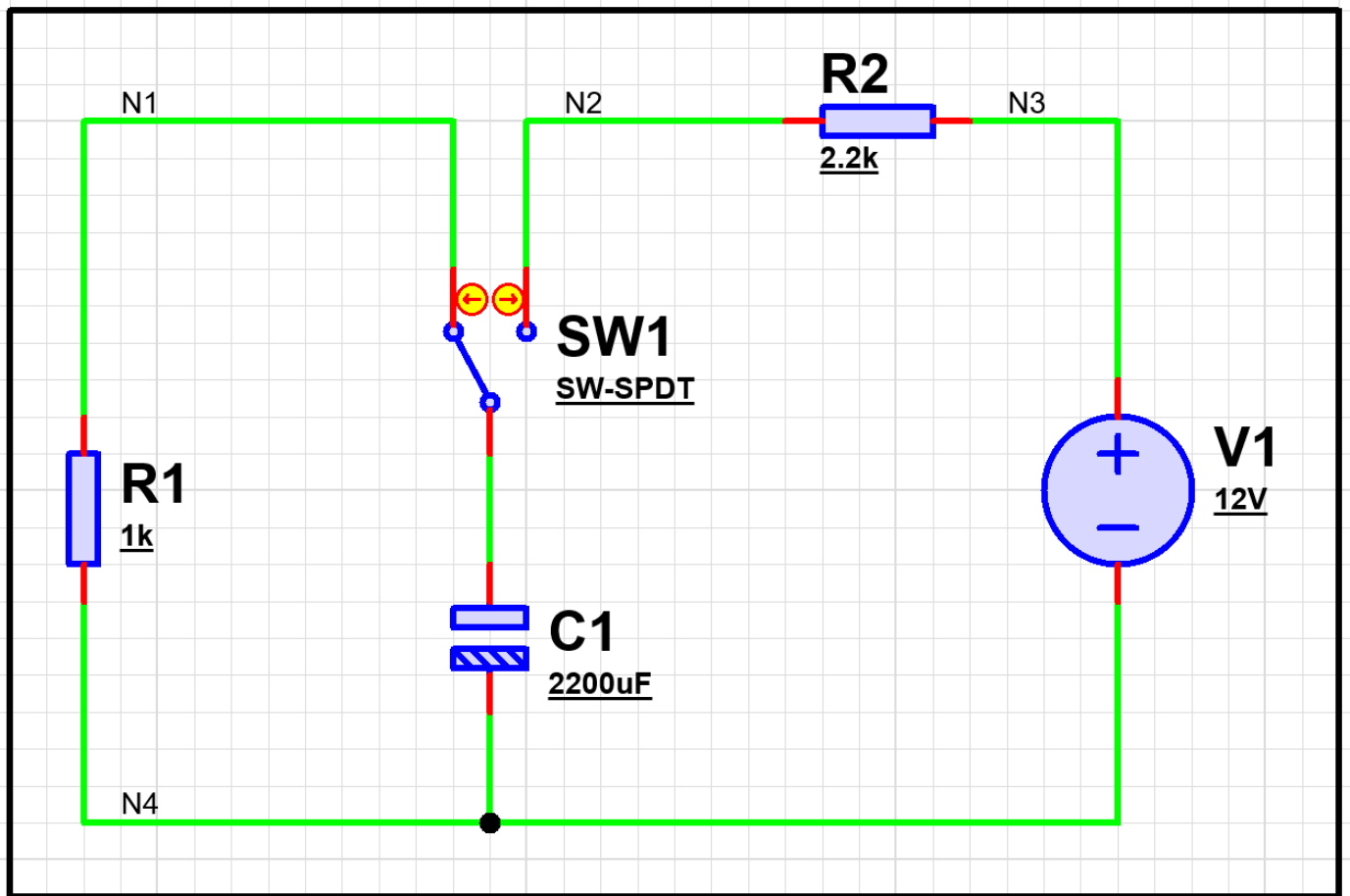
$$P(t) = 1.53 \cdot e^{-65106t} \text{ W}$$

### Interpretación breve del resultado

El circuito muestra el comportamiento clásico de descarga de un inductor.

- Continuidad de la corriente:** La corriente comienza en 0.1 A y decae exponencialmente a cero.
- Inversión de voltaje:** Al abrir el interruptor, el voltaje en el inductor salta instantáneamente de 0 V a -15.3 V. Este signo negativo confirma que el inductor actúa temporalmente como una fuente para mantener el flujo de corriente.
- Magnitud del pico:** El voltaje pico (15.3 V) es mayor que la fuente original (12 V) debido a que la resistencia de descarga (153 Ω) es mayor que la resistencia de carga (120 Ω).

✅ Cálculos verificados: correctos.



## Enunciado del problema

Analizar el comportamiento transitorio de un circuito RC de primer orden con conmutación (interruptor SPDT). El objetivo es determinar las constantes de tiempo, las ecuaciones de voltaje  $v_C(t)$  y corriente  $i_C(t)$ , y la potencia máxima disipada para dos fases distintas:

1. **Fase de Carga:** Conexión a la fuente de voltaje.
2. **Fase de Descarga:** Desconexión de la fuente y cierre del circuito sobre una resistencia de carga.

## Datos dados

Valores de los componentes:

- Fuente de voltaje:  $V_1 = 12 \text{ V}$
- Capacitor:  $C_1 = 2200 \mu\text{F} = 2.2 \times 10^{-3} \text{ F}$
- Resistencia de Carga ( $R_2$ ):  $R_2 = 2.2 \text{ k}\Omega = 2200 \Omega$
- Resistencia de Descarga ( $R_1$ ):  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega = 1000 \Omega$

Condiciones iniciales:

- Inicio de carga ( $t = 0$ ):  $v_C(0) = 0 \text{ V}$  (Capacitor descargado).
- Inicio de descarga ( $t' = 0$ ):  $v_C(0) = 12 \text{ V}$  (Capacitor plenamente cargado).

## Desarrollo paso a paso

## 1. Cálculo de las constantes de tiempo ( $\tau$ )

La constante de tiempo  $\tau = R \cdot C$  determina la velocidad de respuesta del sistema. Calculamos una para cada configuración del interruptor.

**Fase de Carga (con  $R_2$ ):**

$$\begin{aligned}\tau_{\text{carga}} &= R_2 \cdot C_1 \\ \tau_{\text{carga}} &= 2200 \, \Omega \cdot (2.2 \times 10^{-3} \, \text{F}) \\ \tau_{\text{carga}} &= 4.840 \, \text{s}\end{aligned}$$

**Fase de Descarga (con  $R_1$ ):**

$$\begin{aligned}\tau_{\text{descarga}} &= R_1 \cdot C_1 \\ \tau_{\text{descarga}} &= 1000 \, \Omega \cdot (2.2 \times 10^{-3} \, \text{F}) \\ \tau_{\text{descarga}} &= 2.200 \, \text{s}\end{aligned}$$

## 2. Análisis de la Fase de Carga (Switch hacia $R_2$ )

La respuesta de voltaje para un capacitor que se carga desde cero es  $v_C(t) = V_1(1 - e^{-t/\tau})$ .

**Ecuación de Voltaje:**

Calculamos el coeficiente del exponente  $\frac{1}{\tau_{\text{carga}}} = \frac{1}{4.84} \approx 0.2066 \, \text{s}^{-1}$ .

$$v_C(t) = 12(1 - e^{-0.2066t}) \, \text{V}$$

**Ecuación de Corriente:**

La corriente inicial máxima ocurre en  $t = 0$ , cuando el capacitor se comporta como un cortocircuito.

$$\begin{aligned}I_{\text{max(carga)}} &= \frac{V_1}{R_2} = \frac{12 \, \text{V}}{2200 \, \Omega} \approx 5.455 \, \text{mA} \\ i_C(t) &= 5.455 \cdot e^{-0.2066t} \, \text{mA}\end{aligned}$$

**Potencia Máxima en  $R_2$ :**

Ocurre en el instante inicial ( $t = 0$ ).

$$\begin{aligned}P_{R2(\text{max})} &= I_{\text{max}}^2 \cdot R_2 = (5.4545 \times 10^{-3})^2 \cdot 2200 \\ P_{R2(\text{max})} &= 0.06545 \, \text{W} = 65.45 \, \text{mW}\end{aligned}$$

## 3. Análisis de la Fase de Descarga (Switch hacia $R_1$ )

Asumimos que se reinicia el cronómetro ( $t = 0$ ) en el momento de conmutar a descarga. El capacitor actúa ahora como fuente temporal con  $V_0 = 12 \, \text{V}$ .

Ecuación de Voltaje:

La respuesta natural es  $v_C(t) = V_0 \cdot e^{-t/\tau}$ .

Coeficiente del exponente:  $\frac{1}{\tau_{descarga}} = \frac{1}{2.2} \approx 0.4545 \text{ s}^{-1}$ .

$$v_C(t) = 12 \cdot e^{-0.4545t} \text{ V}$$

Ecuación de Corriente:

El flujo de corriente se invierte (sale del capacitor).

$$I_{\text{max}(\text{descarga})} = \frac{V_0}{R_1} = \frac{12 \text{ V}}{1000 \Omega} = 12 \text{ mA}$$

$$i_C(t) = -12 \cdot e^{-0.4545t} \text{ mA}$$

Potencia Máxima en  $R_1$ :

Ocurre justo al conmutar.

$$P_{R1(\text{max})} = \frac{V_0^2}{R_1} = \frac{12^2}{1000}$$

$$P_{R1(\text{max})} = 0.1440 \text{ W} = 144.0 \text{ mW}$$

Resultado final

Parámetro	Fase de Carga ( $R_2 = 2.2\text{k}\Omega$ )	Fase de Descarga ( $R_1 = 1\text{k}\Omega$ )
Constante de tiempo ( $\tau$ )	4.840 s	2.200 s
Voltaje $v_C(t)$	$12(1 - e^{-0.2066t}) \text{ V}$	$12 \cdot e^{-0.4545t} \text{ V}$
Corriente $i_C(t)$	$5.455 \cdot e^{-0.2066t} \text{ mA}$	$-12 \cdot e^{-0.4545t} \text{ mA}$
Potencia Pico Resistencia	65.45 mW	144.0 mW

Interpretación breve del resultado

- Dinámica temporal:** El proceso de descarga es más rápido ( $\tau = 2.2 \text{ s}$ ) que el de carga ( $\tau = 4.84 \text{ s}$ ). Esto se debe a que la resistencia de descarga  $R_1$  es menor que la de carga  $R_2$ , permitiendo un flujo de corriente mayor para el mismo voltaje.
- Seguridad de componentes:** La resistencia  $R_1$  soporta un pico de potencia de 144 mW. Para implementación física, una resistencia estándar de  $1/4 \text{ W}$  (250 mW) operaría de forma segura, ya que el pico está por debajo de su límite y dura solo un instante.
- Energía:** El capacitor almacena energía durante la fase lenta de carga y la libera rápidamente durante la fase de descarga, actuando como un buffer de energía.

✓ *Cálculos verificados: correctos.*

¿Te gustaría que calculemos el voltaje exacto del capacitor tras 5 segundos de carga para ver qué porcentaje de la batería ha alcanzado?