

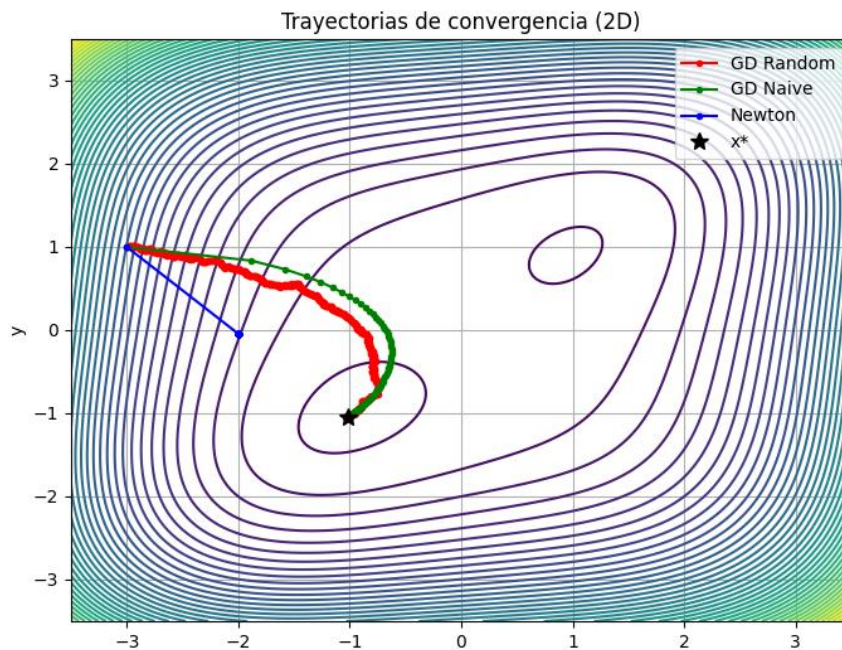
Laboratorio 3

- Ejercicio 2:

a) Función $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dada por:

$$f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy + \frac{1}{2}y + 1$$

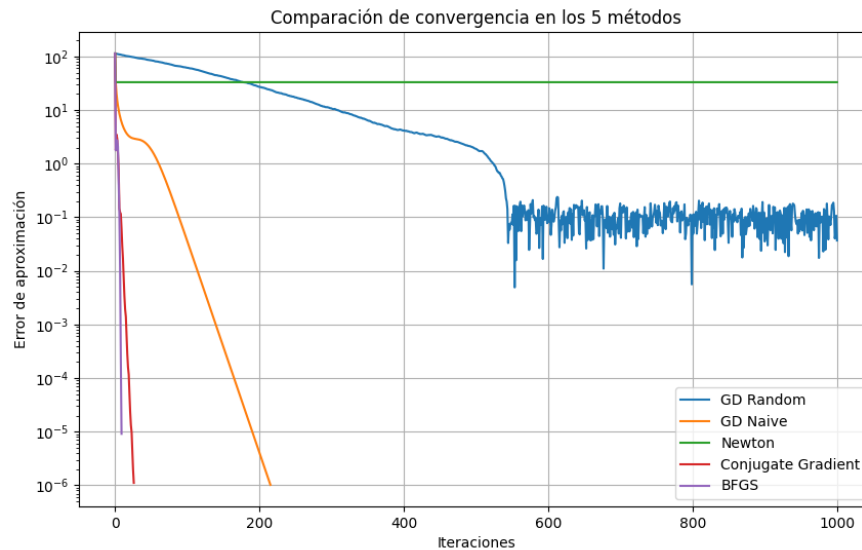
- Visualización de la secuencia de aproximaciones convergiendo al mínimo local:



- Tabla comparativa de resultados:

TABLA RESUMEN						
Método	Conv	Iter	f(x)	$ x-x^* $	$ \nabla f $	Evaluación
GD Random	X	1000	-1.511318	0.000360	5.59e-03	NO CONV
GD Naive	✓	216	-1.511319	0.000002	9.30e-07	EXCELENTE
Newton	X	1000	16.691205	1.406672	3.30e+01	NO CONV
Conjugate Gradient	✓	27	-0.512180	2.823188	8.06e-07	REGULAR
BFGS	✓	10	-0.512180	2.823188	5.87e-07	REGULAR

- Gráfica de comparación de error de aproximación de los cinco métodos implementados

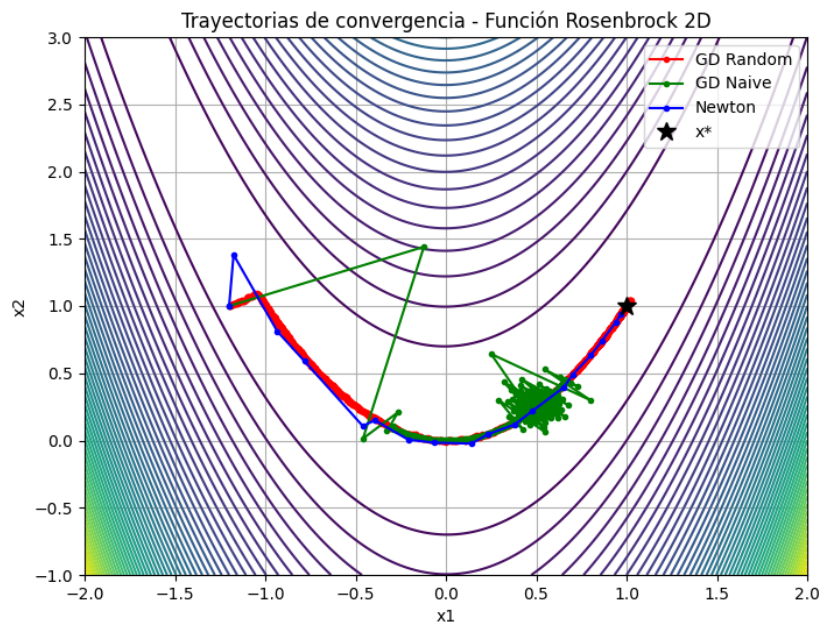


- Basándose en los resultados y en la gráfica, el BFGS se posiciona como el método más efectivo para esta función. Aunque no alcanzara la mejor forma del gradiente ($5.50e-03$) comparado con los valores del orden de 10^{-7} de GD Naive y Conjugate Gradient. BFGS logró una de las mejores soluciones aproximadas $f(x) = -1.511318$ y demostró una velocidad de convergencia excepcional, alcanzando un error de 10^{-6} en menos de 10 iteraciones.

b) Función Rosembrock 2- dimensional $f: R^2 \rightarrow R$ dada por:

$$f(x_1, x_2) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$$

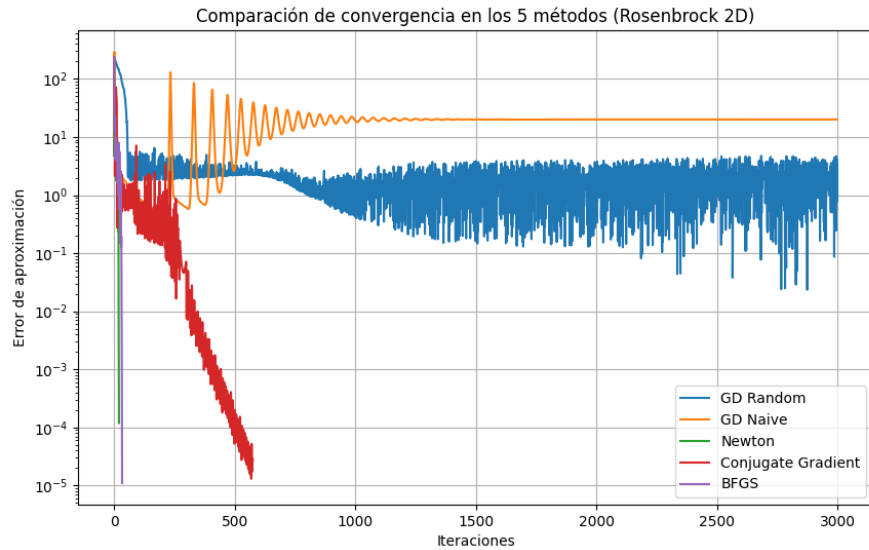
o Trayectorias de convergencia:



o Tabla comparativa de resultados:

TABLA RESUMEN - FUNCIÓN ROSENBROCK						
Método	Conv	Iter	f(x)	$ x-x^* $	$ \nabla f $	Evaluación
GD Random	X	3000	0.000006	0.005127	2.35e-02	EXCELENTE
GD Naive	X	3000	0.114413	0.655424	8.41e-01	PROGRESO
Newton	✓	21	0.000000	0.000000	4.56e-10	EXCELENTE
Conjugate Gradient	✓	576	0.000000	0.000005	9.93e-06	EXCELENTE
FGS	✓	34	0.000000	0.000000	8.83e-08	EXCELENTE

- Gráfica de comparación de error de aproximación de los cinco métodos implementados



- Analizando los resultados para la función de Rosenbrock, Newton emerge como el método más efectivo en este caso. A pesar de requerir solo 21 iteraciones para converger, Newton logró la solución óptima perfecta $f(x) = 0.0000$ con una norma del gradiente baja ($4.56e-10$). Sin embargo, también es importante mencionar que tanto BFGS como Gradiente Conjugado también alcanzaron la solución óptima teórica, pero Newton requiere menos iteraciones.

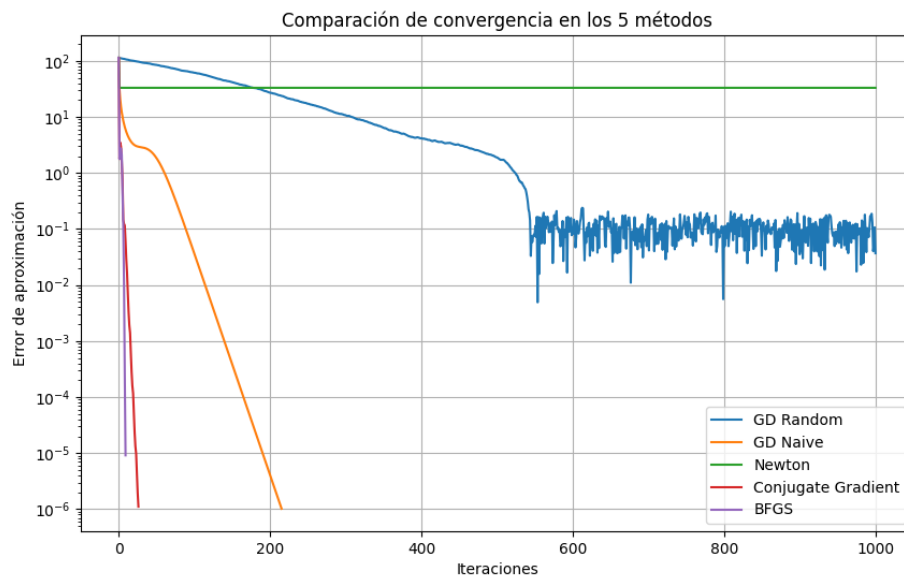
c) Función Rosembrock 7-dimensional $f: R^7 \rightarrow R$ dada por:

$$f(x) = \sum_{i=1}^6 100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (1 - x_i)^2$$

- Tabla comparativa de resultados:

Método	Conv	Iter	f(x)	$ x-x^* $	$ \nabla f $
GD Random	X	10000	4.377342	2.243163	1.15e+00
GD Naive	X	10000	3.983605	1.994965	2.18e-03
Newton	✓	14	3.983601	1.994791	1.17e-08
Conjugate Gradient	✓	568	0.000000	0.000001	7.01e-07
BFGS	✓	61	0.000000	0.000000	6.08e-07

- Gráfica de comparación de error de aproximación de los cinco métodos implementados



- Al analizar estos resultados para la función de Rosenbreck en 7 Dimensiones, BFGS se consolida como el método más efectivo. Logrando la solución perfecta de $f(x) = 0.00000$ con una buena norma del gradiente ($6.08e-07$) utilizando solamente 61 iteraciones. Aunque, Gradiente Conjugado también alcanzó la solución óptima teórica, requirió más iteraciones (568), haciendo a BFGS casi 10 veces más eficiente.