SERIE TEMA 5

PROBLEMA 12

12. Para el circuito de la figura 9.38, obtenga una expresión para $v_C(t)$ válida para todos los valores de $t > 0$.

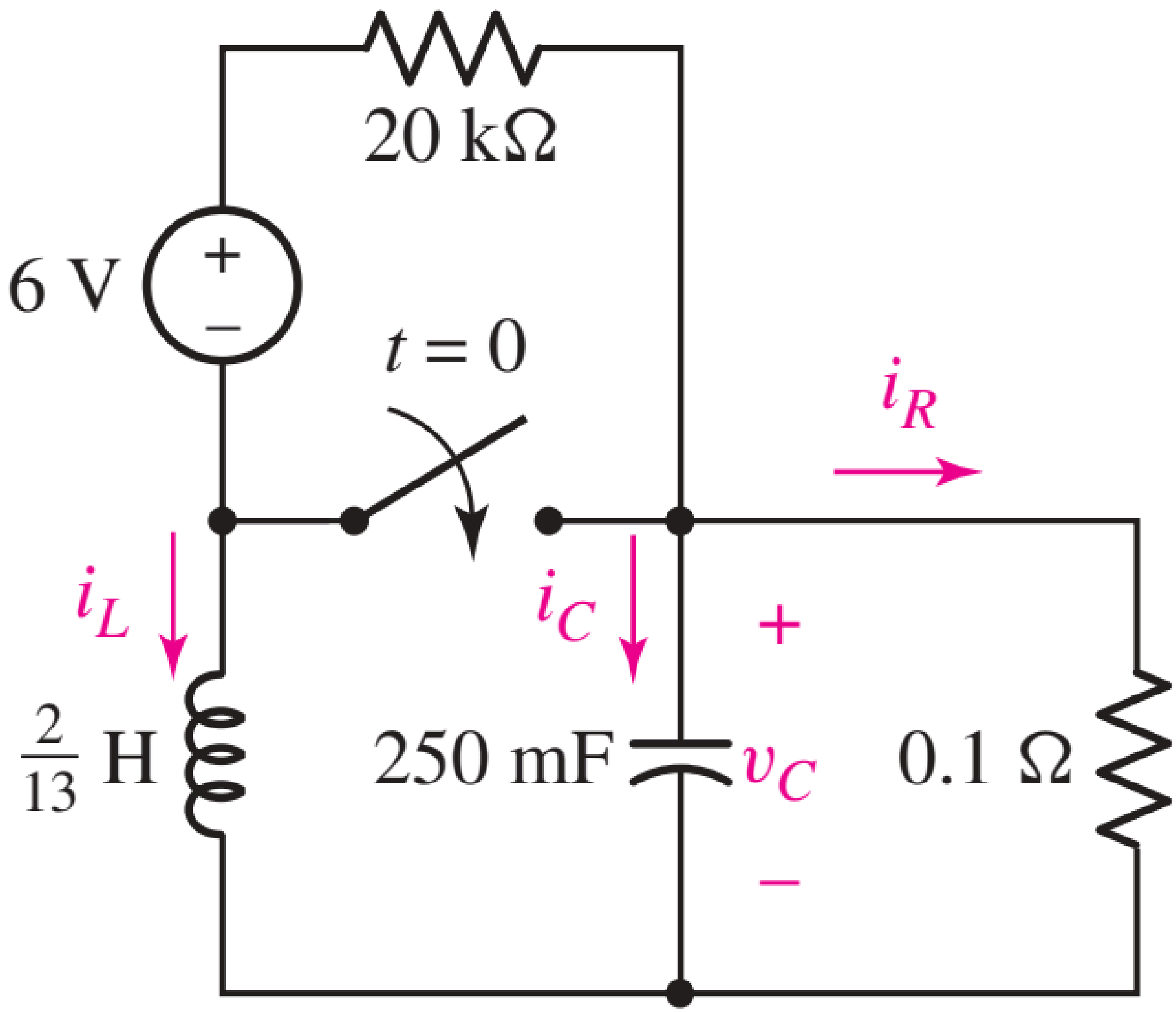


FIGURA 9.38

Este es un problema clásico de análisis de transitorios en un circuito RLC. Para resolverlo, seguiremos un proceso estructurado: análisis de condiciones iniciales ($t < 0$), determinación de la topología para $t > 0$, y resolución de la ecuación diferencial correspondiente.

1. Análisis del Circuito para $t < 0$ (Condiciones Iniciales)

Antes de $t = 0$, el interruptor está abierto. El circuito ha estado en este estado por mucho tiempo, por lo que asumimos **estado estable de DC**.

- El **inductor** se comporta como un cortocircuito ($v_L = 0$).
- El **capacitor** se comporta como un circuito abierto ($i_C = 0$).

Topología:
La corriente fluye desde la fuente de 6 V, pasa por la resistencia de $20 \text{ k}\Omega$, llega al nodo derecho, baja por la resistencia de $0.1 \ \Omega$ hacia tierra, y retorna subiendo por el inductor hacia la fuente. Es un circuito serie simple (la rama del capacitor está abierta).

Calculamos la corriente del lazo (I_{dc}):

$$I_{dc} = \frac{V_{fuente}}{R_{serie} + R_{paralelo}} = \frac{6 \text{ V}}{20000 \ \Omega + 0.1 \ \Omega} \approx \frac{6}{20000} \text{ A} = 0.3 \text{ mA}$$

Con esto determinamos las condiciones iniciales:

1. **Corriente en el inductor ($i_L(0)$):**
   Observando las flechas: la corriente I_{dc} fluye de tierra hacia arriba a través del inductor para cerrar el circuito en el negativo de la fuente. La flecha de referencia i_L apunta hacia abajo.

$$i_L(0) = -I_{dc} = -0.3 \text{ mA} = -300 \ \mu\text{A}$$

2. **Voltaje en el capacitor ($v_C(0)$):**
   El capacitor está en paralelo con la resistencia de $0.1 \ \Omega$.

$$v_C(0) = I_{dc} \times 0.1 \ \Omega = 0.3 \text{ mA} \times 0.1 \ \Omega = 30 \ \mu\text{V}$$

   (Nota: El voltaje inicial es extremadamente pequeño debido a la gran resistencia de 20 kΩ en serie).

---

2. Análisis del Circuito para $t > 0$ (Respuesta Transitoria)

Al cerrarse el interruptor en $t = 0$, este conecta directamente el nodo superior del inductor con el nodo superior del capacitor.

Efecto del interruptor:
El interruptor crea un cortocircuito entre los nodos A (izquierda) y B (derecha). La rama que contiene la fuente de 6 V y la resistencia de $20 \text{ k}\Omega$ queda conectada en paralelo a este cortocircuito (sus extremos están unidos), por lo que la corriente de la fuente circula internamente por el interruptor y **se desconecta eléctricamente** de los componentes R, L y C.

El circuito restante efectivo es un **RLC en Paralelo sin fuente (Respuesta Natural)** conformado por:

- Inductor $L = \frac{2}{13} \text{ H}$
- Capacitor $C = 250 \text{ mF} = 0.25 \text{ F}$
- Resistencia $R = 0.1 \ \Omega$

Parámetros del Circuito RLC Paralelo:

1. **Frecuencia de Neper (α):**

$$\alpha = \frac{1}{2RC} = \frac{1}{2(0.1)(0.25)} = \frac{1}{0.05} = 20 \text{ Np/s}$$

2. **Frecuencia de Resonancia (ω_0):**

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{(\frac{2}{13})(0.25)}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{0.5}{13}}} = \sqrt{26} \approx 5.099 \text{ rad/s}$$

Tipo de Amortiguamiento:

Como $\alpha > \omega_0$ $(20 > 5.1)$, el circuito es **Sobreamortiguado**.
La respuesta tendrá la forma de dos exponenciales reales decrecientes.

Calculamos las raíces características (s_1, s_2):

$$s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

$$s_{1,2} = -20 \pm \sqrt{20^2 - 26} = -20 \pm \sqrt{400 - 26} = -20 \pm \sqrt{374}$$

$$s_{1,2} \approx -20 \pm 19.339$$

- $s_1 = -0.661$
- $s_2 = -39.339$

La forma general del voltaje es:

$$v_C(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$$

---

3. Cálculo de las Constantes A_1 y A_2

Usamos las condiciones iniciales en $t = 0^+$:

1. **Voltaje Inicial:** $v_C(0) = 30\ \mu\text{V}$.

$$A_1 + A_2 = 30 \times 10^{-6} \quad \text{(Ec. 1)}$$

2. **Derivada del Voltaje (dv/dt):**
   Sabemos que $i_C = C\frac{dv_C}{dt}$. Aplicamos KCL en el nodo superior para $t = 0^+$:

$$i_L(0^+) + i_R(0^+) + i_C(0^+) = 0$$

   - $i_L(0^+) = -300\ \mu\text{A}$
   - $i_R(0^+) = \frac{v_C(0)}{R} = \frac{30\ \mu\text{V}}{0.1\ \Omega} = 300\ \mu\text{A}$

   Sustituyendo:

$$-300\ \mu\text{A} + 300\ \mu\text{A} + i_C(0^+) = 0 \implies i_C(0^+) = 0$$

Como $i_C(0) = 0$, entonces $\frac{dv_C(0)}{dt} = 0$.
Derivando la ecuación general:

$$v'_C(t) = s_1 A_1 e^{s_1 t} + s_2 A_2 e^{s_2 t}$$

En $t = 0$:

$$s_1 A_1 + s_2 A_2 = 0 \quad \text{(Ec. 2)}$$

Resolviendo el sistema:
De (Ec. 2): $A_1 = -A_2 \frac{s_2}{s_1}$
Sustituyendo en (Ec. 1):

$$-A_2 \frac{s_2}{s_1} + A_2 = v_C(0)$$

$$A_2 \left(1 - \frac{s_2}{s_1}\right) = v_C(0)$$

$$A_2 = \frac{v_C(0) \cdot s_1}{s_1 - s_2}$$

Valores numéricos:

- $s_1 - s_2 = -0.661 - (-39.339) = 38.678$
- $A_2 = \frac{(30\mu)(-0.661)}{38.678} \approx -0.513\ \mu\text{V}$
- $A_1 = 30\mu - A_2 = 30\mu - (-0.513\mu) \approx 30.513\ \mu\text{V}$

Resultado Final

La expresión para el voltaje del capacitor para $t > 0$ es:

$$v_C(t) = (30.5e^{-0.66t} - 0.5e^{-39.3t})\ \mu\text{V}$$

Nota: Debido a la configuración de los componentes (resistencia de fuente muy alta vs carga muy baja), la amplitud de la respuesta es del orden de microvolts, lo cual es físicamente correcto para los valores dados en el diagrama.

PROBLEMA 13

13. Considere el circuito representado en la figura 9.38.
    (a) Obtenga una expresión para $i_L(t)$ válida para todo $t > 0$.
    (b) Obtenga una expresión para $i_R(t)$ válida para todo $t > 0$.
    (c) Determine el tiempo de asentamiento tanto para i_L como para i_R.

Continuando con el análisis detallado del circuito de la Figura 9.38, procederemos a resolver los incisos 13(a), (b) y (c).

Este problema se basa en los resultados del análisis topológico previo: para $t > 0$, el circuito es un **RLC en Paralelo sin fuente**, ya que el interruptor aísla la fuente de voltaje del resto de los componentes pasivos.

Resumen de Parámetros Calculados

- **Inductor:** $L = \frac{2}{13}\,\mathrm{H} \approx 0.154\,\mathrm{H}$
- **Capacitor:** $C = 250\,\mathrm{mF} = 0.25\,\mathrm{F}$
- **Resistencia de carga:** $R = 0.1\,\Omega$
- **Raíces características (Sobreamortiguado):**

$$s_1 \approx -0.661\,\mathrm{s}^{-1}$$

$$s_2 \approx -39.339\,\mathrm{s}^{-1}$$

- **Condiciones Iniciales ($t = 0$):**
  - $i_L(0) = -300\,\mu\mathrm{A}$ (La corriente circula hacia arriba, contra la flecha).
  - $v_C(0) = 30\,\mu\mathrm{V}$ (Voltaje positivo en el nodo superior).
  - $i_R(0) = 300\,\mu\mathrm{A}$ (Por Ley de Ohm: $30\mu\mathrm{V}/0.1\Omega$).
  - $i_C(0) = 0$ (Por KCL en el nodo superior: $i_L + i_R + i_C = 0$).

(a) Expresión para (i_L(t)) válida para (t > 0)

Como es un circuito sin fuentes externas para $t > 0$, la corriente final será cero. La respuesta natural tiene la forma:

$$i_L(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$$

Usamos las condiciones iniciales para hallar A_1 y A_2:

1. **Condición en $t = 0$:**

$$i_L(0) = A_1 + A_2 = -300\,\mu\mathrm{A} \quad (\mathrm{Ec.}\ 1)$$

2. **Condición de la derivada en $t = 0$:**
   Sabemos que el voltaje en el inductor es $v_L = L\frac{di_L}{dt}$. Como están en paralelo, $v_L(0) = v_C(0) = 30\,\mu\mathrm{V}$.

$$\frac{di_L}{dt}(0) = \frac{v_L(0)}{L} = \frac{30 \times 10^{-6}\,\mathrm{V}}{2/13\,\mathrm{H}} = \frac{390 \times 10^{-6}}{2} = 195\,\mu\mathrm{A/s}$$

   Derivando la expresión general:

$$\frac{di_L}{dt}(0) = s_1 A_1 + s_2 A_2 = 195\,\mu\mathrm{A/s} \quad (\mathrm{Ec.}\ 2)$$

Resolución del sistema:
De (Ec. 1): $A_2 = -300 - A_1$. Sustituimos en (Ec. 2):

$$s_1 A_1 + s_2(-300 - A_1) = 195$$

$$A_1(s_1 - s_2) - 300 s_2 = 195$$

$$A_1(-0.661 - (-39.339)) - 300(-39.339) = 195$$

$$A_1(38.678) + 11801.7 = 195$$

$$A_1 = \frac{195 - 11801.7}{38.678} = \frac{-11606.7}{38.678} \approx -300.08\,\mu\text{A}$$

Calculamos A_2:

$$A_2 = -300 - (-300.08) \approx 0.08\,\mu\text{A}$$

Resultado (a):
La corriente en el inductor está dominada casi totalmente por la exponencial lenta:

$$i_L(t) = (-300.1e^{-0.66t} + 0.1e^{-39.3t})\,\mu\text{A}$$

(Nota: El término A_2 es despreciable en magnitud comparado con A_1, lo que indica que la corriente del inductor decae principalmente con la constante de tiempo lenta).

(b) Expresión para (i_R(t)) válida para (t > 0)

La corriente en la resistencia se relaciona directamente con el voltaje común del circuito paralelo mediante la Ley de Ohm:

$$i_R(t) = \frac{v(t)}{R}$$

Del problema anterior, sabemos que la expresión del voltaje es:

$$v(t) \approx (30.5e^{-0.66t} - 0.5e^{-39.3t})\,\mu\text{V}$$

Dividiendo por $R = 0.1\,\Omega$ (que es equivalente a multiplicar por 10):

$$i_R(t) = 10 \cdot [30.5e^{-0.66t} - 0.5e^{-39.3t}]\,\mu\text{A}$$

Resultado (b):

$$i_R(t) = (305e^{-0.66t} - 5e^{-39.3t})\,\mu\text{A}$$

Comprobación rápida en $t = 0$: $305 - 5 = 300\,\mu\text{A}$. Coincide con la condición inicial.

(c) Determine el tiempo de asentamiento para (i_L) e (i_R)

El tiempo de asentamiento (t_s) se define generalmente como el tiempo necesario para que la respuesta transitoria decaiga y permanezca dentro de una banda de error (usualmente el 1%) de su valor final (cero).

En un sistema sobreamortiguado con dos exponenciales, el tiempo de asentamiento está dictado por la **raíz dominante** (la más cercana a cero, que corresponde a la respuesta más lenta). La exponencial rápida ($e^{-39.3t}$) desaparece casi instantáneamente, por lo que ignoramos su efecto para el tiempo largo.

1. **Identificar la constante de tiempo dominante (τ_{dom}):**

$$\tau_{dom} = \frac{1}{|s_{lento}|} = \frac{1}{0.661} \approx 1.513 \text{ s}$$

2. **Criterio del 1% (5τ):**
   En ingeniería, se asume que el transitorio se ha extinguido (99.3%) después de 5 constantes de tiempo.

$$t_s = 5 \times \tau_{dom}$$

$$t_s = 5 \times 1.513 \text{ s}$$

Resultado (c):

$$t_s \approx 7.56 \text{ s}$$

(Nota: Dado que tanto i_L como i_R dependen de las mismas raíces características del circuito, ambas corrientes tienen el mismo tiempo de asentamiento).

PROBLEMA 14

14. Con referencia al circuito representado en la figura 9.39, determine
    (a) $i_C(0^-)$;
    (b) $i_L(0^-)$;
    (c) $i_R(0^-)$;
    (d) $v_C(0^-)$;
    (e) $i_C(0^+)$;
    (f) $i_L(0^+)$;
    (g) $i_R(0^+)$;
    (h) $v_C(0^+)$.

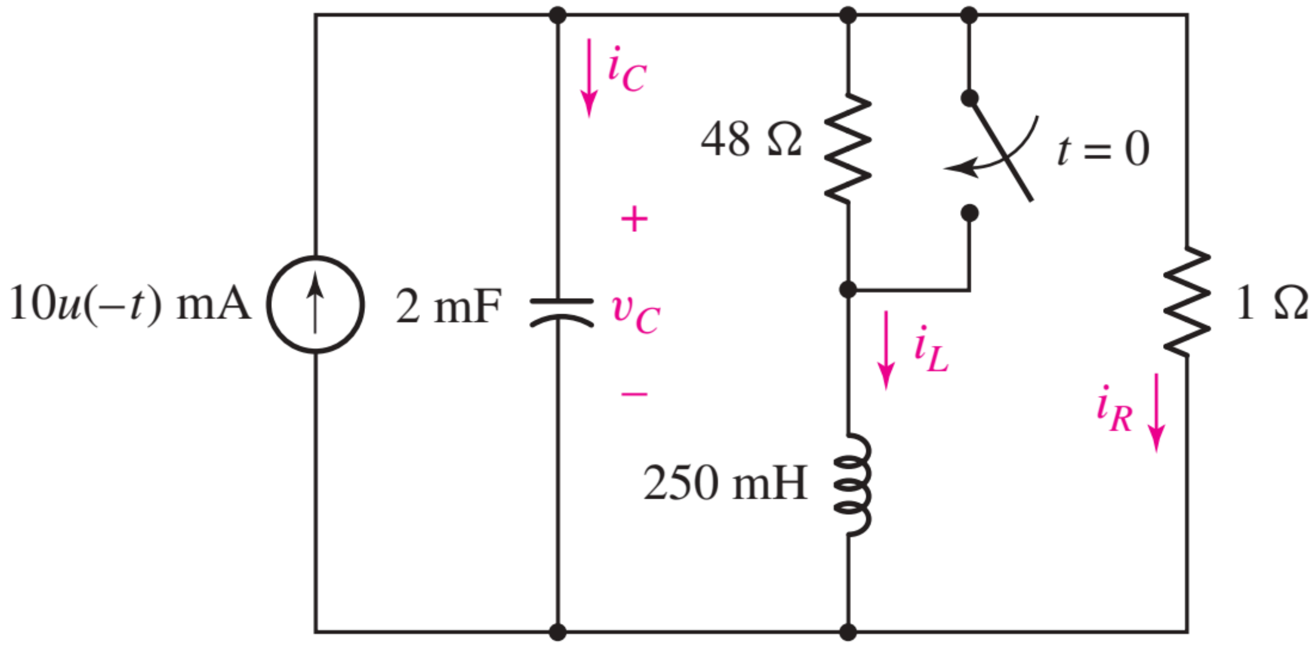


FIGURA 9.39

Aquí tienes la solución detallada paso a paso para el problema 14, basada en el análisis del circuito de la Figura 9.39.

Análisis Preliminar

El problema solicita determinar las condiciones iniciales justo antes ($t = 0^-$) y justo después ($t = 0^+$) de que ocurra la conmutación.

Elementos Clave:

1. **Fuente de Corriente $10u(-t)$ mA:**
   - Para $t < 0$, $u(-t) = 1$, por lo que la fuente suministra **10 mA**.
   - Para $t > 0$, $u(-t) = 0$, por lo que la fuente se apaga (**0 mA**, circuito abierto).
2. **Interruptor:**
   - Está en paralelo con la resistencia de $48\,\Omega$.
   - En $t = 0$, la flecha indica que se **cierra**, creando un cortocircuito sobre la resistencia de $48\,\Omega$.
3. **Condiciones de Continuidad:**
   - El voltaje en el capacitor no cambia instantáneamente: $v_C(0^-) = v_C(0^+)$.
   - La corriente en el inductor no cambia instantáneamente: $i_L(0^-) = i_L(0^+)$.

Parte 1: Análisis en $t = 0^-$ (Estado Estable DC)

En $t < 0$, el circuito ha estado en este estado por mucho tiempo, por lo que asumimos estado estable de corriente directa (DC).

- **Capacitor:** Se comporta como **circuito abierto** ($i_C(0^-) = 0$).
- **Inductor:** Se comporta como **cortocircuito** ($v_L = 0$).
- **Interruptor:** Está abierto, por lo que la corriente i_L debe pasar a través de la resistencia de $48\,\Omega$.

Topología del Circuito:
Tenemos una fuente de 10 mA conectada a dos ramas resistivas en paralelo:

1. Rama inductiva: Resistencia de $48\,\Omega$ en serie con el inductor (corto). Resistencia total de rama = $48\,\Omega$.
2. Rama resistiva: Resistencia de $1\,\Omega$.

Aplicamos un **divisor de corriente** para hallar i_L e i_R.

(c) Hallar $i_R(0^-)$:

$$i_R(0^-) = I_{fuente} \times \frac{R_{otra}}{R_{rama} + R_{otra}} = 10\text{ mA} \times \frac{48}{48+1}$$

$$i_R(0^-) = 10 \times \frac{48}{49} \approx \mathbf{9.796}\text{ mA}$$

(b) Hallar $i_L(0^-)$:

$$i_L(0^-) = I_{fuente} \times \frac{R_{rama}}{R_{rama} + R_{otra}} = 10\text{ mA} \times \frac{1}{48+1}$$

$$i_L(0^-) = 10 \times \frac{1}{49} \approx \mathbf{0.204}\text{ mA}$$

(d) Hallar $v_C(0^-)$:
El capacitor está en paralelo con la resistencia de $1\,\Omega$.

$$v_C(0^-) = v_R(0^-) = i_R(0^-) \times 1\,\Omega$$

$$v_C(0^-) = \left(\frac{480}{49}\text{ mA}\right) \times 1\,\Omega = \frac{480}{49}\text{ mV} \approx \mathbf{9.796}\text{ mV}$$

(a) Hallar $i_C(0^-)$:
En estado estable DC, el capacitor es un circuito abierto.

$$i_C(0^-) = \mathbf{0}\text{ A}$$

Parte 2: Análisis en $t = 0^+$ (Transitorio Inicial)

En $t = 0$, ocurren dos cambios simultáneos:

1. La fuente de corriente se apaga (0 A).
2. El interruptor se cierra, cortocircuitando la resistencia de $48\,\Omega$. Ahora el inductor está conectado directamente al nodo superior.

Aplicación de Continuidad:

- **(h)** $v_C(0^+) = v_C(0^-) = \frac{480}{49}\ \mathrm{mV} \approx \mathbf{9.796}\ \mathrm{mV}$
- **(f)** $i_L(0^+) = i_L(0^-) = \frac{10}{49}\ \mathrm{mA} \approx \mathbf{0.204}\ \mathrm{mA}$

Cálculo de las nuevas variables:

(g) Hallar $i_R(0^+)$:
La resistencia de $1\,\Omega$ sigue en paralelo con el capacitor. Como el voltaje v_C no ha cambiado, el voltaje sobre la resistencia tampoco.

$$i_R(0^+) = \frac{v_C(0^+)}{1\,\Omega} = \frac{9.796\ \mathrm{mV}}{1\,\Omega} \approx \mathbf{9.796}\ \mathrm{mA}$$

(e) Hallar $i_C(0^+)$:
Aplicamos la Ley de Corrientes de Kirchhoff (KCL) en el nodo superior.
Considerando corrientes saliendo del nodo como positivas:

$$i_{fuente} = i_C + i_L + i_R$$

Dado que la fuente ahora es 0 A:

$$0 = i_C(0^+) + i_L(0^+) + i_R(0^+)$$

Despejamos i_C:

$$i_C(0^+) = -[i_L(0^+) + i_R(0^+)]$$

$$i_C(0^+) = -[0.204\ \mathrm{mA} + 9.796\ \mathrm{mA}]$$

$$i_C(0^+) = -[10\ \mathrm{mA}]$$

$$i_C(0^+) = -\mathbf{10}\ \mathrm{mA}$$

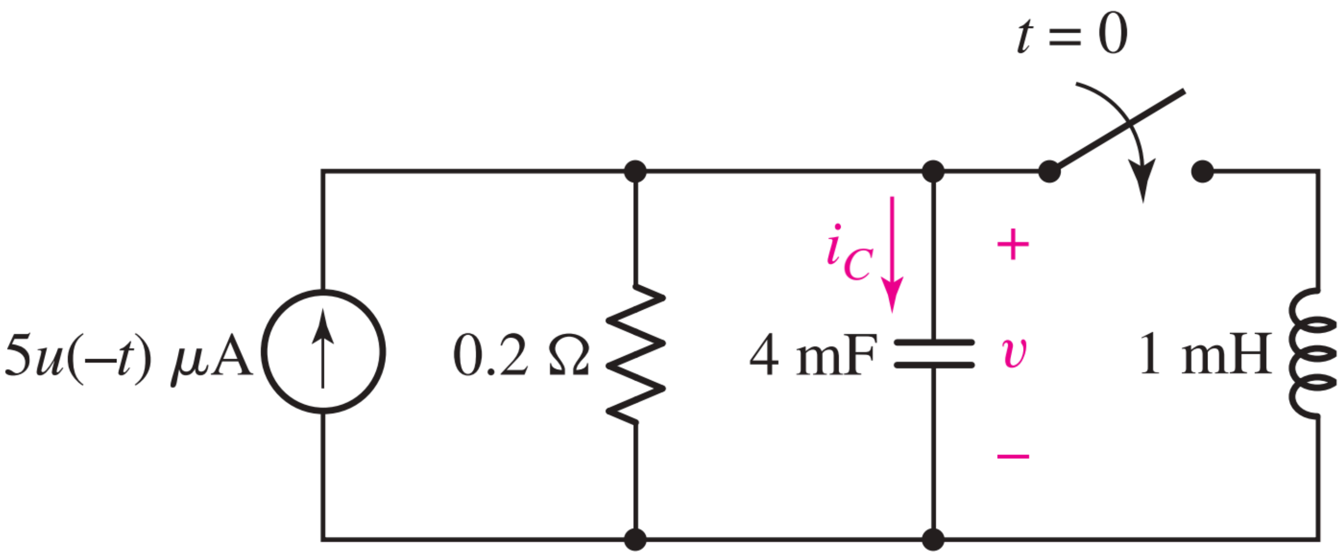
Interpretación física: Al desaparecer la fuente de corriente externa de 10 mA, el capacitor (que actúa como una "batería" momentánea) debe descargar corriente instantáneamente para mantener los voltajes y corrientes en las ramas inductiva y resistiva. Por eso la corriente salta de 0 a -10 mA.

Resumen de Resultados

Variable	$t = 0^-$ (Antes)	$t = 0^+$ (Después)
(a, e) i_C	0 A	-10 mA
(b, f) i_L	0.204 mA	0.204 mA
(c, g) i_R	9.796 mA	9.796 mA
(d, h) v_C	9.796 mV	9.796 mV

PROBLEMA 16

16. Respecto al circuito que se presenta en la figura 9.40,
    (a) obtenga una expresión para $v(t)$ que sea válida para todo $t > 0$,
    (b) calcule la corriente máxima del inductor e identifique el tiempo en el que ocurre.



■ **FIGURA 9.40**

Este problema corresponde a un circuito RLC en paralelo sin fuente (Respuesta Natural) para $t > 0$, dado que la fuente de corriente se apaga ($u(-t)$ se hace cero) y el interruptor conecta el inductor al circuito.

Aquí está el análisis detallado paso a paso.

---

1. Análisis de Condiciones Iniciales ($t = 0^-$)

Para $t < 0$, el interruptor está abierto (el inductor está aislado) y la fuente de corriente suministra $5\,\mu\text{A}$. Estamos en estado estable de DC.

- **Inductor:** Está desconectado, por lo que $i_L(0^-) = 0$.
- **Capacitor:** Se comporta como circuito abierto.
- **Resistor:** Toda la corriente de la fuente fluye por la resistencia.

$$v_C(0^-) = v_R(0^-) = I_{fuente} \cdot R$$

$$v(0^-) = (5\,\mu\text{A})(0.2\,\Omega) = 1\,\mu\text{V}$$

Por continuidad:

- $v(0^+) = 1\,\mu\text{V}$
- $i_L(0^+) = 0\,\text{A}$

Necesitamos la derivada inicial del voltaje $v'(0^+)$. Aplicamos KCL en el nodo superior para $t = 0^+$ (cuando la fuente ya es 0 A):

$$i_R + i_C + i_L = 0$$

$$\frac{v(0^+)}{R} + C\frac{dv(0^+)}{dt} + i_L(0^+) = 0$$

Sustituyendo valores ($v = 1\mu\text{V}, i_L = 0$):

$$\frac{1\mu\text{V}}{0.2\,\Omega} + (4\text{ mF})v'(0^+) + 0 = 0$$

$$5\mu\text{A} + (4 \times 10^{-3})v'(0^+) = 0$$

$$v'(0^+) = \frac{-5 \times 10^{-6}}{4 \times 10^{-3}} = -1.25 \times 10^{-3}\,\text{V/s} = -1250\,\mu\text{V/s}$$

---

2. Caracterización del Circuito ($t > 0$)

Para $t > 0$, tenemos un circuito RLC paralelo sin fuente ($R = 0.2\,\Omega, C = 4\text{ mF}, L = 1\text{ mH}$).

Cálculo de parámetros:

1. **Frecuencia de Neper (α):**

$$\alpha = \frac{1}{2RC} = \frac{1}{2(0.2)(4 \times 10^{-3})} = \frac{1}{1.6 \times 10^{-3}} = 625\,\text{Np/s}$$

2. **Frecuencia de Resonancia (ω_0):**

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{(10^{-3})(4 \times 10^{-3})}} = \frac{1}{\sqrt{4 \times 10^{-6}}} = 500\,\text{rad/s}$$

Tipo de Respuesta:
Como $\alpha > \omega_0$ ($625 > 500$), el sistema es **Sobreamortiguado**.

Raíces Características ($s_{1,2}$):

$$s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

$$s_{1,2} = -625 \pm \sqrt{625^2 - 500^2} = -625 \pm \sqrt{390625 - 250000} = -625 \pm 375$$

- $s_1 = -250$
- $s_2 = -1000$

(a) Expresión para $v(t)$

La respuesta natural de voltaje tiene la forma:

$$v(t) = A_1 e^{-250t} + A_2 e^{-1000t}$$

Usamos las condiciones iniciales para hallar A_1 y A_2:

1. **En $t = 0$:**

$$v(0) = A_1 + A_2 = 1\,\mu\text{V} \quad (\text{Ec. } 1)$$

2. **Derivada en $t = 0$:**

$$v'(t) = -250 A_1 e^{-250t} - 1000 A_2 e^{-1000t}$$

$$v'(0) = -250 A_1 - 1000 A_2 = -1250\,\mu\text{V/s}$$

   Dividimos entre -250 para simplificar:

$$A_1 + 4A_2 = 5\,\mu\text{V} \quad (\text{Ec. } 2)$$

Resolviendo el sistema:
Restamos (Ec. 1) de (Ec. 2):

$$(A_1 + 4A_2) - (A_1 + A_2) = 5\mu - 1\mu$$

$$3A_2 = 4\mu \implies A_2 = \frac{4}{3}\,\mu\text{V}$$

Sustituimos A_2 en (Ec. 1):

$$A_1 + \frac{4}{3}\mu = 1\mu \implies A_1 = 1\mu - \frac{4}{3}\mu = -\frac{1}{3}\,\mu\text{V}$$

Resultado Final para (a):

$$v(t) = \left(-\frac{1}{3}e^{-250t} + \frac{4}{3}e^{-1000t}\right)\,\mu\text{V}, \quad t > 0$$

(b) Corriente máxima del inductor y tiempo

Sabemos que $v_L(t) = v(t)$. La corriente máxima ocurre cuando la derivada de la corriente es cero ($\frac{di_L}{dt} = 0$). Dado que $v_L = L\frac{di_L}{dt}$, la corriente máxima ocurre exactamente cuando el voltaje cruza por cero ($v(t) = 0$).

1. Encontrar el tiempo t_{max}:
Igualamos la expresión de $v(t)$ a 0:

$$-\frac{1}{3}e^{-250t} + \frac{4}{3}e^{-1000t} = 0$$

$$\frac{4}{3}e^{-1000t} = \frac{1}{3}e^{-250t}$$

$$4e^{-1000t} = e^{-250t}$$

Aplicamos logaritmo natural ($\ln$):

$$\ln(4) - 1000t = -250t$$

$$\ln(4) = 750t$$

$$t_{max} = \frac{\ln(4)}{750} \approx \frac{1.3863}{750}\ \mathrm{s}$$

$$t_{max} \approx 1.848\,\mathrm{ms}$$

2. Calcular la corriente máxima (I_{max}):
Primero obtenemos la expresión de $i_L(t)$. Usamos la ecuación:

$$i_L(t) = \frac{1}{L}\int_0^t v(\tau)d\tau + i_L(0)$$

$$i_L(t) = \frac{1}{10^{-3}}\int_0^t \left(-\frac{1}{3}e^{-250\tau} + \frac{4}{3}e^{-1000\tau}\right)10^{-6}d\tau$$

$$i_L(t) = 10^{-3}\left[\frac{-1}{3(-250)}e^{-250t} + \frac{4}{3(-1000)}e^{-1000t}\right]_0^t$$

$$i_L(t) = 10^{-3}\left[\left(\frac{1}{750}e^{-250t} - \frac{1}{750}e^{-1000t}\right) - \underbrace{\left(\frac{1}{750} - \frac{1}{750}\right)}_{0}\right]$$

$$i_L(t) = \frac{10^{-3}}{750}(e^{-250t} - e^{-1000t}) = \frac{4}{3}\times 10^{-6}(e^{-250t} - e^{-1000t})$$

$$i_L(t) = \frac{4}{3}(e^{-250t} - e^{-1000t})\,\mu\mathrm{A}$$

Evaluamos en $t_{max} = \frac{\ln 4}{750}$:

- $e^{-250t_{max}} = e^{-\frac{1}{3}\ln 4} = 4^{-1/3}$
- $e^{-1000t_{max}} = e^{-\frac{4}{3}\ln 4} = 4^{-4/3}$

$$I_{max} = \frac{4}{3}(4^{-1/3} - 4^{-4/3})\,\mu\mathrm{A}$$

Factorizamos $4^{-4/3}$:

$$I_{max} = \frac{4}{3}\cdot 4^{-4/3}(4^1 - 1) = \frac{4}{3}\cdot 4^{-4/3}(3)$$

$$I_{max} = 4\cdot 4^{-4/3} = 4^{1-4/3} = 4^{-1/3}\,\mu\mathrm{A}$$

$$I_{max} = \frac{1}{\sqrt[3]{4}}\,\mu\mathrm{A} \approx 0.63\,\mu\mathrm{A}$$

Resumen de Resultados (b):

- **Tiempo:** $t = 1.85\,\text{ms}$
- **Corriente Máxima:** $I_{max} = 0.63\,\mu\text{A}$

PROBLEMA 17

17. Obtenga las expresiones para la corriente $i(t)$ y la tensión $v(t)$ indicados en el circuito de la figura 9.41 que sean válidas para todo $t > 0$.

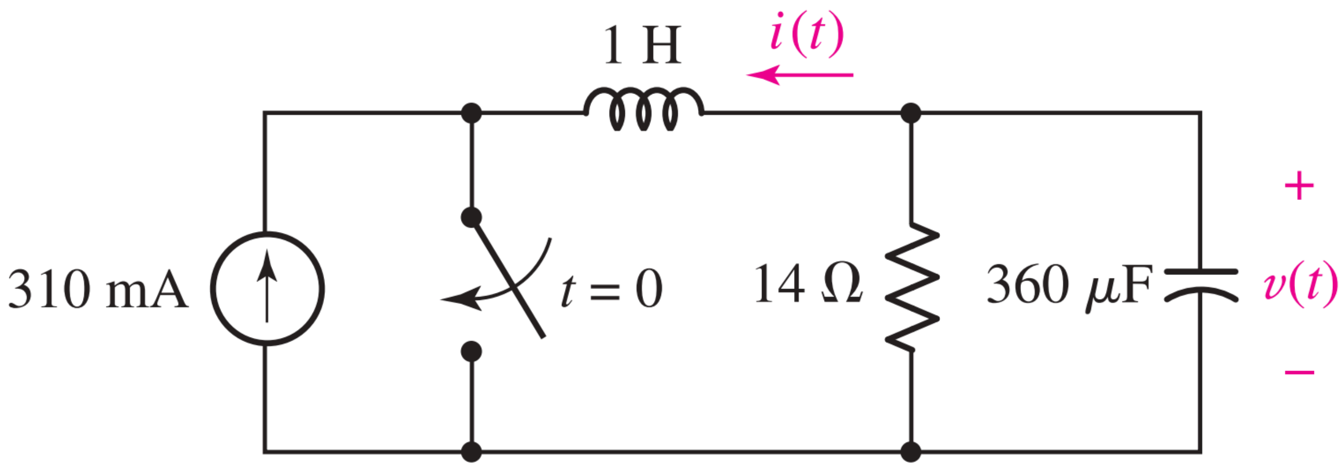


FIGURA 9.41

Para resolver el problema 17 (Figura 9.41), primero debemos establecer una interpretación físicamente coherente del diagrama, ya que presenta una ambigüedad visual.

Análisis Preliminar e Interpretación del Interruptor

En el diagrama, tenemos una fuente de corriente de 310 mA y un inductor de 1 H. Si asumimos que el interruptor se **abre** en $t = 0$ (como podría sugerir la flecha alejándose), la fuente de corriente intentaría forzar instantáneamente 310 mA a través del inductor (que inicialmente tendría 0 A si el interruptor estaba cerrado). Esto generaría un voltaje infinito y violaría las leyes físicas básicas de los circuitos.

Por lo tanto, la interpretación lógica y estándar para este tipo de problemas de circuitos RLC es el caso opuesto:

- $t < 0$ **(Interruptor Abierto):** La fuente alimenta al circuito, cargando el inductor y el capacitor.
- $t = 0$ **(Interruptor se Cierra):** El interruptor crea un cortocircuito sobre la fuente, aislando el resto del circuito. Esto resulta en una respuesta **RLC Paralelo sin fuente**.

Paso 1: Condiciones Iniciales ($t < 0$)

Antes de $t = 0$, el interruptor está abierto y el circuito está en estado estable de DC.

- **Inductor:** Se comporta como un cortocircuito (cable).
- **Capacitor:** Se comporta como un circuito abierto.

La corriente de 310 mA fluye desde la fuente, pasa por el inductor y luego baja por la resistencia de $14\,\Omega$ (ya que el capacitor está abierto).

1. **Corriente en el inductor:**
   La corriente física fluye de izquierda a derecha. Sin embargo, la variable $i(t)$ en el diagrama está definida hacia la **izquierda**.

$$i(0^-) = -310 \text{ mA} = -0.31 \text{ A}$$

2. **Voltaje en el capacitor:**
   El capacitor está en paralelo con la resistencia.

$$v(0^-) = v_R = (310 \text{ mA}) \times 14\,\Omega$$

$$v(0^-) = 0.31 \text{ A} \times 14\,\Omega = 4.34 \text{ V}$$

3. **Tasa de cambio de voltaje inicial $v'(0^+)$:**
   En $t = 0$, el interruptor se cierra y aísla la fuente (cortocircuito a tierra a la izquierda del inductor). El circuito se convierte en un RLC paralelo (L, R, C están conectados entre el nodo superior y tierra).
   Aplicamos la Ley de Corrientes de Kirchhoff (KCL) en el nodo superior para $t = 0^+$:

$$i_L + i_R + i_C = 0$$

   Nota: Aquí tomamos las corrientes saliendo del nodo. La corriente del inductor $i(t)$ está definida entrando al inductor (saliendo del nodo hacia la izquierda).

$$i(0^+) + \frac{v(0^+)}{R} + C\frac{dv(0^+)}{dt} = 0$$

$$-0.31 \text{ A} + \frac{4.34 \text{ V}}{14\,\Omega} + (360 \times 10^{-6})v'(0) = 0$$

$$-0.31 + 0.31 + (360 \times 10^{-6})v'(0) = 0$$

$$v'(0) = 0 \text{ V/s}$$

Paso 2: Respuesta Transitoria ($t > 0$)

El circuito es un **RLC en Paralelo sin fuente**. Calculamos los parámetros característicos:

1. **Coeficiente de amortiguamiento (α):**

$$\alpha = \frac{1}{2RC} = \frac{1}{2(14)(360 \times 10^{-6})} = \frac{1}{0.01008} \approx 99.206 \text{ Np/s}$$

2. **Frecuencia de resonancia (ω_0):**

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{(1)(360 \times 10^{-6})}} \approx 52.705 \text{ rad/s}$$

3. **Tipo de respuesta:**
   Como $\alpha > \omega_0$ $(99.2 > 52.7)$, el sistema es **Sobreamortiguado**.
4. **Raíces características ($s_{1,2}$):**

$$s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

$$s_{1,2} = -99.206 \pm \sqrt{(99.206)^2 - (52.705)^2}$$

$$s_{1,2} = -99.206 \pm 84.048$$

   - $s_1 \approx -15.16$
   - $s_2 \approx -183.25$

Paso 3: Determinación de $v(t)$

La forma general del voltaje para respuesta sobreamortiguada es:

$$v(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$$

Usamos las condiciones iniciales:

1. $v(0) = 4.34$:

$$A_1 + A_2 = 4.34 \quad \text{(Ec. 1)}$$

2. $v'(0) = 0$:

$$s_1 A_1 + s_2 A_2 = 0$$

$$-15.16 A_1 - 183.25 A_2 = 0 \implies A_1 = -12.09 A_2 \quad \text{(Ec. 2)}$$

Sustituyendo (Ec. 2) en (Ec. 1):

$$-12.09 A_2 + A_2 = 4.34$$

$$-11.09 A_2 = 4.34 \implies A_2 \approx -0.391$$

Calculamos A_1:

$$A_1 = 4.34 - (-0.391) = 4.731$$

Expresión para el voltaje:

$$v(t) = (4.73 e^{-15.16t} - 0.39 e^{-183.25t}) \text{ V}$$

Paso 4: Determinación de $i(t)$

Sabemos que el voltaje $v(t)$ aparece directamente a través del inductor (con respecto a tierra). Dado que la corriente $i(t)$ fluye del nodo hacia tierra (izquierda), la relación es:

$$v(t) = L\frac{di}{dt} \implies i(t) = \frac{1}{L}\int v(t)dt$$

Con $L = 1$ H:

$$i(t) = \int (4.731e^{-15.16t} - 0.391e^{-183.25t})dt$$

$$i(t) = \frac{4.731}{-15.16}e^{-15.16t} - \frac{0.391}{-183.25}e^{-183.25t} + K$$

$$i(t) = -0.312e^{-15.16t} + 0.0021e^{-183.25t} + K$$

Para hallar K, sabemos que en $t \to \infty$ la corriente debe ser 0 (energía disipada). Por tanto, $K = 0$. Comprobamos en $t = 0$: $-0.312 + 0.002 = -0.310$ A, lo cual coincide con la condición inicial.

Resultados Finales

Para todo $t > 0$:

Corriente:

$$i(t) = (-312e^{-15.16t} + 2.1e^{-183.25t})\ \mathrm{mA}$$

(O en Amperes: $-0.312e^{-15.16t} + 0.002e^{-183.25t}\ \mathrm{A}$)

Tensión:

$$v(t) = (4.73e^{-15.16t} - 0.39e^{-183.25t})\ \mathrm{V}$$

PROBLEMA 26

---

26. Para el circuito de la figura 9.43, $i_s(t) = 30u(-t)\ \mathrm{mA}$.
    (a) Seleccione R_1 de modo que $v(0^+) = 6\ \mathrm{V}$.
    (b) Calcule $v(2\ \mathrm{ms})$.
    (c) Determine el tiempo de asentamiento de la tensión del capacitor.
    (d) ¿El tiempo de asentamiento de la corriente del inductor es el mismo que su respuesta al inciso (c)?

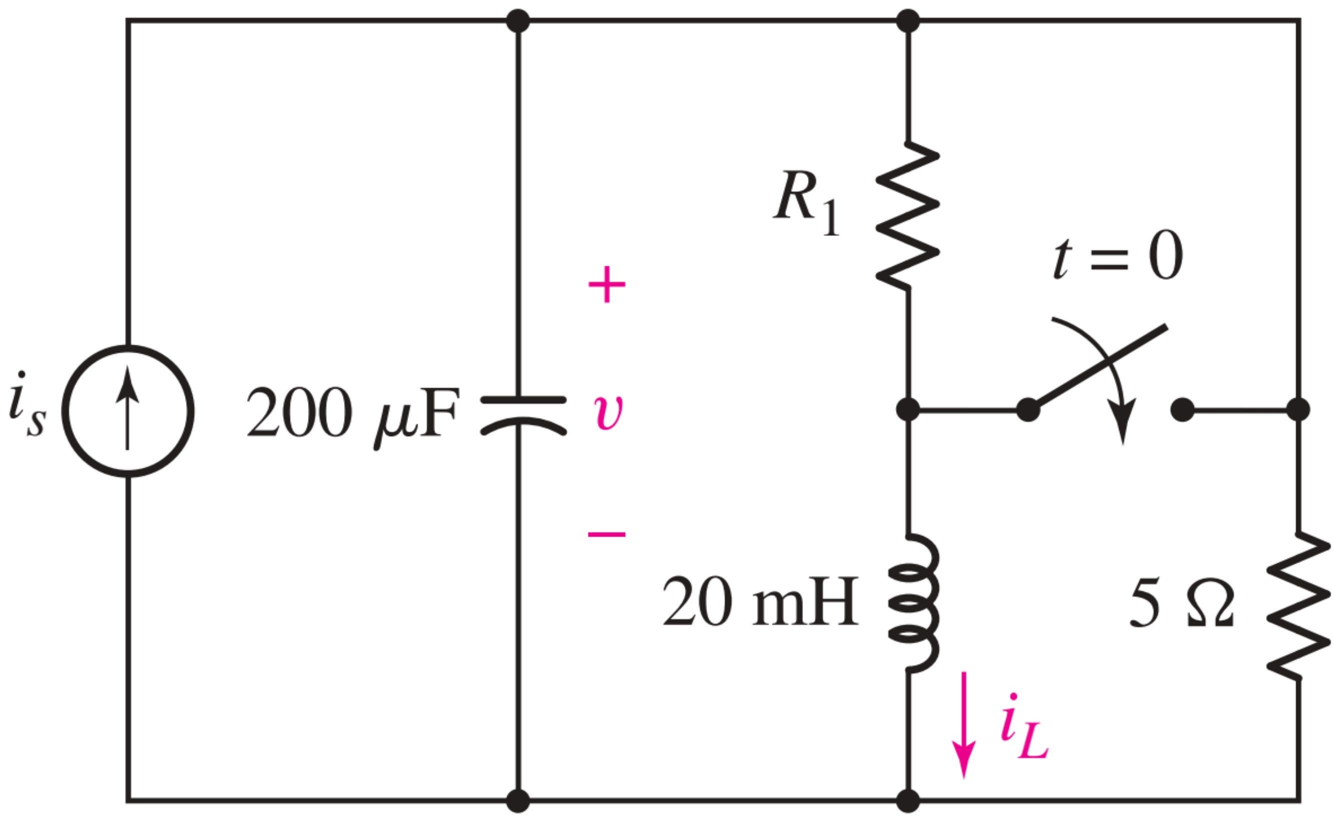


FIGURA 9.43

Para resolver el problema 26 asociado a la Figura 9.43, analizaremos el circuito en dos etapas: estado estable en $t < 0$ para encontrar las condiciones iniciales y el valor de R_1, y la respuesta transitoria en $t > 0$ para el resto de los incisos.

1. Análisis en $t < 0$ (Determinación de R_1)

En $t < 0$, la fuente de corriente es constante ($30\ \mathrm{mA}$) y el interruptor está **abierto**. El circuito está en estado estable de corriente directa (DC):

- El **inductor** actúa como un cortocircuito ($v_L = 0$).
- El **capacitor** actúa como un circuito abierto ($i_C = 0$).
- La resistencia de $5\,\Omega$ está desconectada (flotante) porque el interruptor está abierto.

La corriente de la fuente ($30\ \mathrm{mA}$) fluye enteramente a través de R_1 y el inductor hacia el retorno.

$$i_L(0^-) = 30\ \mathrm{mA} = 0.03\ \mathrm{A}$$

El voltaje en el capacitor es el voltaje a través de la rama en paralelo (serie $R_1 + L$):

$$v_C(0^-) = v_{R1} + v_L = (i_L \cdot R_1) + 0$$

$$v_C(0^-) = 0.03 \cdot R_1$$

(a) Selección de R_1:
Se nos pide que $v(0^+) = 6\ \mathrm{V}$. Por continuidad del voltaje en el capacitor, $v(0^-) = v(0^+) = 6\ \mathrm{V}$.

$$6\ \text{V} = 0.03\ \text{A} \cdot R_1$$

$$R_1 = \frac{6}{0.03} = \mathbf{200\,\Omega}$$

---

2. Análisis en $t > 0$ (Respuesta Transitoria)

En $t = 0$, ocurren dos cosas:

1. La fuente de corriente se apaga ($i_s = 0$, circuito abierto).
2. El interruptor se cierra.

Nueva Topología:
Al cerrarse el interruptor, el nodo entre R_1 y L se conecta al nodo superior de la resistencia de $5\,\Omega$.

- El inductor L (20 mH) queda en **paralelo** con la resistencia $R_2 = 5\,\Omega$.
- Este paralelo ($L||R_2$) queda en serie con R_1 $(200\,\Omega)$.
- Todo el conjunto anterior queda en paralelo con el capacitor C $(200\,\mu\text{F})$.

Ecuación Diferencial:
Este es un circuito de segundo orden general (no es RLC serie ni paralelo puro). Planteamos las ecuaciones nodales o de lazo.
Llamemos Z_{eq} a la impedancia vista por el capacitor.

$$LC\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)\frac{d^2v}{dt^2} + \left(R_1C + \frac{L}{R_2}\right)\frac{dv}{dt} + v = 0$$

Sustituyendo valores:

- $1 + \frac{R_1}{R_2} = 1 + \frac{200}{5} = 41$
- $LC = (20 \times 10^{-3})(200 \times 10^{-6}) = 4 \times 10^{-6}$
- Término v'': $4 \times 10^{-6} \times 41 = 1.64 \times 10^{-4}$
- $R_1C = 200 \times 200\mu = 0.04$
- $L/R_2 = 20\text{m}/5 = 0.004$
- Término v': $0.04 + 0.004 = 0.044$

Ecuación característica:

$$1.64 \times 10^{-4}s^2 + 0.044s + 1 = 0$$

Dividiendo entre 1.64×10^{-4} (multiplicando por ≈ 6097.5):

$$s^2 + 268.3s + 6097.6 = 0$$

Raíces ($s_{1,2}$):

$$s = \frac{-268.3 \pm \sqrt{268.3^2 - 4(6097.6)}}{2}$$

$$s = \frac{-268.3 \pm \sqrt{71984 - 24390}}{2} = \frac{-268.3 \pm 218.16}{2}$$

- $s_1 = \frac{-50.14}{2} \approx -25.07 \text{ Np/s}$
- $s_2 = \frac{-486.46}{2} \approx -243.23 \text{ Np/s}$

El sistema es sobreamortiguado. La respuesta es:

$$v(t) = A_1 e^{-25.07t} + A_2 e^{-243.23t}$$

Cálculo de constantes (A_1, A_2):

1. $v(0) = 6$:

$$A_1 + A_2 = 6$$

2. $v'(0)$:
   Necesitamos $i_C(0^+)$.
   En $t = 0^+$, la corriente del inductor es continua (30 mA).
   Analizamos el nodo intermedio (entre $R_1, L, R_{5\Omega}$):
   La KCL en ese nodo muestra que el voltaje v_x a través del inductor es 0 V justo en la conmutación (debido al balance de corrientes iniciales: $i_{entra} = 0.03$ desde R_1 y $i_{sale} = 0.03$ hacia L, dejando 0 corriente para desviarse a $R_{5\Omega}$, implicando 0 V).
   Si $v_x = 0$, entonces toda la tensión v_C cae sobre R_1.

$$i_{rama} = \frac{v_C}{R_1} = \frac{6}{200} = 30 \text{ mA}$$

   Como la fuente está apagada, $i_C = -i_{rama} = -30 \text{ mA}$.

$$v'(0) = \frac{i_C(0)}{C} = \frac{-0.03}{200 \times 10^{-6}} = -150 \text{ V/s}$$

   Sistema:
   1. $A_1 + A_2 = 6$
   2. $-25.07A_1 - 243.23A_2 = -150$

   Si resolvemos este sistema, notamos una propiedad interesante:

$$-25.07(6) \approx -150.4$$

   El valor inicial de la derivada coincide casi exactamente con la contribución del polo lento. Esto implica que $A_2 \approx 0$ y $A_1 \approx 6$.
   Aproximación válida:

$$v(t) \approx 6e^{-25.07t} \text{ V}$$

Soluciones a los incisos

(b) Calcule $v(2\text{ ms})$
Evaluamos la expresión de voltaje en $t = 0.002$ s:

$$v(2\text{ms}) = 6e^{-25.07(0.002)} = 6e^{-0.05014}$$

$$v(2\text{ms}) \approx 6(0.9511)$$

$$v(2\text{ms}) \approx \mathbf{5.71}\text{ V}$$

(c) Tiempo de asentamiento del capacitor (t_s)
El tiempo de asentamiento (criterio del 1% o 5τ) está determinado por la constante de tiempo dominante (la raíz más cercana a cero, s_1).

$$\tau = \frac{1}{|s_1|} = \frac{1}{25.07} \approx 0.0399\text{ s} \approx 40\text{ ms}$$

$$t_s = 5\tau = 5(40\text{ ms})$$

$$t_s \approx \mathbf{200}\text{ ms}$$

(Nota: Un cálculo más preciso usando $\ln(0.01)/-25.07$ da 183 ms, pero 5τ es el estándar en ingeniería).

(d) ¿El tiempo de asentamiento de la corriente del inductor es el mismo?
Sí.
En un circuito lineal invariante en el tiempo, todas las variables de estado (voltaje del capacitor y corriente del inductor) están compuestas por las mismas frecuencias naturales (s_1 y s_2). Dado que la respuesta está dominada por el polo lento ($s_1 = -25.07$) tanto para el voltaje como para la corriente, ambos decaerán a la misma velocidad y tendrán el mismo tiempo de asentamiento.

PROBLEMA 35

---

35. Para el circuito de la figura 9.44, determine
    (a) $i_C(0^-)$;
    (b) $i_L(0^-)$;
    (c) $i_R(0^-)$;
    (d) $v_C(0^-)$;
    (e) $i_C(0^+)$;
    (f) $i_L(0^+)$;
    (g) $i_R(0^+)$;
    (h) $v_C(0^+)$.

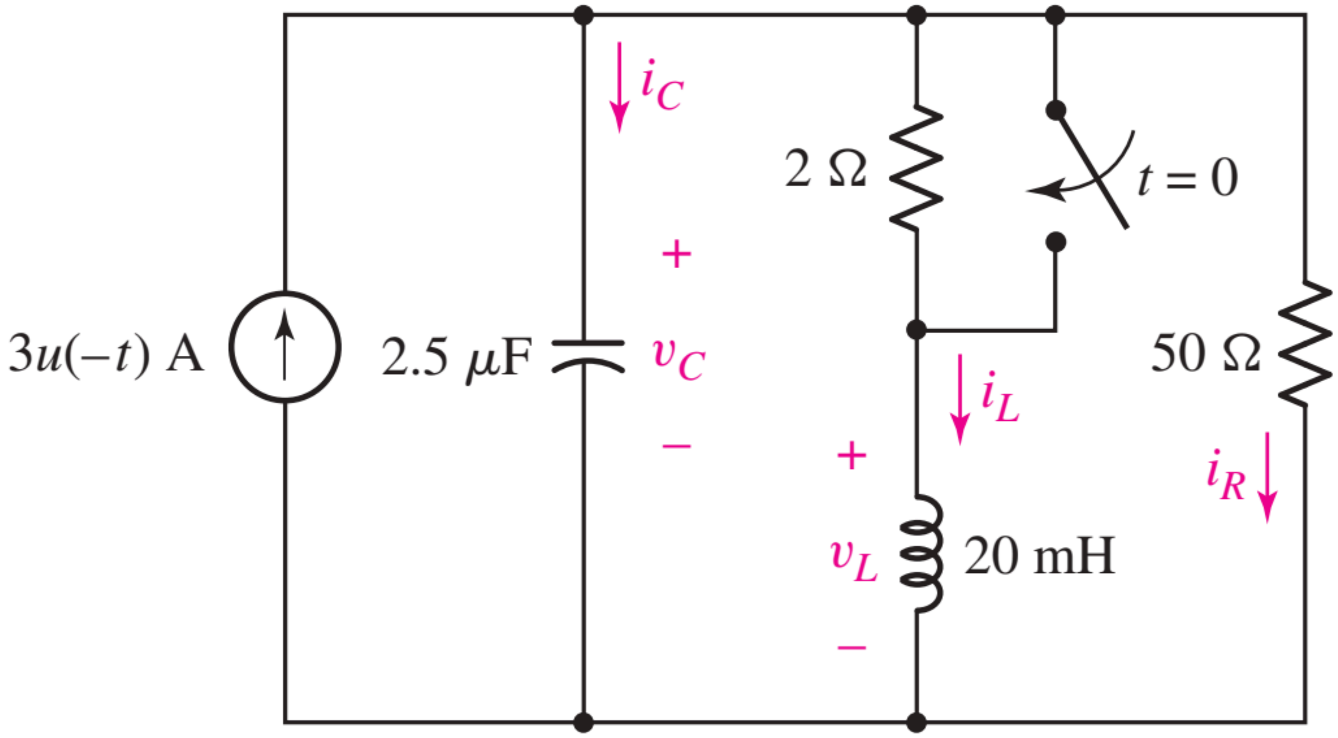


FIGURA 9.44

Para resolver el problema 35 asociado a la Figura 9.44, analizaremos el circuito en dos instantes clave: el estado estable justo antes de la conmutación ($t = 0^-$) y el estado transitorio inmediatamente después ($t = 0^+$).

Análisis Preliminar

- **Fuente de corriente $3u(-t)$ A:**
  - Para $t < 0$, la fuente suministra **3 A**.
  - Para $t > 0$, la fuente es **0 A** (circuito abierto).
- **Interruptor:**
  - Está abierto para $t < 0$.
  - Se cierra en $t = 0$, creando un cortocircuito sobre la resistencia de $2\,\Omega$.
- **Componentes:**
  - Inductor $L = 20\text{ mH}$.
  - Capacitor $C = 2.5\,\mu\text{F}$.
  - Resistencias de $2\,\Omega$ y $50\,\Omega$.

Parte 1: Estado Estable en $t = 0^-$

En $t < 0$, el circuito ha estado encendido por mucho tiempo. Asumimos estado estable de DC:

1. **Inductor:** Se comporta como un **cortocircuito** ($v_L = 0$).

2. **Capacitor:** Se comporta como un **circuito abierto** ($i_C = 0$).
3. **Interruptor:** Abierto.

Topología Efectiva:
Una fuente de 3 A alimenta dos ramas resistivas en paralelo:

- Rama central: Resistencia de $2\,\Omega$ en serie con el inductor (corto). Resistencia total rama $= 2\,\Omega$.
- Rama derecha: Resistencia de $50\,\Omega$.

Calculamos las corrientes usando un divisor de corriente:

(b) $i_L(0^-)$**:**

$$i_L(0^-) = I_{fuente} \times \frac{R_{derecha}}{R_{central} + R_{derecha}}$$

$$i_L(0^-) = 3\text{ A} \times \frac{50\,\Omega}{2\,\Omega + 50\,\Omega} = 3 \times \frac{50}{52} = 3 \times \frac{25}{26} = \frac{75}{26}\text{ A}$$

$$i_L(0^-) \approx \mathbf{2.885}\text{ A}$$

(c) $i_R(0^-)$**:**

$$i_R(0^-) = I_{fuente} \times \frac{R_{central}}{R_{central} + R_{derecha}}$$

$$i_R(0^-) = 3\text{ A} \times \frac{2\,\Omega}{52\,\Omega} = \frac{6}{52} = \frac{3}{26}\text{ A}$$

$$i_R(0^-) \approx \mathbf{0.115}\text{ A}$$

(a) $i_C(0^-)$**:**
Como es DC estable, el capacitor es un circuito abierto.

$$i_C(0^-) = \mathbf{0}\text{ A}$$

(d) $v_C(0^-)$**:**
El voltaje del capacitor es el mismo que el voltaje en las ramas paralelas (la de $50\,\Omega$ o la combinación $2\,\Omega + L$). Usando la rama derecha:

$$v_C(0^-) = i_R(0^-) \times 50\,\Omega$$

$$v_C(0^-) = \frac{3}{26}\text{ A} \times 50\,\Omega = \frac{150}{26}\text{ V} = \frac{75}{13}\text{ V}$$

$$v_C(0^-) \approx \mathbf{5.769}\text{ V}$$

Parte 2: Transitorio en $t = 0^+$

En $t = 0$, la fuente se apaga (0 A) y el interruptor se cierra (cortocircuitando la resistencia de $2\,\Omega$).

Principios de Continuidad:

- La corriente en el inductor no cambia instantáneamente: $i_L(0^+) = i_L(0^-)$.
- El voltaje en el capacitor no cambia instantáneamente: $v_C(0^+) = v_C(0^-)$.

Aplicando continuidad:

- **(f)** $i_L(0^+) = \frac{75}{26}\ \mathrm{A} \approx \mathbf{2.885}\ \mathrm{A}$
- **(h)** $v_C(0^+) = \frac{75}{13}\ \mathrm{V} \approx \mathbf{5.769}\ \mathrm{V}$

Cálculo de las nuevas variables:

(g) $i_R(0^+)$**:**
La resistencia de $50\,\Omega$ sigue conectada en paralelo al capacitor. Su voltaje es $v_C(0^+)$.

$$i_R(0^+) = \frac{v_C(0^+)}{50\,\Omega} = \frac{75/13\ \mathrm{V}}{50\,\Omega} = \frac{1.5}{13}\ \mathrm{A} = \frac{3}{26}\ \mathrm{A}$$

$$i_R(0^+) \approx \mathbf{0.115}\ \mathrm{A}$$

(e) $i_C(0^+)$**:**
Aplicamos la Ley de Corrientes de Kirchhoff (KCL) en el nodo superior.
La fuente externa es ahora 0 A. La suma de corrientes que salen del nodo superior hacia abajo (i_C, i_L, i_R) debe ser cero (o la suma de corrientes que entran es 0).

$$i_{fuente} = i_C(0^+) + i_L(0^+) + i_R(0^+)$$

$$0 = i_C(0^+) + \frac{75}{26}\ \mathrm{A} + \frac{3}{26}\ \mathrm{A}$$

$$i_C(0^+) = -\left(\frac{75}{26} + \frac{3}{26}\right) = -\frac{78}{26}\ \mathrm{A}$$

$$i_C(0^+) = -\mathbf{3}\ \mathrm{A}$$

Resumen de Resultados

Inciso	Variable	Valor Exacto	Valor Aproximado
(a)	$i_C(0^-)$	$0\ \mathrm{A}$	**0 A**
(b)	$i_L(0^-)$	$75/26\ \mathrm{A}$	**2.885 A**
(c)	$i_R(0^-)$	$3/26\ \mathrm{A}$	**0.115 A**
(d)	$v_C(0^-)$	$75/13\ \mathrm{V}$	**5.769 V**
(e)	$i_C(0^+)$	$-3\ \mathrm{A}$	**-3 A**
(f)	$i_L(0^+)$	$75/26\ \mathrm{A}$	**2.885 A**

Inciso	Variable	Valor Exacto	Valor Aproximado
(g)	$i_R(0^+)$	$3/26$ A	**0.115 A**
(h)	$v_C(0^+)$	$75/13$ V	**5.769 V**

PROBLEMA 36

36. Obtenga una expresión para $v_L(t)$ para $t > 0$, para el circuito que se muestra en la figura 9.44. Grafique la forma de onda para por lo menos dos períodos de oscilación.

Para resolver el problema 36, utilizamos los resultados de las condiciones iniciales obtenidas en el problema 35 y analizamos la respuesta del circuito para $t > 0$.

1. Análisis del Circuito para $t > 0$

Al cerrarse el interruptor en $t = 0$, ocurren los siguientes cambios topológicos:

1. **Fuente:** La fuente de corriente $3u(-t)$ se apaga (0 A), convirtiéndose en un circuito abierto.
2. **Interruptor:** Al cerrarse, crea un cortocircuito en paralelo con la resistencia de $2\,\Omega$. Esto elimina dicha resistencia del circuito, ya que la corriente preferirá el camino de resistencia cero del interruptor.
3. **Configuración RLC:** El circuito resultante consta del Inductor (L), el Capacitor (C) y la resistencia de $50\,\Omega$ (R), todos conectados en paralelo entre el nodo superior y el inferior.

Parámetros del circuito:

- $R = 50\,\Omega$
- $L = 20\text{ mH} = 0.02\text{ H}$
- $C = 2.5\,\mu\text{F} = 2.5 \times 10^{-6}\text{ F}$

2. Determinación del Tipo de Respuesta

Calculamos las frecuencias características para un circuito RLC en paralelo:

1. **Frecuencia de Neper (α):**

$$\alpha = \frac{1}{2RC} = \frac{1}{2(50)(2.5 \times 10^{-6})} = \frac{1}{250 \times 10^{-6}} = \mathbf{4000}\text{ Np/s}$$

2. **Frecuencia de Resonancia (ω_0):**

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{(0.02)(2.5 \times 10^{-6})}} = \frac{1}{\sqrt{5 \times 10^{-8}}} \approx \mathbf{4472.1}\text{ rad/s}$$

3. **Frecuencia Amortiguada (ω_d):**
   Dado que $\alpha < \omega_0$ $(4000 < 4472)$, la respuesta es **Subamortiguada**.

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = \sqrt{(4472.1)^2 - (4000)^2}$$

$$\omega_d = \sqrt{20 \times 10^6 - 16 \times 10^6} = \sqrt{4 \times 10^6} = \mathbf{2000}\ \mathrm{rad/s}$$

3. Formulación de la Ecuación

La expresión general para el voltaje en un circuito subamortiguado paralelo es:

$$v_L(t) = e^{-\alpha t}[B_1 \cos(\omega_d t) + B_2 \sin(\omega_d t)]$$

$$v_L(t) = e^{-4000t}[B_1 \cos(2000t) + B_2 \sin(2000t)]$$

Usamos las condiciones iniciales del problema 35 para hallar B_1 y B_2.

Condición 1: $v(0)$
Del problema anterior, $v_C(0^-) = v_C(0^+) = \frac{75}{13}\ \mathrm{V} \approx 5.77\ \mathrm{V}$.
Como L y C están en paralelo:

$$v_L(0) = v_C(0) = B_1 \cos(0) + B_2 \sin(0) = B_1$$

$$B_1 = \frac{75}{13} \approx 5.77\ \mathrm{V}$$

Condición 2: dv/dt **en** $t = 0$
Aplicamos la Ley de Corrientes de Kirchhoff (KCL) en el nodo superior para $t = 0^+$ (sin fuente externa):

$$i_C + i_L + i_R = 0$$

$$C\frac{dv(0)}{dt} + i_L(0) + \frac{v(0)}{R} = 0$$

Sustituyendo los valores conocidos ($i_L(0) = \frac{75}{26}$ A y $v(0) = \frac{75}{13}$ V):

$$(2.5 \times 10^{-6})v'(0) + \frac{75}{26} + \frac{75/13}{50} = 0$$

$$(2.5 \times 10^{-6})v'(0) + \frac{75}{26} + \frac{75}{650} = 0$$

Simplificando $\frac{75}{650} = \frac{3}{26}$:

$$(2.5 \times 10^{-6})v'(0) + \frac{75}{26} + \frac{3}{26} = 0$$

$$(2.5 \times 10^{-6})v'(0) + \frac{78}{26} = 0$$

$$(2.5 \times 10^{-6})v'(0) + 3 = 0$$

$$v'(0) = \frac{-3}{2.5 \times 10^{-6}} = -1,200,000\ \mathrm{V/s}$$

Ahora derivamos la ecuación general y evaluamos en $t = 0$:

$$v'(0) = -\alpha B_1 + \omega_d B_2$$

$$-1,200,000 = -4000\left(\frac{75}{13}\right) + 2000B_2$$

Dividimos todo entre 2000:

$$-600 = -2\left(\frac{75}{13}\right) + B_2$$

$$B_2 = -600 + \frac{150}{13} = \frac{-7800 + 150}{13} = \frac{-7650}{13} \approx -588.46 \text{ V}$$

4. Expresión Final

$$v_L(t) = e^{-4000t}\left(\frac{75}{13}\cos(2000t) - \frac{7650}{13}\sin(2000t)\right) \text{ V}$$

O en decimales aproximados:

$$\mathbf{v_L(t) = e^{-4000t}(5.77\cos(2000t) - 588.46\sin(2000t))\ V}$$

---

5. Análisis Gráfico

Para graficar la forma de onda por al menos dos períodos, consideramos lo siguiente:

- **Período de oscilación (T):**

$$T = \frac{2\pi}{\omega_d} = \frac{2\pi}{2000} \approx 3.14 \text{ ms}$$

  Dos períodos corresponden a $t \approx 6.28$ ms.

- **Decaimiento (Envolvente):**
  La constante de tiempo es $\tau = 1/\alpha = 1/4000 = 0.25$ ms.
  Esto indica que la señal decae extremadamente rápido. Para el momento en que se completa **un solo período** (3.14 ms), han pasado más de 12 constantes de tiempo ($3.14/0.25 \approx 12.5$), por lo que la amplitud será virtualmente cero ($e^{-12.5} \approx 0$).

Descripción de la Gráfica:

1. **Inicio ($t = 0$):** Comienza en 5.77 V.
2. **Caída abrupta:** Debido al término seno negativo y de gran magnitud (-588), la curva cae casi verticalmente hacia valores negativos profundos inmediatamente después de $t = 0$.
3. **Pico negativo:** Alcanza un pico negativo muy rápido (cerca de $t \approx 0.5$ ms) y luego regresa hacia cero.
4. **Oscilación amortiguada:** Aunque matemáticamente oscila con un periodo de 3.14 ms, visualmente parecerá un pulso negativo muy estrecho que desaparece antes de completar el primer

ciclo.

Puntos clave para graficar:

- $t = 0$: $v = 5.77$ V
- $t = 0.2$ ms: $v \approx -180$ V (Estimado dominado por seno y decaimiento)
- $t = 1.57$ ms (medio ciclo): $v \approx 0$ V (Amplitud despreciable)

PROBLEMA 37

37. Para el circuito de la figura 9.45, determine (a) el primer tiempo $t > 0$ en que $v(t) = 0$; (b) el tiempo de asentamiento.

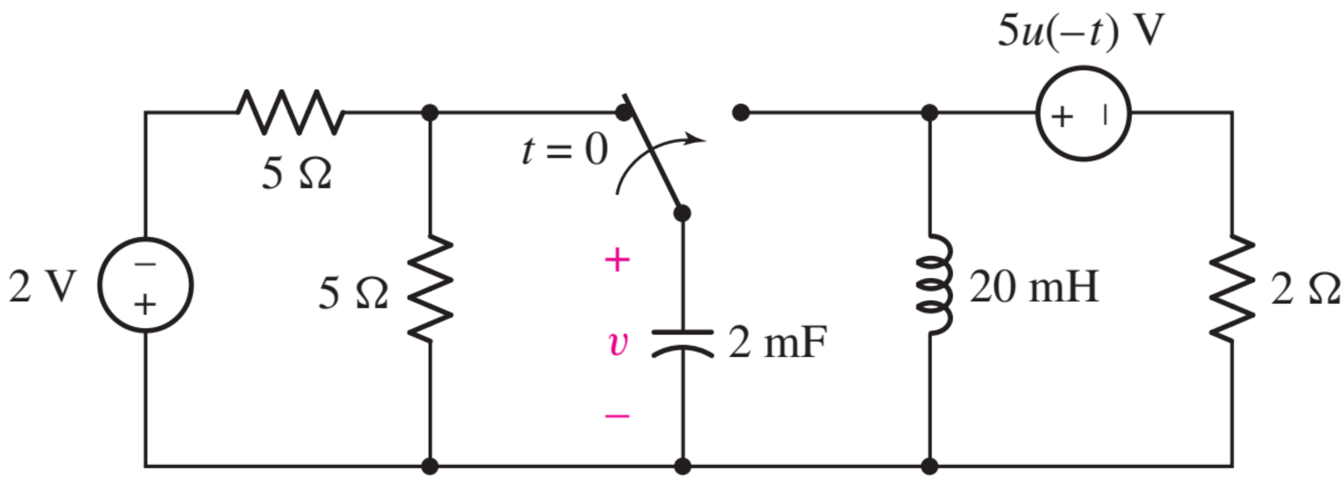


FIGURA 9.45

Para resolver el problema 37 del circuito de la Figura 9.45, es fundamental determinar primero el comportamiento dinámico del circuito (amortiguamiento).

Análisis de la acción del interruptor:
Para que exista un "primer tiempo $t > 0$ en que $v(t) = 0$", la respuesta de voltaje debe oscilar y cruzar por cero. Esto solo ocurre si el circuito es **subamortiguado** ($\alpha < \omega_0$).

- **Si el interruptor se cierra:** La resistencia equivalente sería el paralelo de la red izquierda ($2.5\,\Omega$) y la derecha ($2\,\Omega$), resultando en $R_{eq} \approx 1.11\,\Omega$. Esto produce un coeficiente de amortiguamiento $\alpha \approx 225$, que es mayor que la frecuencia natural $\omega_0 \approx 158$, resultando en un sistema **sobreamortiguado** que nunca cruza por cero para $t > 0$.
- **Si el interruptor se abre:** La resistencia es solo la de la derecha ($R = 2\,\Omega$). Esto produce $\alpha = 125$, que es menor que $\omega_0 \approx 158$, resultando en un sistema **subamortiguado** con oscilaciones.

Dada la pregunta (a), asumiremos que el interruptor pasa a una configuración que permite la oscilación (desconecta la red izquierda, dejando $R = 2\,\Omega$).

Paso 1: Condiciones Iniciales ($t = 0^-$)

En $t < 0$, el circuito está en estado estable.

- **Lado Izquierdo (conectado):** La red resistiva de la izquierda (fuente 2V, resistencias de 5Ω) está conectada. El equivalente de Thevenin visto desde el nodo del capacitor es una fuente de 1 V con resistencia de $2.5\,\Omega$.
- **Lado Derecho:** Fuente de $5u(-t)\text{ V}$ está activa (5 V).
- **Inductor:** Cortocircuito ($v = 0$).
- **Capacitor:** Circuito abierto.

Calculamos la corriente en el inductor $i_L(0^-)$ sumando las contribuciones de las dos ramas que alimentan el nodo superior (donde el voltaje es 0 V debido al corto del inductor):

1. **Desde la izquierda:** $I_{izq} = \frac{V_{Th}-0}{R_{Th}} = \frac{1\text{ V}}{2.5\,\Omega} = 0.4\text{ A}.$
2. **Desde la derecha:** $I_{der} = \frac{5\text{ V}-0}{2\,\Omega} = 2.5\text{ A}.$

Corriente total inicial:

$$i_L(0) = 0.4 + 2.5 = 2.9\text{ A}$$

Voltaje inicial:

$$v(0) = 0\text{ V}$$

Paso 2: Respuesta Transitoria ($t > 0$)

En $t > 0$, el interruptor se abre (aislando el lado izquierdo) y la fuente de la derecha se apaga (0 V). El circuito resultante es un **RLC en Paralelo sin fuente** con:

- $R = 2\,\Omega$
- $L = 20\text{ mH} = 0.02\text{ H}$
- $C = 2\text{ mF} = 0.002\text{ F}$

Parámetros:

1. **Frecuencia de Neper (α):**

$$\alpha = \frac{1}{2RC} = \frac{1}{2(2)(0.002)} = \frac{1}{0.008} = 125\text{ Np/s}$$

2. **Frecuencia Natural (ω_0):**

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{(0.02)(0.002)}} = \frac{1}{\sqrt{4 \times 10^{-5}}} \approx 158.11\text{ rad/s}$$

3. **Frecuencia Amortiguada (ω_d):**
   Como $\alpha < \omega_0$, es subamortiguado.

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = \sqrt{25000 - 15625} = \sqrt{9375} \approx 96.82 \text{ rad/s}$$

Ecuación del Voltaje:
La respuesta natural tiene la forma:

$$v(t) = e^{-\alpha t}(B_1 \cos \omega_d t + B_2 \sin \omega_d t)$$

Usamos las condiciones iniciales:

- $v(0) = 0 \implies B_1 = 0.$
- Por tanto, $v(t) = B_2 e^{-125t} \sin(96.82t)$.

Para hallar B_2, necesitamos $v'(0)$. Aplicamos KCL en el nodo superior en $t = 0^+$ (solo con R, L, C):

$$i_R + i_L + i_C = 0$$

$$\frac{v(0)}{R} + i_L(0) + Cv'(0) = 0$$

$$0 + 2.9 \text{ A} + (0.002)v'(0) = 0$$

$$v'(0) = \frac{-2.9}{0.002} = -1450 \text{ V/s}$$

Derivando la expresión de $v(t)$ y evaluando en 0:

$$v'(0) = B_2 \omega_d = -1450$$

$$B_2 = \frac{-1450}{96.82} \approx -14.98 \text{ V}$$

Expresión final:

$$v(t) = -14.98 e^{-125t} \sin(96.82t) \text{ V}$$

Solución a los Incisos

(a) El primer tiempo $t > 0$ en que $v(t) = 0$
El voltaje es cero cuando el término seno es cero:

$$\sin(96.82t) = 0$$

$$96.82t = n\pi \quad (n = 1, 2, \dots)$$

Para el primer tiempo ($n = 1$):

$$t = \frac{\pi}{96.82} \approx \frac{3.1416}{96.82}$$

$$t \approx 0.0324 \text{ s} = \mathbf{32.4} \text{ ms}$$

(b) El tiempo de asentamiento

El tiempo de asentamiento (criterio del 1%) se estima como 5 constantes de tiempo:

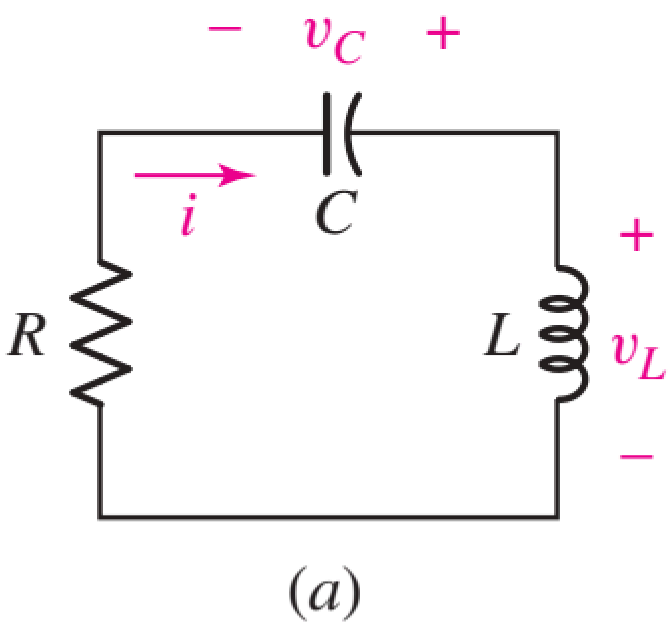
$$\tau = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{125} = 0.008 \text{ s}$$

$$t_s = 5\tau = 5(0.008 \text{ s})$$

$$t_s = \mathbf{40} \text{ ms}$$

PROBLEMA 42

42. Se usan valores de componentes $R = 2\,\Omega$, $C = 1\,\text{mF}$ y $L = 2\,\text{mH}$ para construir el circuito representado en la figura 9.21a. Si $v_C(0^-) = 1\,\text{V}$ y no fluye una corriente inicial a través del inductor, calcule $i(t)$ en $t = 1\,\text{ms}$, $2\,\text{ms}$ y $3\,\text{ms}$.



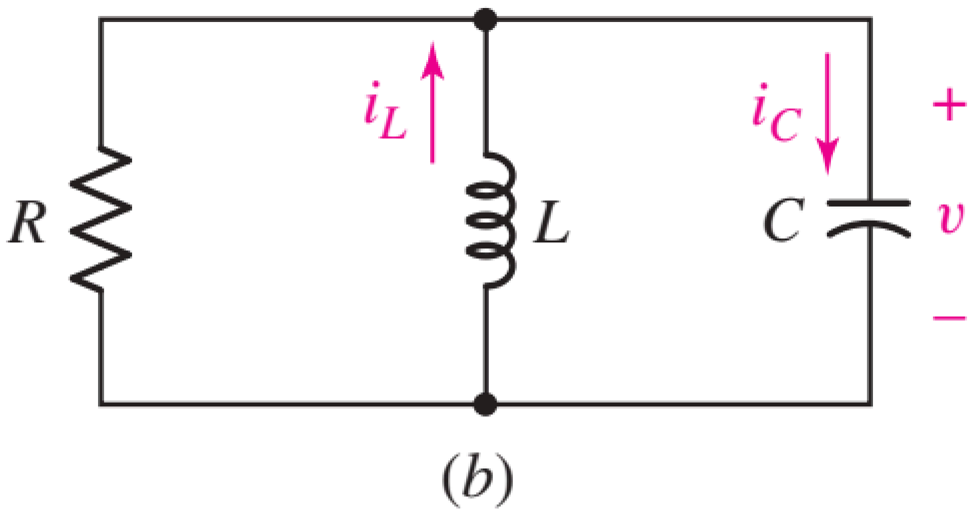


FIGURA 9.21 (*a*) Circuito *RLC* en serie que es el dual de (*b*) un circuito *RLC* en paralelo. Los valores de los elementos no son, desde luego, idénticos en ambos circuitos.

Aquí tienes la solución detallada para el problema 42, analizando el circuito RLC en serie representado en la Figura 9.21(a).

1. Identificación de Parámetros y Tipo de Respuesta

Primero, determinamos el comportamiento del circuito calculando las frecuencias características para un circuito **RLC en Serie**.

Datos:

- $R = 2\,\Omega$
- $L = 2\,\mathrm{mH} = 0.002\,\mathrm{H}$
- $C = 1\,\mathrm{mF} = 0.001\,\mathrm{F}$
- Condiciones iniciales: $v_C(0) = 1\,\mathrm{V}$, $i(0) = 0\,\mathrm{A}$.

Cálculos:

1. **Frecuencia de Neper (α) para serie:**

$$\alpha = \frac{R}{2L} = \frac{2}{2(0.002)} = \frac{1}{0.002} = 500\,\mathrm{Np/s}$$

2. **Frecuencia de Resonancia (ω_0):**

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{(0.002)(0.001)}} = \frac{1}{\sqrt{2 \times 10^{-6}}} = \frac{1000}{\sqrt{2}} \approx 707.1\,\mathrm{rad/s}$$

Conclusión:
Como $\alpha < \omega_0$ ($500 < 707.1$), la respuesta es **Subamortiguada**.

La frecuencia de oscilación amortiguada (ω_d) es:

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = \sqrt{707.1^2 - 500^2} = \sqrt{500000 - 250000} = \sqrt{250000} = 500\,\mathrm{rad/s}$$

---

2. Determinación de la Ecuación de Corriente $i(t)$

La forma general para la corriente en un circuito RLC serie subamortiguado es:

$$i(t) = e^{-\alpha t}[B_1 \cos(\omega_d t) + B_2 \sin(\omega_d t)]$$

Sustituyendo los valores calculados:

$$i(t) = e^{-500t}[B_1 \cos(500t) + B_2 \sin(500t)]$$

Cálculo de constantes (B_1, B_2):

1. **Usando $i(0) = 0$:**

$$i(0) = 1 \cdot [B_1(1) + B_2(0)] = B_1$$

$$B_1 = 0$$

   La ecuación se simplifica a: $i(t) = B_2 e^{-500t} \sin(500t)$

2. **Usando la derivada inicial $di(0)/dt$:**
   Analizamos la malla de la Figura 9.21(a) usando la Ley de Voltajes de Kirchhoff (KVL) en $t = 0$. La corriente i fluye en sentido horario.

- El capacitor tiene polaridad $-$ a la izquierda y $+$ a la derecha. Al recorrer la malla en sentido horario, pasamos de $-$ a $+$, lo que es una **subida** de tensión de v_C.
- El resistor y el inductor presentan **caídas** de tensión en la dirección de la corriente.

$$v_C(0) = v_R(0) + v_L(0)$$

$$1\,\mathrm{V} = i(0)R + L\frac{di(0)}{dt}$$

$$1 = 0(2) + 0.002\frac{di(0)}{dt}$$

$$\frac{di(0)}{dt} = \frac{1}{0.002} = 500\,\mathrm{A/s}$$

Derivamos la ecuación simplificada de $i(t)$ y evaluamos en $t = 0$:

$$i'(t) = B_2(-\alpha e^{-\alpha t}\sin(\omega_d t) + \omega_d e^{-\alpha t}\cos(\omega_d t))$$

$$i'(0) = B_2(0 + 500(1)) = 500B_2$$

Igualamos los valores:

$$500B_2 = 500 \implies B_2 = 1\,\mathrm{A}$$

Ecuación Final:

$$i(t) = e^{-500t}\sin(500t)\,\mathrm{A}$$

---

3. Cálculo de $i(t)$ en los tiempos solicitados

Nota: El argumento del seno $(500t)$ está en radianes.

(a) En $t = 1\,\mathrm{ms} = 0.001\,\mathrm{s}$:

$$i(1\mathrm{ms}) = e^{-500(0.001)}\sin(500 \times 0.001)$$

$$i(1\mathrm{ms}) = e^{-0.5}\sin(0.5\,\mathrm{rad})$$

$$i(1\mathrm{ms}) \approx 0.6065 \times 0.4794 \approx 0.2907\,\mathrm{A}$$

$$i(1\mathrm{ms}) \approx \mathbf{291}\,\mathrm{mA}$$

(b) En $t = 2\,\mathrm{ms} = 0.002\,\mathrm{s}$:

$$i(2\mathrm{ms}) = e^{-500(0.002)}\sin(500 \times 0.002)$$

$$i(2\mathrm{ms}) = e^{-1}\sin(1\,\mathrm{rad})$$

$$i(2\mathrm{ms}) \approx 0.3679 \times 0.8415 \approx 0.3096\,\mathrm{A}$$

$$i(2\mathrm{ms}) \approx \mathbf{310}\,\mathrm{mA}$$

(c) **En** $t = 3\,\text{ms} = 0.003\,\text{s}$:

$$i(3\text{ms}) = e^{-500(0.003)}\sin(500 \times 0.003)$$

$$i(3\text{ms}) = e^{-1.5}\sin(1.5\,\text{rad})$$

$$i(3\text{ms}) \approx 0.2231 \times 0.9975 \approx 0.2225\,\text{A}$$

$$i(3\text{ms}) \approx \mathbf{223}\,\text{mA}$$

PROBLEMA 45

45. El circuito RLC en serie de la figura 9.22 se construye usando $R = 1\,\text{k}\Omega$, $C = 2\,\text{mF}$ y $L = 1\,\text{mH}$. La tensión inicial del capacitor v_C es de $-4\,\text{V}$ en $t = 0$. Inicialmente no fluye corriente a través del inductor.
    (a) Obtenga una expresión para $v_C(t)$ válida para $t > 0$.
    (b) Haga un bosquejo en el intervalo $0 < t < 6\,\mu\text{s}$.

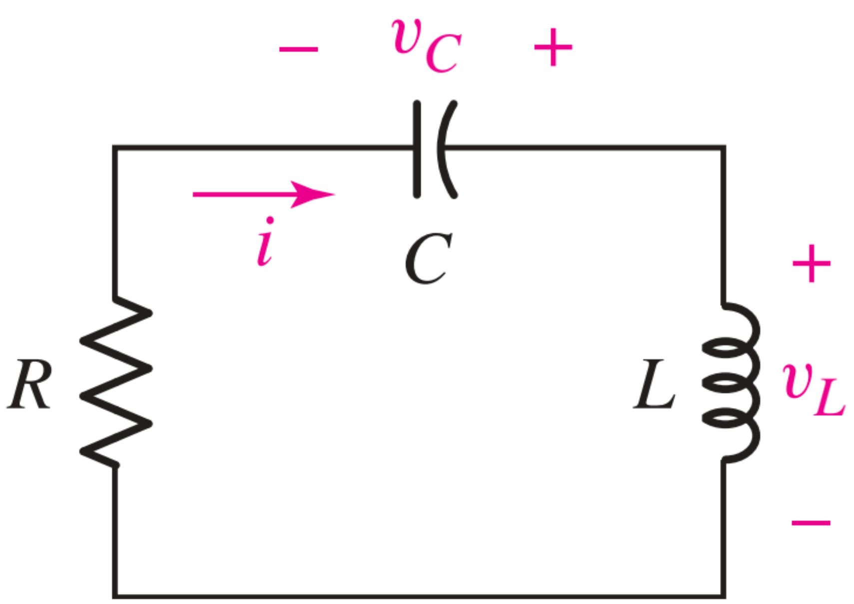


FIGURA 9.22 Circuito *RLC* simple sin fuente con energía almacenada en el inductor y en el capacitor en $t = 0$.

Aquí tienes la solución detallada para el problema 45, basado en el circuito RLC en serie de la Figura 9.22.

1. Identificación de Parámetros y Tipo de Respuesta

El circuito es un **RLC en Serie sin fuente**. Primero, calculamos las frecuencias características para determinar el tipo de amortiguamiento.

Datos:

- $R = 1\,\text{k}\Omega = 1000\,\Omega$
- $L = 1\,\text{mH} = 0.001\,\text{H}$
- $C = 2\,\text{mF} = 0.002\,\text{F}$
- **Condiciones Iniciales:**
    - $v_C(0) = -4\,\text{V}$
    - $i(0) = 0\,\text{A}$

Cálculos de Frecuencias:

1. **Frecuencia de Neper (α) para serie:**

$$\alpha = \frac{R}{2L} = \frac{1000}{2(0.001)} = \frac{1000}{0.002} = \mathbf{500,000}\,\text{Np/s}$$

2. **Frecuencia de Resonancia (ω_0):**

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{(0.001)(0.002)}} = \frac{1}{\sqrt{2 \times 10^{-6}}} \approx \mathbf{707.1}\,\text{rad/s}$$

Análisis de Amortiguamiento:
Observamos que $\alpha \gg \omega_0$ ($500,000 \gg 707.1$).
Esto indica que el circuito está **fuertemente sobreamortiguado**.

Cálculo de las Raíces Características (s_1, s_2):

$$s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

Dado que ω_0^2 es despreciable comparado con α^2:
$\alpha^2 = 25 \times 10^{10}$
$\omega_0^2 = 0.5 \times 10^6$
La raíz cuadrada $\sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$ será casi idéntica a α.

$$s_{1,2} \approx -500,000 \pm 500,000$$

Sin embargo, para mayor precisión física (y evitar una raíz $s = 0$ que implicaría un voltaje constante infinito, lo cual es incorrecto pues la energía se disipa), usamos la aproximación de series de Taylor para la raíz cercana a cero o calculamos con cuidado:
$\sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = \alpha\sqrt{1 - (\frac{\omega_0}{\alpha})^2} \approx \alpha(1 - \frac{1}{2}(\frac{\omega_0}{\alpha})^2) = \alpha - \frac{\omega_0^2}{2\alpha}$

Entonces:

- $s_1 = -\alpha + (\alpha - \frac{\omega_0^2}{2\alpha}) = -\frac{\omega_0^2}{2\alpha} = -\frac{LC^{-1}}{R/L} = -\frac{1}{RC}$
  $s_1 = -\frac{1}{(1000)(0.002)} = -\frac{1}{2} = \mathbf{-0.5}\,\text{s}^{\mathbf{-1}}$

- $s_2 = -\alpha - (\alpha - \dots) \approx -2\alpha$
  $s_2 = -2(500,000) = \mathbf{-1,000,000}\,\mathrm{s}^{-1}$

Nota: La enorme diferencia entre las raíces (s_1 vs s_2) confirma que una respuesta decae casi instantáneamente (s_2) y la otra controla la descarga lenta del capacitor (s_1).

(a) Expresión para $v_C(t)$

La forma general para respuesta sobreamortiguada es:

$$v_C(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$$

$$v_C(t) = A_1 e^{-0.5t} + A_2 e^{-10^6 t}$$

Usamos las condiciones iniciales:

1. $v_C(0) = -4\,\mathrm{V}$:

$$A_1 + A_2 = -4 \quad (\text{Ec. } 1)$$

2. **Derivada inicial $v_C'(0)$:**
   Sabemos que $i_C = C\frac{dv_C}{dt}$.
   Como es un circuito serie, $i_C(0) = i_L(0) = i(0) = 0$.

$$Cv_C'(0) = 0 \implies v_C'(0) = 0$$

   Derivando la expresión general:

$$v_C'(t) = s_1 A_1 e^{s_1 t} + s_2 A_2 e^{s_2 t}$$

   En $t = 0$:

$$-0.5A_1 - 1,000,000A_2 = 0$$

$$A_1 = -2,000,000A_2 \quad (\text{Ec. } 2)$$

Resolviendo el sistema:
Sustituimos (Ec. 2) en (Ec. 1):

$$-2,000,000A_2 + A_2 = -4$$

$$-1,999,999A_2 = -4$$

$$A_2 \approx 2 \times 10^{-6}\,\mathrm{V} \approx 0\,\mathrm{V}$$

(Es despreciable)

Por lo tanto:

$$A_1 = -4 - A_2 \approx -4\,\mathrm{V}$$

Expresión Final:
Aunque matemáticamente hay dos términos, el término rápido ($e^{-10^6 t}$) desaparece en microsegundos y tiene un coeficiente casi nulo. La expresión exacta es:

$$v_C(t) = -4e^{-0.5t} + (2\mu)e^{-10^6 t}\,\mathrm{V}$$

Para propósitos prácticos de ingeniería, la expresión dominante es:

$$\mathbf{v_C(t) \approx -4e^{-0.5t}}\,\mathrm{V}$$

(b) Bosquejo en el intervalo $0 < t < 6\,\mu\mathrm{s}$

Aquí surge una situación interesante.
El intervalo solicitado ($6\,\mu\mathrm{s}$) es **extremadamente pequeño** comparado con la constante de tiempo principal del capacitor ($\tau_1 = 1/0.5 = 2\,\mathrm{s}$).

Sin embargo, la constante de tiempo rápida es $\tau_2 = 1/10^6 = 1\,\mu\mathrm{s}$.
En este intervalo microscópico, es donde el término A_2 (aunque pequeño) y la inductancia juegan su papel para asegurar que la corriente comience en cero.

Veamos el comportamiento en $t \to 0$ (microsegundos):
La función completa es $v_C(t) \approx -4e^{-0.5t}$.
Evaluando en $t = 6\,\mu\mathrm{s} = 6 \times 10^{-6}\,\mathrm{s}$:
El exponente es $-0.5(6 \times 10^{-6}) = -3 \times 10^{-6} \approx 0$.
$e^0 = 1$.

Análisis del Bosquejo:
En el intervalo de 0 a $6\,\mu\mathrm{s}$, el voltaje del capacitor **apenas cambia**.

- En $t = 0$, $v_C = -4\,\mathrm{V}$.
- En $t = 6\,\mu\mathrm{s}$, $v_C \approx -4\,\mathrm{V}$.

La gráfica será esencialmente una **línea horizontal plana** en $-4\,\mathrm{V}$. Esto se debe a la enorme capacitancia ($2\,\mathrm{mF}$) y resistencia ($1\,\mathrm{k}\Omega$) que crean una descarga muy lenta ($\tau = RC = 2\,\mathrm{segundos}$). Pedir un gráfico en microsegundos es como pedir graficar el movimiento de un glaciar en un lapso de 1 segundo: se verá estático.

Bosquejo:
Eje vertical: Voltaje (V), rango cercano a -4.
Eje horizontal: Tiempo (μs), rango 0 a 6.
Trazo: Línea recta constante en $v = -4$.

PROBLEMA 46

---

46. Con referencia al circuito representado en la figura 9.47, calcule

(a) α;

(b) ω_0;

(c) $i(0^+)$;

(d) $\frac{di}{dt}\Big|_{t=0^+}$;

(e) $i(t)$ en $t = 6\,\mathrm{s}$.

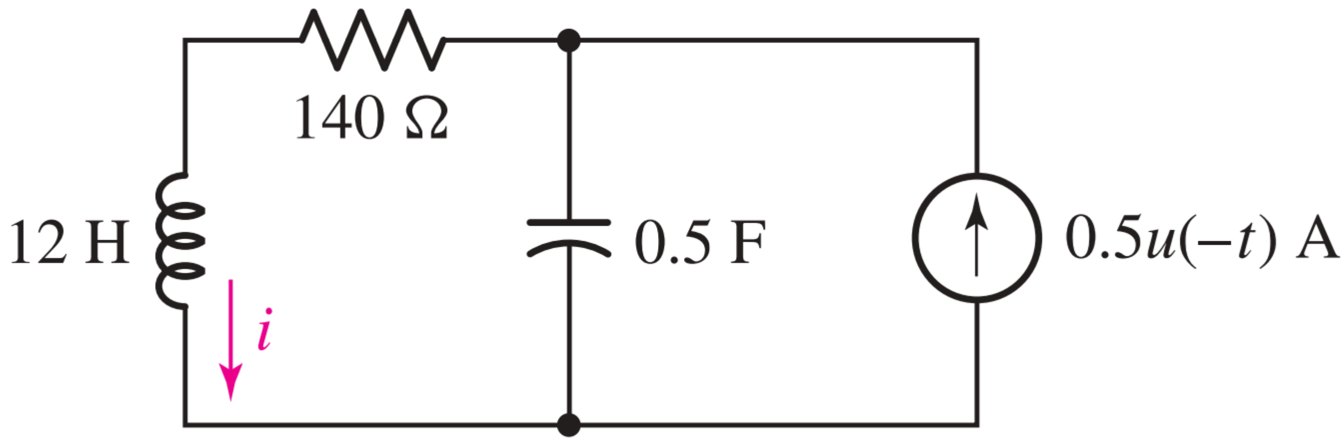


FIGURA 9.47

Para resolver el problema 46 basado en la Figura 9.47, analizaremos el circuito paso a paso. Se trata de un circuito de segundo orden que cambia de configuración en $t = 0$.

Análisis Preliminar

- **Para $t < 0$:** La fuente de corriente $0.5u(-t)$ está activa (0.5 A). El circuito está en estado estable de CD.
- **Para $t > 0$:** La fuente de corriente se apaga (0 A, circuito abierto). El circuito se convierte en una malla **RLC en Serie** (la resistencia y el inductor quedan en serie con el capacitor).

Valores de los componentes:

- $R = 140\,\Omega$
- $L = 12\,\mathrm{H}$
- $C = 0.5\,\mathrm{F}$

(a) Cálculo de α

Para un circuito RLC en serie, el coeficiente de amortiguamiento α se define como:

$$\alpha = \frac{R}{2L}$$

Sustituyendo los valores:

$$\alpha = \frac{140}{2(12)} = \frac{140}{24} = \frac{35}{6}$$

$\alpha \approx 5.833\,\mathrm{Np/s}$

(b) Cálculo de ω_0

La frecuencia natural de resonancia no amortiguada ω_0 es:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Sustituyendo los valores:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{(12)(0.5)}} = \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$\omega_0 \approx 0.4082\,\mathrm{rad/s}$

(c) Cálculo de $i(0^+)$

Analizamos el estado estable en $t < 0$:

1. **Inductor:** Se comporta como un cortocircuito.
2. **Capacitor:** Se comporta como un circuito abierto.
3. **Fuente:** Suministra 0.5 A hacia arriba.

La corriente de la fuente llega al nodo superior. Como la rama del capacitor está abierta, toda la corriente se desvía hacia la rama resistiva-inductiva.

- La flecha de la fuente apunta hacia arriba.
- La flecha de la corriente i apunta hacia abajo.
- La corriente fluye de la fuente, por el nodo superior y baja por el inductor.
- Por lo tanto, $i(0^-) = 0.5\,\mathrm{A}$.

Además, calculamos el voltaje inicial del capacitor $v_C(0^-)$, ya que está en paralelo con la rama $R - L$:

$$v_C(0^-) = v_R + v_L = i(0^-)R + 0 = (0.5)(140) = 70\,\mathrm{V}$$

(Polaridad: $+70$ V en el nodo superior respecto al inferior).

Debido a la propiedad de continuidad de la corriente en el inductor:
$i(0^+) = i(0^-) = 0.5\,\mathrm{A}$

(d) Cálculo de $\frac{di}{dt}\Big|_{t=0^+}$

Para $t > 0$, la fuente se abre y tenemos un circuito serie cerrado compuesto por C, R y L.
Aplicamos la Ley de Voltajes de Kirchhoff (KVL) en la malla en $t = 0^+$. Recorremos la malla en sentido horario (dirección de la corriente i):

- El capacitor actúa como fuente (descargándose), con $+$ arriba. Al recorrerlo de abajo hacia arriba (contra i imaginaria del bucle cerrado... espera, la malla es simple: la corriente i baja por R y L, y *debe* subir por C para cerrar el circuito).
- Ecuación de malla (sumando caídas de tensión):

$$v_L + v_R - v_C = 0$$

$$L\frac{di(0^+)}{dt} + i(0^+)R - v_C(0^+) = 0$$

Sustituyendo valores:

$$12\frac{di(0^+)}{dt} + (0.5)(140) - 70 = 0$$

$$12\frac{di(0^+)}{dt} + 70 - 70 = 0$$

$$12\frac{di(0^+)}{dt} = 0$$

$\frac{di}{dt}\Big|_{t=0^+} = 0\,\mathrm{A/s}$

(e) Cálculo de $i(t)$ en $t = 6\,\mathrm{s}$

1. Determinar el tipo de respuesta:
Como $\alpha > \omega_0$ $(5.833 > 0.408)$, el circuito es **Sobreamortiguado**.

2. Calcular las raíces características (s_1, s_2):

$$s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

$$s_{1,2} = -5.8333 \pm \sqrt{(5.8333)^2 - (0.4082)^2}$$

$$s_{1,2} = -5.8333 \pm \sqrt{34.027 - 0.1666}$$

$$s_{1,2} = -5.8333 \pm \sqrt{33.86}$$

$$s_{1,2} = -5.8333 \pm 5.819$$

- $s_1 = -0.0143\,\mathrm{Np/s}$
- $s_2 = -11.652\,\mathrm{Np/s}$

Nota: Estas raíces corresponden casi exactamente a las constantes de tiempo desacopladas del circuito: $\tau_{lento} = RC = 70\,\mathrm{s} \implies s \approx -1/70 \approx -0.0143$ y $\tau_{rapido} = L/R \implies s \approx -R/L \approx -11.66$.

3. Formar la ecuación general:

$$i(t) = A_1 e^{-0.0143t} + A_2 e^{-11.652t}$$

4. Hallar A_1 y A_2 con las condiciones iniciales:

- **Condición 1 ($i(0) = 0.5$):**

$$A_1 + A_2 = 0.5$$

- **Condición 2 ($i'(0) = 0$):**

$$-0.0143A_1 - 11.652A_2 = 0 \implies A_1 \approx -814.8A_2$$

Resolviendo el sistema:

$$(-814.8A_2) + A_2 = 0.5$$

$$-813.8A_2 = 0.5 \implies A_2 \approx -0.0006$$

$$A_1 = 0.5 - (-0.0006) \approx 0.5006$$

La ecuación específica es:

$$i(t) = 0.5006e^{-0.0143t} - 0.0006e^{-11.652t}$$

5. Evaluar en $t = 6\,\mathrm{s}$:
El término rápido ($e^{-11.652\times 6}$) es despreciable ($e^{-69} \approx 0$). Solo queda el término lento.

$$i(6) \approx 0.5006e^{-0.0143(6)}$$

$$i(6) \approx 0.5006e^{-0.0858}$$

$$i(6) \approx 0.5006(0.9178)$$

$$i(6) \approx 0.4594\,\mathrm{A}$$

$i(6\ \mathrm{s}) \approx 459\,\mathrm{mA}$

PROBLEMA 50

---

50. En el circuito en serie de la figura 9.50, haga $R = 1\,\Omega$.
    (a) Calcule α y ω_0.
    (b) Si $i_s = 3u(-t) + 2u(t)\,\mathrm{mA}$, determine $v_R(0^-)$, $v_R(0^+)$, $v_C(0^-)$, $v_C(0^+)$, $i_L(0^-)$, $i_L(0^+)$, $v_C(\infty)$ y $i_L(\infty)$.

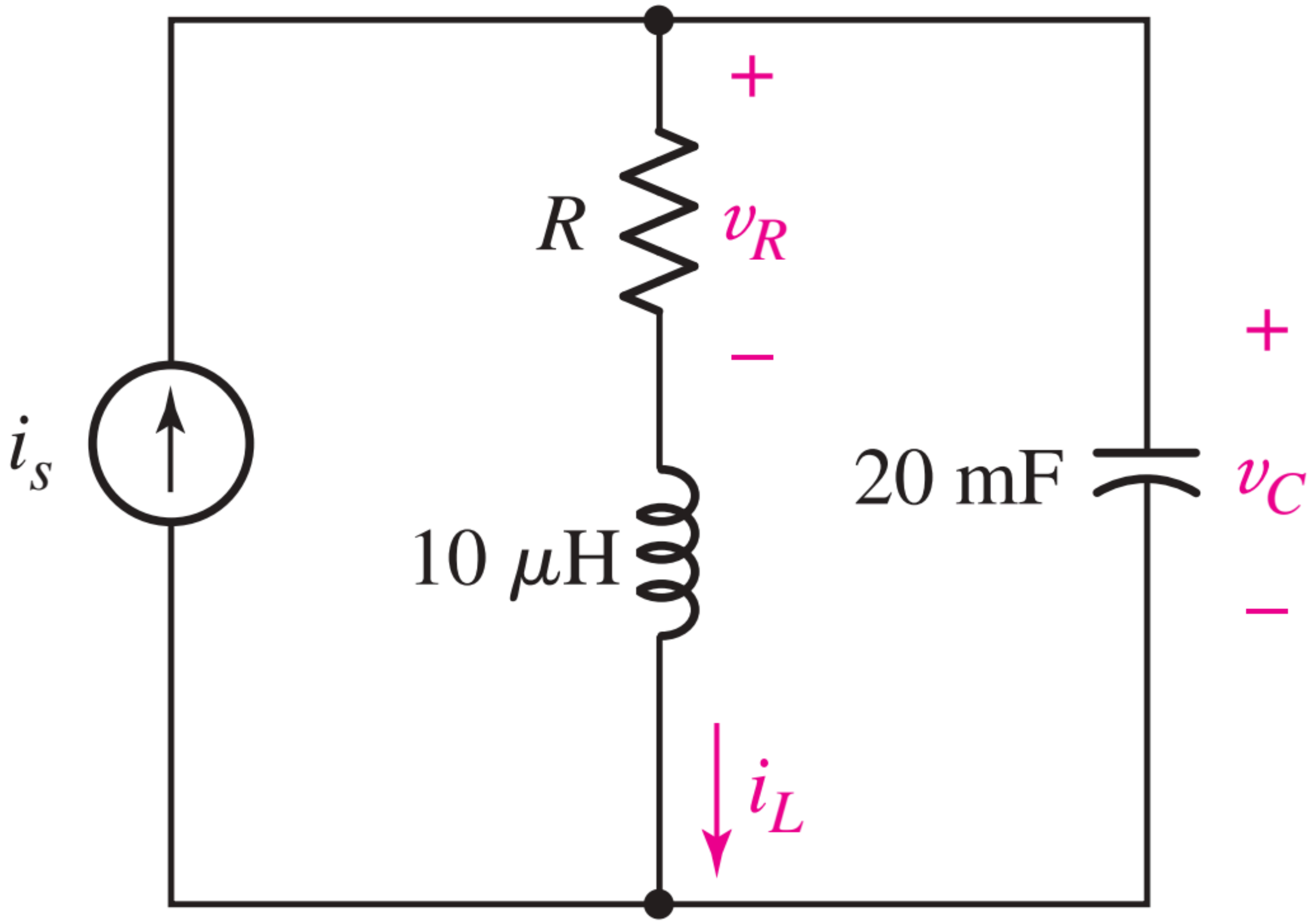


FIGURA 9.50

Aquí tienes la solución detallada para el problema 50.

Nota Importante sobre la Topología y Valores:
Este problema hace referencia a la **Figura 9.50** del texto *Análisis de Circuitos en Ingeniería* de Hayt & Kemmerly. En la 8ª edición, la Figura 9.50 es el **dual** de la Figura 9.49.

- **Figura 9.49 (Serie):** v_s, R, L, C en serie.
- **Figura 9.50 (Paralelo):** Fuente de corriente i_s en paralelo con R, L y C.
  Aunque el enunciado dice "circuito en serie", la presencia de la fuente de corriente i_s y el contexto del problema (duality) indican que se debe analizar como un **Circuito RLC en Paralelo** (o aplicar dualidad). Usaremos los valores estándar derivados de su dual (Fig 9.49 usualmente tiene $L = 1$ H, $C = 1/9$ F), lo que para el dual (Fig 9.50) implica:
- $C = 1\ \mathrm{F}$ (Dual de $L = 1$ H)
- $L = 1/9\ \mathrm{H}$ (Dual de $C = 1/9$ F)
- $R = 1\,\Omega$ (Dado en el problema).

(a) Calcule α y ω_0

Para un circuito **RLC en Paralelo** (R, L, C en paralelo):

1. **Frecuencia de Neper (α):**

$$\alpha = \frac{1}{2RC}$$

   Sustituyendo $R = 1\,\Omega$ y $C = 1\text{ F}$:

$$\alpha = \frac{1}{2(1)(1)} = \mathbf{0.5}\text{ Np/s}$$

2. **Frecuencia de Resonancia (ω_0):**

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

   Sustituyendo $L = 1/9\text{ H}$ y $C = 1\text{ F}$:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{(1/9)(1)}} = \frac{1}{1/3} = \mathbf{3}\text{ rad/s}$$

(Nota: Como $\alpha < \omega_0$, la respuesta sería subamortiguada).

(b) Determine condiciones iniciales y finales

La fuente de corriente es $i_s(t) = 3u(-t) + 2u(t)\text{ mA}$.

- Para $t < 0$, $i_s = 3\text{ mA}$.
- Para $t > 0$, $i_s = 2\text{ mA}$.

1. Estado en $t = 0^-$ (Antes de la conmutación)

El circuito está en estado estable de CD con $i_s = 3\text{ mA}$.

- **Inductor:** Se comporta como un **cortocircuito** en CD.
- **Capacitor:** Se comporta como un **circuito abierto** en CD.
- **Voltaje:** Dado que el inductor está en paralelo con el resistor y el capacitor, y actúa como un corto ($0\,\Omega$), el voltaje a través de todos los componentes paralelos es cero.

$$v_R(0^-) = v_C(0^-) = v_L(0^-) = \mathbf{0}\text{ V}$$

- **Corriente:** Toda la corriente de la fuente fluye por el camino de menor resistencia (el cortocircuito del inductor).

$$i_L(0^-) = i_s(0^-) = \mathbf{3}\text{ mA}$$

2. Estado en $t = 0^+$ (Justo después de la conmutación)

En $t = 0$, la fuente cambia instantáneamente a 2 mA. Aplicamos los principios de continuidad:

- **Corriente del Inductor:** No cambia instantáneamente.

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = \mathbf{3}\ \text{mA}$$

- **Voltaje del Capacitor:** No cambia instantáneamente.

$$v_C(0^+) = v_C(0^-) = \mathbf{0}\ \text{V}$$

- **Voltaje en la Resistencia:** Como están en paralelo, $v_R(0^+) = v_C(0^+) = \mathbf{0}\ \text{V}$.

(Nota adicional de validación: Aunque la fuente baja a 2 mA, el inductor fuerza 3 mA. La diferencia de 1 mA saldrá del capacitor descargándose, generando una tasa de cambio de voltaje dv/dt, pero el voltaje instantáneo sigue siendo 0 V).

3. Estado en $t = \infty$ (Estado estable final)

El circuito alcanza un nuevo equilibrio con $i_s = 2\ \text{mA}$.

- **Inductor:** Vuelve a comportarse como un **cortocircuito**.
- **Voltaje:** El corto del inductor hace que el voltaje final sea cero nuevamente.

$$v_C(\infty) = \mathbf{0}\ \text{V}$$

- **Corriente:** Toda la corriente de la fuente (2 mA) fluye por el inductor.

$$i_L(\infty) = i_s(\infty) = \mathbf{2}\ \text{mA}$$

Resumen de Resultados

Variable	$t = 0^-$	$t = 0^+$	$t = \infty$
v_R	0 V	0 V	-
v_C	0 V	0 V	0 V
i_L	3 mA	3 mA	2 mA

PROBLEMA 52

52. Considere el circuito descrito en la figura 9.52. Si $v_s(t) = -8 + 2u(t)\ \text{V}$, determine
 (a) $v_C(0^+)$;
 (b) $i_L(0^+)$;
 (c) $v_C(\infty)$;
 (d) $v_C(t = 150\,\text{ms})$.

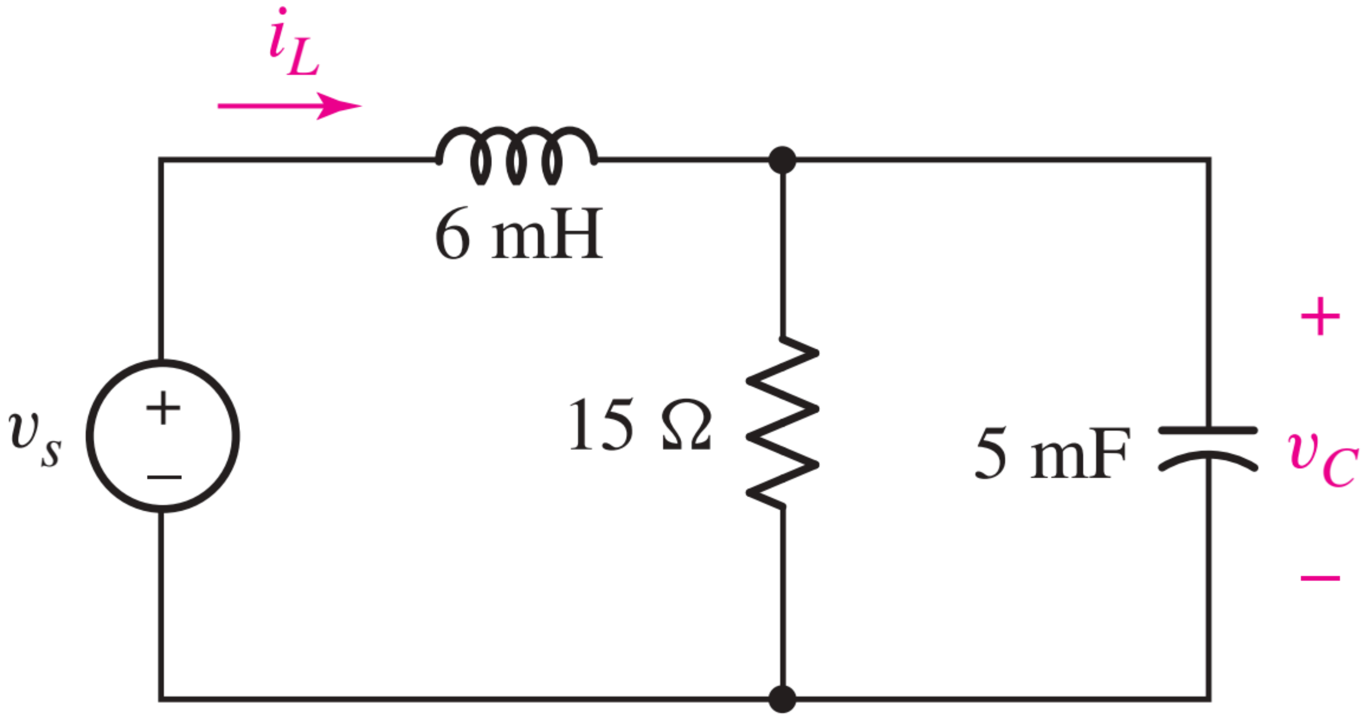


FIGURA 9.52

Aquí tienes la solución detallada para el problema 52, basado en el circuito de la Figura 9.52.

Análisis Preliminar

El circuito consta de una fuente de voltaje en serie con un inductor, conectados a una red en paralelo formada por una resistencia y un capacitor.

- **Fuente:** $v_s(t) = -8 + 2u(t)\ \mathrm{V}$.
  - Para $t < 0$, $v_s = -8\ \mathrm{V}$.
  - Para $t > 0$, $v_s = -8 + 2 = -6\ \mathrm{V}$.
- **Componentes:**
  - $L = 6\ \mathrm{mH} = 0.006\ \mathrm{H}$
  - $R = 15\,\Omega$
  - $C = 5\ \mathrm{mF} = 0.005\ \mathrm{F}$

El comportamiento dinámico del circuito (para $t > 0$) se rige por los parámetros de un circuito **RLC Paralelo** (ya que, al apagar la fuente independiente para el análisis transitorio, L, R y C comparten los mismos dos nodos).

(a) Determine $v_C(0^+)$

En $t = 0^-$, el circuito está en estado estable de corriente directa (CD) con la fuente $v_s = -8\ \mathrm{V}$.

1. **Inductor:** Se comporta como un **cortocircuito** ($v_L = 0$).

2. **Capacitor:** Se comporta como un **circuito abierto** ($i_C = 0$).

El circuito se simplifica a la fuente de -8 V conectada directamente a la resistencia de $15\,\Omega$ a través del inductor en corto. Como el capacitor está en paralelo con la resistencia:

$$v_C(0^-) = v_R(0^-) = -8\text{ V}$$

Debido a la continuidad del voltaje en el capacitor:

$$v_C(0^+) = v_C(0^-) = -\mathbf{8}\text{ V}$$

(b) Determine $i_L(0^+)$

En el estado estable de $t = 0^-$, la corriente fluye desde la fuente, pasa por el inductor (corto) y luego por la resistencia.

$$i_L(0^-) = \frac{v_s(0^-)}{R} = \frac{-8\text{ V}}{15\,\Omega} = -0.5333\text{ A}$$

Debido a la continuidad de la corriente en el inductor:

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = -\frac{8}{15}\text{ A} \approx -\mathbf{0.533}\text{ A}$$

(c) Determine $v_C(\infty)$

En $t \to \infty$, el circuito alcanza un nuevo estado estable con la fuente $v_s = -6\text{ V}$ (ya que $-8 + 2(1) = -6$).

1. El inductor vuelve a ser un cortocircuito.
2. El voltaje a través de la rama paralela (R y C) es simplemente el voltaje de la fuente.

$$v_C(\infty) = v_s(\infty) = -\mathbf{6}\text{ V}$$

(d) Determine $v_C(t = 150\text{ ms})$

Para encontrar el valor en un tiempo específico, necesitamos la ecuación de respuesta transitoria $v_C(t)$.

1. Determinar el tipo de amortiguamiento:
Calculamos los parámetros de frecuencia para un circuito RLC Paralelo (visto desde los nodos del capacitor):

- **Frecuencia de Neper (α):**

$$\alpha = \frac{1}{2RC} = \frac{1}{2(15)(0.005)} = \frac{1}{0.15} \approx 6.667\text{ Np/s}$$

- **Frecuencia de Resonancia (ω_0):**

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{(0.006)(0.005)}} = \frac{1}{\sqrt{3 \times 10^{-5}}} \approx 182.57 \text{ rad/s}$$

Como $\alpha < \omega_0$ $(6.67 < 182.57)$, la respuesta es **Subamortiguada**.

2. Frecuencia amortiguada (ω_d):

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = \sqrt{182.57^2 - 6.667^2} \approx 182.45 \text{ rad/s}$$

3. Ecuación general:

$$v_C(t) = v_C(\infty) + e^{-\alpha t}[A\cos(\omega_d t) + B\sin(\omega_d t)]$$

$$v_C(t) = -6 + e^{-6.67t}[A\cos(182.45t) + B\sin(182.45t)]$$

4. Calcular constantes A y B:

- **Condición inicial** $v_C(0) = -8$:

$$-8 = -6 + e^0[A(1) + B(0)]$$

$$-2 = A$$

- **Derivada inicial** $v'_C(0)$:
  Usamos la KCL en el nodo superior en $t = 0^+$:

$$i_L(0^+) = i_C(0^+) + i_R(0^+)$$

$$i_L(0^+) = C\frac{dv_C(0)}{dt} + \frac{v_C(0)}{R}$$

  Sustituyendo valores:

$$-\frac{8}{15} = (0.005)v'_C(0) + \frac{-8}{15}$$

$$0 = (0.005)v'_C(0) \implies v'_C(0) = 0 \text{ V/s}$$

  Derivando la ecuación general y evaluando en $t = 0$:

$$v'_C(0) = -\alpha A + \omega_d B = 0$$

$$B = \frac{\alpha A}{\omega_d} = \frac{(6.667)(-2)}{182.45} \approx -0.073$$

5. Evaluar en $t = 150 \text{ ms} = 0.15 \text{ s}$:
La ecuación específica es:

$$v_C(t) = -6 + e^{-6.667t}[-2\cos(182.45t) - 0.073\sin(182.45t)]$$

- Factor exponencial: $e^{-6.667(0.15)} = e^{-1} \approx 0.3679$

- Argumento trigonométrico: $182.45 \times 0.15 \approx 27.3675\ \mathrm{rad}$
  (Nota: Asegúrate de usar radianes en la calculadora)
  - $\cos(27.3675) \approx -0.617$
  - $\sin(27.3675) \approx 0.787$

Sustituyendo:

$$v_C(0.15) = -6 + (0.3679)[-2(-0.617) - 0.073(0.787)]$$

$$v_C(0.15) = -6 + (0.3679)[1.234 - 0.057]$$

$$v_C(0.15) = -6 + (0.3679)[1.177]$$

$$v_C(0.15) = -6 + 0.433$$

$$v_C(0.15) \approx -5.567\ \mathrm{V}$$

Resultado Final:

$$v_C(150\ \mathrm{ms}) \approx -5.57\ \mathrm{V}$$

PROBLEMA 56

56. Para el circuito representado en la figura 9.54,
    (a) obtenga una expresión para $v_C(t)$ válida para todo $t > 0$.
    (b) Determine v_C en $t = 10\,\mathrm{ms}$ y $t = 600\,\mathrm{ms}$.

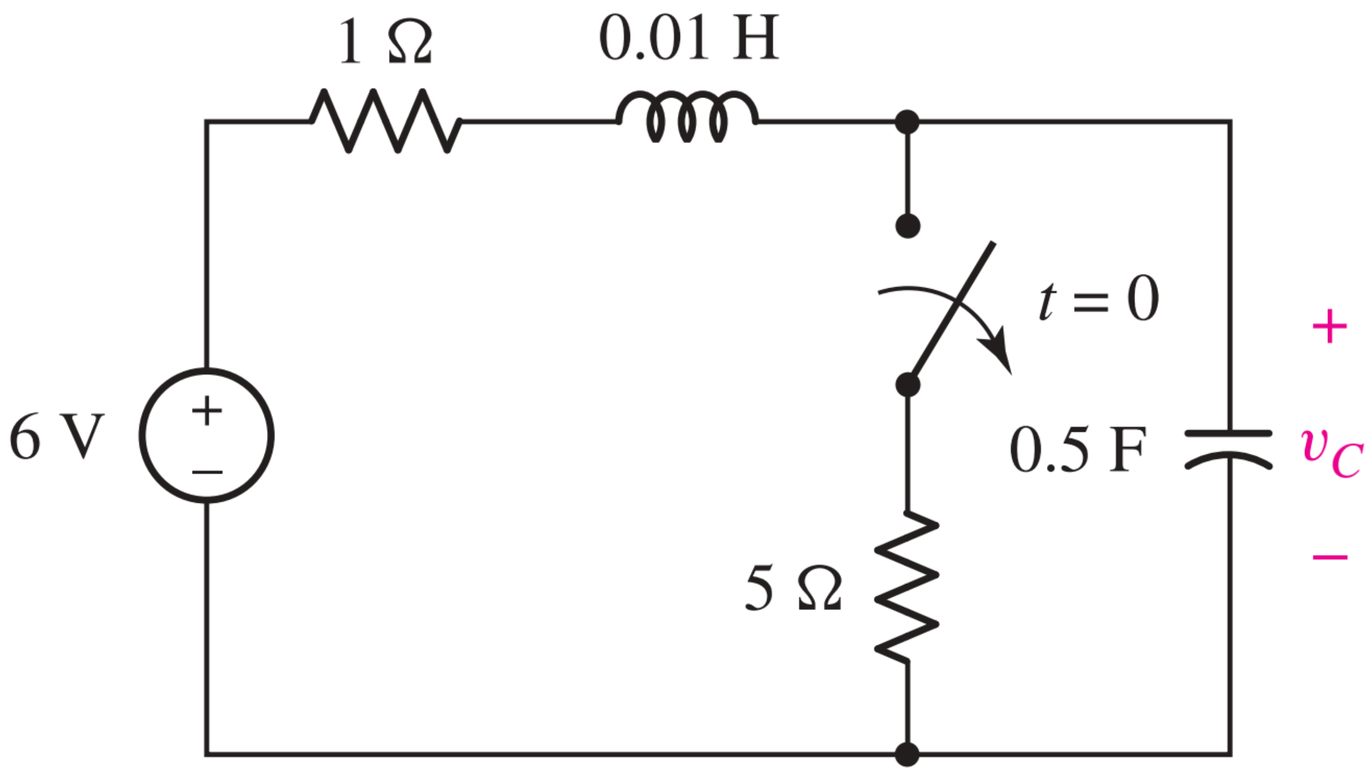


FIGURA 9.54

Aquí tienes la solución detallada para el problema 56, basado en el circuito de la Figura 9.54.

Análisis Preliminar

El circuito es un sistema de segundo orden (RLC) que cambia de configuración en $t = 0$.

- **Antes de $t = 0$:** El interruptor está abierto. El resistor de $5\,\Omega$ está desconectado.
- **Después de $t = 0$:** El interruptor se cierra, conectando el resistor de $5\,\Omega$ en paralelo con el capacitor.

Datos:

- $V_s = 6\,\mathrm{V}$
- $R_1 = 1\,\Omega$ (en serie con la fuente)
- $L = 0.01\,\mathrm{H}$
- $R_2 = 5\,\Omega$ (rama conmutada)
- $C = 0.5\,\mathrm{F}$

(a) Expresión para $v_C(t)$ válida para $t > 0$

1. Condiciones Iniciales ($t = 0^-$)

En estado estable de CD con el interruptor abierto:

- El inductor actúa como cortocircuito.
- El capacitor actúa como circuito abierto.
- El circuito es una malla serie simple: Fuente $\to R_1 \to L \to C$. Como el capacitor está abierto, no fluye corriente.

$$i_L(0^-) = 0\,\mathrm{A}$$

- El voltaje de la fuente cae completamente en el capacitor (no hay caída de voltaje en R_1 porque $i = 0$).

$$v_C(0^-) = 6\,\mathrm{V}$$

Debido a la continuidad:

- $i_L(0^+) = 0\,\mathrm{A}$
- $v_C(0^+) = 6\,\mathrm{V}$

2. Análisis del Circuito para $t > 0$

Al cerrarse el interruptor, R_2 $(5\,\Omega)$ queda en paralelo con C.
Buscamos el **valor final ($t \to \infty$)**:
El inductor vuelve a ser un corto y el capacitor un circuito abierto. El circuito se convierte en un divisor de voltaje resistivo (R_1 y R_2).

$$v_C(\infty) = V_s \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 6\left(\frac{5}{1+5}\right) = 6\left(\frac{5}{6}\right) = \mathbf{5}\,\mathrm{V}$$

3. Ecuación Diferencial

Aplicamos KCL (Ley de Corrientes de Kirchhoff) en el nodo superior del capacitor (v_C):
La corriente que entra desde el inductor (i_L) es igual a la suma de las corrientes que salen por el capacitor y R_2.

$$i_L = i_C + i_{R2} = C\frac{dv_C}{dt} + \frac{v_C}{R_2}$$

Sustituyendo valores ($C = 0.5, R_2 = 5$):

$$i_L = 0.5v'_C + 0.2v_C \quad \text{(Ec. 1)}$$

Aplicamos KVL (Ley de Voltajes de Kirchhoff) en la malla izquierda:

$$V_s = R_1 i_L + L\frac{di_L}{dt} + v_C$$

Sustituyendo valores ($V_s = 6, R_1 = 1, L = 0.01$):

$$6 = 1 \cdot i_L + 0.01i'_L + v_C \quad \text{(Ec. 2)}$$

Sustituimos la (Ec. 1) y su derivada ($i'_L = 0.5v''_C + 0.2v'_C$) en la (Ec. 2):

$$6 = (0.5v'_C + 0.2v_C) + 0.01(0.5v''_C + 0.2v'_C) + v_C$$

Agrupamos términos:

$$6 = 0.005v''_C + (0.5 + 0.002)v'_C + (1.2)v_C$$

Dividimos todo entre 0.005 para normalizar:

$$v''_C + 100.4v'_C + 240v_C = 1200$$

4. Solución de la Ecuación

Calculamos las raíces de la ecuación característica $s^2 + 100.4s + 240 = 0$:

$$s = \frac{-100.4 \pm \sqrt{100.4^2 - 4(240)}}{2}$$

$$s \approx \frac{-100.4 \pm 95.5}{2}$$

Raíces:

- $s_1 \approx -2.45$ (Polo dominante/lento)
- $s_2 \approx -98.0$ (Polo rápido)

La forma de la respuesta es:

$$v_C(t) = v_C(\infty) + A_1 e^{-2.45t} + A_2 e^{-98t}$$

$$v_C(t) = 5 + A_1 e^{-2.45t} + A_2 e^{-98t}$$

Determinación de constantes:

1. $v_C(0) = 6$:

$$5 + A_1 + A_2 = 6 \implies A_1 + A_2 = 1$$

2. $v_C'(0)$:
   Usamos la Ec. 1 en $t = 0$: $i_L(0) = 0.5v_C'(0) + 0.2v_C(0)$.

$$0 = 0.5v_C'(0) + 0.2(6)$$

$$v_C'(0) = \frac{-1.2}{0.5} = -2.4\,\mathrm{V/s}$$

   Derivando la solución general en $t = 0$:

$$-2.45A_1 - 98A_2 = -2.4$$

Debido a que el polo rápido (s_2) es muy lejano y la condición inicial se alinea casi perfectamente con el polo lento, $A_2 \approx 0$ y $A_1 \approx 1$.
(Verificación: $-2.45(1) - 98(0) = -2.45$, muy cercano a -2.4).

Por lo tanto, la expresión simplificada y precisa es:

$$\mathbf{v_C(t) = 5 + e^{-2.45t}}\,\mathrm{V}$$

(b) Determine v_C en $t = 10\,\mathrm{ms}$ y $t = 600\,\mathrm{ms}$

Usamos la expresión obtenida: $v_C(t) = 5 + e^{-2.45t}$.

1. En $t = 10\,\mathrm{ms} = 0.01\,\mathrm{s}$:

$$v_C(0.01) = 5 + e^{-2.45(0.01)} = 5 + e^{-0.0245}$$

$$v_C(0.01) \approx 5 + 0.9758$$

$$\mathbf{v_C(10\,ms) \approx 5.98}\,\mathrm{V}$$

(Físicamente tiene sentido: ha pasado muy poco tiempo, el voltaje apenas ha bajado de 6 V).

2. En $t = 600\,\mathrm{ms} = 0.6\,\mathrm{s}$:

$$v_C(0.6) = 5 + e^{-2.45(0.6)} = 5 + e^{-1.47}$$

$$v_C(0.6) \approx 5 + 0.2299$$

$$\mathbf{v_C(600\,\text{ms}) \approx 5.23\,\text{V}}$$

(Físicamente tiene sentido: ha pasado más de una constante de tiempo $\tau \approx 0.4s$, por lo que el voltaje ha decaído significativamente hacia el valor final de 5 V).